دانشگاه تهران

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک

کنترل تطبیقی

پروژه نهایی درس کنترل تطبیقی

استاد درس

دکتر سید موسی آیتی

تهیه‌کننده

علی خستوان

۸۱۰۶۹۹۰۷۲

تیر ۱۴۰۱

فهرست مطالب

فصل اول

مقدمه

۱-۱ معرفی مقاله انتخاب شده :

Robust adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller for uncertain quadrotor UAV

- نویسندگان :

Moussa Labbadi , Mohamed Cherkaoui

- ژورنال :

Aerospace Science and Technology

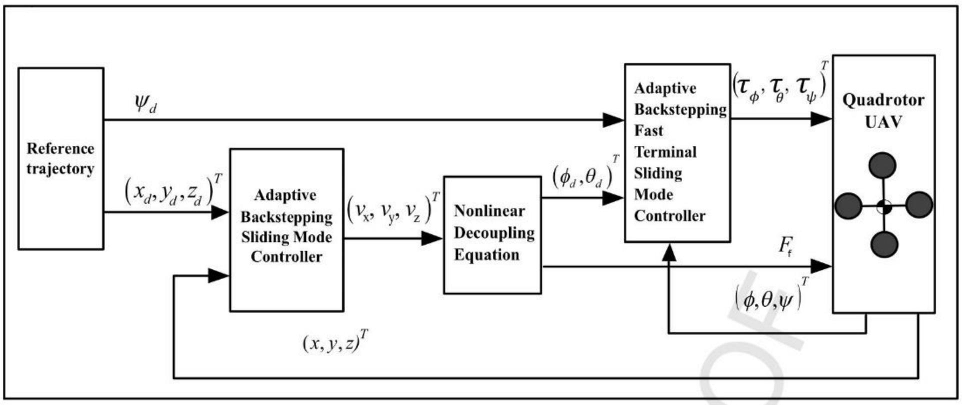
- مشخصات انتشار :

Volume 93, October 2019, 105306

- چکیده مقاله :

The problem of controlling the quadrotor orientation and position is considered in the presence of parametric uncertainties and external disturbances. Previous works generally assume that the flight controller parameters are constants. In reality, these parameters depend on the desired trajectory. In this article, a complete mathematical model of a quadrotor UAV is presented based on the Euler-Newton formulation. A robust nonlinear fast control structured for the quadrotor position and attitude trajectory tracking is designed. The position loop generates the actual thrust to control the altitude of the quadrotor and provides the desired pitch and roll angles to the attitude loop, which allow the control of the quadrotor center of gravity in the horizontal plane. The attitude loop generates the rolling, pitching and yawing torques that easily allow the insurance of the quadrotors stability. The outer loop (position loop) uses the robust adaptive backstepping (AB) control to get the desired Euler-angles and the control laws. The inner loop (attitude loop) employs a new controller based on a combination of backstepping technique and fast terminal sliding mode control (AB-ABFTSMC) to command the yaw angle and the tilting angles. In order to estimate the proposed controller parameters of the position and the upper bounds of the uncertainties and disturbances of the attitude, online adaptive rules are proposed. Furthermore, the Lyapunov analysis is used to warranty the stability of the quadrotor UAV system and to ensure the robustness of the controllers against variation. Finally, different simulations were performed in the MATLAB environment to show the efficiency of the suggested controller. The sovereignty of the proposed controller is highlighted by comparing its performance with various approaches such as classical sliding mode control, integral backstepping and second order sliding mode controls.

دیاگرام کنترلی مقاله :



شکل ۱-۱ دیاگرام کنترلی مقاله انتخاب شده

وجود اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها در سامانه‌هایی مانند کوآدروتورها، از عواملی هستند که بسیار بر روی عملکرد مناسب و بهینه آن‌ها تاثیر گذارند. از این روی هدف این مقاله طراحی کنترل‌کننده‌ای است که بتواند با آثار این عوامل مقابله کند. پیشنهاد نویسندگان مقاله، بهره‌گیری از کنترل‌کننده غیرخطی با تغییر تطبیقی پارامترهای کنترل‌کننده است. به زعم نویسندگان، انتخاب پارامترهای کنترل‌کننده مناسب به ترژکتوری مرجع وابسته است. از این روی برای کنترل‌زیر سیستم خارجی(زیر سیستم حرکت انتقالی) از یک کنترل‌کننده پسگام تطبیقی و برای کنترل زیر سیستم داخلی(حرکت دورانی) از یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال سریع پسگام تطبیقی استفاده می‌کنند. ساختار تطبیقی در نظر گرفته شده برای این کنترل‌کننده بر پایه معیار پایداری لیاپانوف می‌باشد و برای تخمین بخشی از پارامترهای کنترل‌کننده از این روش استفاده شده است. در نهایت پایداری عملکرد تطبیقی کنترل‌گرها به کمک تحلیل پایداری لیاپانوف اثبات شده و در نهایت کنترل-کننده در محیط متلب و در طی چند سناریو تست می‌شود که نتایج نشان از عملکرد مناسب آن‌ها به نسبت کنترل‌کننده مد لغزشی پسگام با ضرایب ثابت دارد.

لازم به ذکر است که نویسنده مقاله به اشتباه در تصویر بالا برای مشخص نمودن کنترل‌کننده حرکت انتقالی کوآدروتور از بلوکی تحت عنوان کنترل‌کننده پسگام مد لغزشی تطبیقی استفاده نموده است که این مورد غلط بوده تنها از یک کنترل-کننده پسگام خطای تطبیقی استفاده شده است. این مورد نیز از چکیده مقاله قابل برداشت است.

کنترل‌کننده مد لغزشی طراحی شده از نوع ترمینال سریع می‌باشد که در آن از خطا با توان ناصحیح[1] استفاده شده است. نظر نویسنده بر این است که به کمک این روش، کنترل‌کننده طراحی شده به نسبت یک کنترل‌کننده پسگام خطای مد لغزشی ساده مقاومت بیشتری در برابر نامعینی‌های متغیر با زمان و اغتشاشات خواهد داشت.

[1] Fractional

فصل دوم

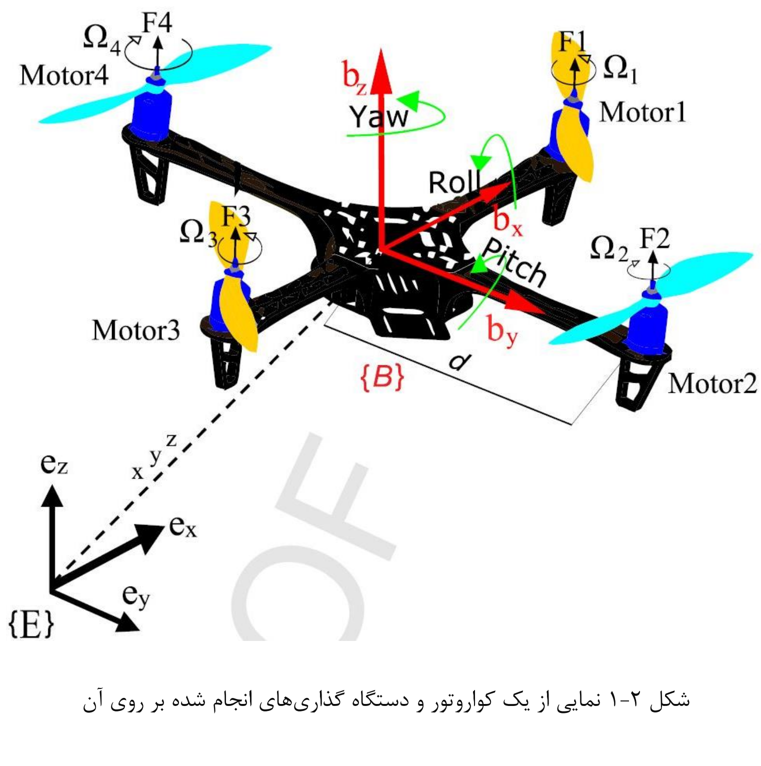
مدل‌سازی و کنترل

۲-۱ مقدمه

در این فصل به استخراج معادلات دینامیکی و سپس معادلات کنترلی خواهیم پرداخت تا در نهایت بتوان شبیه‌سازی نهایی را انجام داد. در بخش اول این فصل معادلات دینامیکی حاکم بر یک کوآدروتور را بدست خواهیم آورد و در بخش دوم به طراحی دو کنترل‌گر مورد نظر(برای حرکت انتقالی و دورانی) خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است که کنترل‌گر طراحی شده توسط نویسندگان دارای غلط بنیادی بوده که نویسنده متوجه آن نگشته است، اما در نهایت به دلیل انجام یک بهینه‌سازی توانسته به جواب‌های قانع کننده‌ای برسد. در بخش طراحی کنترل‌کننده دورانی به این مورد اشاره بیشتری خواهد شد.

۲-۲ مدل‌سازی کوآدروتور

کوآدروتور یک سیستم ۶ درجه آزادی است که درحالت طبیعی خود سیستمی ناپایدار می‌باشد. دارا بودن تنها ۴ عملگر دورانی(۴ موتور براشلس) باعث می‌شود که این ربات یک سیستم زیرعملگر[1] باشد اما با وجود این امر قابلیت کنترل تمامی درجات آزادی آن وجود دارد. کوآدروتور از لحاظ فیزیکی یک سیستم آبشاری[2] است زیرا حرکت دورانی آن حول محورهای خود عامل به وجود آورنده حرکت صفحه‌ای آن است و حرکت در راستای عمود نتیجه‌ای از برایند نیروهای برآ[3] تولید شده توسط موتورها است. در شکل۲-۱ نمایی از یک کوآدروتور قرار داده شده است.



شکل ۲-۱ نمایی از یک کواروتور و دستگاه گذاری‌های انجام شده بر روی آن

[1] Under-Actuated
[2] Cascade
[3] Lift

لازم به ذکر است که حرکت هر دو موتور رو به روی هم، هم جهت و دوران هر دو موتور کنار هم مختلف‌الجهت است. در ادامه موقعیت مکانی کوآدروتور را با بردار $\xi = [x \quad y \quad z]^T$ و زوایای کوآدروتور حول محورهای خود را با بردار $\eta = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$ نمایش خواهیم داد. برای یک کوآدروتور با مشخصات شکل۲-۱، ماتریس دوران به صورت زیر خواهد بود :

(۱) ماتریس دوران

$$R = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix}$$

به دلیل منفر شدن ماتریس بالا در برخی شرایط و زوایا، این زاویه‌ها را بین ۹۰ و ۹۰- درجه محدود می‌کنیم. با نوشتن معادلات نیوتون-اویلر برای این سیستم، معادلات زیر بدست خواهد آمد :

(۲) معادلات حاکم

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\dot{v} = F_f - F_g - F_d \\ J\dot{\Omega} = -\Omega^T \times J\Omega + \tau_b - \tau_c - \tau_a \end{cases}$$

که در آن J ماتریس ممان اینرسی است و سایر متغییرها و پارامترهای آن به صورت زیر تعریف شده است :

(۳) نیروی برآ

$$F_f = \begin{bmatrix} C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^{4} F_i \quad , \quad F_i = k_p \Omega_i^2$$

در رابطه بالا Ω_i سرعت دورانی هر یک از موتورها می‌باشد.

