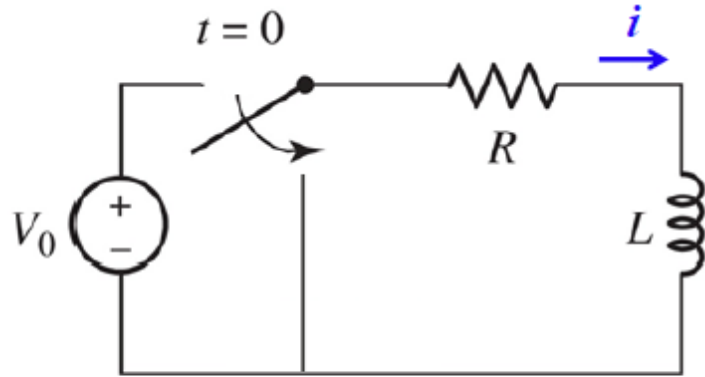


# BLM1612 DEVRE TEORİSİ

BASİT RL ve RC DEVRELERİ

DR. GÖRKEM SERBES

# Kaynaksız RL Devreleri (Doğal Yanıt)



$$\frac{d}{dt}i(t) + \frac{R}{L} \cdot i(t) = 0$$

kaynak yok

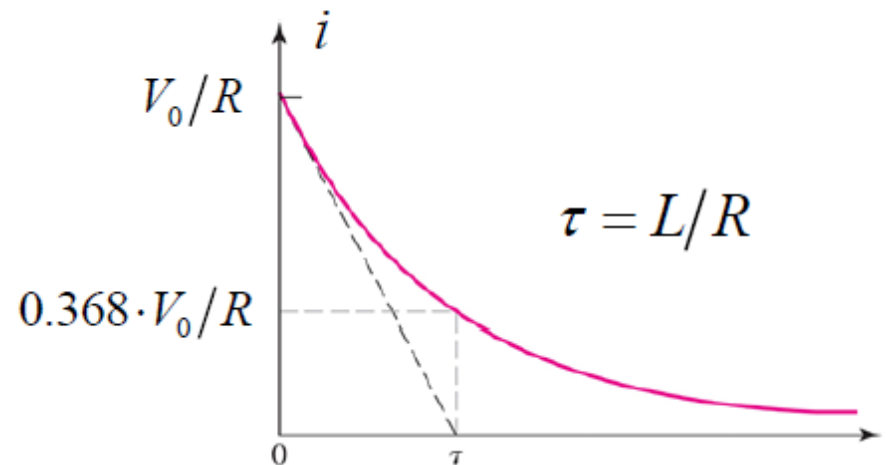
$$i(0) = V_0/R$$

Başlangıçta  
depolanmış olan enerji

$$i(\infty) = 0$$

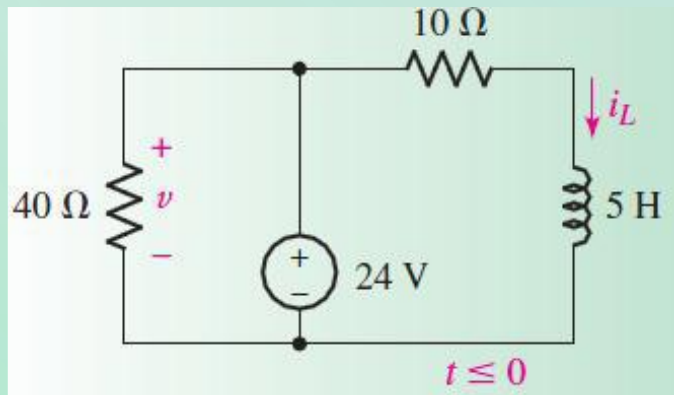
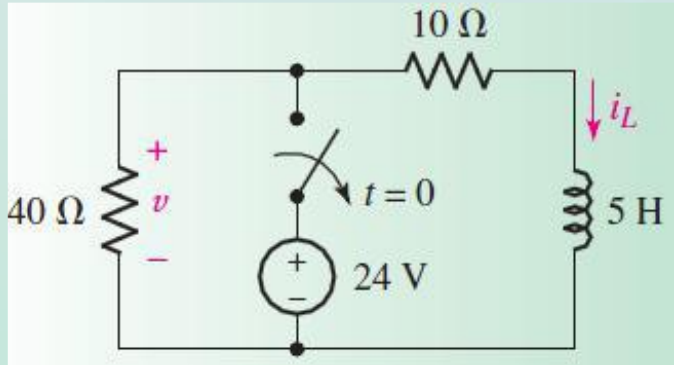
zamanla sıfıra  
düşer

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t \cdot R/L}$$

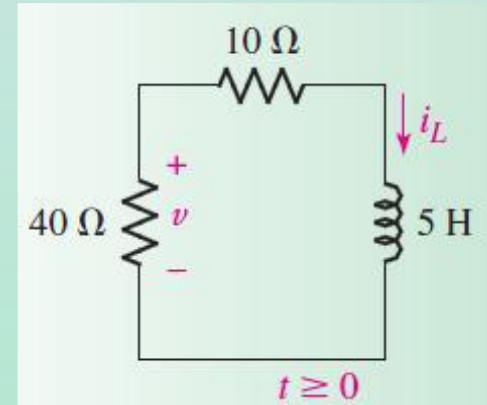


## ÖRNEK 8.2

- Aşağıdaki devre için  $t=200\text{ms}$  olduğunda  $v$  ile etiketlenmiş gerilimi bulun.



