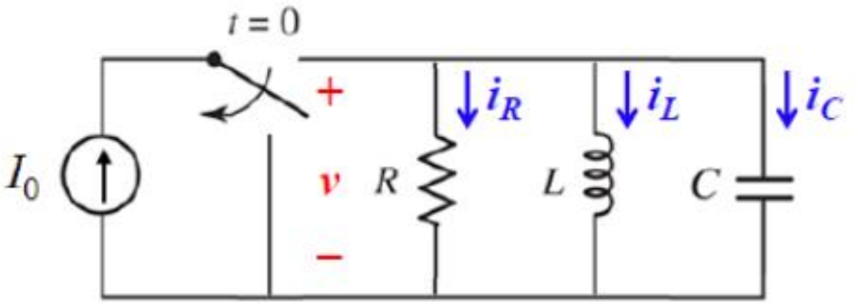
BLM1612 DEVRE TEORİSİ

RLC DEVRELERİ

DR. GÖRKEM SERBES

Paralel RLC Devresi



$$i_R(t) = v(t)/R$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t')\cdot dt' + i_L(t_0)$$

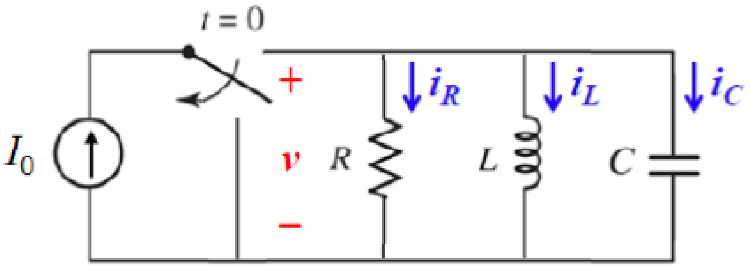
$$i_C(t) = C\cdot\frac{d}{dt}v(t)$$

En üst düğümde KCL:

$$-I_0 + i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = 0$$

$$-I_0 + \frac{v(t)}{R} + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t')\cdot dt' + i_L(t_0) + C\cdot\frac{d}{dt}v(t) = 0$$

Paralel RLC Devresi



$$-I_0+\frac{v(t)}{R}+C\cdot\frac{d}{dt}v(t)$$
$$+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}v(t')\cdot dt'+i_L(t_0)=0$$

terimleri yeniden düzenle & C ile böl ...

$$\frac{d}{dt}v(t)+\frac{1}{RC}v(t)+\frac{1}{LC}\int_{t_0}^{t}v(t')\cdot dt'+\frac{i_L(t_0)}{C}=\frac{I_0}{C}$$

tüm denklemin türevini al ...

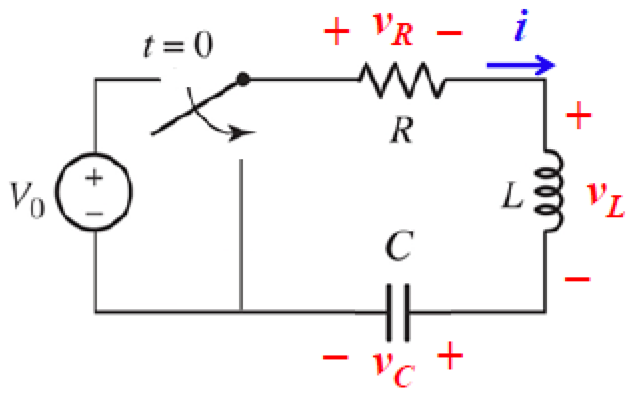
$$\frac{d^2}{dt^2}v(t)+\frac{1}{RC}\frac{d}{dt}v(t)+\frac{1}{LC}v(t)=0$$

sönüm (damping) katsayısı

$$\frac{d^2}{dt^2}v(t)+2\alpha\cdot\frac{d}{dt}v(t)+\omega_0^{\;2}\cdot v(t)=0$$ bu ifadede $\alpha=\dfrac{1}{2RC}$, $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

rezonans frekansı

Seri RLC Devresi



$$v_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$v_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t') \cdot dt' + v_C(t_0)$$

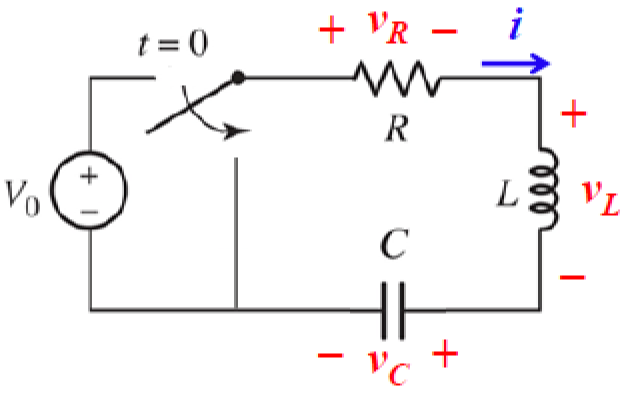
.

Seri devre çevresinde KVL:

$$-V_0 + v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = 0$$

$$-V_0 + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t') \cdot dt' + v_C(t_0) = 0$$

Seri RLC Devresi



$$-V_0 + R\cdot i(t) + L\cdot\frac{d}{dt}i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t')\cdot dt' + v_C(t_0) = 0$$

terimleri yeniden düzenle & L ile böl ...

$$\frac{d}{dt}i(t) + \frac{R}{L}\cdot i(t) + \frac{1}{LC}\int_{t_0}^{t} i(t')\cdot dt' + \frac{v_C(t_0)}{L} = \frac{V_0}{L}$$

Tüm denklemin t'ye göre türevini al ...

$$\frac{d^2}{dt^2}i(t) + \frac{R}{L}\frac{d}{dt}i(t) + \frac{1}{LC}i(t) = 0$$

$$\frac{d^2}{dt^2}i(t) + 2\alpha\cdot\frac{d}{dt}i(t) + \omega_0^2\cdot i(t) = 0$$ bu ifadede $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

.

Seri & Paralel RLC: Çözüm

Seri:	$\frac{d^2}{dt^2} i(t) + 2\alpha \cdot \frac{d}{dt} i(t) + \omega_0{}^2 \cdot i(t) = 0$	$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Paralel:	$\frac{d^2}{dt^2} v(t) + 2\alpha \cdot \frac{d}{dt} v(t) + \omega_0{}^2 \cdot v(t) = 0$	$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

v(t) veya i(t) için genel diferansiyel denklem:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0$$

genel diferansiyel denklemin çözümü:

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t} + X_3$$

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0{}^2}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0{}^2}$$

$$x(0^+) = X_1 + X_2 + X_3$$

$$\frac{dx}{dt}(0^+) = s_1 X_1 + s_2 X_2$$

$$x(\infty) = X_3$$

RLC Çözümü : Aşırı-Sönümlü (Over-damped)

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t} + X_3 \qquad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0{}^2}$$

Eğer $\alpha > \omega_0$ ise çözüm **aşırı-sönümlü**dür denilir.

seri : $\dfrac{R}{2L} > \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

paralel : $\dfrac{1}{2RC} > \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

... o durumda çözüm şöyledir:

