

UNIVERSITÉ DU MAINE
UFR SCIENCES ET TECHNIQUES
MASTER ACOUSTIQUE 2^{ÈME} ANNÉE

RAPPORT DE STAGE

Imagerie ultrasonore par inversion de formes d'onde

Alice DINSENMEYER

encadrée par :

Romain BROSSIER et Ludovic MOREAU
Maîtres de conférence, ISTerre

Année universitaire 2015-2016



Table des matières

1	L'inversion de formes d'onde	2
1.1	Problème direct	3
1.2	Problème inverse	4
1.2.1	Calcul du gradient	4
1.2.2	Estimation du hessien	5
1.2.3	Régularisation	5
1.3	Problématiques liées à l'inversion	5
1.3.1	Choix du modèle initial	5
1.3.2	Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres	6
1.3.3	Estimation de la source	7
1.4	Exemple d'application en géophysique	7

Chapitre 1

L'inversion de formes d'onde

L'inversion de forme d'ondes (ou FWI, pour *Full Waveform Inversion*) est une méthode quantitative d'imagerie développée dans un contexte géophysique permettant de reconstruire des paramètres élastiques par résolution d'un problème inverse posé dans les années 80 par [Lailly \(1983\)](#) et [Tarantola \(1984\)](#). Par opposition à des inversions du type tomographie qui n'utilisent que partiellement les informations contenues dans les champs mesurés, l'inversion de formes d'onde utilise l'ensemble des données sans interprétation préalable des signaux enregistrés.

Le principe général est de calculer des données \mathbf{d}_{cal} issues d'un modèle (résolution du problème direct) puis de minimiser l'écart entre ces données et les données réelles \mathbf{d}_{obs} issues de la mesure en modifiant les paramètres du modèle ([Virieux and Operto, 2009](#)). Cette démarche est résumée en figure 1.1.

revoir
en fon-
ction de
l'intro

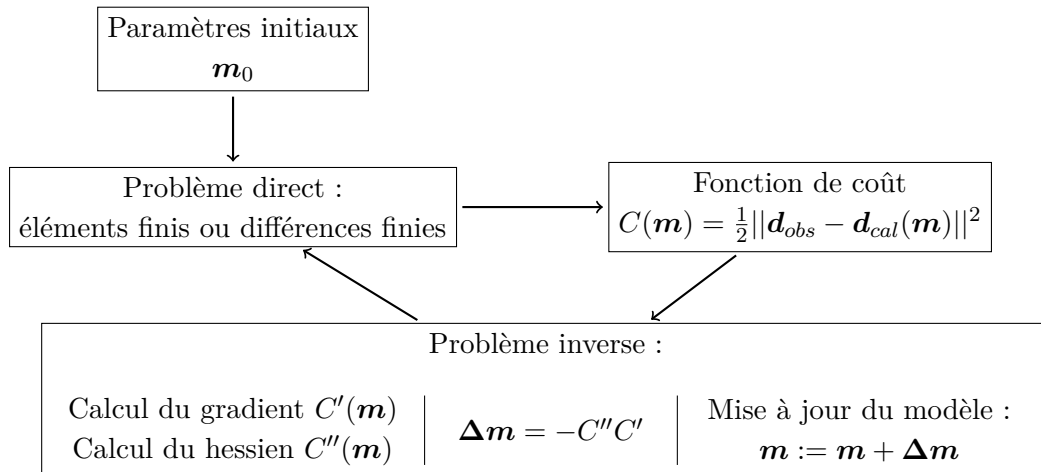


FIGURE 1.1 – Schéma du principe de la FWI : le modèle courant est itérativement perturbé jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint.

L'ensemble des étapes de la FWI est détaillé par la suite. La résolution du problème direct est d'abord abordée, puis celle du problème inverse, avant d'évoquer quelques difficultés à prendre en compte lors de l'inversion. Un exemple d'application à des données sismiques est également présenté, ainsi que les spécificités de l'application de la FWI pour l'imagerie de soudure.