**Anahtar açılmadan önce**



**Anahtar açıldıktan sonra**

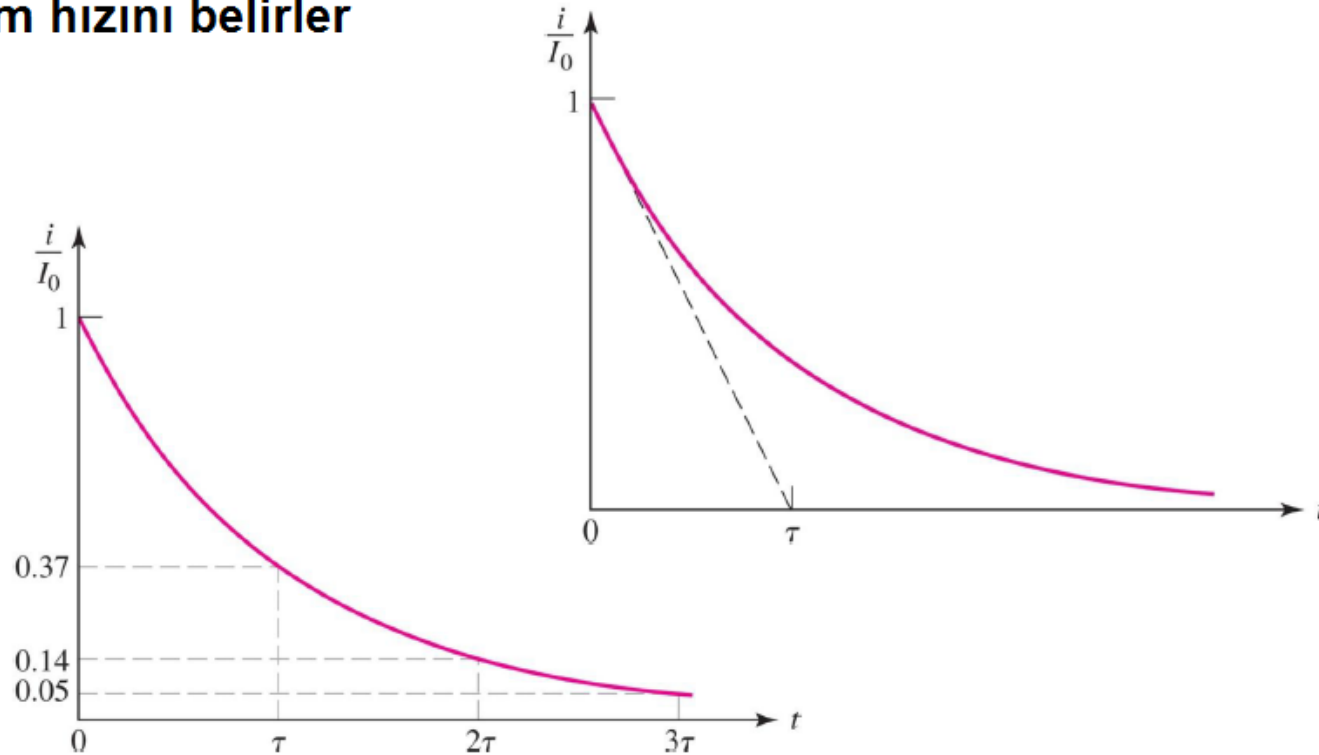
# Üstel (Exponential) Yanıt

**Zaman sabiti**

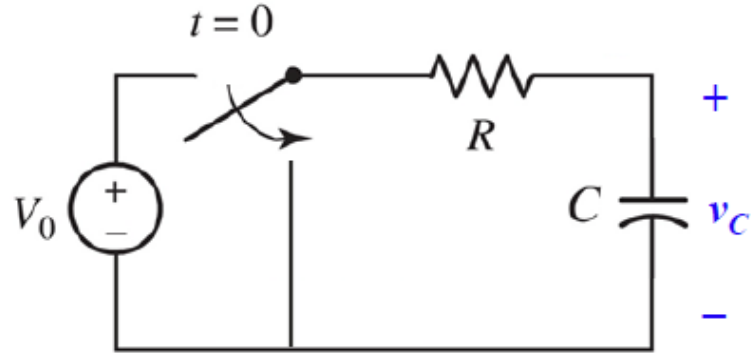
$$\tau = L/R$$

**sönüm hızını belirler**

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$



# Kaynaksız RC Devreleri (Doğal Yanıt)



kaynak yok

$$\frac{d}{dt}v_C(t) + \frac{1}{RC} \cdot v_C(t) = 0$$

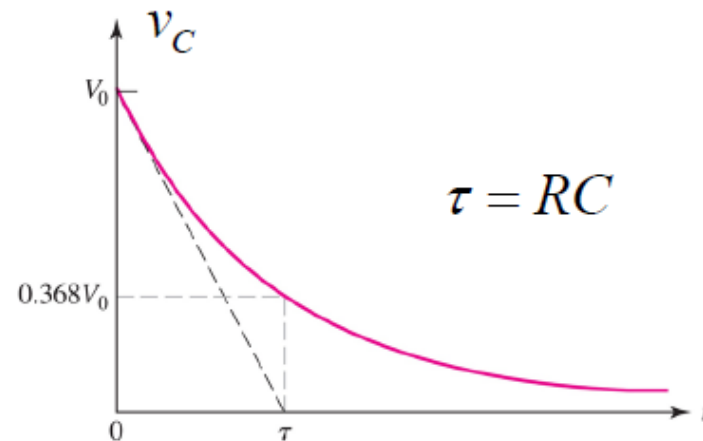
$$v_C(0) = V_0$$

$$v_C(\infty) = 0$$

başlangıçta depolanmış  
olan enerji

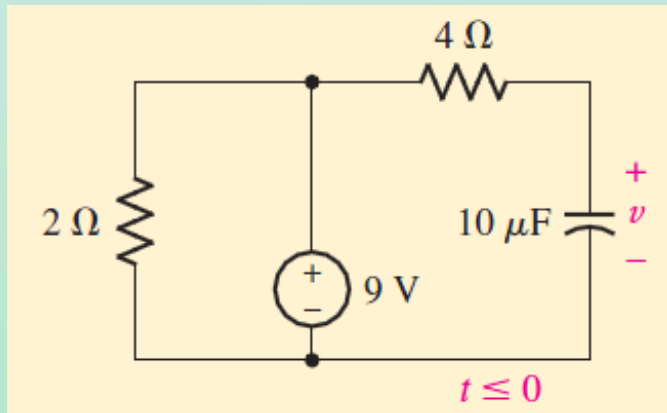
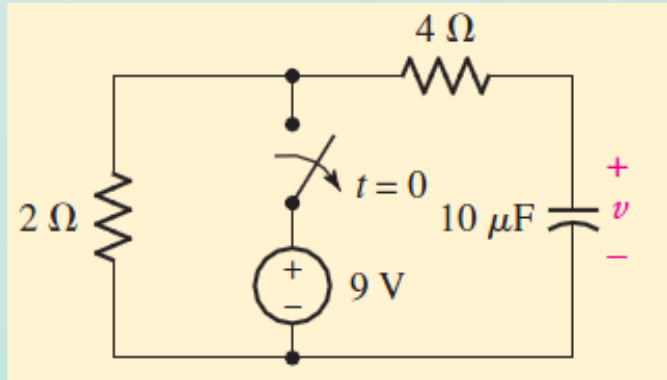
zamanla sıfıra  
düşer

$$v_C(t) = V_0 e^{-t/RC}$$

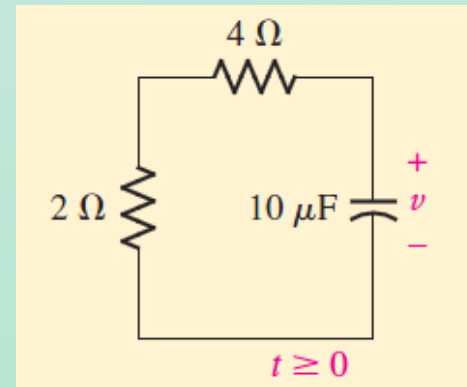


## ÖRNEK 8.3

- Aşağıdaki devre için  $t=200\mu\text{s}$  olduğunda  $v$  ile etiketlenmiş gerilimi bulun.