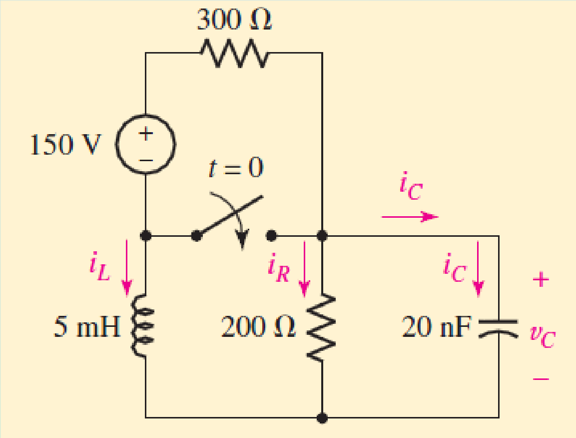
$$x(t) = X_1 e^{c_1 t} + X_2 e^{c_2 t} + X_3$$

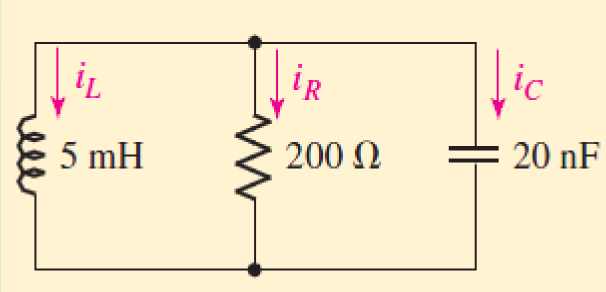
$$c_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0{}^2}$$

$$c_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0{}^2}$$

ÖRNEK 9.2 (1)

- Aşağıdaki devrede t > 0 için geçerli olan $v_c(t)$ ifadesini bulun.





$$\alpha = 1/2RC = 125\,000\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 100\,000\ \mathrm{rad/s.}$$

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -50\,000\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -200\,000\ \mathrm{s}^{-1}$$

t<0 için kapanan anahtar devrede 150V kaynağını ve 300 ohm direncini kısa devre yapar, v_c ile ilişkisi kesilir.

ÖRNEK 9.2 (2)

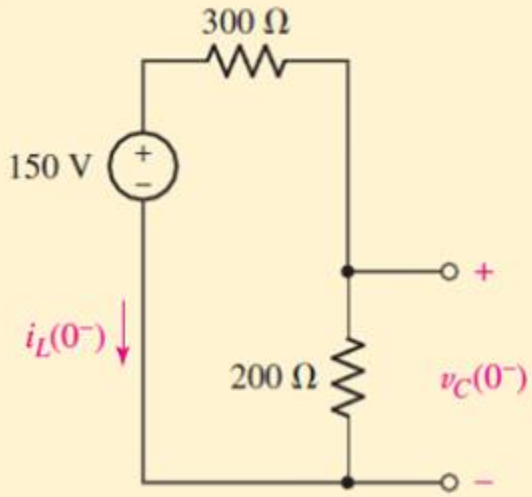
$\alpha > \omega_0.$

$v_C(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

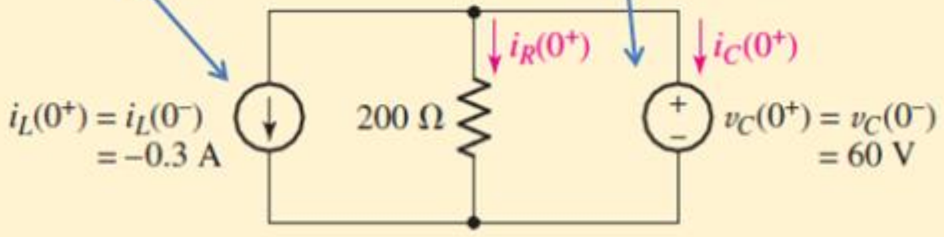
$$i_L(0^-) = -\frac{150}{200+300} = -300 \text{ mA}$$

$$v_C(0^-) = 150\frac{200}{200+300} = 60 \text{ V}$$

$$v_C(0^+) = 60 \text{ V}.$$



t = 0^- iken eşdeğer devre



t = 0^+ iken eşdeğer devre,
başlangıç endüktör akımı ve başlangıç kapasitör gerilimi ideal kaynaklar kullanılarak gösterilmiştir

ÖRNEK 9.2 (3)

kapasitör gerilimini için denklem $v_C(t) = A_1 e^{-50.000t} + A_2 e^{-200.000t}$

başlangıç kapasitör gerilimini biliyoruz, $v_C(0) = 60\ \text{V}$

iki bilinmeyenimiz var, dolayısıyla ek olarak bir denkleme ihtiyacımız var

.

$$\frac{dv_C}{dt} = -50.000 A_1 e^{-50.000t} - 200.000 A_2 e^{-200.000t}$$

$$i_C = C(dv_C/dt)$$

$$i_C(0^+) = -i_L(0^+) - i_R(0^+) = 0.3 - [v_C(0^+)/200] = 0$$

iki bilinmeyenimiz iki de denklemimiz var

$$v_C(0) = A_1 + A_2 = 60 \qquad i_C(0) = -20 \times 10^{-9}(50{,}000 A_1 + 200{,}000 A_2) = 0$$

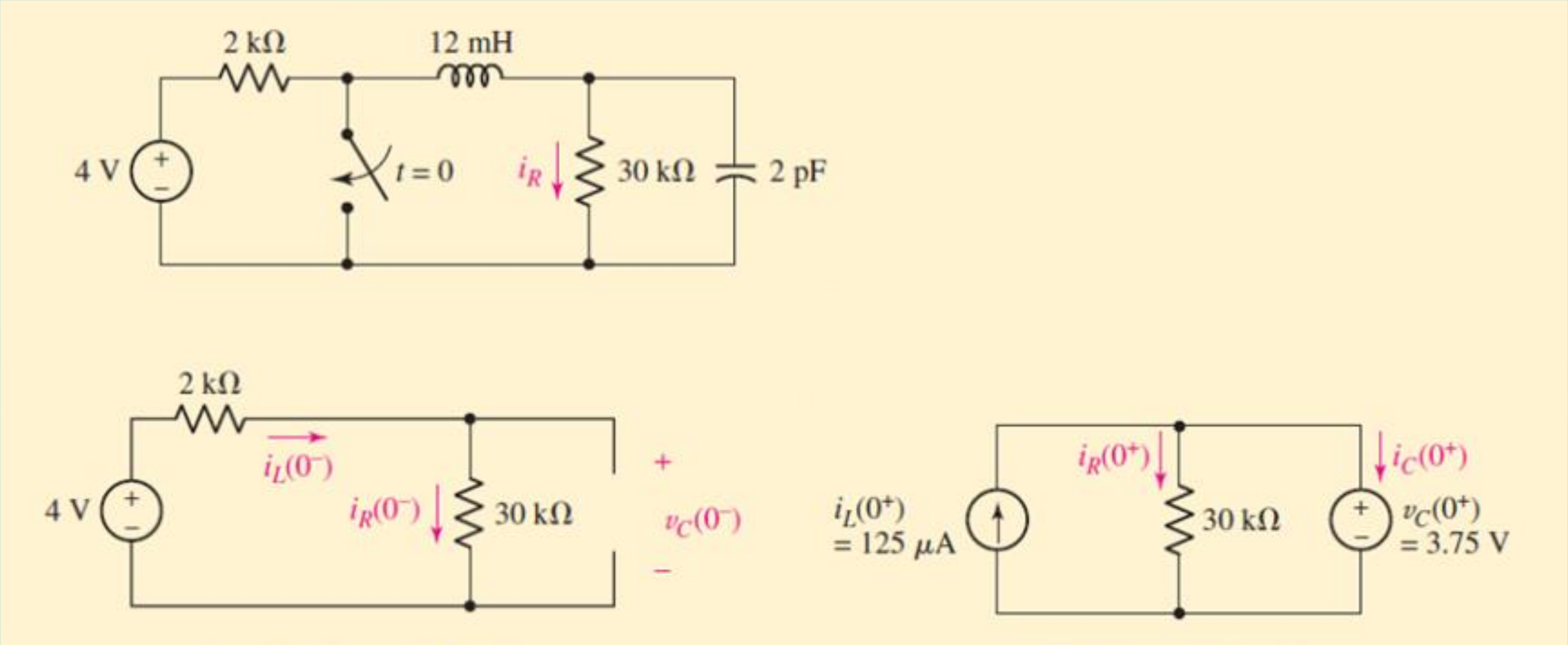
Çözüm yaparsak, $A_1 = 80\ \text{V}$ and $A_2 = -20\ \text{V}$, dolayısıyla

