

## تمرین کامپیوتری شماره ۳

ساختمان داده - پاییز ۱۴۰۰

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئول تمرین : معین کرمی

مهلت تحویل: ۱۴۰۰/۹/۶ (۲۳:۵۵)

استاد : دکتر هشام فیلی

### مقدمه

هدف از این تمرین کامپیوتری آشنایی بیشتر شما با ساختمان داده‌های درختی و پیاده سازی این ساختمان داده‌ها می باشد.

شما در این تمرین باید پیاده سازی این ساختمان داده‌ها را خودتان انجام دهید و استفاده از کتابخانه‌ها و کدها موجود در اینترنت مجاز نیست.

از دو زبان سی پلاس پلاس و پایتون برای پیاده سازی می توانید استفاده کنید. برای ارسال پاسخ‌های خود به صفحه کوئرا درس مراجعه کنید.

### پیش زمینه

مطالب درخت در طرح درس شامل مباحث درخت های AVL، Red-Black، Binary search، Heap، Expression را از منابع اصلی یا جایگزین معرفی شده مطالعه نمایید.

## مساله‌ی اول: شیخ معین در جست و جوی اسمشو نبر! (۳۰ نمره)

اسمشو نبر باز هم حلقه را دزدیده و گاندولف که نمی‌تواند او را پیدا کند از شیخ معین می‌خواهد کمکش کند.

اسمشو نبر داخل یک درخت دودویی کامل است و شیخ معین در ریشه درخت قرار دارد. ارتفاع این درخت  $h$  است، در نتیجه شامل  $2^h$  برگ می‌باشد. برگ‌ها را از سمت چپ تا راست به ترتیب از 1 تا  $2^h$  شماره گذاری می‌کنیم. اسمشو نبر داخل برگ  $n$ ام پنهان شده است.

شیخ معین در طی این جست و جو باید حتما طبق رشته دستورات بی‌نهایت "LRLRLRLR..." حرکات را انجام دهد و قوانین زیر را باید رعایت کند:

- حرف L به معنی این است که از راس فعلی به بچه سمت چپ آن برود.
- حرف R به معنی این است که از راس فعلی به بچه سمت راست آن برود.
- اگر راس مقصد قبلا دیده شده باشد، این حرف skip می‌شود و حرکتی انجام نمی‌دهد.
- اگر دو حرف متوالی skip شود (که قطعا راست و چپ است) چون هیچ حرکتی ندارد به راس پدر برمی‌گردد.
- اگر به راس برگ برسد که اسمشو نبر آنجا نیست به راس پدر آن برمی‌گردد.
- اگر به راس برگ که اسمشو نبر داخل آن است برسد اسمشو نبر را پیدا می‌کند و جست و جو به اتمام می‌رسد.

شیخ دقیقا طبق این الگوریتم عمل می‌کند. برنامه بنویسید تا برای او تعداد راس‌های ملاقات شده را محاسبه کند.

## ورودی

به ترتیب دو عدد  $h$  و  $n$  ورودی داده میشود. نشانگر ارتفاع درخت و شماره راس برگه که در خروج است، می باشد.

## خروجی

تعداد راس های ملاقات شده، طی الگوریتم توضیح داده شده در صورت سوال، تا رسیدن به اسمشو نبر را خروجی دهید. (به جز خود راس خروجی)

## محدودیت ها

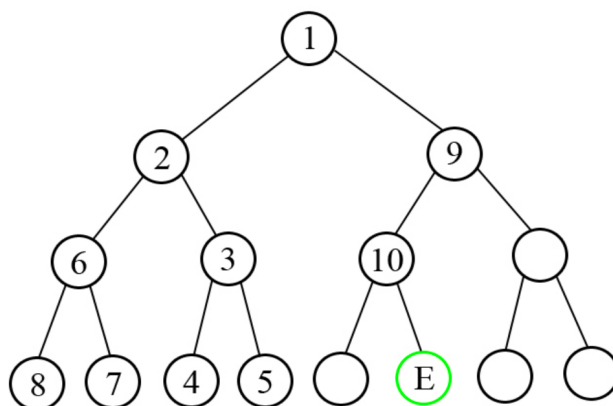
$$1 \leq h \leq 50, 1 \leq n \leq 2^h$$

## نمونه ی ورودی و خروجی

<b>Input:</b>
3 6
<b>Output:</b>
10

## توضیح نمونه ی ورودی و خروجی

در این مثال درختی با ارتفاع ۳ داریم. ترتیب راس های ملاقات شده با شماره در شکل مشخص شده است:



## مسالهی دوم: شیخ معین و نمودار نمرات (۳۰ نمره)

بعد از اتمام پروژه وقت آن رسیده است که شیخ معین نمرات را تحویل دهد و آن‌ها را روی نمودار ببرد. سلطان در این کار به معین کمک می‌کند و هربار یک برگه به معین می‌دهد که روی آن یک نمره نوشته شده و یا از او می‌خواهد که برگه با کمترین نمره و یا بیشترین نمره را به او پس بدهد، سلطان این عمل را  $n$  بار تکرار می‌کند. حال شیخ معین (همان طور که در سوال بعد می‌بینید) مشغول کمک به سی‌جی است و از شما خواسته به جای او این کار را انجام دهید.

## ورودی

در خط اول ورودی عدد  $n$  می‌آید؛ سپس در  $n$  خط بعدی در هر خط عملیاتی که باید در این مرحله انجام شود مشخص می‌شود. در ابتدای هر خط  $type$  به شما داده می‌شود که مشخص می‌کند این عملیات از کدام نوع است و بر اساس آن داده‌های مورد نیاز این عملیات در ادامه به شما داده می‌شود.