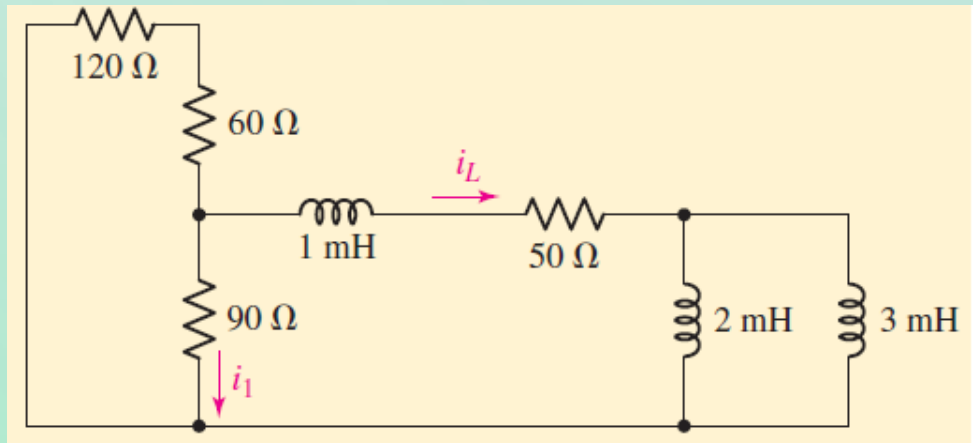
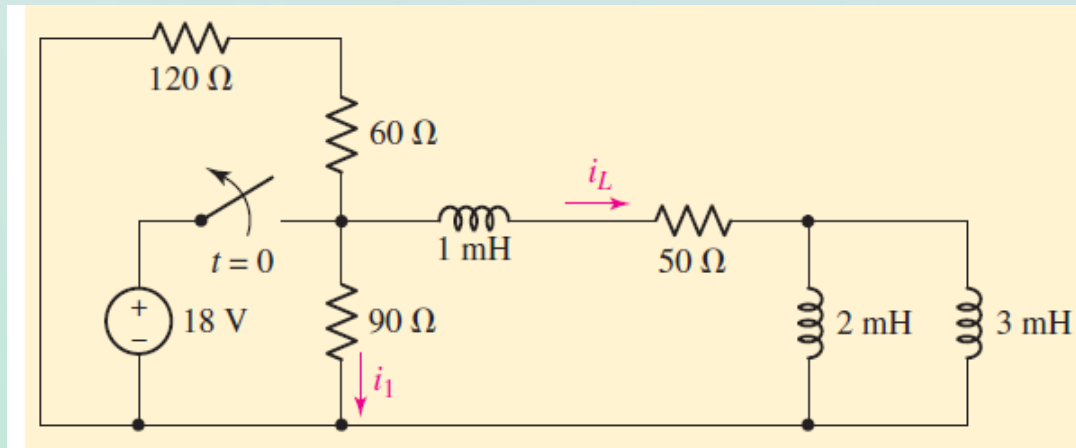
*Anahtar açılmadan önce*



*Anahtar açıldıktan sonra*

# DAHA GENEL BİR PERSPEKTİF (1)

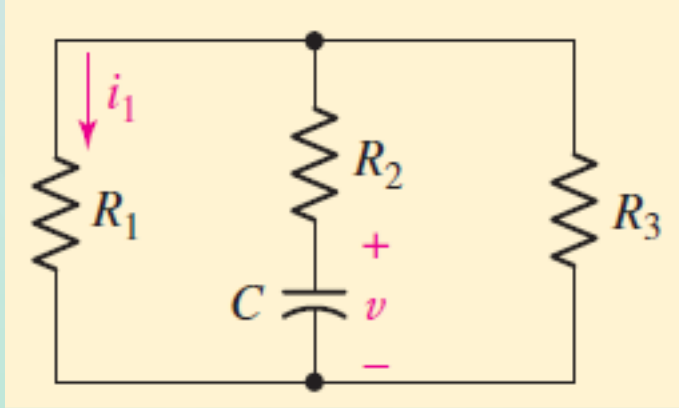
- $t > 0$  için devredeki  $i_1$  ve  $i_L$  akımlarının ikisini de bulun. (Örnek 8.4)



*Anahtar açıldıktan sonra*

# DAHA GENEL BİR PERSPEKTİF (2)

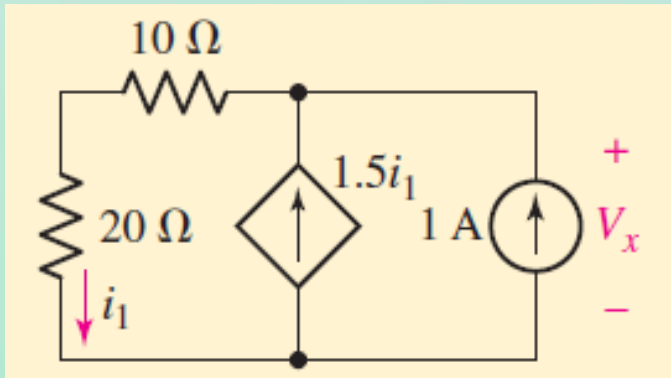
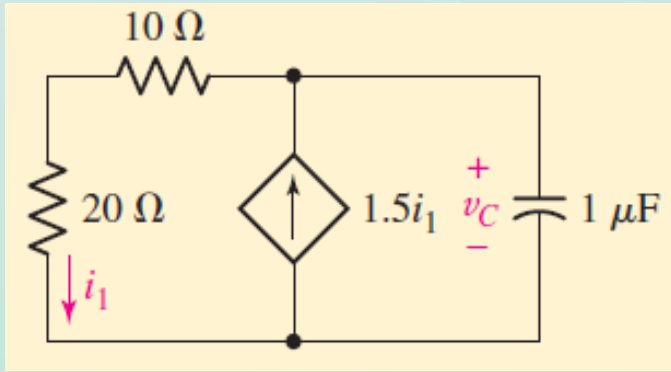
- Aşağıdaki devrede eğer  $v(0^-)=V_0$  ise  $v(0^+)$  gerilimini ve  $i(0^+)$  akımını bulun. (Örnek 8.5)





## ÖRNEK 8.6

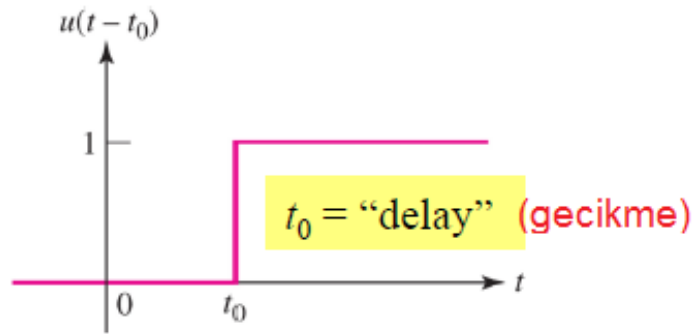
- Aşağıdaki devrede eğer  $v_c(0^-)=2V$  ise  $t>0$  için  $v_c$  ile etiketlenmiş gerilimi bulun.