$$v_C(t) = 80e^{-50{,}000t} - 20e^{-200{,}000t}\ \text{V}, \qquad t > 0$$

ÖRNEK 9.3 (1)

- t=0’dan sonra aşağıdaki devre basit bir paralel RLC devresine indirgenir. i_R direnç akımı için tüm zamanlarda geçerli bir ifade bulun.

.



$t = 0^-$ için eşdeğer devre

$t = 0^+$ için eşdeğer devre

ÖRNEK 9.3 (2)

$R = 30\ \text{k}\Omega \qquad L = 12\ \text{mH}. \qquad C = 2\ \text{pF}.$

$\alpha = 8.333 \times 10^6\ \text{s}^{-1} \qquad \omega_0 = 6.455 \times 10^6\ \text{rad/s}. \qquad \alpha > \omega_0.$

Devre aşırı sönümlüdür.

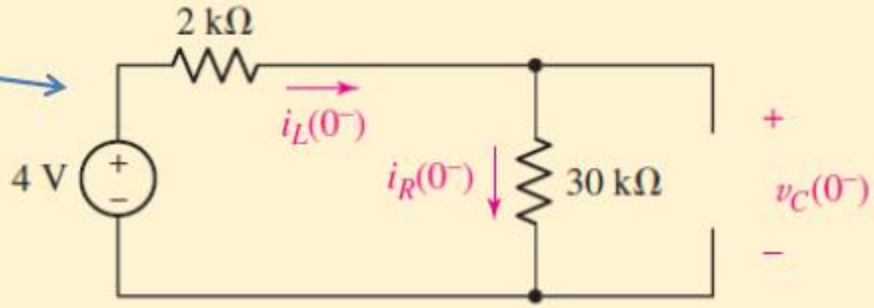
$$i_R(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}, \qquad t > 0$$

$$s_1 = -3.063 \times 10^6\ \text{s}^{-1} \qquad s_2 = -13.60 \times 10^6\ \text{s}^{-1}$$

$t = 0^-$ iken devre

$$i_L(0^-) = i_R(0^-) = 4/32 \times 10^3 = 125\ \mu\text{A}$$

$$v_C(0^-) = 4 \times 30/32 = 3.75\ \text{V}.$$

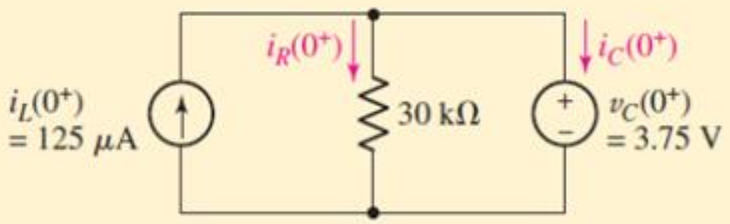


$t = 0^-$ için eşdeğer devre

ÖRNEK 9.3 (3)

t = 0⁺ iken devre

$i_L(0^+) = 125\ \mu A$ ve $v_C(0^+) = 3.75$ V.



$t = 0^+$ için eşdeğer devre.

i_R akımını hesaplayabiliriz , v_R=v_C

$$i_R(0^+) = 3.75/30 \times 10^3 = 125\ \mu A$$

$$i_R(0) = A_1 + A_2 = 125 \times 10^{-6}$$ → ilk denklem

ikinci başlangıç koşulunu bulmak için

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = (2 \times 10^{-12})\underbrace{(30 \times 10^3)(A_1 s_1 e^{s_1 t} + A_2 s_2 e^{s_2 t})}_{dv_R/dt,\ v_R=v_C}$$

KCL uygulanarak,

$$i_C(0^+) = i_L(0^+) - i_R(0^+) = 0$$

Böylece,

$$-(2 \times 10^{-12})(30 \times 10^3)(3.063 \times 10^6 A_1 + 13.60 \times 10^6 A_2) = 0$$ → ikinci denklem

$$i_R = \begin{cases} 125\ \mu A & t < 0 \\ 161.3e^{-3.063\times10^6 t} - 36.34e^{-13.6\times10^6 t}\ \mu A & t > 0 \end{cases}$$

.

RLC Çözüm : Kritik Sönümlü (Critically Damped)

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t} + X_3 \qquad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Eğer $\alpha = \omega_0$ ise çözüm **kritik sönümlü**dür denilir.

seri : $\dfrac{R}{2L} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

paralel : $\dfrac{1}{2RC} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

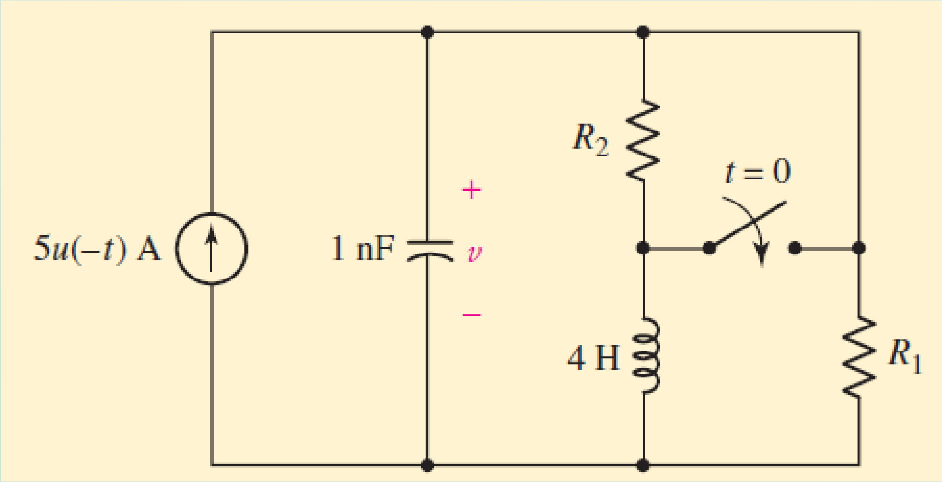
.

