

Binäraddierer - Historie und Realisierung

W-Seminar Physik - Historische Schaltungen Nachbauen

Adrian Jüngling

24. August 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Historie	3
2.1	Der „erste Computer“ der Welt	3
2.2	Verbesserung der Z1 mithilfe der Elektronik	4
2.3	Erfolge und Probleme der Z4	4
2.4	ERMETH - Der hauseigene Rechner der ETH Zürich	5
3	Funktionsweise und Realisierung	5
3.1	Binärsystem und binäre Logik	5
3.2	UND-Gatter	6

1 Einleitung

Aus heutiger Sicht ist ein Leben ohne Technologie kaum vorstellbar. Nahezu jeder besitzt ein eigenes Smartphone und/oder PC. An deutschen Schulen werden zunehmend digitale Medien für Unterrichtszwecke verwendet. Und mithilfe von „Smart-Home“ Systemen lassen sich beispielsweise Beleuchtung und Heizungen bequem mit dem Smartphone steuern.

Diese Systeme beruhen alle auf digitaler Technik. Selbst kleine Smart-Home Geräte funktionieren meist mithilfe von Mikroprozessoren. Diese ähneln im Aufbau und der Funktionsweise sehr den konventionellen Computern. Sie sind jedoch wesentlich kleiner und dadurch, vor allem in Hinsicht auf die Rechenleistung, beschränkter. Jedoch arbeiten auch diese Systeme nach denselben Prinzipien wie größere Geräte: Dem Durchführen mathematischer Berechnungen.

Ein möglicher Schaltkreis, welcher hierbei für die Addition als einfache Rechenoperation verwendet werden kann, ist der „Binäraddierer“, welcher im Folgenden thematisiert wird.

2 Historie

Das Verwenden von Rechenmaschinen um mathematische Operationen auszuführen ist seither eines der wichtigsten Fortschritte im Gebiet der Wissenschaft. Die ersten Ansätze dieser Rechner waren jedoch von den heutigen, leistungsstarken Computern weit entfernt.

2.1 Der „erste Computer“ der Welt

Laut [1] war Konrad Zuse (1910 - 1995) ein deutscher Bauingenieur, dessen Werke in [2] thematisiert werden. Er wird zudem als „Vater des Computers“ bezeichnet. Jedoch steht bis heute nicht fest, wer der tatsächliche Erfinder des Computers war, da dies stark von der Definition eines solchen abhängt. Zuse war vor allem für seine revolutionären Erfindungen seit den dreißiger Jahren bekannt. Dazu gehört die sogenannte *Z1*, ein mechanischer Apparat zum Durchführen arithmetischer Berechnungen. Diese entwickelte er von 1936 bis 1938 und funktionierte, statt mit elektrischem Strom, mithilfe von beweglichen Metallstiften, welche sich jeweils nur entweder vorwärts oder rückwärts entlang einer Schiene bewegen konnten.

Da sich hiermit keine Zahlen im konventionellen Dezimalsystem darstellen lassen, funktionierte die *Z1* mithilfe des binären Zahlensystems. Im Gegensatz zum dezimalen Zahlensystem, bei dem für eine einzelne Stelle zehn verschiedene Ziffern zur Auswahl stehen, kann eine Stelle im Binärsystem lediglich einen von zwei möglichen Zuständen annehmen. Dies ist passend für die zwei möglichen Bewegungsrichtungen der Metallstäbe. Das binäre Zahlensystem wird in *3.1. Binärsystem und binäre Logik* genauer beschrieben. Auch längere und komplexere Ketten an Anweisungen konnten in binärer Schreibweise auf ein Lochband übertragen und anschließend ausgeführt werden. Gegenüber anderen, zu der Zeit entstandenen Rechnern, war deshalb die *Z1* besonders flexibel.

Ebenso wie ein tatsächlicher Erfinder des Computers nicht feststeht, gibt es keine Erfindung, welche objektiv als „erster Computer“ festgelegt werden kann. In [2] wird ebenso der an der Moore School of Electrical Engineering entstandene „*ENIAC*“ aufgelistet. Er wurde 1945 fertiggestellt und löste schon im Dezember desselben Jahres seine erste Rechenaufgabe. Ein weiteres

Gerät dieser Art ist die Kreation von John Atanasoff. An seinem „*Mark I*“ arbeitete er von 1938 bis 1942 am Iowa State College. Dieser war in seiner Funktion allerdings auf Vektoraddition und Subtraktion beschränkt und nicht für universale Zwecke geeignet. Beide dieser Maschinen werden auch häufig als „erste Computer“ betitelt.