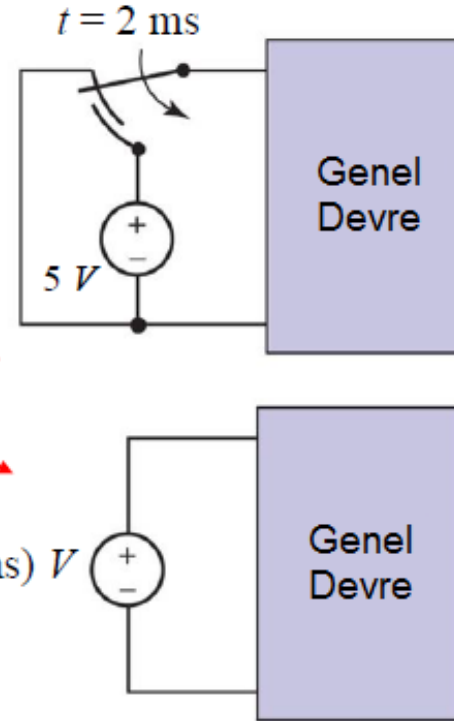
Kapasitöre bağlı devrenin Thevenin eşdeğerinin bulunması için devre yeniden düzenlenir.

# Birim Basamak (Unit-Step) Tanımı

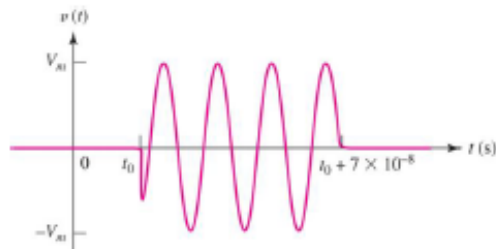
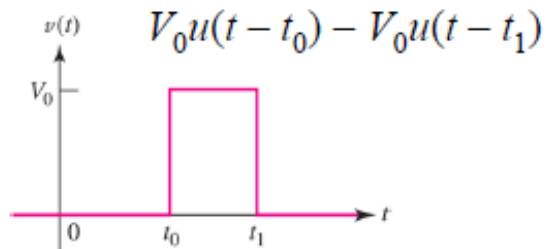
Birim basamak fonksiyonu,  $u(t - t_0)$ , anahtarlanan gerilimleri / akımları göstermek için uygun bir matematiksel formdur.



eşdeğer

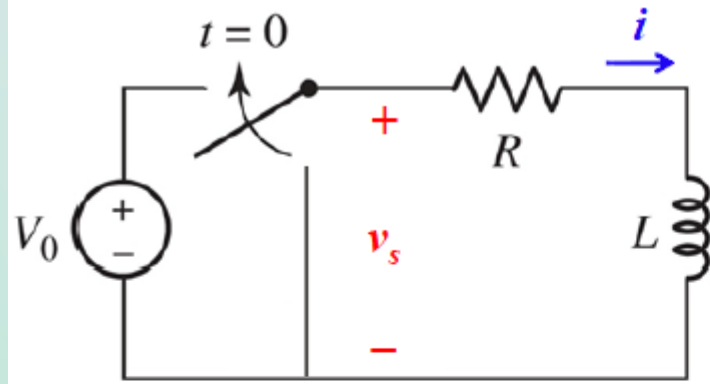


Birim basamaklar darbeleri göstermek için kullanılabilirler.



$$[V_0 u(t - t_0) - V_0 u(t - t_1)] \times \sin(2\pi \times 40 \times 10^6 t)$$

# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RL Devresi



Başlangıçta, (a) Kaynak kapalı, ve  
(b) hiç enerji depolanmıyor, dolayısıyla  
(c) hiç akım akıyor.

$$v_s = 0 \quad , \quad i(0^-) = 0$$

$t = 0$   
-dan önce

Anahtarın pozisyonu  
değiştikten sonra,

$$v_s = V_0 \quad , \quad i(0^+) = 0$$

$t = 0$   
-dan sonra

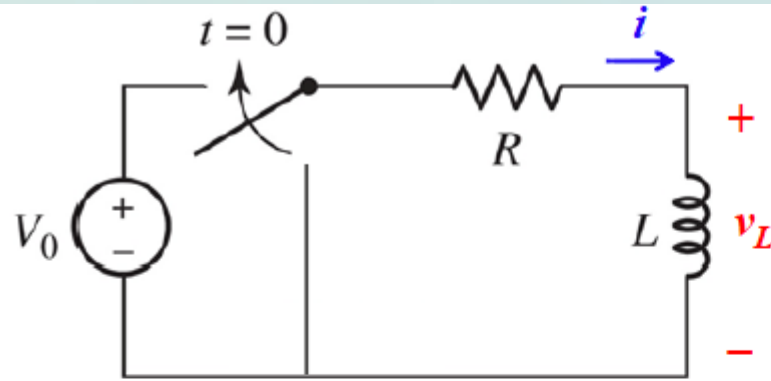
Endüktörün nihai akımı oluşturmak  
için yeterince zamanı olmadı:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\tau) \cdot d\tau$$

Anahtar kapatıldıktan  
uzun bir süre sonra,

$$i(\infty) = V_0 / R \quad (\text{endüktör kısa devre gibi davranır})$$

# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RL Devresi



$$i(0) = 0$$

$$i(\infty) = V_0 / R$$

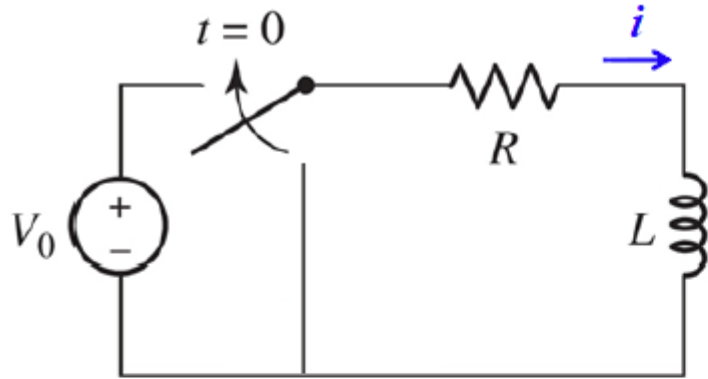
$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

