



## مسئله ۱. مقدمات R

در فایل `statScores.csv` اطلاعاتی شامل شماره دانشجویی، نمرات کوییزهای اول و دوم و نمره میانترم دانشجویان آمار آمده است. در ابتدا، شما باید سطرهای مربوط به دانشجویانی که نمرات کوییز اول و دوم آنها از میانگین بالاتر و نمره میانترمشان از میانه بیشتر است را جدا کنید و در یک دیتافریم جدا قرار دهید. سپس برای این گروه از دانشجویان می‌خواهیم مجموع نمراتی که تا به حال کسب کرده‌اند را در یک ستون جدید قرار دهیم. (توجه کنید که نمرات کوییزها را از ۱۰۰ و نمره میانترم از ۲۵ حساب کنید. میانترم ۵ نمره و هر یک از کوییزها ۱ نمره از ۲۰ داشته‌اند.)

## مسئله ۲. رابطه‌ی نمایی و پواسون

در یکی از تمرین‌های تئوری مشاهده کردید که اگر زمان بین اتفاقات از توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda$  پیروی کند، تعداد اتفاقاتی که در بازه‌ی زمانی  $[0, t]$  اتفاق می‌افتد، از توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda t$  پیروی خواهد کرد. در این سوال از شما می‌خواهیم که این پدیده را پیاده‌سازی کنید.

الف) هزار مرتبه و هر مرتبه به تعداد هزار عدد متغیر تصادفی نمایی با پارامتر  $\lambda = 0.25$  تولید کنید. متناظر با این متغیرهای نمایی تولید شده، به ازای  $t = 50$  متغیرهای تصادفی پواسون را تولید کنید. (۱۰ نمره)

راهنمایی: برای تولید متغیرهای پواسون می‌توانید از تابع `cumsum()` استفاده کنید

ب) در قسمت قبل، باید به هزار نمونه از متغیر تصادفی پواسون رسیده باشید. در این قسمت و قسمت بعد می‌خواهیم این نمونه‌ها را با نمونه‌هایی از متغیر تصادفی پواسون با پارامتر  $\lambda t$  مقایسه کنیم. (۵ نمره)

بدین منظور، تنها یکی از دو روش زیر را به دلخواه انتخاب کرده در این قسمت پیاده‌سازی کنید:

- استفاده از تابع چگالی و تولید بردار احتمالات
- تولید ۱۰۰۰ نمونه از توزیع پواسون با پارامتر ذکر شده

ج) حال، نمودار متغیر دلخواه تولید شده در مرحله‌ی قبل و مرحله‌ی اول را در یک نمودار رسم کنید. ویژگی‌های نمودار را طوری قرار بدهید که هر دو متغیر واضح باشند. (۱۰ نمره)

## مسئله ۳. قانون اعداد بزرگ و نامساوی چبیشف

در این سوال از شما می‌خواهیم نامساوی چبیشف و قانون قوی اعداد بزرگ را پیاده‌سازی کنید.

الف) نامساوی چیشف:

برای متغیر تصادفی پیوسته (انتگرال پذیر)  $X$  با امید ریاضی و واریانس متناهی  $\mu$  و  $\sigma^2$ ، به ازای هر عدد حقیقی  $k > 0$  داریم:

$$\Pr(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$

برای پیاده سازی در R، شما باید ۱۰۰ هزار نمونه از متغیر تصادفی دلخواهی (که شرایط ذکر شده را داشته باشد) تولید کنید. سپس مقدار  $k$  را از در بازه‌ی معقولی (متناسب با متغیر تصادفی‌ای که تولید کردید) به فواصل یک‌هزارم تغییر دهید و دو طرف نامساوی بالا را برای آن به دست آورید. سپس این مقادیر را در یک نمودار با هم مقایسه کنید. (۱۵ نمره)

ب) قانون قوی اعداد بزرگ

فرض کنید  $X_1, X_2, \dots$  دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان باشند که هر کدام دارای میانگین متناهی به صورت  $E[X_i] = \mu$  باشد. آنگاه با احتمال ۱،

$$\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \rightarrow \mu \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$

برای پیاده سازی در R، شما باید ۱۰۰ هزار بار یک نمونه از متغیر تصادفی دلخواهی (که شرایط ذکر شده را داشته باشد) تولید کنید، سپس در هر مرحله میانگین متغیرهای تولید شده تا آن زمان را بدست آورید. در نهایت باید نمودار میانگین‌ها بر حسب تعداد دفعات تولید متغیر را رسم کنید. همچنین، در همان نمودار، میانگین متغیر تصادفی تولید شده را نمایش دهید. (۱۰ نمره)

#### مسئله‌ی ۴. عملکرد دانشجویان

داده نمرات دانشجویان را داریم. با طراحی یک آزمون فرض بررسی کنید که آیا عملکرد دانشجویان در کوییز دوم بهتر از عملکردشان در کوییز اول بوده است یا خیر.  
(فرض صفر و یک خود را کامنت کنید و همینطور نتیجه آزمون فرض را بنویسید.)

موفق باشید