(۴) نیروی‌ها عکس‌العملی

$$F_d = \begin{bmatrix} k_{dx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{dy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{dz} \end{bmatrix} \dot{\xi}$$

(۵) نیروی گرانش

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

(۶) گشتاور تولیدی موتورها

$$\tau_b = \begin{bmatrix} d(F_1 - F_3) \\ d(F_2 - F_4) \\ c_d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix}$$

(۷) گشتاورهای عکس‌العملی(ژیروسکوپی)

$$\tau_c = \sum_{i=1}^{4} \Omega^T J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^{i+1}\Omega_i \end{bmatrix}$$

(۸) گشتاورهای عکس‌العملی(اصطکاک آیرودینامیکی)

$$\tau_a = \begin{bmatrix} k_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & k_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & k_{az} \end{bmatrix} \parallel \Omega \parallel^2$$

بردار متغیرهای حالت را به فرم زیر در نظر می‌گیریم :

(۹) بردار متغیرهای حالت
$$X=[\phi,\dot{\phi},\theta,\dot{\theta},\psi,\dot{\psi},x,\dot{x},y,\dot{y},z,\dot{z}]\in\Re^{12}$$

حال اگر معادلات رسته ۲ رابطه(۲) به فرم فضای حالت(n معادله رسته ۱) نوشته شود، نتایج به کل زیر خواهد بود :

(۱۰) معادلات فضای حالت کوآدروتور
$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=a_1x_4x_6+a_2x_4+a_3x_2^2+b_1\tau_\phi\\ \dot{x}_3=x_4\\ \dot{x}_4=a_4x_2x_6+a_5x_2+a_6x_4^2+b_2\tau_\theta\\ \dot{x}_5=x_6\\ \dot{x}_6=a_7x_2x_4+a_8x_6^2+b_3\tau_\psi\\ \dot{x}_7=x_8\\ \dot{x}_8=a_9x_8+\dfrac{1}{m}\left(C_{x_1}S_{x_3}C_{x_5}+S_{x_1}S_{x_5}\right)F_f\\ \dot{x}_9=x_{10}\\ \dot{x}_{10}=a_{10}x_{10}+\dfrac{1}{m}\left(C_{x_1}S_{x_3}S_{x_5}-S_{x_1}C_{x_5}\right)F_f\\ \dot{x}_{11}=x_{12}\\ \dot{x}_{12}=a_{11}x_{12}-g+\dfrac{1}{m}\left(C_{x_1}C_{x_3}\right)F_f\end{cases}$$

که در آن ضرایب معادلات به صورت زیر می‌باشد :

(۱۱) ضرایب
$$a_1=\frac{\left(I_{yy}-I_{zz}\right)}{I_{xx}},a_2=\frac{-\Omega_rJ_r}{I_{xx}},a_3=\frac{-k_{cx}}{I_{xx}},a_4=\frac{\left(I_{zz}-I_{xx}\right)}{I_{yy}},a_5=\frac{\Omega_rJ_r}{I_{yy}}$$
$$a_6=\frac{-k_{ay}}{I_{yy}},a_7=\frac{\left(I_{xx}-I_{yy}\right)}{I_{zz}},a_8=\frac{-k_{az}}{I_{zz}},a_9=\frac{-k_{dx}}{m},a_{10}=\frac{-k_{dx}}{m},a_{11}=-\frac{k_{dz}}{m},b_1=\frac{d}{I_{xx}},b_2=\frac{d}{I_{yy}},b_3=\frac{1}{I_{zz}}\text{ and }\Omega_r=\Omega_1-\Omega_2+\Omega_3-\Omega_4$$

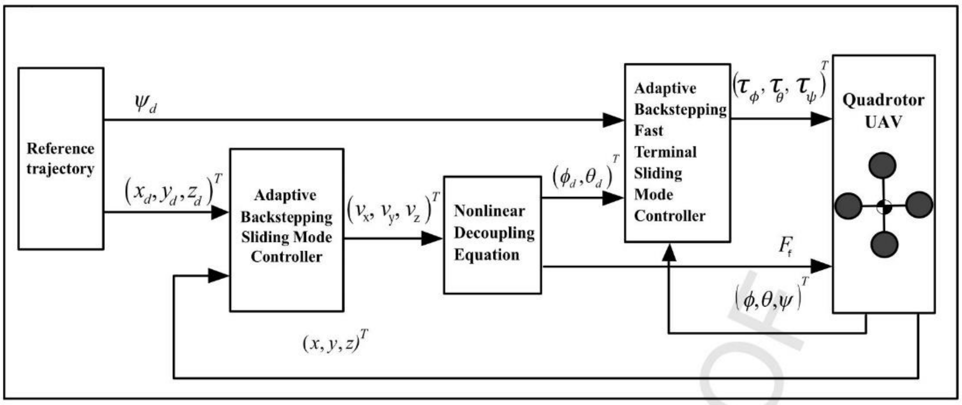
گشتاور و نیروی برآ تولید شده توسط موتورها نیز از رابطه زیر بدست خواهد آمد :

(۱۲) گشتاور و نیروی برآ تولید شده توسط موتورها
$$\begin{bmatrix}F_f\\ \tau_\phi\\ \tau_\theta\\ \tau_\psi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_p&k_p&k_p&k_p\\ k_p&0&-k_p&0\\ 0&k_p&0&-k_p\\ c_d&-c_d&c_d&-c_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\ \Omega_2^2\\ \Omega_3^2\\ \Omega_4^2\end{bmatrix}$$

حال با توجه به استخراج معادلات بالا می‌توان به طراحی کنترل‌کننده پرداخت. در ادامه فصل کنترل تطبیقی مورد نظر نویسنده مقاله برای کوآدروتور طراحی خواهد شد.

۲-۳ طراحی کنترل‌کننده

در این مقاله نویسنده برای کنترل یک کوآدروتور از دو کنترل‌کننده متفاوت برای زیر سیستم‌های آن استفاده کرده است. برای کنترل زیر سیستم حرکت انتقالی و یا به عبارتی تولید مقادیر مرجع زوایای دوران زیر سیستم دورانی از یک کنترل‌کننده پسگام خطای تطبیقی استفاده شده است و به کمک معیار پایداری لیاپانوف، پایداری آن تایید شده است. برای کنترل زیر سیستم دورانی یا به عبارتی تولید گشتاورهای مناسب از یک کنترل‌کننده پسگام خطای مد لغزشی تطبیقی استفاده شده است. در شکل نمای کلی از کنترل‌کننده آورده شده است اما لازم به ذکر است که کنترل‌کننده حرکت انتقالی تنها یک کنترل‌کننده پسگام خطای تطبیقی است و مد لغزشی نمی‌باشد.



شکل ۲-۲ دیاگرام کنترلی ارائه شده برای کوآدروتور

۲-۴ کنترل‌کننده حرکت انتقالی

همانطور که گفته شد، کنترل‌کننده حرکت انتقالی کوآدروتور یک کنترل‌کننده پسگام خطای تطبیقی است. در طراحی کنترل‌کننده پسگام خطا از یک روش بازگشتی استفاده می‌شود و پایداری تک تک معادلات و در نهایت معادله نهایی به کمک معیار پایداری لیاپانوف اثبات می‌شود. به عبارتی بهتر در هر معادله ورودی آن معادله(که در تمامی معادلات به غیر از معادله نهایی یکی از حالت‌های سیستم است) به کمک پایداری لیاپانوف بدست می‌آید. برای طراحی کنترل‌کننده ابتدا خطای ردیابی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم :

(۱۳) خطای ردیابی

$$\begin{bmatrix} e_{x1} \\ e_{y1} \\ e_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_7 - x_{7d} \\ x_9 - x_{9d} \\ x_{11} - x_{11d} \end{bmatrix}$$

با مشتق گرفتن از رابطه بالا، مشتقات خطا به صورت زیر می‌باشد :

(۱۴) مشتقات خطای ردیابی

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{x1} \\ \dot{e}_{y1} \\ \dot{e}_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_7 - \dot{x}_{7d} \\ \dot{x}_9 - \dot{x}_{9d} \\ \dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_8 - \dot{x}_{7d} \\ x_{10} - \dot{x}_{9d} \\ x_{12} - \dot{x}_{11d} \end{bmatrix}$$

حال جهت پایدار کردن زیر سیستم یک از زیر سیستم حرکت انتقالی تابع لیاپانوف زیر را در نظر گرفته تا مقادیر مطلوب بردار سرعت دست آید. این بردار یک ورودی مجازی برای زیر سیستم یک از زیر سیستم حرکت انتقالی است.

$$\begin{bmatrix} v_7 \\ v_9 \\ v_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} e_{x1}^2 \\ \frac{1}{2} e_{y1}^2 \\ \frac{1}{2} e_{z1}^2 \end{bmatrix}$$

(۱۵) تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۱

با مشتق گیری از آن خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_7 \\ \dot{v}_9 \\ \dot{v}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{x1}\dot{e}_{x1} \\ e_{y1}\dot{e}_{y1} \\ e_{z1}\dot{e}_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{x1}(x_8 - \dot{x}_{7d}) \\ e_{y1}(x_{10} - \dot{x}_{9d}) \\ e_{z1}(x_{12} - \dot{x}_{11d}) \end{bmatrix}$$

(۱۶) مشتق تابع لیاپانوف رابطه ۱۵

برای آن که رابطه ۱۶ منفی معین باشد، بردار ورودی مجازی را به صورت زیر در نظر خواهیم گرفت. در این صورت طبق رابطه ۱۸، زیر سیستم ۱ حرکت انتقالی پایدار خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} x_{8d} = -c_{x1}e_{x1} + \dot{x}_{7d} \\ x_{10d} = -c_{y1}e_{y1} + \dot{x}_{9d} \\ x_{12d} = -z_{z1}e_{z1} + \dot{x}_{11d} \end{bmatrix}$$

(۱۷) ورودی مجازی برای زیر سیستم ۱

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_7 \\ \dot{v}_9 \\ \dot{v}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_{x1}e_{x1}^2 \\ -c_{y1}e_{y1}^2 \\ -c_{z1}e_{z1}^2 \end{bmatrix} \leq 0$$

(۱۸) مشتق تابع لیاپانوف در صورت ردیابی

ورودی مجازی رابطه ۱۷

حال برای ردیابی ورودی مجازی بدست آمده و پایداری سازی زیر سیستم دوم حرکت انتقالی، خطای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} e_{x2} \\ e_{y2} \\ e_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_8 - x_{8d} \\ x_{10} - x_{10d} \\ x_{12} - x_{12d} \end{bmatrix}$$

(۱۹) خطای ردیابی ورودی مجازی

برای پایدار سازی زیر سیستم دوم حرکت انتقالی و محاسبه مقادیر مناسب(مقادیر مرجع به عنوان ورودی برای زیر سیستم انتقالی) تابع لیاپانوف زیر را در نظر می‌گیریم :

$$\begin{bmatrix} v_8 \\ v_{10} \\ v_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_7 + \frac{1}{2} e_{X2}^2 \\ v_9 + \frac{1}{2} e_{y2}^2 \\ v_{11} + \frac{1}{2} e_{z2}^2 \end{bmatrix}$$

(۲۰) تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۲

که مشتق آن برابر خواهد بود با :

(۲۱) مشتق تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۲

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_8\\ \dot{v}_{10}\\ \dot{v}_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{v}_7+e_{x2}\dot{e}_{x2}\\ \dot{v}_9+e_{y2}\dot{e}_{y2}\\ \dot{v}_{11}+e_{z2}\dot{e}_{z2}\end{bmatrix}$$

به کمک روابط ۱۷، ۱۹ و ۲۳ فرم کلی مشتق توابع لیاپانوف به صورت زیر خواهد بود. لازم به ذکر است که این رابطه از جاگذاری رابطه ۱۸ در ۲۰ بدست نیامده است و جاگذاری این رابطه در رابطه ۲۰ امری غلط است. مشتق تابع لیپانوف زیر سیستم اول می‌بایست خود در رابطه ۲۱ ظاهر شود که این امر توسط رابطه ۱۹ محقق می‌شود.

