هو الغیور



زهرا دهقانیان ۹۸۱۳۱۰۵۹

علی‌اکبر بدری ۹۷۱۳۱۰۱۷

**پروژه پایانی درس الگوریتم‌های شبکه‌های پیچیده**

پائیز ۹۹

کد این تمرین در مخزن گیت‌هاب زیر قرار داده شده است:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph_centrality>

# سوال یک.

خواندیم و متوجه شدیم!

# سوال دو.

کد این قسمت در لینک زیر قرار داده شده است:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/centrality.ipynb>

نتایج زمانی نیز در آدرس‌های زیر قرار داده شده‌اند:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/graph_time.json>

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/tree_time.json>

نتایج نیز در دو لینک زیر موجود هستند:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/graph_centrality.json>

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/tree_centrality.json>

دادگانی که روی آن‌ها تست شده‌اند:

* **bn-mouse\_visual-cortex\_1** 29 44 (http://networkrepository.com/bn-mouse-visual-cortex-1.php)
* **ca-sandi\_auths** 86 124 (http://networkrepository.com/ca\_sandi\_auths.php)
* **reptilia-tortoise-network-lm** 45 106 (http://networkrepository.com/reptilia-tortoise-network-lm.php)
* **road-chesapeake** 39 170 (http://networkrepository.com/road-chesapeake.php)
* **rt-retweet** 96 117 (http://networkrepository.com/rt\_retweet.php)

به وضوح اختلاف زیادی در زمان‌های اجرای دو الگوریتم گرافی و درختی وجود دارند و درختی بسیار بسیار کم‌تر طول می‌کشد. در گراف‌های با اندازه‌ی کوچکتر اختلاف در حد چند دقیقه و در گراف‌های با اندازه‌ی بزرگتر اختلاف به چند ساعت نیز می‌رسد. اعداد زیر به ثانیه هستند. البته در دو گراف آخر با توجه به مولتی پراسس کردن کد، اکثر گره‌ها در حد چند دقیقه بدست آمدند و چند گره خیلی طول کشیدند.

|  |
| --- |
| { |
|  | "ca-sandi\_auths": 0.2460329532623291, |
|  | "reptilia-tortoise-network-lm": 1.1568102836608887, |
|  | "bn-mouse\_visual-cortex\_1": 0.0065228939056396484, |
|  | "road-chesapeake": 0.46460986137390137, |
|  | "rt-retweet": 0.26991796493530273 |
|  | } |

|  |
| --- |
| { |
|  | "ca-sandi\_auths": 817.7409603595734, |
|  | "reptilia-tortoise-network-lm": 1614.1442775726318, |
|  | "bn-mouse\_visual-cortex\_1": 0.44628357887268066, |
|  | "road-chesapeake": 17560.795307652936302, |
|  | "rt-retweet": 13916.38764382746283, |
|  | } |

# سوال سه.

کدهای این بخش در لینک زیر قرار داده شده‌اند:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/axiom.ipynb>

در ادامه به توضیح هر اکسیم و نحوه اثبات آن خواهیم پرداخت، فقط قابل توجه است که به دلیل زمان اجرای طولانی count\_subgraph ، محاسبه مرکزیت هارا بر روی گراف هایی با اندازه کمتر از 50 اجرا میکنیم:

مفهوم اکسیم اول واضح است، منظور از این اکسیم این است که در گراف با اضافه شدن یال ، مقدار معیار مرکزیت کاهش نیابد. به همین منظور ، از هر گراف 10 نود رندوم انتخاب می کنیم، سپس به ازای هر کدام مقدار مرکزیت را محاسبه میکنیم و سپس یک یال رندوم انتخاب کرده و به گراف اضافه میکنیم و بار دیگر معیار را حساب میکنیم. همانطور که در خروجی مشخص است، این اکسیم در تمامی اجراها درست است و به طور تجربی اثبات میشود.

Graph: bn-mouse\_visual-cortex\_1

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: reptilia-tortoise-network-lm

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: road-chesapeake

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

اکسیم دوم می گوید با اضاقه کردن یال به گراف اردر نود ها بهم نمیریزد، یعنی اگر نودی در گراف میزان مرکزیت بیشتری از نود دیگر دارد، با افزودن یال نیز مقدار مرکزیت آن بیشتر باقی می ماند. این اکسیم را نیز به این صورت تست می کنیم که از هر گراف 10 بار 2 نود دلخواه و یک یال دلخواه انتختاب میکنیم و مقدار معیار هارا یک بار با حذف یال دلخواه و یک بار با وجود یال دلخواه اندازه می گیریم و اگر ترتیب حفظ شده بود، در این صورت به عنوان یک اجرای تایید و اگر حفظ نشد بود، به عنوان یک اجرای رد در نظر میگیریم. خروجی این بخش به صورت زیر است:

Graph: bn-mouse\_visual-cortex\_1

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: reptilia-tortoise-network-lm