1.1 Problème direct

Dans le cas de l'imagerie par ultrason, résoudre le problème direct revient à trouver la solution de l'équation d'onde linéarisée. Il est fréquent que l'hypothèse d'une propagation acoustique soit faite en prospection géophysique. Cette approximation a pour but de réduire fortement le coût des calculs et est justifiée par le fait que la trace des ondes de compression soit dominante dans les données de mesures. De plus, en réduisant le nombre de paramètres du modèle, le problème est rendu moins non-linéaire. Cependant, cette approximation ne permet pas une caractérisation complète du milieu et, pour une application en CND, demande un pré-traitement parcimonieux des données et retire notamment la précision potentielle qu'offrent les ondes de cisaillement par leur faible longueur d'onde.

Pour résoudre l'équation d'onde, parmi les approches qui nécessitent de faire le moins d'hypothèse sur le champ d'onde et sur le milieu de propagation figurent les différences finies et les éléments finis. Les différences finies sont les plus faciles à développer et à implémenter. Elles permettent de discrétiser les dérivées temporelles et spatiales par des différences d'ordre 2 (Vireux, 1986) ou d'ordre 4 (Levander, 1988). Cependant, contrairement aux éléments finis, elles imposent, en général, l'utilisation de grilles régulières et ne permettent donc pas d'adapter localement le pas de grille à la géométrie ou à la complexité du milieu.

Les éléments finis se prêtent mieux à une description du milieu par un maillage non-structuré. Leur solution est développée sur des bases de fonction (d'ordre élevé pour les éléments finis spectraux) et permettent de prendre simplement en compte les conditions limites.

Deux types de conditions limites sont nécessaires pour le modèle de soudure à 2 dimensions (2D) : une condition parfaitement réfléchissante (Dirichlet) au niveau des surfaces de la plaque (en considérant une mesure dans l'air, le couplage fluide structure est négligeable) et une condition absorbante pour représenter la plaque loin de la zone d'étude (cf figure 1.2). Les conditions absorbantes sont modélisées à l'aide de zones éponges *Perfectly Matched Layers* (PML, Berenger (1994)) qui simulent une forte atténuation dans cette zone de manière anisotrope (seule la composante normale de l'onde est atténuée).

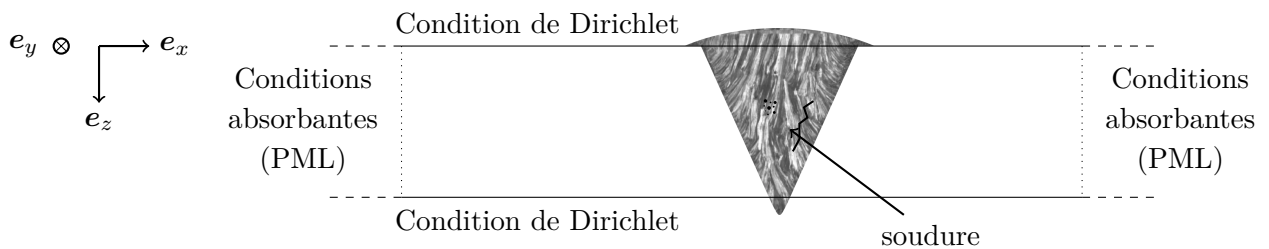


FIGURE 1.2 – Représentation des deux types de conditions limites du modèle de soudure 2D.

Le problème peut-être résolu dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel (Vigh and Starr, 2008). Le domaine temporel laisse la possibilité d'effectuer une sélection des arrivées d'ondes par fenêtrage temporel mais présente une plus forte sensibilité au phénomène de saut de phase (décrit dans le paragraphe 1.3.1). De plus, la résolution par méthodes numériques dans le domaine temporel impose un critère de stabilité Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) qui peut être contraignant, surtout en 3D. Dans le domaine fréquentiel, l'équation d'onde construit la solution stationnaire, ce qui revient à résoudre un système d'équations linéaires. Il est alors possible

Figure
super-
flue ?

d'utiliser des méthodes de résolution directe du type décomposition LU bien qu'en pratique, les performances de ces méthodes soient limitées (pour des raisons de mémoire) pour des problèmes comportant un grand nombre d'inconnues. Les principaux avantages d'une résolution du problème direct dans le domaine fréquentiel sont donc d'intégrer facilement les phénomènes d'atténuation et de permettre une sélection fine des fréquences d'intérêt.