(۲۲) مشتق تابع لیاپانوف نهایی برای زیر سیستم ۲

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_8\\ \dot{v}_{10}\\ \dot{v}_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-c_{x1}e_{x1}^2+e_{x1}e_{x2}+e_{x2}(a_9x_8+v_x-\ddot{x}_{7d})\\ -c_{y1}e_{y1}^2+e_{y1}e_{y2}+e_{y2}\left(a_{10}x_{10}+v_y-\ddot{x}_{9d}\right)\\ -c_{z1}e_{z1}^2+e_{z1}e_{z2}+e_{z2}(a_{11}x_{12}+v_z-\ddot{x}_{11d})\end{bmatrix}$$

حال برای پایدار سازی این رابطه، مقادیر اولیه ورودی کنترلی به زیر سیستم دورانی تولید می‌شود که به شکل زیر است :

(۲۳) ورودی مجازی نهایی

$$\begin{aligned}v_x&=(-e_{x1}-\hat{c}_{x2}e_{x2}-c_{x1}(e_{x2}-c_{x1}e_{x1})-a_9x_8+\ddot{x}_{7d})\\ v_y&=\left(-e_{y1}-\hat{c}_{y2}e_{y2}-c_{y1}\left(e_{y2}-c_{y1}e_{y1}\right)-a_{10}x_{10}+\ddot{x}_{9d}\right)\\ v_z&=(-e_{z1}-\hat{c}_{z2}e_{z2}-c_{z1}(e_{z2}-c_{z1}e_{z1})-a_{11}x_{12}+\ddot{x}_{11d})\end{aligned}$$

حال در رابطه بالا، ۳ عدد از ضرایب را تخمین خواهیم زد تا سیستم به فرم تطبیقی درآمده و در صورت تغییر محدود مشخصات سیستم و وجود نامعینی‌ها، سیستم مقاوم‌تر گردد. تخمین این سه ضریب به صورت زیر خواهد بود :

(۲۴) ورودی مجازی نهایی

$$\begin{cases}\dot{\hat{c}}_{x2}=\gamma_7e_{x2}^2\\ \dot{\hat{c}}_{y2}=\gamma_9e_{y2}^2\\ \dot{\hat{c}}_{z2}=\gamma_{11}e_{z2}^2\end{cases}$$

این نوع تخمین بر پایه معیار پایداری لیاپانوف است که در ادامه نشان‌داده می‌شود که کنترل‌گر نهایی با در نظر گرفتن قانون تطبیقی بالا، پایدار است. برای اثبات پایداری از لم باربالت استفاده می‌شود. طبق این لم داریم :

اگر تابع $f(t)$ یک تابع پیوسته یک‌نوا باشد و حد زیر وجود داشته باشد، آنگاه $f(t)$ به صورت مجانبی به صفر میل خواهد کرد.

(۲۵)

$$\lim_{t\to+\infty}\int_0^t f(\tau)d\tau$$

در ادامه پایداری معادله اول از رابطه ۲۲ را اثبات می‌کنیم و اثبات دو معادله دیگر کاملا مشابه خواهد بود. تابع کاندید لیاپانوف را به صورت زیر در نظر می‌گیریم :

(۲۶) تابع کاندید لیاپانوف جابه‌جایی در جهت x

$$v_{78}=v_8+\frac{1}{2\gamma_7}\tilde{c}_{x2}^2$$

در رابطه بالا $\tilde{c}_{x2}$ نماینده خطای تخمین خواهد بود. با مشتق‌گیری از آن داریم :

$$\begin{aligned}\dot{v}_{78} &= -c_{x1}e_{x1}^2 - \hat{c}_{x2}e_{x2}^2 + \frac{1}{\gamma_7}\tilde{c}_{x2}\dot{\tilde{c}}_{x2} \xrightarrow{\dot{\tilde{c}}_{x2}=\dot{c}_{x2}-\dot{\hat{c}}_{x2}\ ,\dot{c}_{x2}=0} \\ &= -c_{x1}e_{x1}^2 - (c_{x2}-\tilde{c}_{x2})e_{x2}^2 - \frac{1}{\gamma_7}\tilde{c}_{x2}\dot{\hat{c}}_{x2} \\ &= -c_{x1}e_{x1}^2 - c_{x2}e_{x2}^2 + \tilde{c}_{x2}\left(e_{x2}^2 - \frac{1}{\gamma_7}\dot{\hat{c}}_{x2}\right)\end{aligned}$$

(۲۷) مشتق رابطه ۲۶

حال اکر در رابطه بالا ترم $\left(e_{x2}^2 - \frac{1}{\gamma_7}\dot{\hat{c}}_{x2}\right)$ را برابر صفر در نظر بگیریم، رابطه ۲۴ بدست خواهد آمد و تابع لیاپانوف به صورت زیر ساده و منفی معین خواهد شد.

$$\dot{v}_{78} = -c_{x1}e_{x1}^2 - c_{x2}e_{x2}^2 \le 0$$

(۲۸) متشق نهایی تابع لیاپانوف

حال برای اطمینان از پایداری کلی سیستم زیر حرکت انتقالی تابع لیاپانوف زیر را در نظر می‌گیریم :

$$\begin{aligned}v_{sp} = \frac{1}{2}\Big(&e_{x1}^2 + e_{x2}^2 + \frac{1}{\gamma_7}\tilde{c}_{x2}^2 + e_{y1}^2 + e_{y2}^2 + \frac{1}{\gamma_9}\tilde{c}_{y2}^2 + e_{z1}^2 \\ &+ e_{z2}^2 + \frac{1}{\gamma_{11}}\tilde{c}_{z2}^2\Big)\end{aligned}$$

(۲۹) تابع لیاپانوف کلی

مشتق این تابع بو صورت زیر خواهد بود :

$$\begin{aligned}\dot{v}_{sp} = \big(&-c_{x1}e_{x1}^2 - c_{x2}e_{x2}^2 - c_{y1}e_{y1}^2 - c_{y2}e_{y2}^2 \\ &- c_{z1}e_{z1}^2 - c_{z2}e_{z2}^2\big) \le 0\end{aligned}$$

(۳۰) مشتق تابع لیاپانوف کلی

که تابعی مثبت معین است و پایداری سیستم نتیجه می‌شود. حال طبق معادلات رابطه ۱۰ داریم :

$$\begin{aligned}v_x &= \frac{1}{m}\left(C_{x_1}S_{x_3}C_{x_5} + S_{x_1}S_{x_5}\right)F_f \\ v_y &= \frac{1}{m}\left(C_{x_1}S_{x_3}S_{x_5} - S_{x_1}C_{x_5}\right)F_f \\ v_z &= -g + \frac{1}{m}\left(C_{x_1}C_{x_3}\right)F_f\end{aligned}$$

(۳۱)

حال این معادلات را به فرم زیر بازنویسی می‌کنیم :

$$\begin{aligned}F_f &= m\sqrt{v_x^2 + v_z^2 + (v_z+g)^2} \\ \phi_d &= \arctan\left(C_{\theta_d}\left(\frac{S_{\psi_d}v_x - C_{\psi_d}v_y}{v_z+g}\right)\right) \\ \theta_d &= \arctan\left(\frac{C_{\psi_d}v_x + S_{\psi_d}v_y}{v_z+g}\right)\end{aligned}$$

(۳۲) نحوه تولید ورودی مرجع

برای زیر سیستم دورانی

در این قسمت برای تولید ورودی مرجع کنترل‌کننده زیر سیستم دورانی می‌توان مقادیر بدست آمده از رابطه ۲۳ را در رابطه ۳۲ جاگذاری نمود. در این قسمت کار طراحی کنترل‌کننده انتقالی به پایان می‌رسد. در ادامه به طراحی کنترل‌کننده دورانی خواهیم پرداخت.

۲-۵ کنترل‌کننده حرکت دورانی

طراحی کنترل‌کننده دورانی تا قسمتی مشابه طراحی کنترل‌کننده انتقالی خواهد بود اما در قسمت دوم آن از روش مد لغزشی استفاده خواهد شد. برای شروع کار خطای ردیابی زیر را تعریف می‌کنیم. مقادیر مرجع این رابطه از رابطه ۳۲ بدست می‌آید. لازم به ذکر است که مقاله مقدار ψ مرجع نیز به صورت تابعی صریح از زمان در نظر گرفته که در فصل شبیه‌سازی به آن اشاره خواهد شد.