Im Vergleich zum ENIAC und dem Mark I war die von Zuse gebaute Z1 allerdings sowohl die nützlichste, als auch die älteste Maschine. Jedoch war diese aufgrund ihrer mechanischen Bauweise zu unzuverlässig. Die größte Problematik hierbei lag darin, dass die einzelnen Bauteile extrem genau aufeinander abgestimmt sein mussten, damit keine Schäden entstanden. Sie bewies aber, dass Struktur und Konzept des Geräts funktionierten.

2.2 Verbesserung der Z1 mithilfe der Elektronik

Zuse begann nach alternativen Technologien zu forschen, welche zum Bau eines Rechners geeigneter waren. Sein nachfolgendes Modell, die Z2, bediente sich zwar teils noch immer an mechanischer Bauweise, nutzte für die Architektur des Rechenwerks hingegen ausschließlich elektromechanische Relais. Auch hier war die Nutzung des Binärsystems angebracht, da bei einem Relais ebenfalls nur zwei Zustände (offen und geschlossen) möglich sind. Hierdurch waren die Relais zudem mit dem mechanisch realisiertem Speicherwerk kompatibel.

Die Entwicklung der Z3 begann Konrad Zuse in 1938. Nachdem dessen Z1 gänzlich mechanisch, und die Z2 teils mithilfe von Relais realisiert wurde, bestanden sowohl das Rechen- als auch das Speicherwerk der Z3 ausschließlich aus Relais. Hierbei wurde, ebenso wie bei der Z2, an der Logikstruktur nichts verändert. Sie wurde lediglich übersetzt, wodurch die Z1 im Vergleich zur Z3 die mechanische Bauweise als einzigen Unterschied aufweist. Der Bau der Z3 wurde 1941 abgeschlossen, wodurch sie schon vier Jahre vor der Fertigstellung des ENIAC funktionsfähig war. Das Rechenwerk der Z3 nutzte 600 Relais, das Speicherwerk hingegen mit etwa 1800 Relais dreimal so viel.

2.3 Erfolge und Probleme der Z4

In [1] wird die nächste Maschine der Reihe thematisiert. Die zwischen 1942 und 1945 konstruierte Z4 lief ebenso wie die Z3 mit Relais. Sie hatte allerdings im Vergleich zu den Vorgängermodellen und vergleichbaren amerikanischen Modellen eine deutlich geringere Anfälligkeit für Störungen. Die Z4 wurde zudem für fünf Jahre an das Institut für angewandte Mathematik an der ETH Zürich vermietet, wofür diese insgesamt 30 000 Franken bezahlte. Zuse stieß dabei allerdings auch auf Kritik, da die Z4 trotz der deutlichen Verbesserungen immer noch sehr wartungsintensiv war. So wurde die Z4 beispielsweise in einem Brief an Zuse vom 18. Juni 1951 von Eduard Stiefel, Gründer des Instituts für angewandte Mathematik an der ETH Zürich, als „absolut nicht [betriebsbereit]“ bezeichnet. Im Brief heißt es auch, dass es zwei Wochen dauerte, bis es erstmals gelang, eine kleine Rechnung durchzuführen. Max Engeli bediente als Nachtoperator oftmals die Z4. Er schrieb über sie, dass er oftmals den Speicher der Z4 reparieren musste, da dort oft Knöpfe hineinfelen.

Dennoch konnte die Maschine nach zwei Wochen in Betrieb genommen werden. Sie war ikonisch für ihre Geräuschkulisse, welche aufgrund der elektromechanischen Relais entstand. Laut Erzählungen konnte man sogar mit etwas Übung erhören, welche Art der Rechenoperation das

Gerät momentan ausführt. Deshalb schrieb Zuse in seiner Autobiografie, dass „[...] das verschlafene Zürich durch die ratternde Z4 ein, wenn auch bescheidenes, Nachtleben“ bekam. Sie wurde von der ETH Zürich unter anderem genutzt, um beispielsweise lineare Differenzialgleichungen zu lösen, Spannungen in Talsperren zu berechnen oder sogar Untersuchungen in der Quantenmechanik vorzunehmen. Eine solche Berechnung durchzuführen dauerte oftmals etwa 100 Stunden. Zuse wurde schließlich am 23. November 1991 von der ETH Zürich die Ehren doktorwürde verliehen.

