



مسئله‌ی ۱. صف

شش پسر و نه دختر میخواهند که در یک صف کنار یکدیگر قرار بگیرند. فرض کنید متغیر S برابر با تعداد مکانهایی باشد که یک پسر و یک دختر کنار هم قرار گرفته باشند (به طور مثال در صف GBGGBBBGBBGGGGBGG متغیر S برابر با ۸ است). مقدار میانگین S (اگر تمامی ترتیب های قرار گیری این پانزده نفر را در نظر بگیریم) برابر با چه مقداری است؟

مسئله‌ی ۲. گزاره

اگر رخ دادهای A و B مستقل از هم باشند، صحت گزاره‌ی زیر را بررسی کنید. (در صورتی که درست است، آن را اثبات نمایید و در صورتی که درست نیست، برای آن مثال نقض بیاورید)

$$P(A \cap B|C) = P(A|C) \times P(B|C)$$

مسئله‌ی ۳. بازی

دو نفر به نامهای A و B مشغول یک بازی هستند که شرح آن در ادامه می‌آید. ابتدا A عدد ۱ یا ۲ را روی یک کاغذ می‌نویسد و آن را پنهان می‌کند. B باید حدس بزند عددی که A نوشته، چه بوده است. اگر عددی که A نوشته i باشد و حدس B هم درست باشد، در آن صورت A باید i تومن به B بدهد. اما اگر حدس B نادرست باشد، B باید $\frac{2}{3}$ تومن به A بدهد. اگر B به صورت رندوم حدس بزند به طوری که با احتمال p حدس بزند ۱ و با احتمال $1-p$ حدس بزند ۲، امید ریاضی پول دریافتی توسط B را در دو حالت زیر محاسبه کنید.

الف

دو حالت زیر را بررسی کنید. اگر A عدد ۱ را روی کاغذ نوشته باشد. و A عدد ۲ را روی کاغذ نوشته باشد.

ب

محاسبه کنید که به ازای چه مقداری از p ، مینیموم امید ریاضی محاسبه شده در دو حالت بالا، ماکسیموم می‌شود.

(موفق باشید :)