(۳۳) خطای ردیابی ورودی مرجع زاویه‌ای

$$\begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1d} \\ x_3 - x_{3d} \\ x_5 - x_{5d} \end{bmatrix}$$

با مشتق‌گیری از این رابطه خواهیم داشت :

(۳۴) مشتق خطای ردیابی ورودی مرجع زاویه‌ای

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\phi \\ \dot{e}_\theta \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \\ \dot{x}_5 - \dot{x}_{5d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - \dot{x}_{1d} \\ x_4 - \dot{x}_{3d} \\ x_6 - \dot{x}_{5d} \end{bmatrix}$$

حال برای پایدار سازی زیر سیستم یک از حرکت دورانی، تابع لیاپانوف زیر را در نظر می‌گیریم :

(۳۵) تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۱ حرکت دورانی

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} e_\phi^2 \\ \frac{1}{2} e_\theta^2 \\ \frac{1}{2} e_\psi^2 \end{bmatrix}$$

با مشتق‌گیری از این رابطه داریم :

(۳۶) مشتق تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۱ حرکت دورانی

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\phi \dot{e}_\phi \\ e_\theta \dot{e}_\theta \\ e_\psi \dot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\phi (x_2 - \dot{x}_{1d}) \\ e_\theta (x_4 - \dot{x}_{3d}) \\ e_\psi (x_6 - \dot{x}_{5d}) \end{bmatrix}$$

حال طبق نظر نویسندگان در صورتی که بردار ورودی مجازی برای این زیر سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شود سیستم پایدار خواهد بود :

(۳۷) ورودی مجازی برای زیر سیستم ۱

$$\begin{bmatrix} x_{2d} = s_\phi - c_\phi e_\phi + \dot{x}_{1d} \\ x_{4d} = s_\theta - c_\theta e_\theta + \dot{x}_{3d} \\ x_{6d} = s_\psi - c_\psi e_\psi + \dot{x}_{5d} \end{bmatrix}$$

که در آن سطوح لغزش به صورت زیر در نظر گرفته شده است :

$$\begin{bmatrix} s_{\phi} = \dot{e}_{\phi} + \alpha_{\phi} e_{\phi} + \beta_{\phi} e_{\phi}^{\frac{p_{\phi}}{q_{\phi}}} \\ s_{\theta} = \dot{e}_{\theta} + \alpha_{\theta} e_{\theta} + \beta_{\theta} e_{\theta}^{\frac{p_{\theta}}{q_{\theta}}} \\ s_{\psi} = \dot{e}_{\psi} + \alpha_{\psi} e_{\psi} + \beta_{\psi} e_{\psi}^{\frac{p_{\psi}}{q_{\psi}}} \end{bmatrix}$$

(۳۸) سطوح لغزش برای زیر سیستم ۱

اما در صورتی که این سطوح را ابتدا در رابطه ۳۷ و سپس در ۳۶ جاگذاری کنیم مشتق تابع لیاپانوف در صورت برابر شدن x_2 با x_{2d} منفی معین نبوده و پایداری زیر سیستم ۱ را نتیجه نمی‌دهد. برای اثبات این موضوع روابط زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} x_{2d} = \dot{e}_{\phi} + \alpha_{\phi} e_{\phi} + \beta_{\phi} e_{\phi}^{\frac{p_{\phi}}{q_{\phi}}} - c_{\phi} e_{\phi} + \dot{x}_{1d} \\ x_{4d} = \dot{e}_{\theta} + \alpha_{\theta} e_{\theta} + \beta_{\theta} e_{\theta}^{\frac{p_{\theta}}{q_{\theta}}} - c_{\theta} e_{\theta} + \dot{x}_{3d} \\ x_{6d} = \dot{e}_{\psi} + \alpha_{\psi} e_{\psi} + \beta_{\psi} e_{\psi}^{\frac{p_{\psi}}{q_{\psi}}} - c_{\psi} e_{\psi} + \dot{x}_{5d} \end{bmatrix}$$

(۳۹) جاگذاری رابطه ۳۸ در ۳۷

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{\phi}\left(\dot{e}_{\phi} + \alpha_{\phi} e_{\phi} + \beta_{\phi} e_{\phi}^{\frac{p_{\phi}}{q_{\phi}}} - c_{\phi} e_{\phi}\right) \\ e_{\theta}\left(\dot{e}_{\theta} + \alpha_{\theta} e_{\theta} + \beta_{\theta} e_{\theta}^{\frac{p_{\theta}}{q_{\theta}}} - c_{\theta} e_{\theta}\right) \\ e_{\psi}\left(\dot{e}_{\psi} + \alpha_{\psi} e_{\psi} + \beta_{\psi} e_{\psi}^{\frac{p_{\psi}}{q_{\psi}}} - c_{\psi} e_{\psi}\right) \end{bmatrix}$$

(۴۰) جاگذاری رابطه ۳۹ در ۳۶

همانطور که گفته شد در رابطه بالا، مشتق توابع لیاپانوف می‌تواند در بسیاری از مواقع مثبت شود و نشان از ناپایدار شدن زیر سیستم ۱ باشد. در ادامه با فرض صحیح بودن موارد بالا به بررسی بیشتر روابط بدست آمده نویسندگان خواهیم پرداخت.

در رابطه ۳۸ پارامترهای آلفا و بتا مقادیری مثبت می‌باشند و همچنین توان این روابط از رابطه زیر پیروی می‌کند :

$$0 < \frac{p_{\phi}}{q_{\phi}}, \frac{p_{\theta}}{q_{\theta}}, \frac{p_{\psi}}{q_{\psi}} < 1$$

(۴۱) شرایط توان‌ها

نویسندگان در ادامه رابطه زیر را به عنوان مشتق رابطه ۳۸ در نظر گرفته‌اند که خود نیز غلط است و دلیل آن ظاهر نشدن مشتق ترم خطا با توان نسبی در معادلات مشتقی است.

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_\phi = \ddot{e}_\phi + \alpha_\phi \dot{e}_\phi + \dfrac{p_\phi}{q_\phi} \beta_\phi e_\phi^{(p_\phi/q_\phi - 1)} \\ \dot{s}_\theta = \ddot{e}_\theta + \alpha_\theta \dot{e}_\theta + \dfrac{p_\theta}{q_\theta} \beta_\theta e_\theta^{(p_\theta/q_\theta - 1)} \\ \dot{s}_\psi = \ddot{e}_\psi + \alpha_\psi \dot{e}_\psi + \dfrac{p_\psi}{q_\psi} \beta_\psi e_\psi^{(p_\psi/q_\psi - 1)} \end{bmatrix}$$

(۴۲) مشتق نادرست سطوح لغزش

همانطور که مشاهده می‌شود این رابطه غلط محاسبه شده است و نویسندگان از این رابطه نادرست استفاده کرده‌اند. با محاسبه دوباره تمامی روابط که در ادامه آورده خواهد شد، استفاده کردن نویسندگان از این روابط نادرست محرز شد. همچنین با در نظر گرفتن خطا با توان نسبی باعث می‌شود که مقدار این ترم در بسیاری از موارد مختلط شده و گشتاورهای بدست آمده مختلط گرد که گویا نویسنگان به دلیل استفاده از نرم‌افزار متلب و محاسبه ترم خطا با توان نسبی متوجه آن نشده‌اند(متلب اندازه این ترم را در معادلات قرار می‌دهد و نه عدد اصلی که عددی مختلط است). به بررسی بیشتر معادلات مقاله ادامه می‌دهیم. در رابطه ۴۲ به دلیل وجود توان منفی برای خطا، در صورت نزدیک شده خطا به صفر، اندازه سطح لغزش به بینهایت میل خواهد کرد. به همین دلیل نویسندگان عبارت اصلاحی زیر را در شرایط خاص در نظر می‌گیرند :

$$s_i = \dot{e}_i + \alpha_i e_i + \beta_i \Phi(e_i)$$

(۴۳) رابطه کلی سطح لغزش

که در آن $\Phi(e_i)$ در صورت نزدیک شده خطا به سمت صفر به صورت زیر تغییر می‌کند :

$$\Phi(e_i) = \begin{cases} e_i^{\frac{p_i}{q_i}}, & \text{if } \overline{s_i} = 0 \text{ or } \overline{s_i} \neq 0, |e_i| > \mu_i \\ e_i \;, & \text{if } \overline{s_i} \neq 0\,, |e_i| \leqslant \mu_i \end{cases}$$

(۴۴) تعریف $\Phi(e_i)$

و در آن $i = (\phi, \theta, \psi)$ بوده و μ_i مقدار کوچک و مثبت است. در ادامه نویسنده به طراحی کنترل‌کننده با تعاریف بالا پرداخته و به معادلات نهایی کنترل‌کننده خواهد رسید. این معادلات تنها برای حالت اول از رابطه ۴۴ محاسبه شده‌اند و نویسندگان محاسبات را برای حالت دوم در مقاله خود قید نکرده‌اند. برای ادامه کار معادلات بدست آمده توسط نویسندگان را شرح داده و در نهایت معادلات صحیح بدسته آمده توسط نویسنده این گزارش ارائه خواهد شد.

برای پایدار سازی زیر سیستم دوم از معادلات حرکت دورانی تابع لیاپانوف زیر در نظر گرفته شده است :

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ v_4 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 + \dfrac{1}{2} s_\phi^2 \\ v_3 + \dfrac{1}{2} s_\theta^2 \\ v_5 + \dfrac{1}{2} s_\psi^2 \end{bmatrix}$$

(۴۵) تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۲ از حرکت دورانی

مشتق تابع لیاپانوف رابطه ۴۵ به صورت زیر خواهد بود :

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_2\\ \dot{v}_4\\ \dot{v}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{v}_1+s_\phi\dot{s}_\phi\\ \dot{v}_3+s_\theta\dot{s}_\theta\\ \dot{v}_5+s_\psi\dot{s}_\psi\end{bmatrix}$$

(۴۶) مشتق تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۲ از حرکت دورانی

حال برای بدست آورن فرم نهایی مشتق تابع لیاپانوف، نویسنده اشتباه دیگری مرتکب شده که به آن اشاره می‌کنیم :

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_2\\ \dot{v}_4\\ \dot{v}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-c_\phi e_\phi^2+e_\phi s_\phi+s_\phi\big(\ddot{e}_\phi+\alpha_\phi\dot{e}_\phi\\ +\dfrac{p_\phi}{q_\phi}\beta_\phi e_\phi^{(p_\phi/q_\phi-1)}\big)\\ -c_\theta e_\theta^2+e_\theta s_\theta+s_\theta(\ddot{e}_\theta+\alpha_\theta\dot{e}_\theta\\ +\dfrac{p_\theta}{q_\theta}\beta_\theta e_\theta^{(p_\theta/q_\theta-1)}\big)\\ -c_\psi e_\psi^2+e_\psi s_\psi+s_\psi\big(\ddot{e}_\psi+\alpha_\psi\dot{e}_\psi\\ +\dfrac{p_\psi}{q_\psi}\beta_\psi e_\psi^{(p_\psi/q_\psi-1)}\big)\end{bmatrix}$$

(۴۷) مشتق تابع لیاپانوف برای زیر سیستم ۲ از حرکت دورانی

این عبارت به اشتباه و ساده انگارانه بدست آورده شده است. نویسندگان برای بدست آوردن رابطه ۴۷، در رابطه ۴۶ به جای بردار $[\dot{v}_1 \quad \dot{v}_3 \quad \dot{v}_5]^T$، جاگذاری شده رابطه ۳۷ در ۳۶ را قرار داده‌اند که در مراحل طراحی یک کنترل‌کننده پسگام خطا امری اشتباه است. دلیل آن وجود خطا در ردیابی ورودی مجازی رابطه ۳۷ می‌باشد. رابطه ۴۷ تنها زمانی صحت دارد که خطای ردیابی مقادیر بدست آمده در رابطه ۳۷ برابر صفر باشد. در هیچ یک از مقاله‌های بازسازی شده نویسنده این گزارش در زمان گذشته به چنین مورد برخورد نشده بود و فرم کلی رابطه ۴۷ می‌بایست دارای ترم‌های بیشتری باشد. حال با وجود اشتباهات ذکر شده به بررسی مقاله ادامه داده تا فرم کلی کنترل‌کننده طراحی شده بررسی شود.