**Anahtar konum değiştirdikten sonra KVL denklemini yazalım**

$$-V_0 + iR + v_L = 0 \quad \Rightarrow \quad v_L + R \cdot i = V_0 \quad \Rightarrow \quad L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + R \cdot i(t) = V_0$$

$$\frac{d}{dt} i(t) + \frac{R}{L} \cdot i(t) = \frac{V_0}{L} \quad \rightarrow \quad \text{homojen, birinci derece diferansiyel denklem}$$

# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RL Devresi

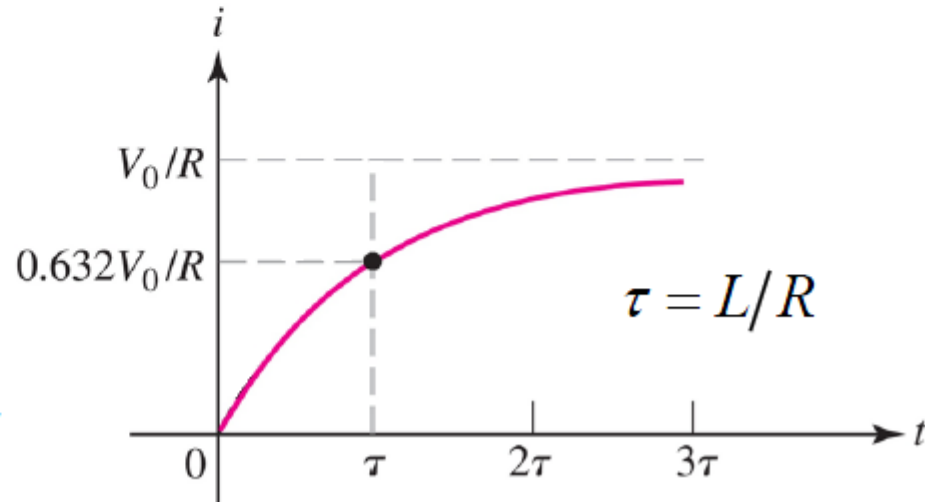


$$\frac{d}{dt}i(t) + \frac{R}{L} \cdot i(t) = \frac{V_0}{L}$$

$$i(0) = 0 \quad i(\infty) = V_0/R$$

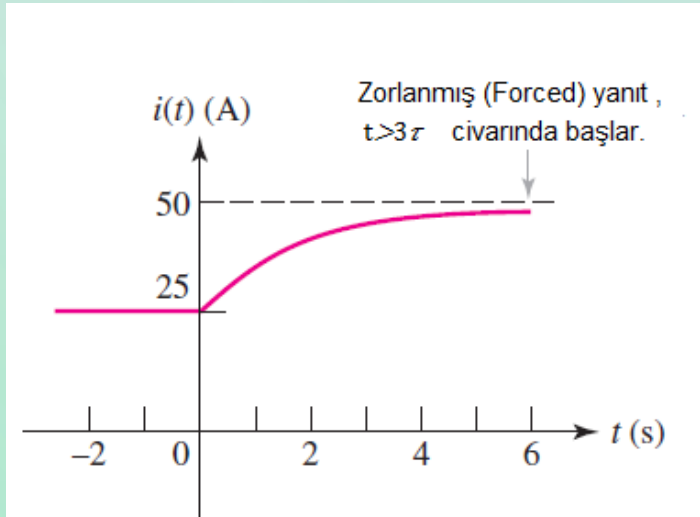
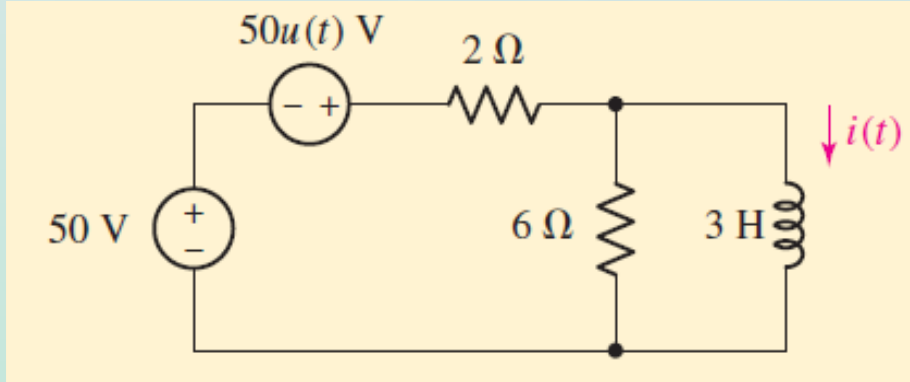
$$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-tR/L})$$

$\tau$  = devrenin **zaman sabiti**,  
yüklenme/boşalma için ne kadar  
süre gerektiğinin bir ölçüsüdür.



## ÖRNEK 8.8

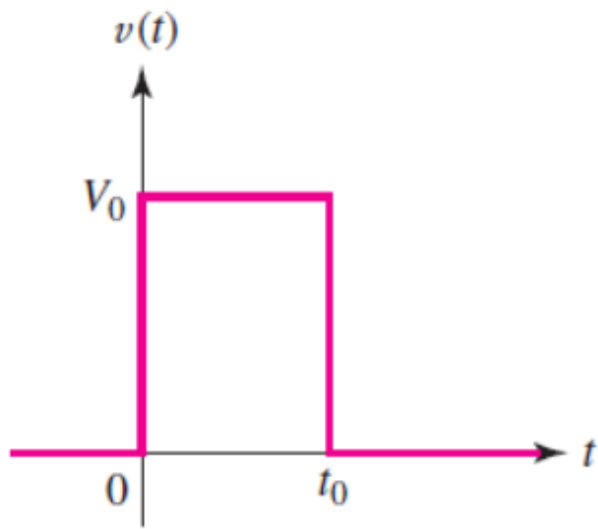
- Aşağıdaki devrede tüm zaman değerleri için  $i(t)$  akımını belirleyiniz.



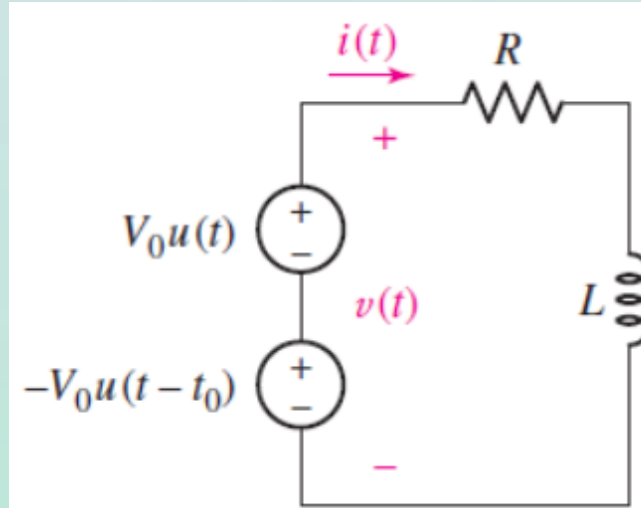
Devrenin  $i(t)$  yanıtı

## ÖRNEK 8.9 (1)

- $t_0$  süresince,  $V_0$  genlikli dikdörtgen bir gerilim darbesi uygulanan seri RL devresinin akım yanıtını bulun.

