



شمارش و مقدمات احتمال

مسئله‌ی ۱. مجموعه بازی*

تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ را بیابید که هیچ دو عضوی از آن متوالی نباشند.

مسئله‌ی ۲. رنگ بازی*

در یک جعبه m توپ قرمز و n توپ آبی داریم. در هر مرحله یک توپ را به تصادف از جعبه خارج میکنیم تا زمانی که در مجموع r توپ قرمز دیده باشیم. احتمال این که در مجموع k توپ از جعبه بیرون آورده باشیم چه قدر است؟

مسئله‌ی ۳. جرئت یا حقیقت؟

هفت نفر در یک مهمانی دور یک میز نشسته‌اند. سه نفر از آن‌ها به تصادف انتخاب شده و سایرین با این افراد بازی جرئت حقیقت را بازی می‌کنند (۴ نفر دیگر تنها سوال می‌پرسند). احتمال این که حداقل دو نفر از این سه نفر کنار یکدیگر نشسته باشند، چه قدر است؟

مسئله‌ی ۴. جایگشت

فرض کنید a_1, \dots, a_{100} یک جایگشت تصادفی از اعداد ۱ تا ۱۰۰ باشند. چقدر احتمال دارد که هیچ یک از اعداد $S_1 = a_1$ ، $S_2 = a_1 + a_2$ ، \dots ، $S_{100} = a_1 + \dots + a_{100}$ بر ۳ بخش پذیر نباشند؟

احتمال شرطی ، استقلال

مسئله‌ی ۵. بچه چیه؟

می‌دانیم خانواده‌ای یک فرزند پنج ساله و یک فرزند سه ساله دارد. فرض کنید احتمال دختر یا پسر بودن هر نوزاد، فارغ از جنسیت سایر فرزندان یکسان است.

الف

احتمال این که این خانواده حداقل یک فرزند دختر داشته باشد را حساب کنید.

ب

اگر بدانیم فرزند اول دختر است احتمال این که فرزند دیگر نیز دختر باشد را حساب کنید.

ج

اگر بدانیم این خانواده یک فرزند دختر دارد احتمال این که فرزند دیگر نیز دختر باشد را حساب کنید.

مسئله ۶. فروشگاه قطعات ماشین*

۱۰۰ نفر آدم در فروشگاه قطعات خودرو حضور دارند. از این میان ۴۰ نفر هستند که لاستیک خریداری کرده اند، ۳۰ نفر هستند که روغن موتور خریداری کرده اند و ۲۰ نفر هستند که هم لاستیک خریده اند هم روغن موتور.

یک نفر را به صورت شانسی انتخاب کردیم و او گفته است که لاستیک خریداری کرده است. چقدر احتمال دارد که این شخص روغن موتور خریده باشد؟

مسئله ۷. توپ بازی*

در کیسه ای ۴ توپ قرمز و ۵ توپ آبی قرار دارد. اگر از این کیسه ۴ توپ را به صورت تصادفی در بیاوریم چقدر احتمال دارد ۲ تای اولی قرمز و ۲ تای بعدی آبی باشند؟

مسئله ۸. بادکنک بازی

۵۰ بادکنک در جعبه ای قرار دارند که می دانیم ۵ تای آنها سوراخ دارند. احتمال این که ۳ بادکنک برداریم و همگی سالم باشند چقدر است؟

مسئله ۹. سکه بازی*

دو سکه داریم که با پرتاب اولی به احتمال $0/5$ شیر و به احتمال $0/5$ خط میاید و با پرتاب دومی به احتمال $0/6$ شیر ظاهر می شود و به احتمال $0/4$ خط.

یک سکه را شانسی برداشته ایم و پس از ۳ بار پرتاب کردن آن، به ترتیب به نتایج خط – شیر – شیر دست یافته ایم.

احتمال این که پرتاب چهارم خط بیاید چقدر است؟

مسئله ۱۰. این کارا آخر عاقبت نداره! ^۱ (برای علاقه‌مندان)

الکسی ایوانوویچ، قهرمان داستان قمارباز، نوشته فئودور داستایوفسکی، در مقابل فرد بسیار ثروتمندی در حال انجام عمل تقییح شده قمار است و در هر گام یا با احتمال p برنده ی یک واحد و یا با احتمال $1 - p$ بازنده ی یک واحد میشود. نشان دهید احتمال این که الکسی در نهایت ورشکست شود به ازای $p \leq 0.5$ برابر با یک و به ازای $p > 0.5$ برابر است با $(q/p)^i$: $q = 1 - p$ *
و i برابر با سرمایه ی اولیه ی الکسی است.

همچنین در بازی مجموع سرمایه دو فرد عدد ثابت N است. یعنی اگر سرمایه الکسی i باشد، سرمایه فرد ثروتمند $N - i$ است.

موفق باشید :