با توجه به رابطه ناصحیح ۴۷ مقدار گشتاورهای مورد نیاز جهت ورود به سطح لغزش و باقی‌ماندن در آن محاسبه خواهد شد که این گشتاورها به صورت زیر خواهد بود :

$$\begin{aligned}\tau_{\phi eq}&=\frac{1}{b_1}\big(-(a_1x_4x_6+a_2x_4+a_3x_2^2)+\ddot{x}_{1d}-\alpha_\phi\big(s_\phi\\ &\quad-c_\phi e_\phi\big)+\frac{p_\phi}{q_\phi}\beta_\phi e_\phi^{(p_\phi/q_\phi-1)}\Big)\\ \tau_{\theta eq}&=\frac{1}{b_2}\big(-(a_4x_2x_6+a_5x_2+a_6x_4^2)+\ddot{x}_{3d}-\alpha_\theta(s_\theta\\ &\quad-c_\theta e_\theta)+\frac{p_\theta}{q_\theta}\beta_\theta e_\theta^{(p_\theta/q_\theta-1)}\Big)\\ \tau_{\psi eq}&=\frac{1}{b_3}\big(-(a_7x_2x_4+a_8x_6^2)+\ddot{x}_{5d}-\alpha_\psi\big(s_\psi\\ &\quad-c_\psi e_\psi\big)+\frac{p_\psi}{q_\psi}\beta_\psi e_\psi^{(p_\psi/q_\psi-1)}\Big)\end{aligned}$$

(۴۸) گشتاورهای مورد نیاز جهت ورود و باقی‌ماندن در سطح لغزش

حال برای تکمیل کنترل‌کننده مد لغزشی ترم‌های زیر را به گشتاور تولیده اضافه کرده تا شرایط سویچینگ در دو سمت سطح لغزش مهیا شود.

$$\tau_{\phi s} = \frac{1}{b_1}\left(-k_\phi \operatorname{sign}(s_\phi)\right)$$
$$\tau_{\theta s} = \frac{1}{b_2}\left(-k_\theta \operatorname{sign}(s_\theta)\right)$$
$$\tau_{\psi s} = \frac{1}{b_3}\left(-k_\psi \operatorname{sign}(s_\psi)\right)$$

(۴۹) گشتاورهای سویچینگ سطح لغزش

با توجه به موارد بالا فرم کلی گشتاور تولیدی به صورت زیر خواهد بود :

$$\tau_\phi = \tau_{\phi eq} + \tau_{\phi s}$$
$$\tau_\theta = \tau_{\theta eq} + \tau_{\theta s}$$
$$\tau_\psi = \tau_{\psi eq} + \tau_{\psi s}$$

(۵۰) گشتاورهای کلی

حال با قرار داد روابط۴۸ و ۴۹ در رابطه ۵۰ به رابطه زیر خواهیم رسید :

$$\tau_\phi = \frac{1}{b_1}\Big(-(a_1x_4x_6 + a_2x_4 + a_3x_2^2) + \ddot{x}_{1d} - \alpha_\phi\big(s_\phi - c_\phi e_\phi\big) + \frac{p_\phi}{q_\phi}\beta_\phi e_\phi^{(p_\phi/q_\phi - 1)} - \hat{k}_\phi \operatorname{sign}(s_\phi)\Big)$$
$$\tau_\theta = \frac{1}{b_2}\Big(-(a_4x_2x_6 + a_5x_2 + a_6x_4^2) + \ddot{x}_3 - \alpha_\theta(s_\theta - c_\theta e_\theta) + \frac{p_\theta}{q_\theta}\beta_\theta e_\theta^{(p_\theta/q_\theta - 1)} - \hat{k}_\theta \operatorname{sign}(s_\theta)\Big)$$
$$\tau_\psi = \frac{1}{b_3}\Big(-(a_7x_2x_4 + a_8x_6^2) + \ddot{x}_{5d} - \alpha_\psi\big(s_\psi - c_\psi e_\psi\big) + \frac{p_\psi}{q_\psi}\beta_\psi e_\psi^{(p_\psi/q_\psi - 1)} - \hat{k}_\psi \operatorname{sign}(s_\psi)\Big)$$

(۵۱) گشتاورهای کلی

در رابطه بالا مقدار ضرایب k به کمک مکانیزم تطابق زیر بدست خواهد آمد :

$$\begin{cases} \dot{\hat{k}}_\phi = \gamma_\phi |s_\phi| \\ \dot{\hat{k}}_\theta = \gamma_\theta |s_\theta| \\ \dot{\hat{k}}_\psi = \gamma_\psi |s_\psi| \end{cases}$$

(۵۲) مکانیزم تطابق زیر سیستم دورانی

اثبات پایداری برای سیستم با لحاظ کردن رابطه ۵۰ بسیار مشابه زیر سیستم حرکت انتقالی است که در اینجا به محاسبات آن اشاره می‌کنیم. تابع لیاپانوف را برای زاویه ϕ به صورت زیر در نظر می‌گیریم. بررسی پایداری سایر زوایا کاملا مشابه است.

$$\nu_{12} = \nu_2 + \frac{1}{2\gamma_\phi}\tilde{k}_\phi^2$$

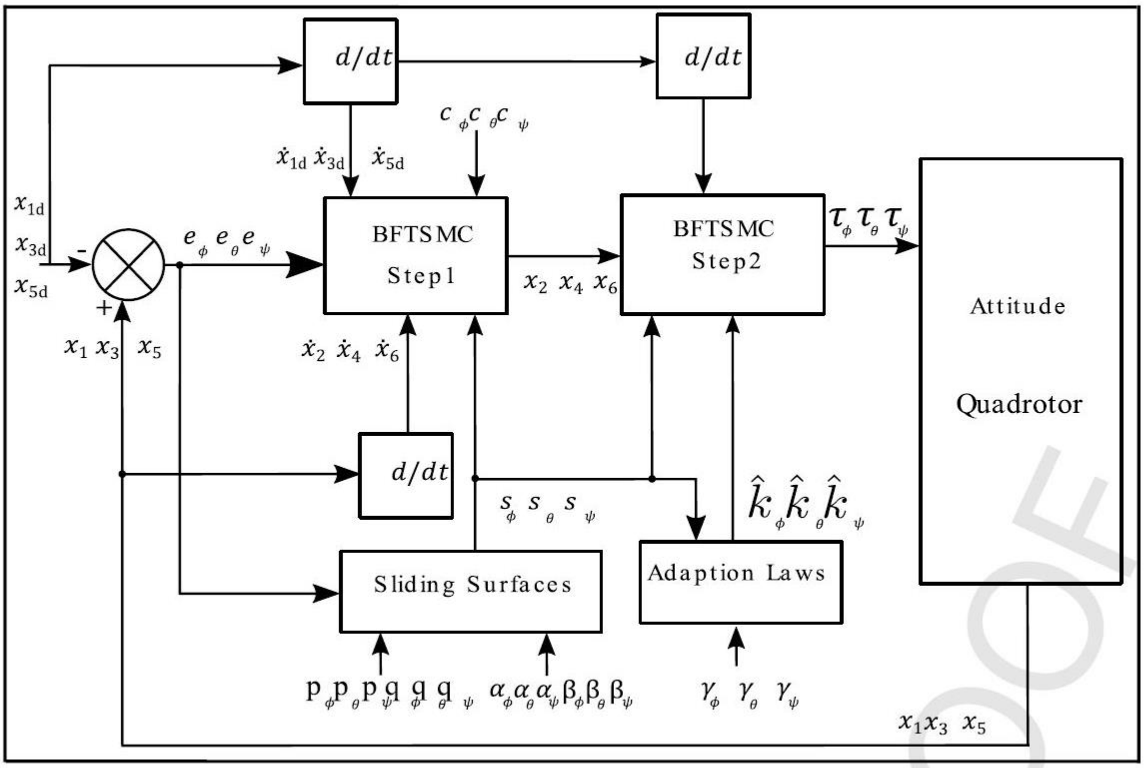
(۵۳) تابع لیاپانوف

مشتق این تابع به صورت زیر خواهد بود :

$$
\begin{aligned}
\dot{v}_{12} &= -c_\phi e_\phi^2 + s_\phi e_\phi + s_\phi\Big(a_1x_4x_6 + a_2x_4 + a_3x_2^2 + b_1\tau_\phi \\
&\quad +\alpha_\phi(s_\phi - c_\phi e_\phi) + \frac{p_\phi}{q_\phi}\beta_\phi e_\phi^{\left(\frac{p_\phi}{q_\phi}-1\right)}\Big) + \frac{1}{\gamma_\phi}\tilde{k}_\phi\dot{\hat{k}}_\phi \\
&= -c_\phi e_\phi^2 + s_\phi e_\phi + s_\phi\big(-\hat{k}_\phi\,\mathrm{sign}(s_\phi)\big) + \frac{1}{\gamma_\phi}\tilde{k}_\phi\dot{\hat{k}}_\phi \\
&= -c_\phi e_\phi^2 - s_\phi(k_\phi - \tilde{k}_\phi)\,\mathrm{sign}(s_\phi) - \frac{1}{\gamma_\phi}\tilde{k}_\phi\dot{\hat{k}}_\phi \\
&= -c_\phi e_\phi^2 - k_\phi|s_\phi| + \tilde{k}_\phi\left(|s_\phi| - \frac{1}{\gamma_\phi}\dot{\hat{k}}_\phi\right) \le 0
\end{aligned}
$$

(۵۴) تابع لیاپانوف

که نشان از پایداری سیستم دارد اما همانطور که گفته شد، این روابط نادرست به دست آمده‌اند. بلوک دیاگرام کنترلی زیر سیستم دورانی نهایت در شکل آورده شده است.