2.4 ERMETH - Der hauseigene Rechner der ETH Zürich

Wie in [1] beschrieben mietete die ETH Zürich die Z4 lediglich als Übergangslösung, da es zu der Zeit keine programmierbaren Rechner zu kaufen gab. Eduard Stiefel besuchte vom Oktober 1948 bis März 1949 die vereinigten Staaten. Dort informierte er sich über den Forschungsstand der Rechenmaschinen. Im Jahr 1949 eigneten sich zwei seiner Mitarbeiter wissen über den Bau von Rechenmaschinen an. Hierfür bereisten sie ebenfalls die USA.

Schließlich wurde von 1953 bis 1956 die ERMETH (elektronische Rechenmaschine der ETH) erbaut. Nicht zuletzt waren am Bau Eduard Stiefel und Heinz Rutishauser beteiligt. Letzterer war Professor an der ETH und zudem einer der Pioniere im Gebiet der Computerwissenschaften.

Die ERMETH wies im Vergleich zur Z4 einige Besonderheiten auf. Während die Z1 bis Z4 im Binärsystem rechneten, arbeitete die ERMETH mit dem uns Menschen bekannten Dezimalsystem. Zudem wurde beim Bau auf Elektronenröhren zurückgegriffen, statt auf Relais. Die ERMETH wurde von 1956 bis 1963 an der ETH Zürich betrieben.

3 Funktionsweise und Realisierung

3.1 Binärsystem und binäre Logik

In [2] und [1] ist zu erkennen, dass nahezu alle ersten Rechenmaschinen mit dem Binärsystem arbeiteten. Wie in [3] beschrieben, findet dieses Zahlensystem auch in heutigen Computern Anwendung. Hierbei werden allerdings weder Relais, noch Elektronenröhren eingesetzt. Stattdessen benutzt man Transistoren, da diese unter anderem im mikroskopischen Maßstab angefertigt werden können. Dadurch sind moderne Prozessoren besonders platzsparend und leistungsstark. Die Transistoren agieren analog zu den damals verwendeten Relais als Schalter.

Das Dezimalsystem („decem“ $\hat{=}$ zehn) ist das konventionelle Zahlensystem, welches in der Mathematik benutzt wird. Hierbei kann jede Stelle einer Zahl einen von zehn möglichen Zuständen annehmen (0-9). Bei der Darstellung größerer Zahlen, muss auf zusätzliche Stellen zurückgegriffen werden. Jede Stelle einer Zahl im Dezimalsystem hat den zehnfachen Wert der jeweils rechten.

Im Binärsystem („bi“ $\hat{=}$ zwei) stehen für eine Stelle lediglich zwei Zustände zur Auswahl (0 und 1). Das darstellen der Zahl zwei im Binärsystem ist mit nur einer Stelle nicht möglich. Hier muss bereits die nächsthöhere verwendet werden. Die Zahl zwei im Binärsystem wird also als 10 dargestellt. Erhöht man diese Zahl um den Wert 1, so ergibt sich 11. Führt man dies ein weiteres Mal fort, so findet in der ersten Stelle ein „Überlauf“ statt. Das bedeutet, dass der maximale Zahlenbereich dieser Stelle überschritten wurde. Diese beginnt wieder bei null, und

die jeweils linke Stelle wird um eins erhöht. Bei $11 + 1$ geschieht dies zweimal, es ergibt sich 100.

Jede Stelle einer Zahl im Binärsystem hat den zweifachen Wert der jeweils rechten. Übersetzt man eine Zahl vom Binärsystem zum Dezimalsystem, so betrachtet man alle Stellen mit dem Zustand 1. Deren Wertigkeiten werden anschließend summiert. Die Binärzahl 1011 entspricht also $1 * 8 + 0 * 4 + 1 * 2 + 1 * 1 = 11$ im Dezimalsystem.

Die Addition zweier Zahlen im Binärsystem funktioniert ähnlich wie im Dezimalsystem. Es werden zunächst die ersten Stellen der beiden Zahlen addiert. Ereignet sich ein Überlauf, so wird eine weitere 1 zur nächsthöheren Stelle übertragen. Dieser Prozess setzt sich bis zur höchsten Stelle fort. Wie in [3] zu sehen, ist der Binäraddierer ein elektronisches Bauteil, welches lediglich eine Stelle zweier Binärzahlen addieren kann. Jedoch können auch größere Zahlen summiert werden. Um beispielsweise zwei achtstellige Binärzahlen zu addieren, sind acht Binäraddierer nötig. Jedes dieser Bauteile ist für die Addition einer Stelle der beiden Zahlen zuständig.