… o durumda çözüm şöyledir:

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left(X_1 t + X_2\right) + X_3$$

ÖRNEK 9.5 (1)

- t>0 için devrenin kritik sönümlü yanıt ile nitelenebilmesi için R_1 direncini ve *v(0)=2V* olması için R_2 direncini seçiniz.



- $t=0^-$ anında akım kaynağı aktiftir ve endüktans kısa devre olarak görülebilir. Böylelikle, $v(0^-)$ gerilimi R_2 direnci üzerinde görülür değeri $v(0^-) = 5R_2$‘dir.

  v(0)=2V olması için R_2 direnci 400mΩ seçilmelidir.

ÖRNEK 9.5 (2)

- Anahtar kapandıktan sonra akım kaynağı kendini kapatır ve R_2 direnci kısa devre olur. Artık elimizde R_1 direnci, 4H endüktör ve 1nF kapasitör içeren bir paralel RLC devresi var.

  t>0 için artık hesaplama yapabiliriz:

  $\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2\times10^{-9} R_1}$ ve $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4\times10^{-9}}} = 15{,}810\ rad/sn$

- Dolayısıyla t>0 için devrede kritik sönümlü yanıt görmek için **R1=31.63kΩ** olmalıdır. (Not: 4 anlamlı sayıya yuvarladığımız zaman, detaycı biri haklı olarak devrenin hala kritik sönümlü olmadığını iddia edebilir ─ oluşturması zor bir durum)

RLC Çözüm: Eksik-sönümlü (Under-damped)

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t} + X_3 \qquad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^{\,2}}$$

Eğer $\alpha < \omega_0$ ise çözüm ***eksik sönümlü***dür denilir.

seri: $\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$

paralel: $\frac{1}{2RC} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$

... o durumda çözüm şöyledir:

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left[X_1 \cos(\omega_d t) + X_2 \sin(\omega_d t)\right] + X_3$$

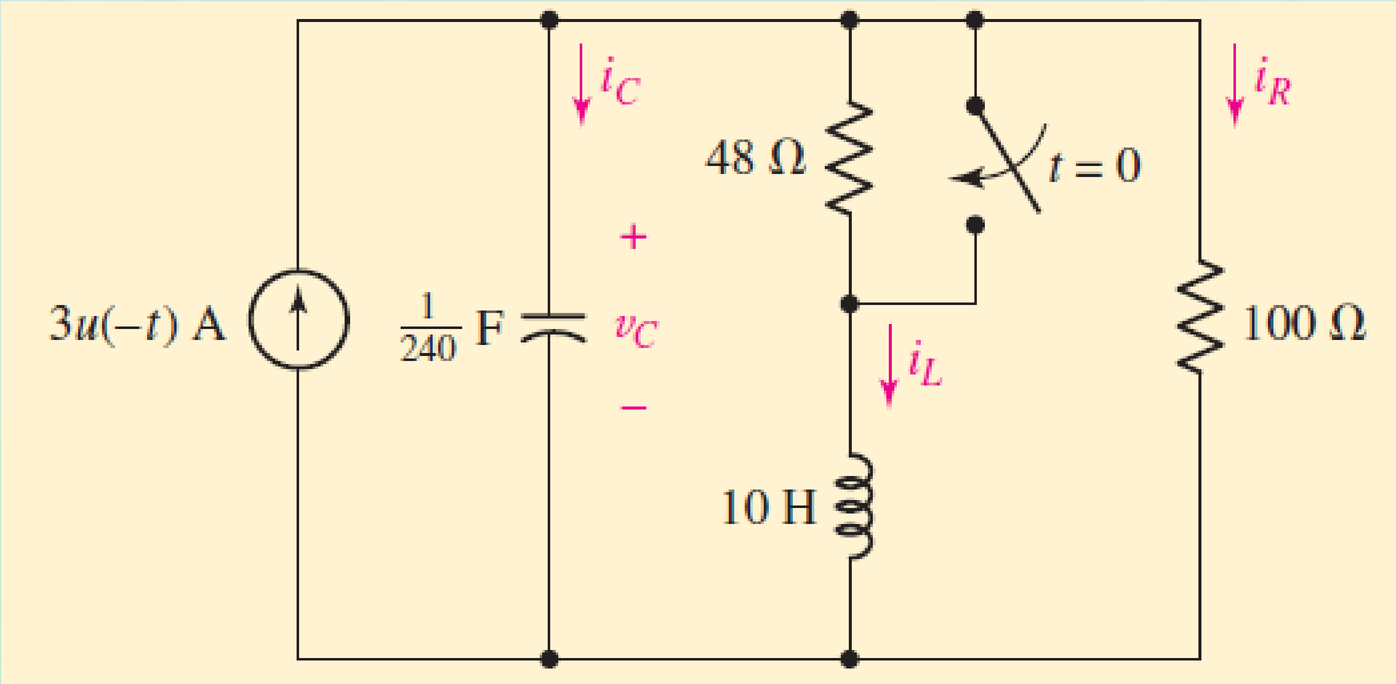
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^{\,2} - \alpha^2}$$

doğal rezonans frekansı

ÖRNEK 9.6 (1)

- Aşağıdaki devre için $i_L(t)$ akımını belirleyin ve dalga şeklini çizin.

.



ÖRNEK 9.6 (2)

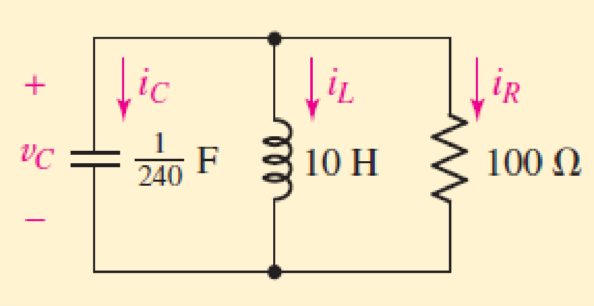
- t=0 anında hem 3A kaynak hem de 48Ω direnç kaldırılır,

$\alpha = 1.2s^{-1}$ $\omega_0 = 4.899\, rad/s$

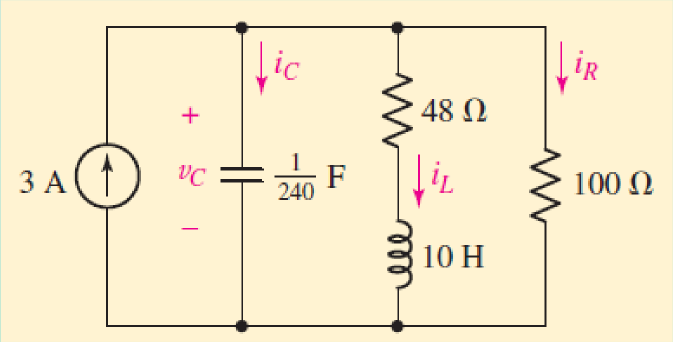
$\alpha < \omega_0$ devre eksik sönümlüdür.

