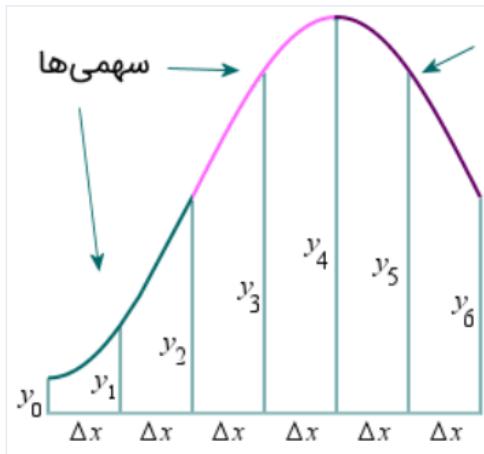


علی قنبری، شماره دانشجویی: 4001239216

فرمول قاعده سیمپسون

مساحت زیر منحنی را به n بخش مساوی با عرض Δx تقسیم می‌کنیم.



فرمول مساحت تقریبی با استفاده از قاعده سیمپسون به صورت زیر است:

$$A = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{n-1} + y_n)$$

که در آن:

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

توجه کنید که در قاعده سیمپسون، n باید زوج باشد.

برای به خاطر سپردن قاعده سیمپسون، می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \dots) + 2(y_2 + y_4 + y_6 + \dots) + y_n]$$

یا به عبارت دیگر:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} \left[\text{نقطه آخر} + \text{مجموع نقاط فرد} \left(۲ + \dots \right) + \text{نقطه اول} \right]$$

پیاده سازی در پایتون

برای نوشتن برنامه قاعده سیمپسون در پایتون، ابتدا تابع `simps` را تعریف می کنیم که پارامتر ورودی آن x است و مقدار $f(x)$ را به عنوان خروجی می دهد.

```
2
3 # Define function to integrate
4 def f(x):
5     return 3*x**2
6
7 # Implementing Simpson's 1/3
8
```

پس از آن تابعی برای اجرای قاعده سیمپسون پیاده می کنیم

این تابع سه پارامتر ورودی x_0, xn, n که به ترتیب (ابتدای بازه، انتهای بازه و تعداد زیر بازه) است.

در ابتدای تابع `simpson13` مقدار h را محاسبه کرده ایم:

```
11     # calculating step size
12     h = (xn - x0) / n
13
```

در ادامه به جمع مقادیر می پردازیم:

اما چطور الگوریتمی برایش بنویسیم؟؟

میتوانیم در ابتدا مقادیر اول و اخر را جمع کنیم و در متغیری به نام `integration` ذخیره کنیم، سپس با کمک حلقه و شرط ها در پایتون به 2 برابر مقادیری که اندیس زوج دارند و 4 برابر مقادیری که اندیس فرد دارند را جمع و به متغیر `integration` می افزاییم.

```
19
20     if i % 2 == 0:
21         integration = integration + 2 * f(k)
22     else:
23         integration = integration + 4 * f(k)
24
```

در آخرهم مقدار بدست آمده را ضرب در $3/h$ میکنیم و به عنوان خروجی برگشت میدهیم:

```
24
25      # Finding final integration value
26      integration = integration * h/3
27
28      return integration
29
```

برای گرفتن ورودیهایی از کاربر خط زیر تعییه شده است:

(حد پایین، حد بالا و تعداد زیر بازه ها برای اجرای قاعده سیمسون)

```
30
31 # Input section
32 lower_limit = float(input("Enter lower limit of integration: "))
33 upper_limit = float(input("Enter upper limit of integration: "))
34 sub_interval = int(input("Enter number of sub intervals: "))
35
```

در آخرین بخش از برنامه با استفاده از تابع `simpson13` که نوشته ایم، مقدار خروجی را چاپ میکنیم:

```
35
36 # Call trapezoidal() method and get result
37 result = simpson13(lower_limit, upper_limit, sub_interval)
38 print("Integration result by Simpson's 1/3 method is: %0.6f" % (result))
39
```

سورس کامل برنامہ پایتون قاعدہ سیمپسون

```
1 # Simpson's 1/3 Rule
2
3 # Define function to integrate
4 def f(x):
5     return 3*x**2
6
7 # Implementing Simpson's 1/3
8
9
10 def simpson13(x0, xn, n):
11     # calculating step size
12     h = (xn - x0) / n
13
14     # Finding sum
15     integration = f(x0) + f(xn)
16
17     for i in range(1, n):
18         k = x0 + i*h
19
20         if i % 2 == 0:
21             integration = integration + 2 * f(k)
22         else:
23             integration = integration + 4 * f(k)
24
25     # Finding final integration value
26     integration = integration * h/3
27
28     return integration
29
30
31 # Input section
32 lower_limit = float(input("Enter lower limit of integration: "))
33 upper_limit = float(input("Enter upper limit of integration: "))
34 sub_interval = int(input("Enter number of sub intervals: "))
35
36 # Call trapezoidal() method and get result
37 result = simpson13(lower_limit, upper_limit, sub_interval)
38 print("Integration result by Simpson's 1/3 method is: %0.6f" % (result))
39
```