شکل ۲-۳ دیاگرام بلوکی کنترل‌کننده زیر سیستم دورانی طراحی شده

۲-۶ طراحی نویسنده گزارش

برای رفع مشکل مختلط شدن اندازه سطح لغزش، قدرمطلق خطا را به توانی بدون عامل ۰.۵ می‌رسانیم. در این صورت سطح لغزش حقیقی باقی خواهد ماند. همچنین تمامی روابط برای کنترل‌کننده دورانی با لحاظ کردن موارد گفته شده باز نویسی شد تا کنترل‌کننده صحیح‌تری بدست آید. معادلات نیز برای حالت دوم رابطه ۴۴ نیز بدست آورده شد که نتایج کلی به صورت کد در ذیل آورده شده است :

جدول ۲-۱ معادلات در نظر گرفته شده برای تولید گشتاورهای مناسب اصلاح شده در قالب کد

Code

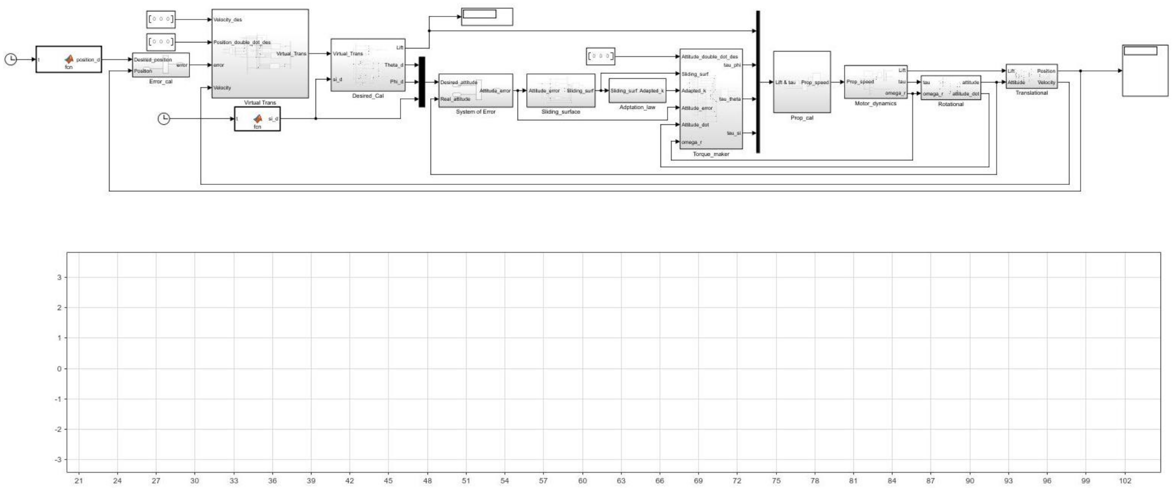
```
%% Phi Control Signal

if (s_bar_phi == 0)||(s_bar_phi~=0 && abs(e_phi)>mu_phi)

    tau_phi_eq = (1/b1)*(-(a1*x4*x6+a2*x4+a3*x2^2) + xDoubleDot1_d - ...
        alpha_phi*(s_phi-c_phi*e_phi)-...
        (s_phi-c_phi*e_phi)*(beta_phi*(p_phi/q_phi)*sign(e_phi)*(abs(e_phi))^((p_phi/q_phi)-1))-
e_phi);

elseif (s_bar_phi~=0 && abs(e_phi)<= mu_phi)

    tau_phi_eq = (1/b1)*(-(a1*x4*x6+a2*x4+a3*x2^2) + xDoubleDot1_d - ...
        (alpha_phi+beta_phi)*(s_phi-c_phi*e_phi)-e_phi);
end

%% Theta Control Signal

if (s_bar_theta == 0)||(s_bar_theta~=0 && abs(e_theta)>mu_theta)

    tau_theta_eq = (1/b2)*(-(a4*x2*x6+a5*x2+a6*x4^2) + xDoubleDot3_d - ...
        alpha_theta*(s_theta-c_theta*e_theta)-...
        (s_theta-c_theta*e_theta)*(beta_theta*(p_theta/q_theta)*sign(e_theta)*...
        (abs(e_theta))^((p_theta/q_theta)-1))-e_theta);

elseif(s_bar_theta~=0 && abs(e_theta)<= mu_theta)

    tau_theta_eq = (1/b2)*(-(a4*x2*x6+a5*x2+a6*x4^2) + xDoubleDot3_d - ...
        (alpha_theta+beta_theta)*(s_theta-c_theta*e_theta)-e_theta);

end

%% Say Control Signal

if (s_bar_say == 0)||(s_bar_say~=0 && abs(e_say)>mu_say)

    tau_say_eq = (1/b3)*(-(a7*x2*x4+a8*x6^2) + xDoubleDot5_d - ...
        alpha_say*(s_say-c_say*e_say)-...
        (s_say-c_say*e_say)*(beta_say*(p_say/q_say)*sign(e_say)*...
        (abs(e_say))^((p_say/q_say)-1))-e_say);

elseif (s_bar_say~=0 && abs(e_say)<= mu_say)

    tau_say_eq = (1/b3)*(-(a7*x2*x4+a8*x6^2) + xDoubleDot5_d - ...
        (alpha_say+beta_say)*(s_say-c_say*e_say)-e_say);
end

tau_phi_s = (1/b1)*(-kHat_phi(i)*tanh(s_phi));
tau_theta_s = (1/b2)*(-kHat_theta(i)*tanh(s_theta));
tau_say_s = (1/b3)*(-kHat_say(i)*tanh(s_say));

tau_phi = tau_phi_eq + tau_phi_s;
tau_theta = tau_theta_eq + tau_theta_s;
tau_say = tau_say_eq + tau_say_s;
```

فصل سوم

شبیه‌سازی

۳-۱ مقدمه

در این فصل به شبیه‌سازی و بررسی نتایج کنترل‌کننده طراحی شده پرداخته خواهد شد تا صحت آن را بررسی شود. برای انجام مقایسه بهتر، این کنترل‌کننده با یک کنترل‌کننده تطبیقی پسگام خطا مد لغزشی ساده مقایسه خواهد شد. کنترل‌کننده تطبیقی پسگام خطا با برابر صفر قرار دادن ضریب بتا بدست خواهد آمد. برای انجام شبیه‌سازی در محیط اسکریپ نویسی متلب کدنویسی انجام شده است. اما تلاش شد تا به کمک سیمولینک نیز این کنترل‌کننده پیاده سازی شود که به دلیل ناپایدار بودن، نتایج آن قابل ارائه نیست. به دلیل طولانی بودن کد نوشته شده، از آوردن آن در گزارش صرف نظر کرده و تنها عکسی از فایل سیمولینک قرار می‌دهیم. ساختار این فایل بسیار مشابه کد نوشته شده در محیط اسکریپت نویسی است.



شکل ۳-۱ تصویر فایل سیمولینک طراحی شده(این فایل ناپایدار است)

۳-۲ نتایج

طبق مقاله مسیری که برای کوآدروتور تعریف می‌شود از نقاط جدول زیر گذشته و از آن پیروی می‌کند :

جدول ۳-۱ مسیر تعریف شده برای کوآدروتور

زمان(ثانیه)	مقدار	متغیر
0	$[0.6 \quad 0.6 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
10	$[0.3 \quad 0.6 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
20	$[0.3 \quad 0.3 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
30	$[0.6 \quad 0.3 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
40	$[0.6 \quad 0.6 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
50	$[0.6 \quad 0.6 \quad 0.6]$	$[x_d \quad y_d \quad z_d]$
0	0.5 rad	$[\psi_d]$
50	0 rad	$[\psi_d]$

مقادیر پارامترهای کوآروتور در جدول زیر آورده شده است :

جدول ۳-۲ مقادیر پارامترهای کوآروتور در نظر گرفته شده و مشخصات فیزیکی آن

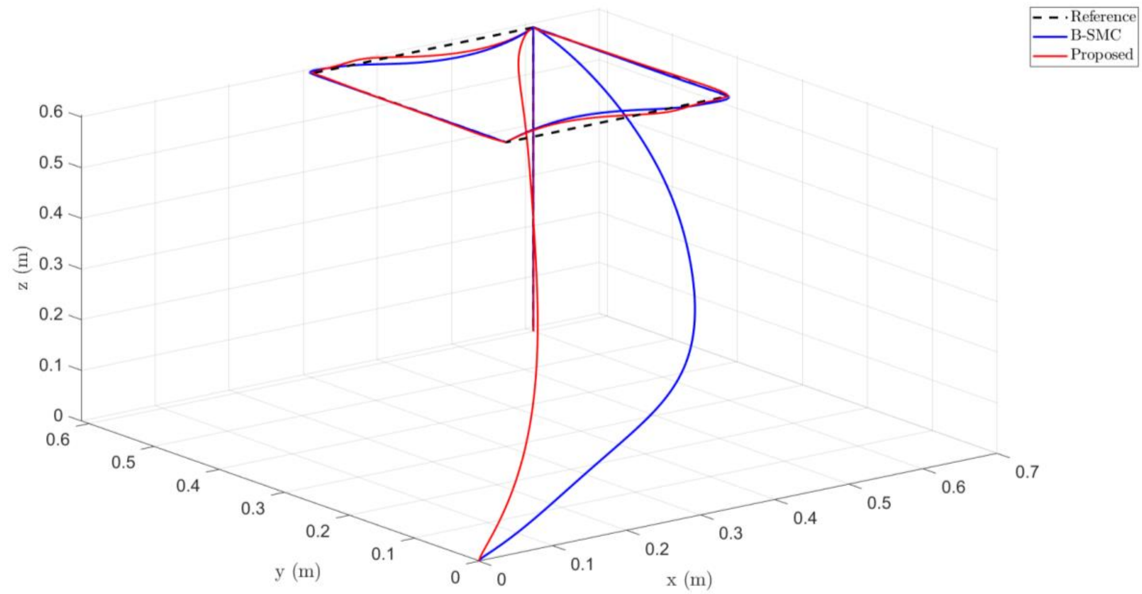
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$g(m/s^2)$	9.81	$k_2(N/m/s)$	$5.5670e-4$
$m(kg)$	0.486	$k_3(N/m/s)$	$5.5670e-4$
$I_{xx}(kg.m^2)$	$3.827e-3$	$k_4(N/m/s)$	$5.5670e-4$
$I_{yy}(kg.m^2)$	$3.827e-3$	$k_5(N/m/s)$	$5.5670e-4$
$I_{zz}(kg.m^2)$	$7.6566e-3$	$k_6(N/m/s)$	$5.5670e-4$
$I_r(kg.m^2)$	$2.8385e-5$	$k_p(N.s^2)$	$2.9842e-3$
$k_1(N/m/s)$	$5.5670e-4$	$c_d(N.m.s^2)$	$3.2320e-2$

مقادیر پارامترهای کنترل‌کننده نیز در جدول زیر آورده شده است :