$i_L(t) = e^{-\alpha t}(B_1 cos\omega_d t + B_2 sin\omega_d t)$ [*]

$\omega_d = \sqrt{\omega_0{}^2 - \alpha^2} = 4.750\ \mathrm{rad/sn}$



t=0⁻ anında devre,



$v_c(0^-) = 97.30\, V$ ve $iL(0^-) = 2.027\, A$

$v_c(0^+) = 97.30\, V$ $i_L(0^+) = 2.027\, A$

$[*]\ denkleminde\ i_L(0) = 2.027\, V\ yerine\ koyulursa\ B_1 = 2.027\, A\ bulunur.$

ÖRNEK 9.6 (3)

Diğer sabitler için

$$\frac{di_L}{dt} = e^{-\alpha t}(-B_1\omega_d \sin\omega_d t + B_2\omega_d \cos\omega_d t) - \alpha e^{-\alpha t}(B_1 \cos\omega_d t + B_2 \sin\omega_d t)$$

biliyoruz ki

$$v_L(t) = L(di_L/dt)$$

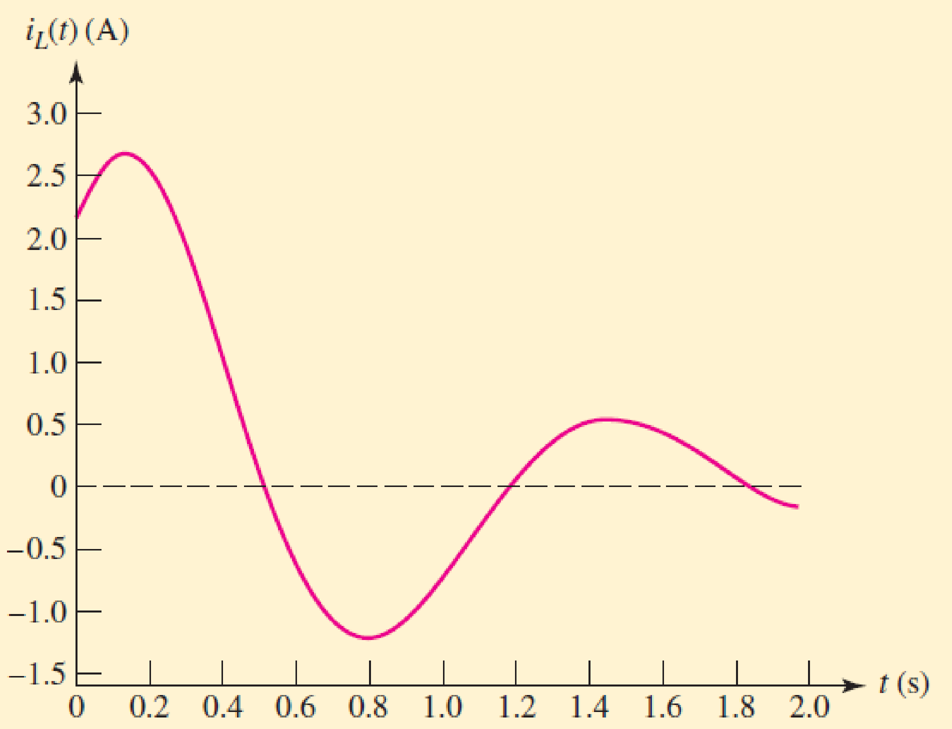
$$v_L(0^+) = v_C(0^+) = 97.3 \text{ V}$$

eğer denklemi L=10H ile çarpar ve t=0 alırsak

$$v_L(0) = 10(B_2\omega_d) - 10\alpha B_1 = 97.3$$

Çözüm yapıldığında $B_2 = 2.561$ A bulunur, o halde;

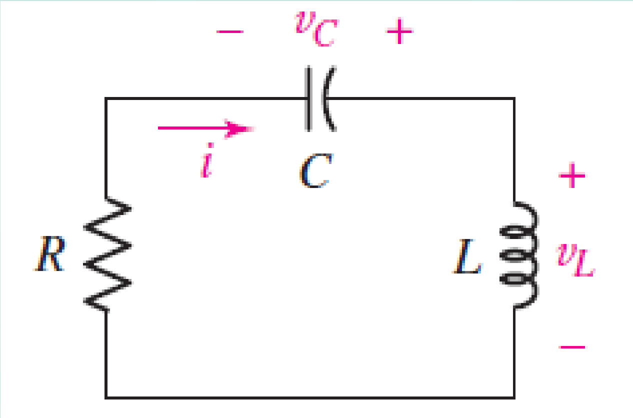
$$i_L = e^{-1.2t}(2.027 \cos 4.75t + 2.561 \sin 4.75t)$$



ÖRNEK 9.7 (1)

- Aşağıdaki RLC devresinde L=1H, R=2kΩ, C=1/401μF, i(0)=2mA ve $v_c(0)$=2V olarak verilmiştir. t>0 için i(t) akımını bulun ve çizin.

.



ÖRNEK 9.7 (2)

Buluyoruz ki $\alpha = R/2L = 1000\ \mathrm{s}^{-1}$ ve $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 20{,}025$ rad/s. Bu eksik sönümlü yanıtı gösteriyor; bundan dolayı ω_d'yi hesaplıyoruz ve 20,000 rad/s elde ediyoruz. Keyfi seçilmiş iki sabit dışında yanıt şu şekilde biliniyor:

$$i(t) = e^{-1000t}(B_1 \cos 20{,}000t + B_2 \sin 20{,}000t)$$

$i(0) = 2$ mA olduğunu biliyoruz, bunu i(t) denkleminde yerine koyarsak B_1'i buluruz:

$$B_1 = 0.002 \text{ A}$$

ve böylece

$$i(t) = e^{-1000t}(0.002 \cos 20{,}000t + B_2 \sin 20{,}000t) \qquad \text{A}$$

ÖRNEK 9.7 (3)