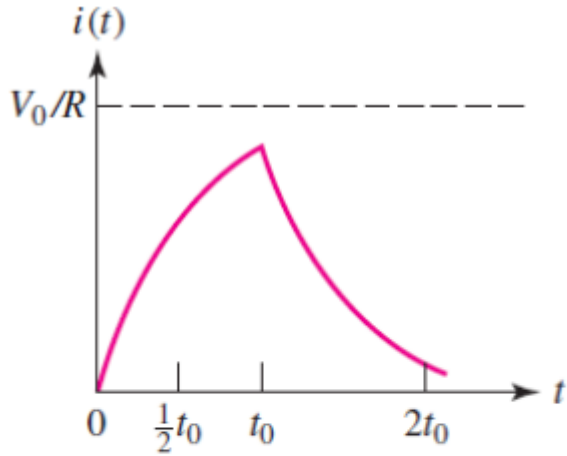


Basit bir seri RL devresinde zorlayıcı fonksiyon olarak kullanılan dikdörtgen bir gerilim darbesi

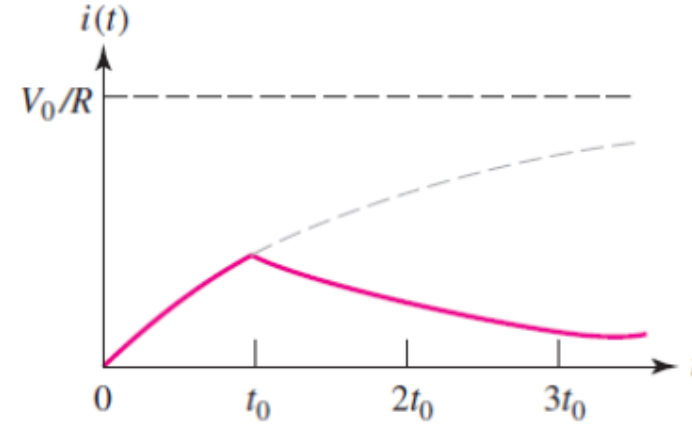


Seri RL devresinde, zorlayıcı fonksiyon iki bağımsız gerilim-basamak kaynağının seri kombinasyonu olarak gösteriliyor

## ÖRNEK 8.9 (2)



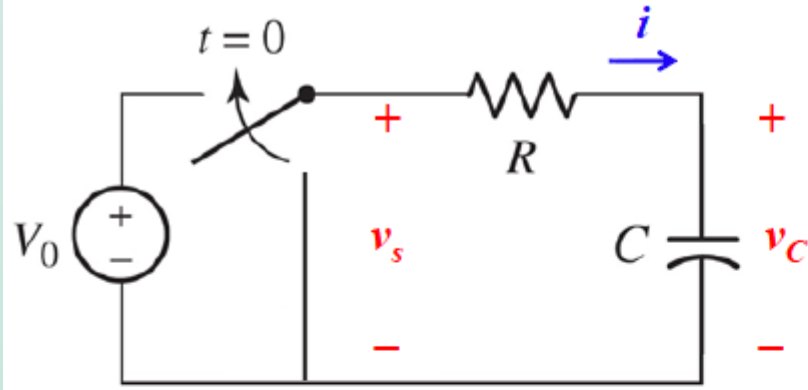
Zaman sabiti uygulanan darbenin uzunluğunun sadece yarısı kadardır; üstel fonksiyonun yükselen parçası, sönümlenen parçasından hemen önce neredeyse  $V_0/R$ 'ye yükselmektedir. ( $\tau = t_0/2$ )



Zaman sabiti  $t_0$ 'ın iki katıdır ve yanıtın daha büyük genliklere yükselme şansı hiç yoktur. ( $\tau = 2t_0$ )



# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RC Devresi



Başlangıçta, (a) kaynak kapalıdır, ve  
(b) hiç enerji depolanmaz.

$$v_s = 0 \quad , \quad v_C(0^-) = 0$$

$t = 0$   
-dan önce

Anahtar konum  
değiştirdikten sonra,

$$v_s = V_0 \quad , \quad v_C(0^+) = 0$$

$t = 0$   
-dan sonra

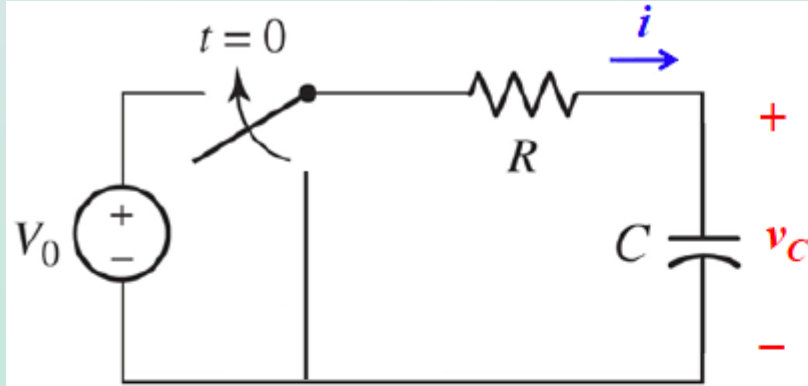
Kapasitörün nihai gerilimi oluşturmak  
için henüz yeterli zamanı olmadı:

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) \cdot d\tau$$

Anahtar kapandıktan  
uzun bir süre sonra,

$$v_C(\infty) = V_0 \quad (\text{Kapasitör açık devre gibi davranır})$$

# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RC Devresi



$$v_C(0) = 0$$

$$v_C(\infty) = V_0$$

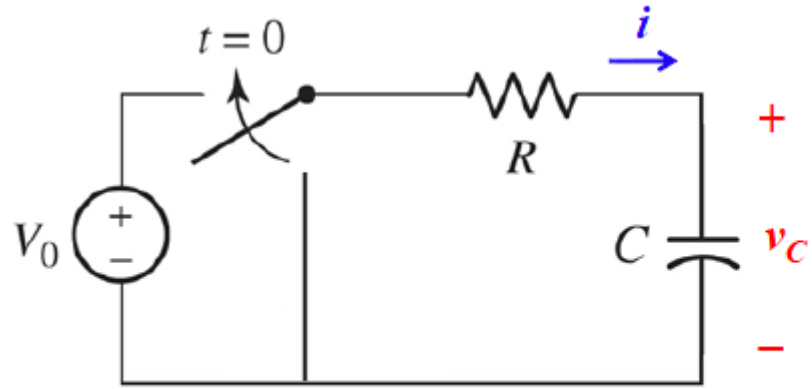
$$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$$