Ein Binäraddierer ist aus einzelnen Logikgattern zusammengesetzt. Diese sind kleine Schaltkreise, welche einfache Rechenoperationen mit binären Werten durchführen. Sie enthalten einen oder mehrere Ein- und Ausgabeanschlüsse. Die Funktionsweise eines Logikgatters wird, wie in [4] gezeigt, mithilfe von Wahrheitstabellen veranschaulicht. Diese Tabellen zeigen die Zustände der Ausgabeanschlüsse in Abhängigkeit von denen der Eingabeanschlüsse.

3.2 UND-Gatter

A	B	Out
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Abbildung 1: Wahrheitstabelle für das logische UND-Gatter

Diese Wahrheitstabelle wurde aus [4] entnommen. Sie zeigt die Funktionsweise des logischen UND-Gatters. Dieses besitzt zwei Eingabeanschlüsse (A und B), und einen Ausgabeanschluss (Out). Ein niedriges Spannungsniveau wird als 0 dargestellt, ein hohes als 1. Wie in [5] zu sehen, können für diese beiden Zustände ebenso die Begriffe „HIGH“ oder „LOW“ verwendet werden.

Die Tabelle zeigt, dass der Ausgabeanschluss nur dann auf HIGH liegt, wenn A und B ebenso auf HIGH gesetzt sind. Ist mindestens einer der beiden Eingabeanschlüsse auf LOW, so ist auch der Ausgabeanschluss auf LOW.

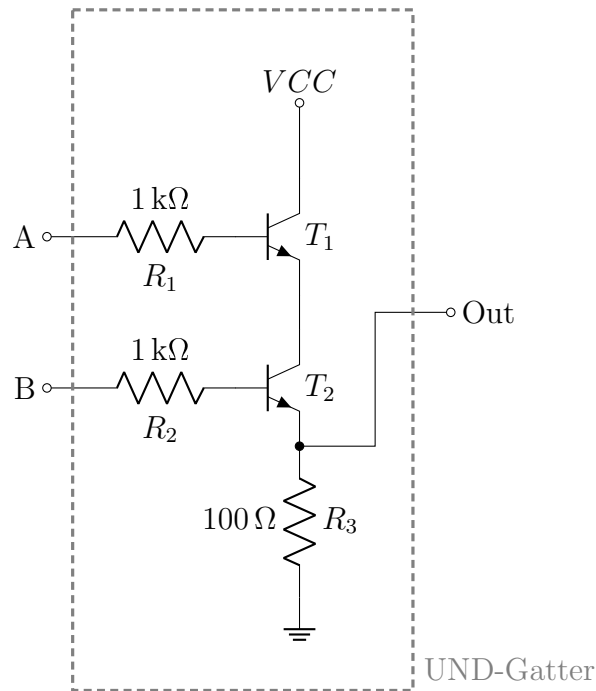


Abbildung 2: Schaltplan für die logische UND-Schaltung mithilfe von npn-Transistoren.

Die obenstehende Abbildung zeigt meinen Entwurf für das logische UND-Gatter. Die Eingangsanschlüsse A und B sind jeweils mit der Basis eines npn-Transistors verbunden. Dabei wurde an jeder Basis ein Vorwiderstand von $1000\text{ }\Omega$ installiert, um den Basisstrom auf ein angemessenes Niveau ($\approx 3,0\text{ mA}$) zu begrenzen.

Literatur

- [1] H. Bruderer, “Konrad zuse und die schweiz: Relaisrechner z4 an der eth zürich: Rechenlocher m9 für die schweizer remington rand: Eigenbau des röhrenrechners ermeth: Zeitzeugenbericht zur z4: unbekannte dokumente zur m9: ein beitrag zu den anfängen der schweizer informatikgeschichte,” ETH Zurich, Tech. Rep., 2011.
- [2] R. Rojas, “Konrad zuse’s legacy: the architecture of the z1 and z3,” *IEEE Annals of the History of Computing*, vol. 19, no. 2, pp. 5–16, 1997.
- [3] R. Zimmermann, *Binary adder architectures for cell-based VLSI and their synthesis*. Citeseer, 1998.
- [4] M. Rigotti, “Digitale elektronik,” 2003.
- [5] J. Neuser, “Erstellung einer testumgebung für das digitale ausleseboard der amiga elektronik,” *Bachelorarbeit, Universität Siegen*, 2008.