Geriye kalan başlangıç koşulu aşağıdaki derivasyona uygulanmalı; böylece,

$$\frac{di}{dt} = e^{-1000t}(-40 \sin 20{,}000t + 20{,}000 B_2 \cos 20{,}000t$$
$$- 2 \cos 20{,}000t - 1000 B_2 \sin 20{,}000t)$$

ve

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = 20{,}000 B_2 - 2 = \frac{v_L(0)}{L}$$
$$= \frac{v_C(0) - Ri(0)}{L}$$
$$= \frac{2 - 2000(0.002)}{1} = -2 \text{ A/s}$$

o halde

$$B_2 = 0$$

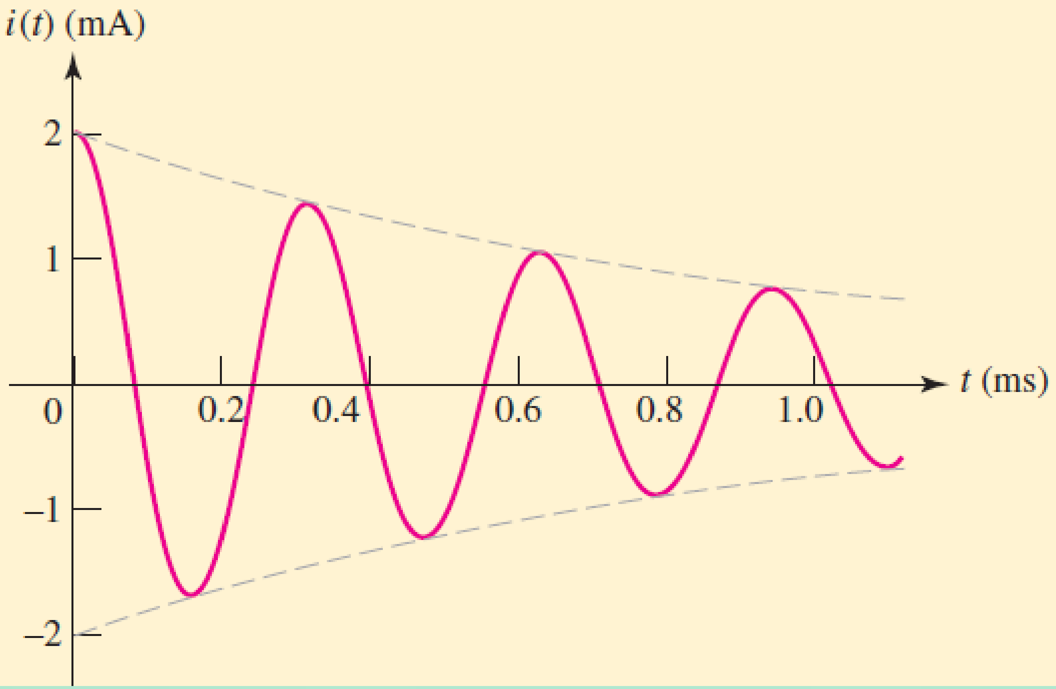
ÖRNEK 9.7 (4)

Bu nedenle istenen yanıt şöyledir:

$$i(t) = 2e^{-1000t}\cos 20{,}000t \qquad \text{mA}$$

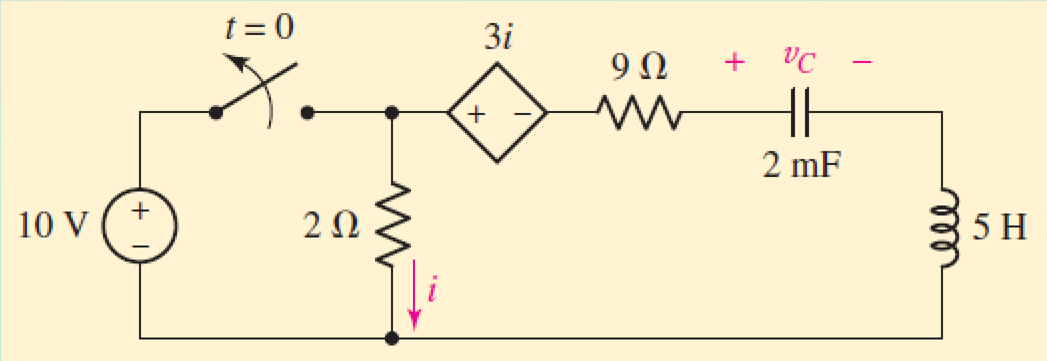
İyi bir çizim şekilde kesik çizgilerle gösterildiği gibi ilk önce üssel zarfın iki parçası ($2e^{-1000t}$ ve $-2e^{-1000t}$ mA) çizilerek yapılabilir. Sinüs biçimli dalganın çeyrek periyot noktaları zaman ekseninde işaretlenerek osilasyon yapan eğri hızlıca çizilebilir.

$20{,}000t = 0, \pi/2, \pi, ...,$ veya $t = 0.07854k$ ms, k= 0,1,2, ...



ÖRNEK 9.8 (1)

- Aşağıdaki devrede t>0 olduğunda $v_c(t)$ gerilimi için geçerli bir ifade bulun.



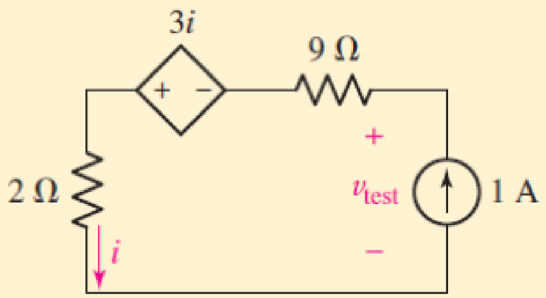
.

ÖRNEK 9.8 (2)

Thevenin eşdeğer direnci

$$v_{test} = 11i - 3i = 8i = 8(1) = 8 \text{ V}$$

$$R_{eq} = 8\ \Omega,$$



$\alpha = R/2L = 0.8\ \text{s}^{-1}$ ve $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10$ rad/s, o halde eksik sönümlü bir yanıt bekliyoruz.

$$v_C(t) = e^{-0.8t}(B_1 \cos 9.968t + B_2 \sin 9.968t)$$

t = 0⁻ anında devreyi değerlendirirsek kapasitörün varlığından dolayı $i_L(0^-) = 0$ olduğunu farkederiz. Ohm yasasından $i(0^-) = 5$A bulunur, dolayısıyla

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 10 - 3i = 10 - 15 = -5 \text{ V}$$

Bu son koşul da denklemde yerine koyulduğunda B_1 = -5V bulunur. Denklemin türevi alınarak t=0 anında hesaplanırsa,

$$\left.\frac{dv_C}{dt}\right|_{t=0} = -0.8B_1 + 9.968B_2 = 4 + 9.968B_2$$

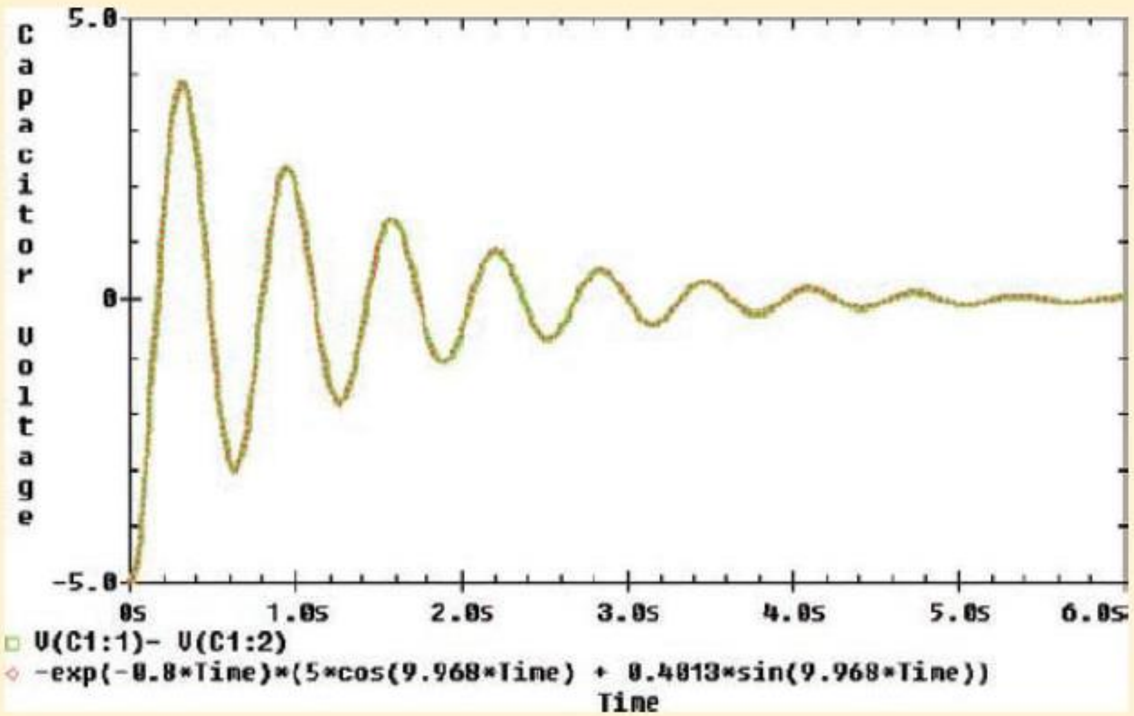
ÖRNEK 9.8 (3)