Anahtar konum değiştirdikten sonra KVL denklemini yazarsak,

$$-V_0 + iR + v_C = 0 \Rightarrow -V_0 + C \frac{dv_C}{dt} \cdot R + v_C = 0 \Rightarrow RC \frac{dv_C}{dt} + v_C = V_0$$

$$\frac{d}{dt} v_C(t) + \frac{1}{RC} \cdot v_C(t) = \frac{V_0}{RC} \rightarrow \text{homojen, birinci derece diferansiyel denklem}$$

# Gerilim Kaynağı ile Sürülen RC Devresi

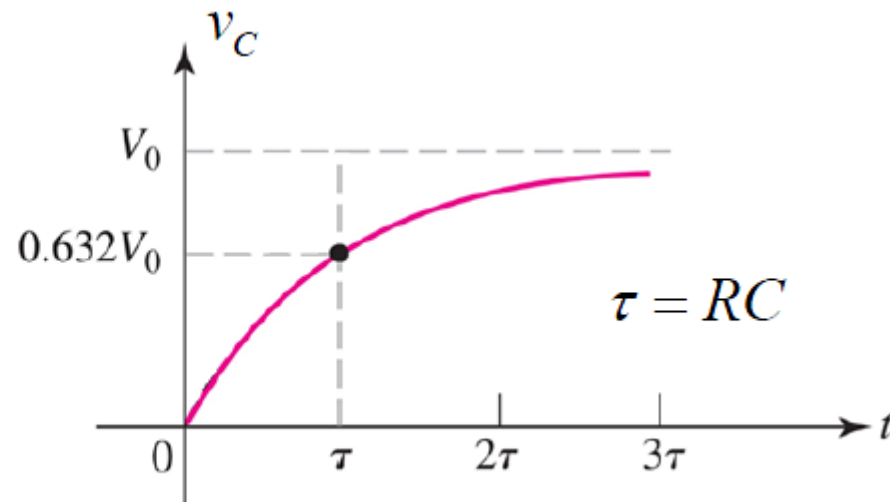


$$\frac{d}{dt}v_C(t) + \frac{1}{RC} \cdot v_C(t) = \frac{V_0}{RC}$$

$$v_C(0) = 0 \quad v_C(\infty) = V_0$$

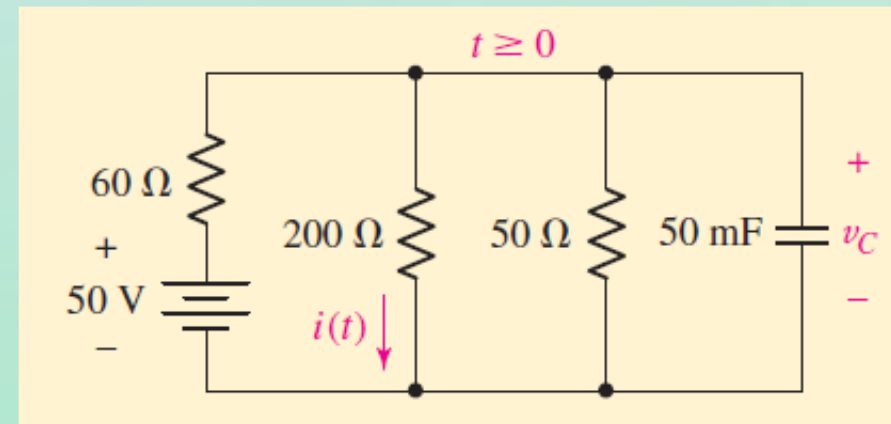
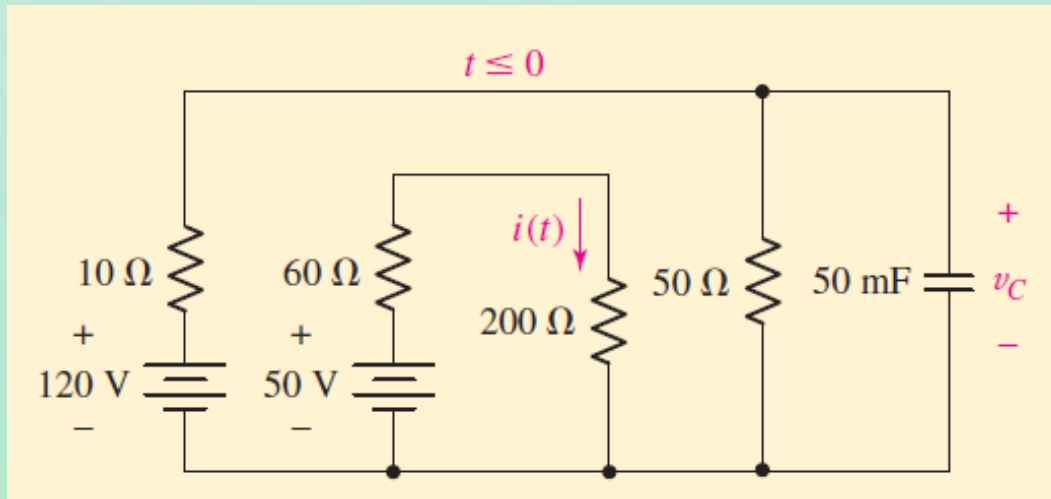
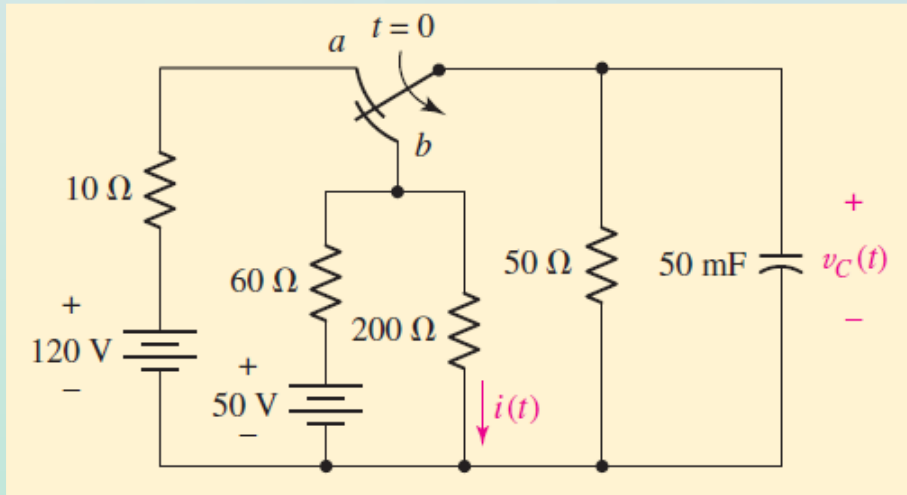
$$v_C(t) = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

$\tau$  = devrenin **zaman sabiti**,  
yüklenme/boşalma için gereken  
sürenin bir ölçüsüdür.