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: road-chesapeake

-----------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

اکسیم سوم می گوید که به ازای هر نود دلخواه در گراف، میزان مرکزیت از نود 0 در گراف هم سایز خطی بیشتر باشد. در واقع می گوید که کمترین مرکزیت همیشه متعلق به نود 0در گراف خطی باشد. برای اثبات این موضوع نیزدر هر گراف برای 10 نود رندوم (پس از حذف نود های isolated)، میزان مرکزیت در گراف را محاسبه کردیم و سپس میزان مرکزیت نود 0 در گراف خطی معاول را نیز حساب کردیم. خروجی این بخش به صورت زیر است :

Graph: bn-mouse\_visual-cortex\_1

-------------

Success rate tree centrality = 20%

Success rate subgraph centrality = 50%

------------------------

Graph: reptilia-tortoise-network-lm

-------------

Success rate tree centrality = 40%

Success rate subgraph centrality = 30%

------------------------

Graph: road-chesapeake

-------------

Success rate tree centrality = 80%

Success rate subgraph centrality = 60%

علت این رخداد این امر، این است که گراف متصل نیست و از چندین کامپوننت تشکیل شده. در توضیحات اکسیم فوق نیز امده است که در گراف های connected صدق می کند.

برای اثبات اکسیم 4 ، یک مشکل اساسی صدق نکردن شرط اولیه ، یعنی یافتن نودی که در زیر گراف مقدار مرکزیت کمتری داشته باشد بود، در واقع برای این کار در دو حلقه تو در تو، به ازای تمام اندازه ها برای زیر گراف و برای تمام نودها باید چک کنیم که ابا شرط برقرار است یا نه و در صورتی که برقرار است باید تک به تک یال هایی که عضو گراف نیستند را به زیر گراف اضافه کنیم و ببینیم که ایا سبب افزایش میزان مرکزیت می شوند یا نه و این عملیات را تا رسیدن به اندازه مرکزیت در گراف اصلی ادامه دهیم. در اینجا دقیقا به همین ترتیب عمل میکنیم و اگر تابع بتواند به sequence یال هایی که سبب افزایش معیار تا رسیدن به مرکزیت در گراف اصلی بشود، برسد، فرض میکنیم یک مثال + است و اگر نتواند دست یابد، به عنوان یک مثال منفی تلقی میشود. خروجی این بخش :

Graph: bn-mouse\_visual-cortex\_1

-------------

Success rate tree centrality = 100%

------------------------

Graph: reptilia-tortoise-network-lm

-------------

Success rate tree centrality = 44%

------------------------

Graph: road-chesapeake

-------------

Success rate tree centrality = 100%

------------------------

برای اثبات اکسیم 5 یک بحث اساسی که وجود دارد، دسترسی نداشتن به گراف infinite است. پس در اینجا مجبوریم به این صورت عمل کنیم که به ازای یک عدد دلخواه (در بازه ذکرشده در مقاله) ببنیم می توان نودی با آن مقدار مرکزیت بدست آورد یا نه. در واقع چون هر گراف زیرگراف خودش هم محسوب می شود، در اینجا اگر بتوانیم نودی با مرکزیت بیشتر بیابیم، این اکسیم ثابت خواهد شد. خروجی این بخش به صورت زیر است :

Graph: bn-mouse\_visual-cortex\_1

-------------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: reptilia-tortoise-network-lm

-------------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

------------------------

Graph: road-chesapeake

-------------

Success rate tree centrality = 100%

Success rate subgraph centrality = 100%

# سوال چهار.

کدهای این سوال در انتهای نوت‌بوک زیر (بخش‌های Betweenness Centrality،Eigenvector Centrality و Degree Centrality) قرار داده شده‌‌اند:

https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/centrality.ipynb

کدهای این بخش در لینک زیر قرار داده شده‌اند:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/correlation.ipynb>

نتایج محاسبه‌ی مرکزیت‌های دیگر نیز در لینک‌های زیر قرار داده شده‌اند:

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/betweenness_centrality.json>

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/degree_centrality.json>

<https://github.com/AliAkbarBadri/graph-centrality/blob/main/results/eigenvector_centrality.json>

نتایج همبستگی بین انواع مرکزیت‌ها در تصویر زیر آورده شده است. همانطور که مشخص است بین دو مرکزیت گرافی و درختی مطرح شده در مقاله، دو همبستگی بالایی در سه گراف از پنج گرافی آزمایش شده وجود دارد.

همچنین این دو همبستگی قابل قبولی با degree centrality (دو الی سه تا از پنج تا گراف) دارند که این موضوع در خود مقاله نیز اشاره شده بود؛ اما در هیچ‌کدام از گراف‌ها بین این دو و دو معیار مرکزیت eigenvector centrality و betweenness centrality همبستگی خاصی مشاهده نمی‌شود.