1.2 Problème inverse

Le problème inverse considéré est un problème d'optimisation locale visant à réduire l'écart entre les données observées \mathbf{d}_{obs} et les données calculées $\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ pour chaque couple source-récepteur, en ajustant le modèle constitué de M paramètres \mathbf{m} . L'idée est donc de minimiser la norme au sens des moindres carrés de la différence $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ définie par la relation :

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})\|^2. \quad (1.1)$$

Le minimum de cette fonction de coût est atteint lorsque la dérivée par rapport aux paramètres du modèle s'annule. Un développement de Taylor au second ordre de $C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})$ permet d'écrire :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \sum_j^M \frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \Delta m_j. \quad (1.2)$$

Les termes d'ordres plus élevés du problème inverse sont nuls si le problème direct est linéaire. Le minimum de la fonction de coût est alors atteint en une seule itération en annulant la dérivée :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta m_j = - \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \right)^{-1} \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i}. \quad (1.3)$$

En FWI, le problème direct est non-linéaire et le problème inverse est linéarisé : les termes d'ordres supérieurs de la série 1.2 sont négligés et l'inversion est réalisée sur plusieurs itérations. La perturbation sur le modèle est alors défini par la direction de descente donnée par le gradient et par la courbure de la fonction de coût donnée par la dérivée du gradient (le hessien).

1.2.1 Calcul du gradient

D'après l'expression de la norme 1.1, sa dérivée par rapport aux paramètres \mathbf{m} (le gradient) est :

$$G_i(\mathbf{m}) = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = - \left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \right) (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})). \quad (1.4)$$

Dans le domaine temporel, le problème direct décrit au paragraphe précédent (1.1) peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) = \mathbf{s}(\mathbf{x}, t), \quad (1.5)$$

où \mathbf{x} est la variable d'espace. \mathbf{A} est un opérateur correspondant à l'équation d'onde et \mathbf{s} est le terme source. On note $\tilde{\mathbf{d}}_{cal}$ et $\tilde{\mathbf{d}}_{obs}$ les vecteurs des données étendus de façon à passer leur dimension du nombre de récepteur à celle de l'espace du problème direct. La dérivée de l'équation 1.5 par rapport à \mathbf{m} s'écrit :

$$\mathbf{A} \frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{0}. \quad (1.6)$$

On a donc :

$${}^t\left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}\right) = -{}^t\tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}}\right) {}^t\mathbf{A}^{-1} \quad (1.7)$$

Finalement, en reportant cette expression dans l'équation 1.4, on obtient l'expression du gradient :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = {}^t\tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}\right) {}^t\mathbf{A}^{-1}(\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})) = {}^t\tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}\right) \boldsymbol{\lambda} \quad (1.8)$$

Le champ $\boldsymbol{\lambda}$ correspond donc à la rétropropagation des résidus $(\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}))$ qui, de manière comparable au retournement temporel (Prada et al., 2002), permet une focalisation sur les éléments diffractant absents du modèle initial. Cette expression du gradient peut également être obtenu par le formalisme de l'état adjoint (Plessix, 2006).

Finalement, le gradient découle donc du calcul de deux problèmes directs :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m})\tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{s} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}(\mathbf{m})\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{m}) = (\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})),$$

en notant que ${}^t\mathbf{A} = \mathbf{A}$ par réciprocity spatiale du problème direct.

La substitution 1.7 permet d'éviter le calcul de la matrice de sensibilité ${}^t\left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i}\right)$, menant au calcul plus léger de $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$ qui est très creux et dont on connaît les solutions analytiques. Ce dernier terme agit comme une pondération du champ $\boldsymbol{\lambda}$ liée au diagramme de rayonnement pour chaque paramètre.

1.2.2 Estimation du hessien

La méthode d'optimisation choisie pour la FWI est une méthode quasi-Newton qui propose d'utiliser une version approximée de l'inverse du hessien, estimée à partir de valeurs précédentes du gradient, évitant ainsi le calcul du hessien. Brossier et al. (2009) montrent que cette méthode, développée avec l'algorithme L-BFGS, est plus performante que la méthode du gradient conjugué préconditionné en terme de convergence.

1.2.3 Régularisation

Le problème étant mal-posé, il est nécessaire de limiter les artefacts haute-fréquences venant perturber $\Delta \mathbf{m}$. Pour cela, il est possible d'ajouter un terme de pondération à la fonction de coût qui permet de lisser le modèle. Ce lissage peut aussi être directement appliqué à $\Delta \mathbf{m}$ sous forme de filtre spatial adapté à la longueur d'onde correspondant à la fréquence d'inversion. Cette seconde stratégie est utilisée par la suite.