جدول ۳-۳ مقادیر ضرایب و پارامترهای کنترل‌کننده‌های انتقالی و دورانی

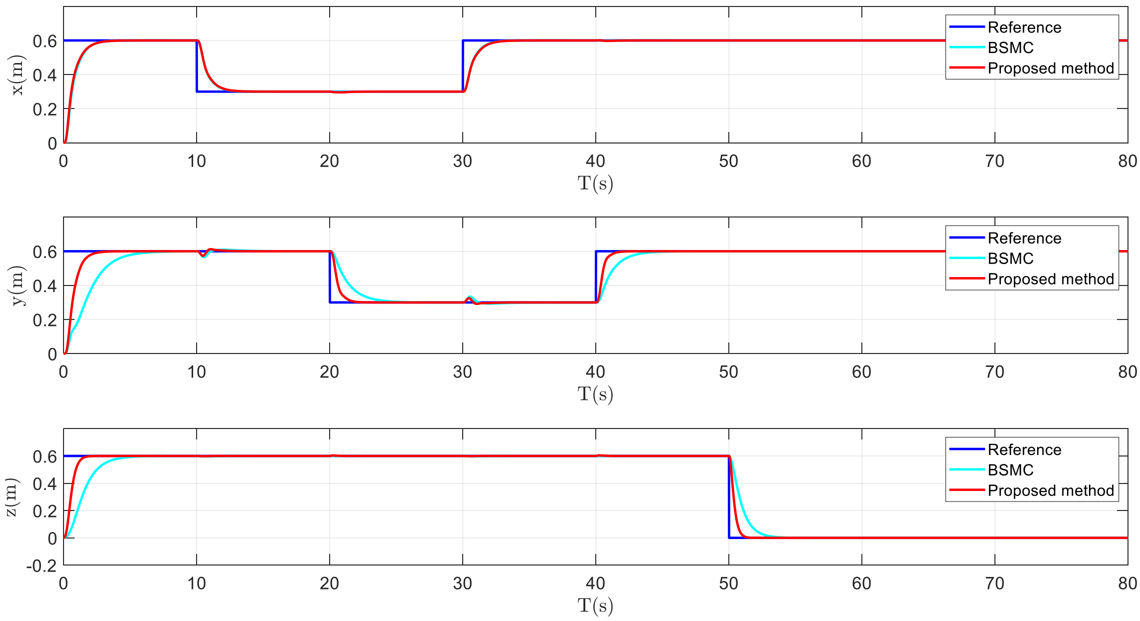
پارامتر	مقدار
c_ϕ, c_θ, c_ψ	0.01
$\beta_\phi, \beta_\theta, \beta_\psi$	0.2146
$\alpha_\phi, \alpha_\theta, \alpha_\psi$	10
p_ϕ, p_θ, p_ψ	3
q_ϕ, q_θ, q_ψ	5
$\gamma_\phi, \gamma_\theta, \gamma_\psi$	75
$\gamma_7, \gamma_9, \gamma_{11}$	$0.5,1.2,1.5$
c_{x1}, c_{y1}, c_{z1}	$0.8,4,5$

نتایج شبیه‌سازی به صورت زیر بدست آمد :



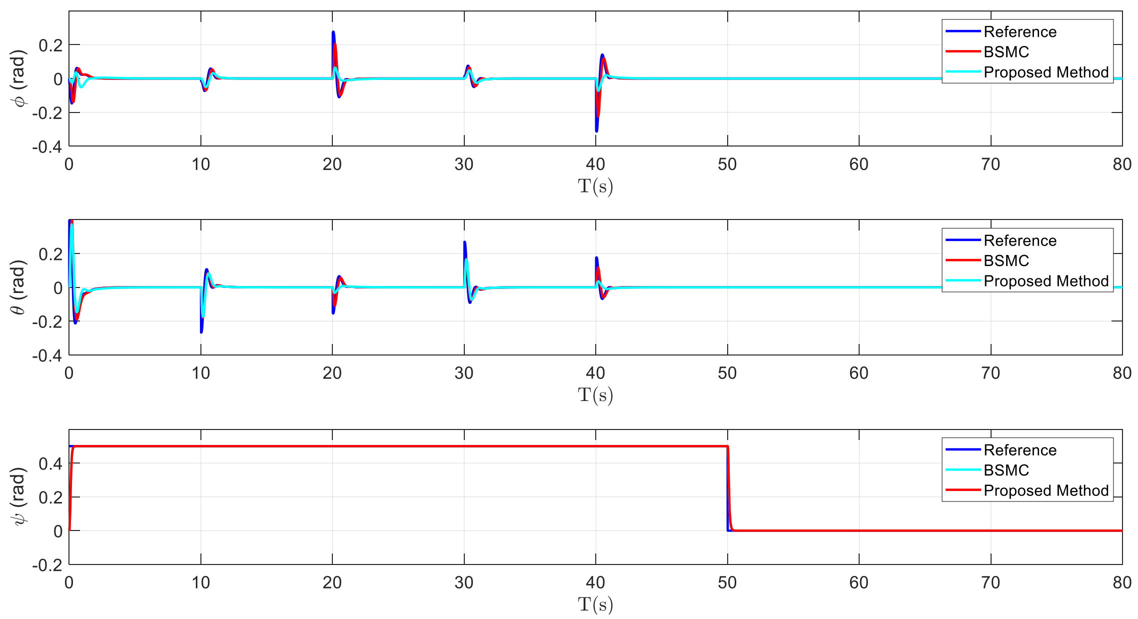
شکل ۳-۱ نمای ۳ بعدی از پاسخ کوآروتور برای دو کنترل‌کننده طراحی شده

طبق شکل ۳-۱ مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده‌ای که دارای خطا با توان نسبی است سرعت تعقیب بهتری داشته و فراجهش آن کمتر بوده است. برای نمایش بهتر این موضوع می‌توان به شکل ۳-۲ توجه کرد.



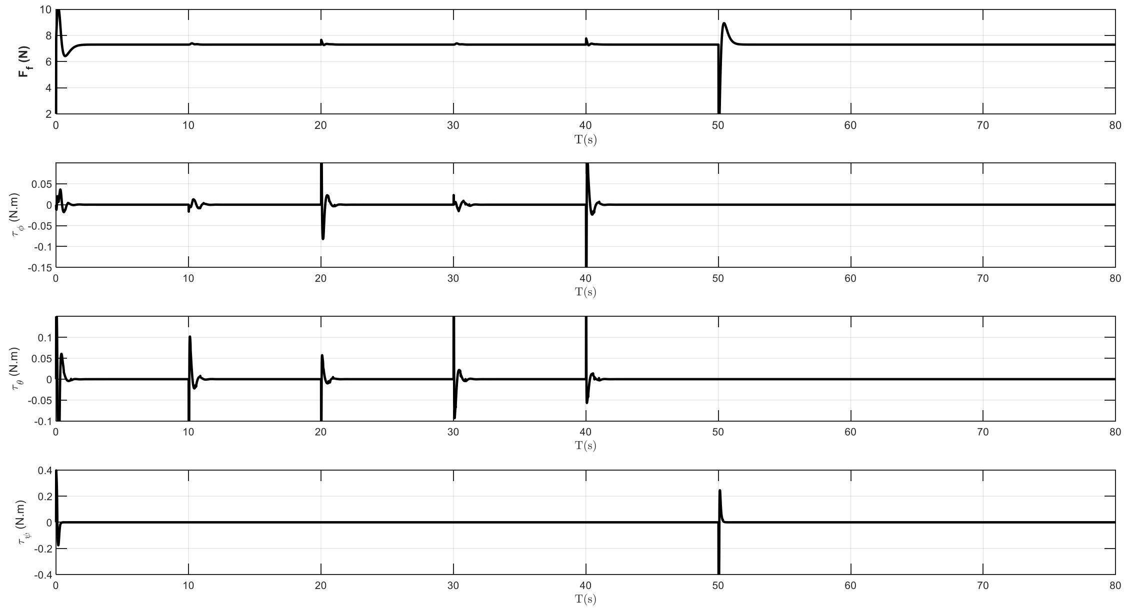
شکل ۳-۲ نمودارهای تعقیب ورودی مرجع حرکت انتقالی در ۳ راستای مختصات

طبق شکل بالا روش ارائه شده مشخصات بهتری در تعقیب ورودی مرجع دارد و توانسته خطای کمتری نسبت به روش دیگر داشته باشد. دلیل موفقیت بیشتر کنترل‌کننده ارائه شده در شکل زیر قابل مشاهده است. این دو کنترل‌کننده تنها در کنترل‌کننده زیر سیستم حرکت دورانی تفاوت دارند و همین امر باعث شده تا کنترل‌کننده ارائه شده ورودی مرجع زاویه را بهتر دنبال کند.



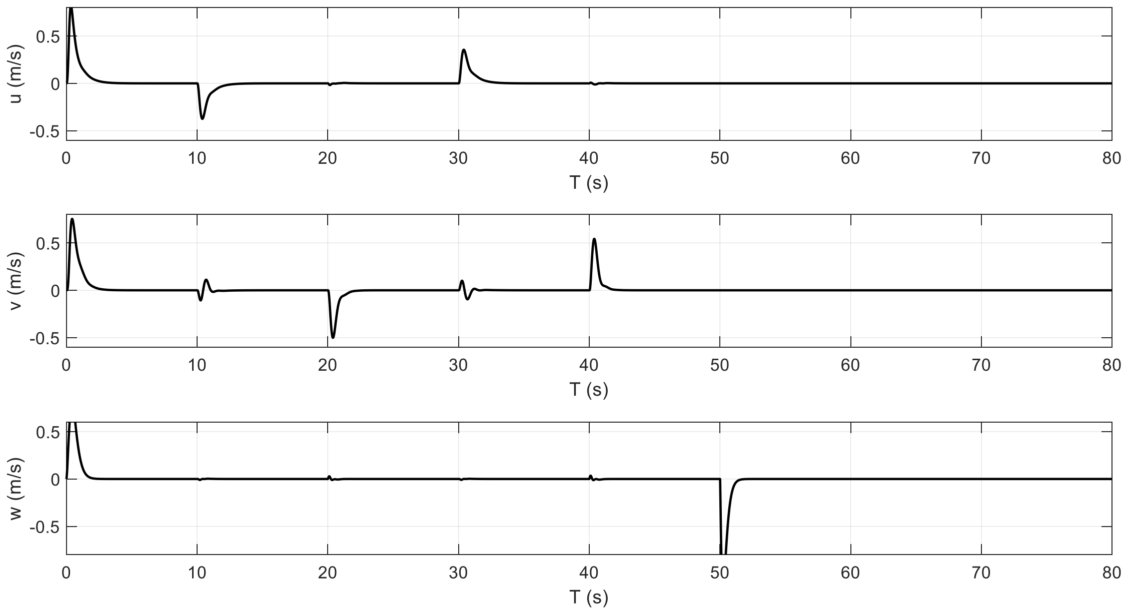
شکل ۳-۳ نمودارهای تعقیب ورودی مرجع حرکت دورانی، تولید شده توسط کنترل‌کننده انتقالی

در شکل زیر نمودار خروجی‌های کنترلی زیر سیستم حرکت انتقالی آورده شده است. از آنجایی برای هر دو کنترل‌کننده این بخش مشابه است، شکل زیر تنها برای زیر کنترل‌کننده ارائه شده آورده شده است.