Aşağıdaki figürden görüyoruz ki

$$i = -C\,\frac{dv_C}{dt}$$

O halde, $i(0^+) = i_L(0^-) = 0$ olduğu gerçeğini kullanarak $B_2 = -0.4013$ V bulunur ve aşağıdaki ifade yazılır:

$$v_C(t) = -e^{-0.8t}(5\cos 9.968t + 0.4013\sin 9.968t) \qquad \text{V} \qquad t > 0$$



Kaynaksız RLC Devreleri için İlgili Denklemlerin Özeti

Kaynaksız RLC devreleri için ilgili denklemlerin özeti

Tip	Durum	Kriter	α	ω_0	Yanıt
Paralel Seri	Aşırı sönümlü (overdamped)	$\alpha > \omega_0$	$\frac{1}{2RC}$ $\frac{R}{2L}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$, bu ifadede $s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$
Paralel Seri	Kritik sönümlü (Critically damped)	$\alpha = \omega_0$	$\frac{1}{2RC}$ $\frac{R}{2L}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$e^{-\alpha t}(A_1 t + A_2)$
Paralel Seri	Eksik sönümlü (underdamped)	$\alpha < \omega_0$	$\frac{1}{2RC}$ $\frac{R}{2L}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t)$, bu ifadede $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

RLC Devresinin Tam Yanıtı

$$v(t) = vf(t) + vn(t)$$

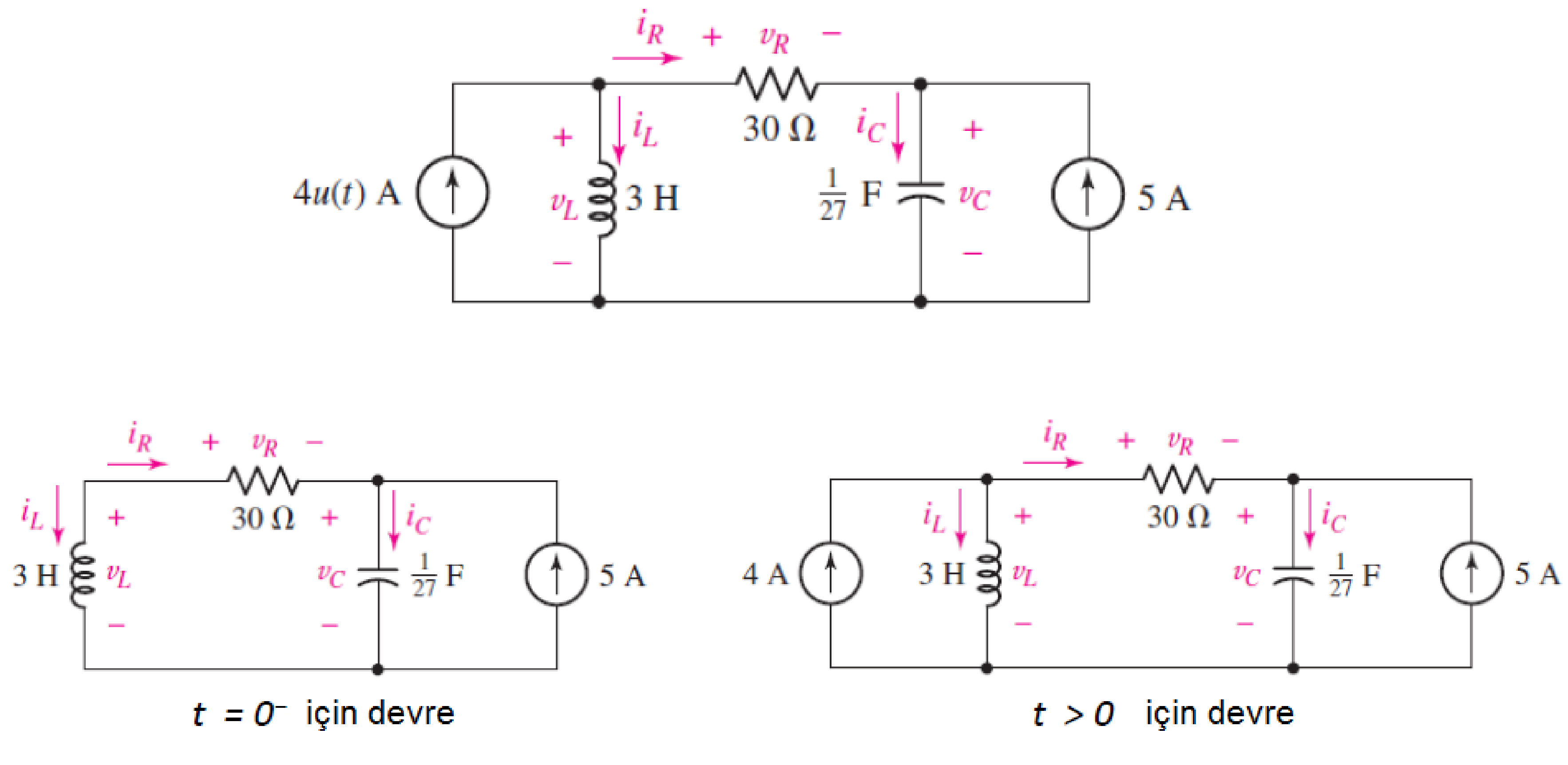
$$v_f(t) = Vf \qquad\qquad vn(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

- Şimdi dc kaynakların devreye anahtarla bağlandığı ve zaman sonsuza giderken aslında sıfır olmayan zorlanmış tepki (forced response) ürettiği RLC devrelerini ele alıyoruz.
- Genel çözüm RL ve RC devreleri için izlenen aynı prosedürle elde edilir. Temel adımlar (bu sırayla olması gerekmez) şu şekildedir:

1. Başlangıç koşullarını belirleyin.
2. Zorlanmış tepki için sayısal bir değer elde edin.
3. Gerekli sayıda keyfi seçilmiş sabitler ile doğal yanıtın uygun bir formunu yazın.
4. Tam yanıtı oluşturmak için zorlanmış yanıtı ve doğal yanıtı toplayın.
5. Yanıtı ve t=0’da türevini hesaplayın ve bilinmeyen sabitlerin değerlerini bulmak için başlangıç koşullarını kullanın.