1.3 Problématiques liées à l'inversion

1.3.1 Choix du modèle initial

Afin d'assurer une convergence vers le minimum global, il est nécessaire que le modèle initial se situe dans le bassin d'attraction de la fonctionnelle. Pour cela, il faut s'assurer que le modèle soit cinématiquement acceptable en levant l'ambiguïté sur la phase. Les données temporelles issues de ce modèle doivent donc avoir un décalage de moins d'une demi-période par rapport aux données observées vraies. Si cette condition n'est pas respectée, l'algorithme ne permettra pas un bon réajustement des phases et convergera vers un minimum local, comme l'illustre la figure 1.3.

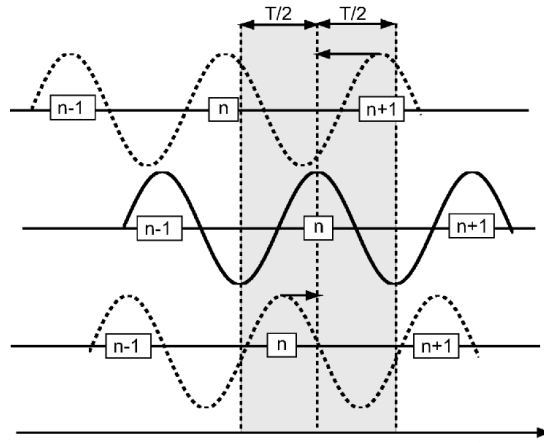


FIGURE 1.3 – Illustration de l'ambiguïté sur la phase (extraite de [Brossier \(2009\)](#)). En haut, le déphasage est supérieur à $T/2$, les arches sont mal ajustées. En bas, le déphasage est inférieur à $T/2$, les phases sont bien ajustées.

À défaut de disposer d'un modèle initial cinématiquement acceptable, il est possible de d'appliquer un ensemble de stratégies permettant de limiter ces artefacts : introduire progressivement les sources ou récepteurs les plus éloignés, rallonger progressivement les temps d'acquisition, et inverser prioritairement les données basses fréquences.

En sismologie, une image issue de tomographie des temps peut fournir un modèle initial assez précis. Dans cette étude, on considère que peu d'informations sont connues sur les paramètres élastiques de la soudure et le modèle initial choisi est uniforme, bien qu'il serait intéressant d'établir un modèle initial de soudure caractéristique (cf chapitre ??).

Chapitre
"Appli-
cations"

1.3.2 Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres

L'inversion multi-paramètres implique plus de degrés de liberté dans le problème et rend donc l'inversion plus difficile. De plus, ces paramètres peuvent avoir des effets, couplés ou non, de différentes natures (cinématiques ou dynamiques) et de différentes amplitudes sur les données. Il faut donc choisir les paramètres à inverser de manière à ce qu'ils décrivent au mieux (de manière complémentaire) les propriétés du milieu à imager. Par exemple, les paramètres de vitesse influencent le champ en terme de temps de vol, tandis que la densité ou l'impédance jouent davantage sur l'amplitude du champ.

À chaque ensemble de paramètres est associé un diagramme de rayonnement lié à l'expression de leur différentielle ([Forgues, 1996](#)). Ces diagrammes traduisent la capacité de chaque paramètre à décrire le rayonnement d'un onde plane sur un point diffractant, en fonction de l'angle de diffraction. Quelques exemples de diagrammes de rayonnement sont présentés en figure 1.4, où κ est le module d'incompressibilité, ρ est la densité, v_p est la vitesse des ondes longitudinales se propageant suivant z et I_p est l'impédance, tels que :

$$I_p = \sqrt{\kappa\rho} \quad \text{et} \quad \kappa = \rho v_p.$$

Ces diagrammes correspondent au rayonnement des paramètres acoustiques dans un milieu isotrope. En milieu anisotrope, ces diagrammes sont plus difficiles à estimer analytiquement et nécessite une bonne connaissance de l'anisotropie du milieu.

Ajouté à l'illumination restreinte par le système d'acquisition, ce rayonnement peut filtrer le spectre en nombre d'onde du milieu reconstitué.