$type = 1$  : در این صورت در ادامه به شما یک عدد  $x$  داده می‌شود که به معنی دریافت یک برگه با نمره  $x$  از سلطان است.

$type = 2$  : در این صورت شما باید کوچکترین عدد که میان برگه‌هاست را چاپ و آن را به سلطان بدهید.

$type = 3$  : در این صورت شما باید بزرگترین عدد که میان برگه‌هاست را چاپ و آن را به سلطان بدهید.

توجه داشته باشید که بعد از عملیات نوع دوم و سوم شما برگه را تحویل می‌دهید و از این مرحله به بعد دیگر این برگه را در اختیار ندارید.

## خروجی

به ازای هر کدام از عملیات نوع دوم و سوم مقدار خواسته شده را چاپ کنید.

## محدودیت‌ها

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq x \leq 10^7$$

توجه کنید که تمام اعدادی که به ازای عملیات نوع اول به شما داده می‌شود متمایز هستند.

## نمونه‌ی ورودی و خروجی

### **Input:**

5

1 2

1 5

2

1 7

3

### **Output:**

2

7

## توضیح نمونه‌ی ورودی و خروجی

در ابتدا تعداد عملیات‌ها که برابر ۵ است را دریافت می‌کنیم. در دو عملیات بعدی به ترتیب نمرات ۲ و ۵ را دریافت کرده و مجموعه نمرات ما برابر {۲، ۵} می‌شود. در عملیات سوم باید کوچکترین نمره را چاپ و آن را حذف کنیم پس بعد از این عملیات و چاپ ۲ مجموعه نمرات ما برابر {۵} می‌شود. در عملیات چهارم نمره ۷ را اضافه کرده و مجموعه نمرات ما برابر {۵، ۷} می‌شود. در عملیات آخر نیز مقدار ۷ را چاپ کرده و آن را از مجموعه نمرات حذف می‌کنیم و مجموعه نمرات ما برابر {۵} می‌شود.

## مسالهی سوم: شیخ، کارل، بالاسا و کلمچی (۴۰ نمره)

بالاسا که از کارهای گذشته خود پشیمان هستند تصمیم گرفته‌اند درس بخوانند و باعث افتخار خانواده خود بشوند برای همین به موسسه‌ی کلمچی رفته و برای آزمون‌های آمادگی کورکن ثبت نام کرده‌اند. بیگاسموک (رئیس کلمچی) سی‌جی را پشتیبان بالاسا قرار داده است.

جمعه گذشته بالاسا آزمون داشته‌اند و همیشه فردای روز آزمون بالاسا به بحث در مورد طراح‌های آزمون می‌پردازند. (رتبه‌های آزمون و نتیجه هرکس اعلام شده است)

صبح روز شنبه بالاسا به ترتیب وارد کلاس می‌شوند. هر کسی بین افراد حاضر در کلاس پیش کسی می‌رود که کمترین اختلاف رتبه را با او دارد تا بتواند نظرات خود را با آدم هم سطح خودش مطرح کند. هدف ما در این سوال این است که این کمترین اختلاف رتبه با افراد حاضر را پیدا کنیم (سی‌جی برای این هدف از شیخ معین کمک خواسته، شیخ هم که مشغول کمک در سوال قبلی است...).

پس دو نوع پرسش داریم:

پرسش اول: عدد  $x$  را به مجموعه اضافه کنید.

پرسش دوم: اختلاف عدد  $y$  را با نزدیک‌ترین عددش در مجموعه پیدا کنید.

## ورودی

ابتدا یک عدد  $q$  نشانگر تعداد پرسش‌ها ورودی داده می‌شود.

در  $q$  خط بعدی، در هر خط یا ورودی به شکل " $1\ x$ " است که یعنی پرسش اول را داریم و یا به شکل " $2\ y$ " است که مخصوص پرسش دوم است.

## خروجی

به ازای هر کدام از پرسش دوم‌ها باید عدد مطلوب سوال (اختلاف عدد با نزدیک‌ترینش در مجموعه) را خروجی دهید.

## محدودیت‌ها

$$1 \leq q \leq 10^5$$
$$0 \leq x, y \leq 10^9$$

## نمونه ورودی و خروجی

### **Input:**

5

1 2

1 7

2 4

1 3

2 4

### **Output:**

2

1

## توضیح نمونه‌ی ورودی و خروجی

در تست نمونه دو پرسش از نوع دوم داریم. در هر دو اختلاف عدد ۴ با نزدیک‌ترین عددش در مجموعه را می‌خواهیم. در پرسش اول چون اعداد ۲ و ۷ در مجموعه هستند پس جواب ۲ است. در پرسش دوم چون عدد ۳ به مجموعه اضافه شده است پس جواب برابر ۱ خواهد شد.

## نکات تکمیلی

- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- استفاده از کدهای آماده برای پیاده‌سازی این مباحث (جستجو شده در اینترنت و ...)، مجاز نمی‌باشد. در صورت کشف، مانند تقلب برخورد می‌شود.
- استفاده از توابع کتابخانه‌ای (برای مثال برای جستجوی دودویی یا مرتب سازی) مجاز نمی‌باشد. علت این امر این است که الگوریتم مورد نیاز برای این توابع در محتوای درس ارائه شده است و پیاده سازی این الگوریتم‌ها نیز بخشی از هدف آموزشی این تمرین است.
- در صورت وجود هرگونه ابهام می‌توانید از طریق این [ایمیل](#) با من در ارتباط باشید.