ÖRNEK 9.9 (1)

- Aşağıdaki devrede 3 adet pasif eleman vardır ve her biri için bir gerilim ve akım tanımlanmıştır. Hem $t=0^-$ hem de $t=0^+$ için bu 6 niceliği bulun.



Şekil 9.9a

Şekil 9.9b

ÖRNEK 9.9 (2)

- Amacımız hem t=0^- hem de t=0^+ için her bir akımı ve gerilimi bulmaktır. Bu nicelikler bilindiği zaman türevlerin başlangıç değerleri kolaylıkla bulunabilir.

1. **t=0^-** Şekil 9.9a'da t=0^- anında sadece sağ taraftaki akım kaynağı aktiftir. Devrenin bu durumda sonsuza kadar kaldığı farzedilir, dolayısıyla tüm akım ve gerilimler sabittir. Endüktör üzerinden geçen dc akım endüktörün üzerindeki gerilimin 0 olmasını gerektirir:

$$\boldsymbol{v_L(0^-) = 0}$$

ve kapasitör üzerindeki dc gerilim $(-vR)$ kapasitör üzerinden geçen akımın sıfır olmasını gerektirir:

$$\boldsymbol{i_c(0^-) = 0}$$

Sağ taraftaki düğüme Kirchhoff akım yasasını uygularsak eğer $\mathbf{i_R(0^-) = -5A}$ elde ederiz. Hatta

$\boldsymbol{v_R(0^-) = -150V}$ elde edilir.

Şimdi sol taraftaki çevre etrafında Kirchhoff gerilim yasasını uygulayarak $\boldsymbol{v_c(0^-) = 150V}$ bulunur

ve KCL endüktör akımını bulmamıza olanak verir:

$$\boldsymbol{i_L(0^-) = 5A}$$

ÖRNEK 9.9 (3)

2. $t = 0^+$ t=0$^+$ anında Şekil 9.9b'deki soldaki akım kaynağı aktif hale geliyor ve t=0$^-$ anındaki çoğu akım ve gerilim değerleri aniden değişecek. Ancak biz endüktör akımı ve kapasitör gerilimi gibi değişmeyen niceliklere odaklanmalıyız. Anahtarlama süresi boyunca bu ikisi sabit kalmalıdır. Nitekim,

$$i_L(0^+) = 5 \text{ A} \qquad \text{and} \qquad v_C(0^+) = 150 \text{ V}$$

sol düğümdeki iki akım bilindiği zaman, akabinde şu ifadeler elde edilir:

$$i_R(0^+) = -1 \text{ A} \qquad \text{and} \qquad v_R(0^+) = -30 \text{ V}$$

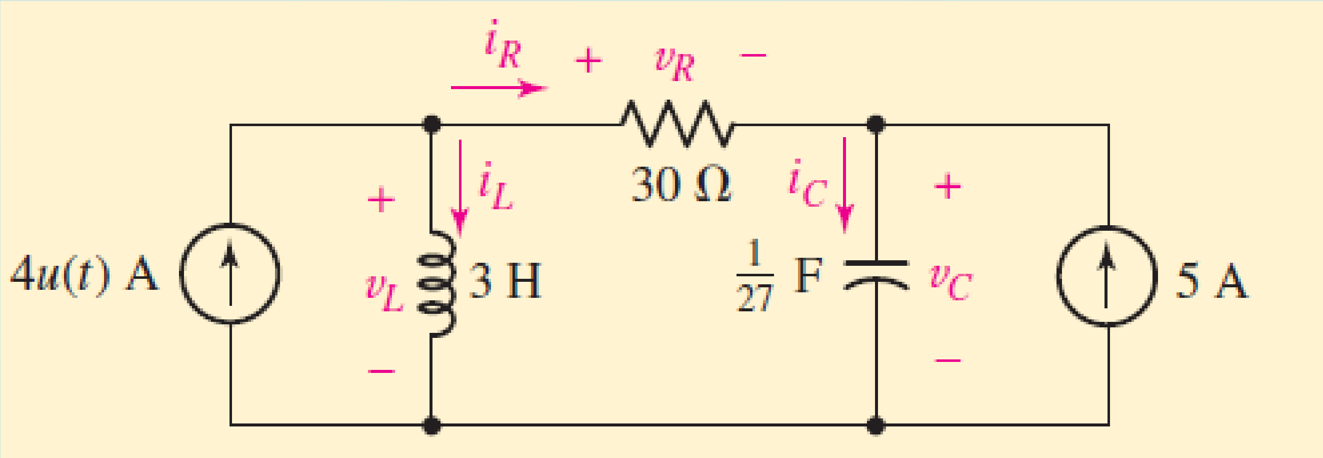
o halde

$$i_C(0^+) = 4 \text{ A} \qquad \text{and} \qquad v_L(0^+) = 120 \text{ V}$$

Bu son altı değer arasında sadece kapasitör gerilimi ve endüktör akımı t=0$^-$ anındaki değerlerine göre değişmez.

ÖRNEK 9.10 (1)

- Aşağıdaki devrede tanımlanan 3 akım ve 3 gerilim değişkeninin ilk türevleri için t=0⁺ anında değerlerini bularak devredeki başlangıç koşullarının tespitini yapın.



Şekil 9.10

ÖRNEK 9.10 (2)

İki enerji depolayan eleman ile başlıyoruz. Endüktör için,

$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

ve, spesifik olarak,

$$v_L(0^+) = L\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+}$$

böylece,

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} = \frac{v_L(0^+)}{L} = \frac{120}{3} = 40 \text{ A/s}$$

benzer şekilde,

$$\left.\frac{dv_C}{dt}\right|_{t=0^+} = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{4}{1/27} = 108 \text{ V/s}$$

ÖRNEK 9.10 (3)

KCL ve KVL yasalarının derivasyonlar tarafından da sağlandığının farkında olunarak diğer dört derivasyon da belirlenebilir.
Örneğin Şekil 9.10'da soldaki düğümde,

$$4 - i_L - i_R = 0 \qquad t > 0$$

ve böylece,

$$0 - \frac{di_L}{dt} - \frac{di_R}{dt} = 0 \qquad t > 0$$

ve bu nedenle,

$$\left.\frac{di_R}{dt}\right|_{t=0^+} = -40 \text{ A/s}$$

Derivasyonların geriye kalan 3 başlangıç değeri şöyle bulunur:

$$\left.\frac{dv_R}{dt}\right|_{t=0^+} = -1200 \text{ V/s}$$

$$\left.\frac{dv_L}{dt}\right|_{t=0^+} = -1092 \text{ V/s}$$

ve

$$\left.\frac{di_C}{dt}\right|_{t=0^+} = -40 \text{ A/s}$$

.