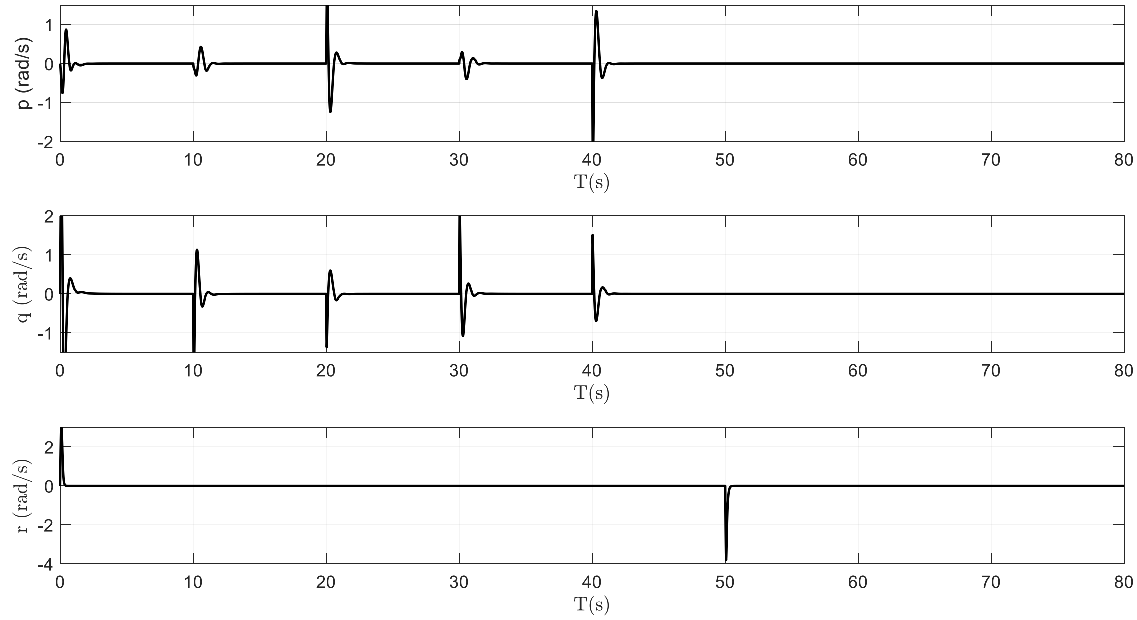


شکل ۳-۴ مقادیر نیروی برا و گشتاورهای تولید شده توسط موتورها

همچنین نمودارهای سرعت انتقالی و سرعت زاویه‌ای کوآدروتور در شکل‌های آورده شده است.

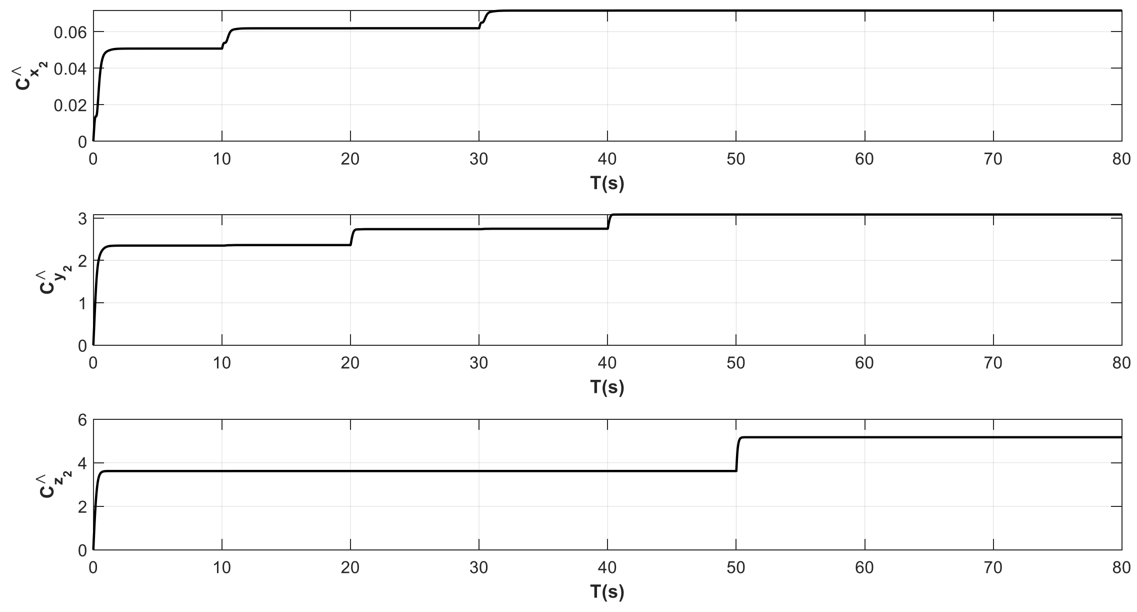


شکل ۳-۵ نمودار سرعت کوآدروتور در ۳ راستای مختصات

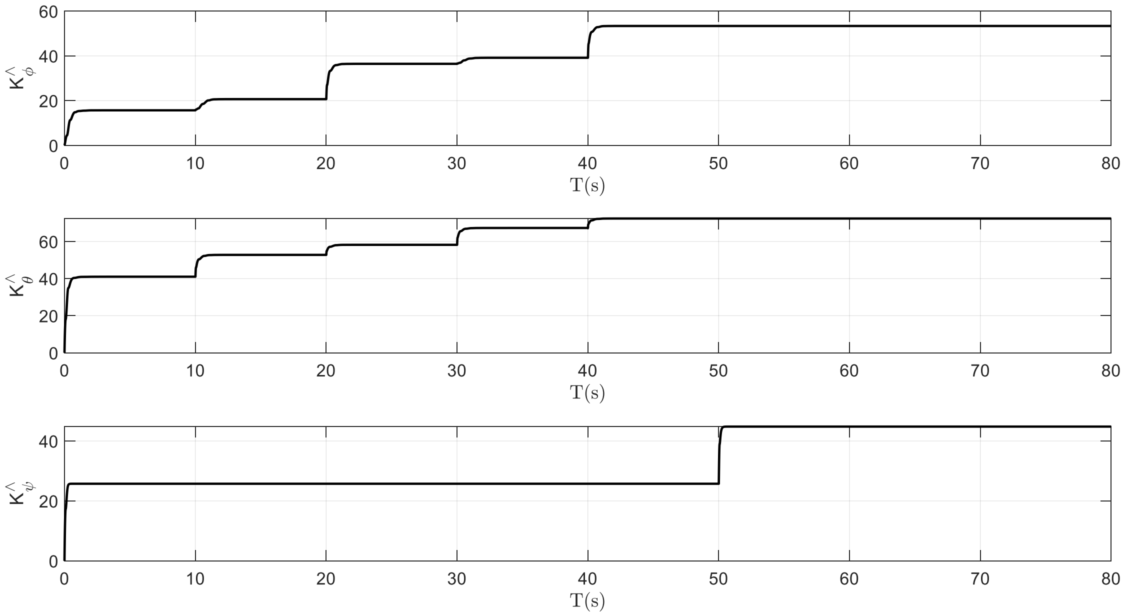


شکل ۳-۶ نمودار سرعت‌های زاویه کوآدروتور

برای بررسی تخمین خوردن ضرایب کنترل‌کننده ارائه شده، نمودارهای زیر اورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود بعد از تخمین اولیه ضرایب، در هنگام تغییر ورودی مرجع ضرایب نیز تغییر می‌کنند که این مورد نشان از عملکرد مکانیزم تطابق دارد. با تغییر این ضرایب، کوآدروتور نسبت به تغییر ورودی مرجع مقاوم‌تر خواهد بود و ورودی را بهتر تعقیب خواهد کرد.



شکل ۳-۷ نمودار مقادیر تخمین خورده برای ضرایب کنترل‌کننده حرکت انتقالی



شکل ۳-۸ نمودار مقادیر تخمین خورده برای ضرایب کنترل‌کننده حرکتدپ دورانی

۳-۳ نتیجه‌گیری

در این مقاله به طراحی یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال سریع پسگام خطای تطبیقی پرداخته شد. در ابتدا معادلات دینامیکی حاکم استخراج شده و سپس با رویکرد طراحی یک کنترل‌کننده غیرخطی برای آن، مراحل مورد نظر طی شد. کنترل‌کننده طراحی شده برای زیر سیستم انتقالی یک کنترل‌کننده پسگام خطای تطبیقی بوده و برای زیر سیستم دورانی یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال سریع پسگام خطای تطبیقی طراحی شد. از نظر نویسنده گزارش، در مراحل طراحی کنترل‌کننده برای زیر سیستم دورانی چند اشتباه رخ داده است که تلاش شد با ارائه یک راهکار و استخراج مجدد قوانین کنترلی بر طرف شوند. بخش تطبیقی طراحی بر پایه معیار پایداری لیاپانوف بوده و مکانیزم تطابقی بدست آمد تا سیستم حلقه بسته پایدار باشد. در نهایت پاسخ کنترل‌کننده ارائه شده با یک کنترل‌کننده مد لغزشی پسگام خطای تطبیقی ساده مقایسه شد. طبق نتایج بدست آمده کنترل‌کننده ارائه شده توانست در تعقیب ورودی و یا به عبارتی مسیر تعریف شده بهتر از کنترل‌کننده دیگر عمل کند و سرعت پاسخ بهتری داشته باشد. همچنین نسبت به تغییر ورودی مرجع مقاوم‌تر عمل کرده است. اما اشاره به این نکته نیز مهم است که پاسخ این کنترل‌کننده‌ها عموما بسیار بستگی به پارامترها و ضرایب کنترل‌کننده دارد و می‌توان با انتخاب درست این ضرایب به نتایج مناسب‌تری برای هر دو کنترل‌کننده رسید.

توضیحاتی در ارتباط با فایل‌های ارسالی

در فایل زیپ پیوست شده یک فایل سیمولینک به همراه فایل اسکریپتی با نام parameters_ABFTSMC قرار دارد که جهت اجرای سیمولینک می‌بایست اجرا شود. همچنین برای اجرای کد اصلی، فایل ABFTSMC_script می‌بایست اجرا

شود. در اولین اجرا دو پارامتر comparison و switcher بر روی صفر قرار داده شود و سپس هر دو این مقادیر به ۱ تغییر پیدا کرده و بار دیگر اجرا شود. نتایج بدست آمده همان نتایج آورده شده در گزارش خواهد بود.

منابع

برای بررسی مقاله انتخاب شده و کسب اطلاعات بیشتر از ۴ مقاله استفاده زیر شده است[4]–[1].

[1] J. Liu and X. Wang, “Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems,” *Adv. Sliding Mode Control Mech. Syst.*, 2011, doi: 10.1007/978-3-642-20907-9.

[2] M. Labbadi, M. Cherkaoui, Y. El Houm, and M. Guisser, “Modeling and robust integral sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle,” *Proc. 2018 6th Int. Renew. Sustain. Energy Conf. IRSEC 2018*, Jul. 2018, doi: 10.1109/IRSEC.2018.8702881.

[3] C. Hua, J. Chen, and X. Guan, “Fractional-order sliding mode control of uncertain QUAVs with time-varying state constraints,” *Nonlinear Dyn. 2018 952*, vol. 95, no. 2, pp. 1347–1360, Nov. 2018, doi: 10.1007/S11071-018-4632-0.

[4] M. Labbadi and M. Cherkaoui, “Robust adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller for uncertain quadrotor UAV,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 93, p. 105306, Oct. 2019, doi: 10.1016/J.AST.2019.105306.