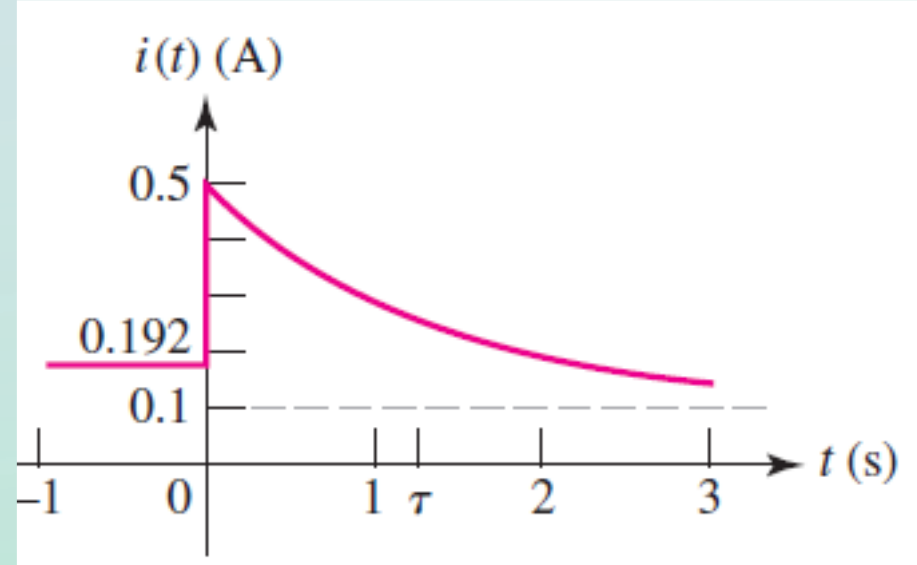
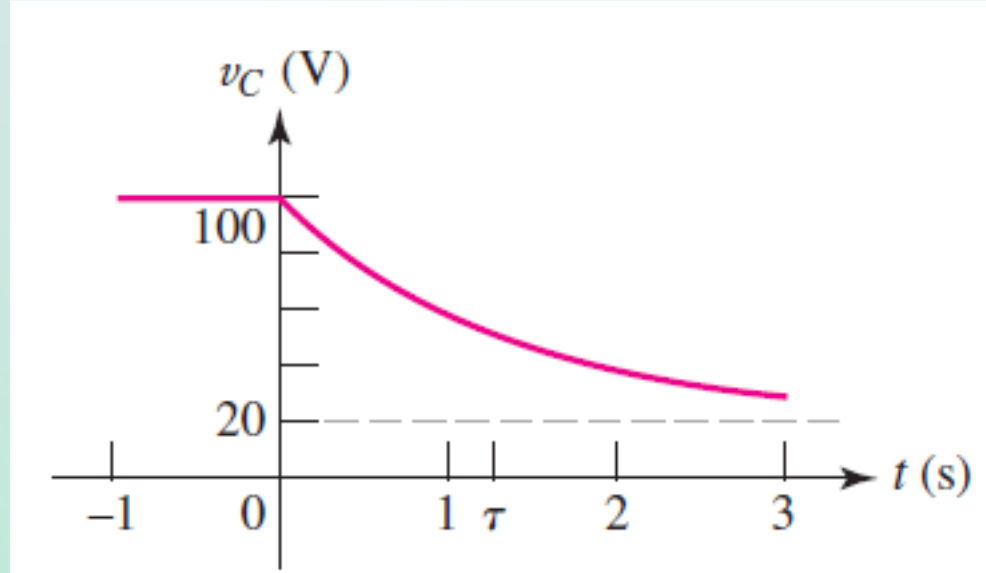


# ÖRNEK 8.10 (1)

- Aşağıda verilen devrede  $200\ \Omega$ 'luk direnç üzerindeki  $i(t)$  akımını ve  $v_C(t)$  kapasitör gerilimini bulun.



## ÖRNEK 8.10 (2)



Bu tek enerji depolayan elemanlı devrenin fonksiyonel formunu yazmak için veya kabaca grafiğini çizmek için 4 adet sayıya ihtiyacımız var:

- 1.) Anahtarlama yapmadan önceki sabit değer (0.1923 amper),
- 2.) Anahtarlama yapıldıktan hemen sonraki anlık değer (0.5 amper),
- 3.) Sabit zorlanmış yanıt ,*forced response*, (0.1 amper),
- 4.) Zaman sabiti (1.2 s).

Daha sonra uygun olan negatif üstel fonksiyon kolaylıkla yazılabilir veya çizilebilir.

# RL & RC Devresi : Genel Çözüm

Tek, eşdeğer, enerji depolayan elemanlı bir devrede geçici tepki (tüm gerilim ve akımlar) bu genel formu takip eder:

$$x(t) = X_1 e^{-t/\tau} + X_2$$

$$X_2 = x(\infty) \quad X_1 + X_2 = x(0^+)$$

## RL devresi

$$\tau = L/R_{th}$$

$$i_L(t) = I_1 e^{-t \cdot R_{th}/L} + I_2$$

## RC devresi

$$\tau = R_{th} C$$

$$v_C(t) = V_1 e^{-t/R_{th} C} + V_2$$

...burada  $R_{th}$ , enerji depolayan elemanın terminalleri arasında görülen Thevenin eşdeğer direncidir.

# RL & RC Devresi : Genel Çözüm Prosedürü

1. Devreyi geçici (transient) bir RL veya RC devresi olarak tanımla (RLC devresi olmaz)
2. Farzet ki devrenin yanıtı ( $i$  veya  $v$ ) aşağıdaki genel çözümü takip edecek,

$$x(t) = X_1 e^{-t/\tau} + X_2$$
$$X_2 = x(\infty) \quad X_1 + X_2 = x(0^+)$$

3. Eğer gerekliyse, seri/paralel kombinasyonlarına bakarak eşdeğer endüktansı,  $L_{eq}$ , veya eşdeğer kapasitansı,  $C_{eq}$ , belirle
4. Başlangıç endüktör akımı,  $i(0)$ , ve kapasitör gerilimi,  $v(0)$ , için çöz
5. Nihai endüktör akımı,  $i(\infty)$ , ve kapasitör gerilimi,  $v(\infty)$ , için çöz
6. Enerji depolayan eleman tarafından görülen Thevenin eşdeğer direncini,  $R_{th}$ , belirle.  
 $\tau = \frac{L}{R_{th}}$  veya  $\tau = R_{th}C$  zaman sabitini hesapla.
7. Adımlar 4,5 ve 6'daki sonuçları genel çözümde yerine koy (Adım 2).
8.  $v/i$  için çöz (kapasitör/endüktör için olan değil)  
belli  $v/i$  'yi çözmek için devre analizi yap (KVL,KCL,vb.)