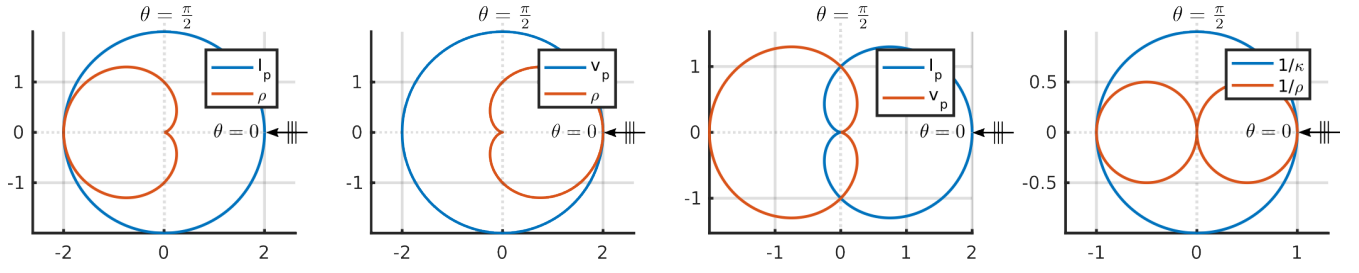


FIGURE 1.4 – Diagrammes de rayonnement pour différentes paramétrisations d’un milieu acoustique (amplitudes relatives) tracés d’après [Forgues \(1996\)](#). Pour une onde incidente en $\theta = 0$, l’amplitude de l’onde rayonnée localement dans une direction θ sera décrite différemment en fonction de la paramétrisation du problème.

1.3.3 Estimation de la source

Pour que les données calculées puissent être comparées aux données observées, il est nécessaire que les termes sources à l’origine des deux champs soit semblables. Ce terme source est linéairement lié au champ (cf équation 1.5) et il peut donc être calculé par la résolution d’un problème linéaire ([Pratt, 1999](#)) dont la solution est, dans le domaine fréquentiel :

$$s = \frac{d_{cal}^t(\mathbf{m})^* d_{obs}^*}{d_{cal}^t(\mathbf{m})^* d_{cal}(\mathbf{m})^*}. \quad (1.9)$$

1.4 Exemple d’application en géophysique

Dans cette section, on se propose de présenter un exemple d’application de la FWI à des données sismologiques dans le cadre de la prospection pétrolière. Dans ce domaine, les mesures étant rares et coûteuses, l’exploitation des données doit être efficace en terme de qualité d’image. C’est pourquoi une méthode comme la FWI y est adaptée, bien qu’elle nécessite beaucoup de ressource informatique.

L’exemple choisi est issu d’une acquisition en fond de mer du Nord (*Ocean Bottom Cable*) par hydrophones, au niveau de Valhall en Norvège. Ce dispositif est constitué de 120 km de câbles équipés de 2414 récepteurs, espacés de 50 m, couvrant 45 km² (cf figure 1.5). 50000 points sources sont excités par canon à air.

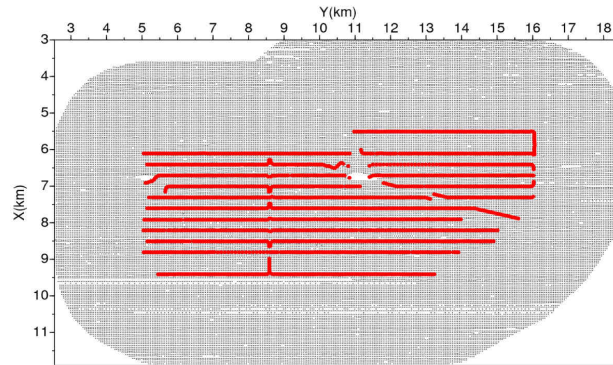


FIGURE 1.5 – Schéma du dispositif d’acquisition pour les mesure sur Valhall. L’antenne de récepteur est représenté en rouge (l’espacement entre les câble est d’environ 300 m) et les positions des sources sont données par les points gris.

Le résultat du post-traitement des données est présenté en figure 1.6. Cette figure confronte

les images obtenues par une méthode d'imagerie conventionnelle (tomographie des temps en réflexion) et celles obtenues par FWI de 3.5 à 7 Hz, avec pour modèle initial la carte de vitesse donnée par tomographie.

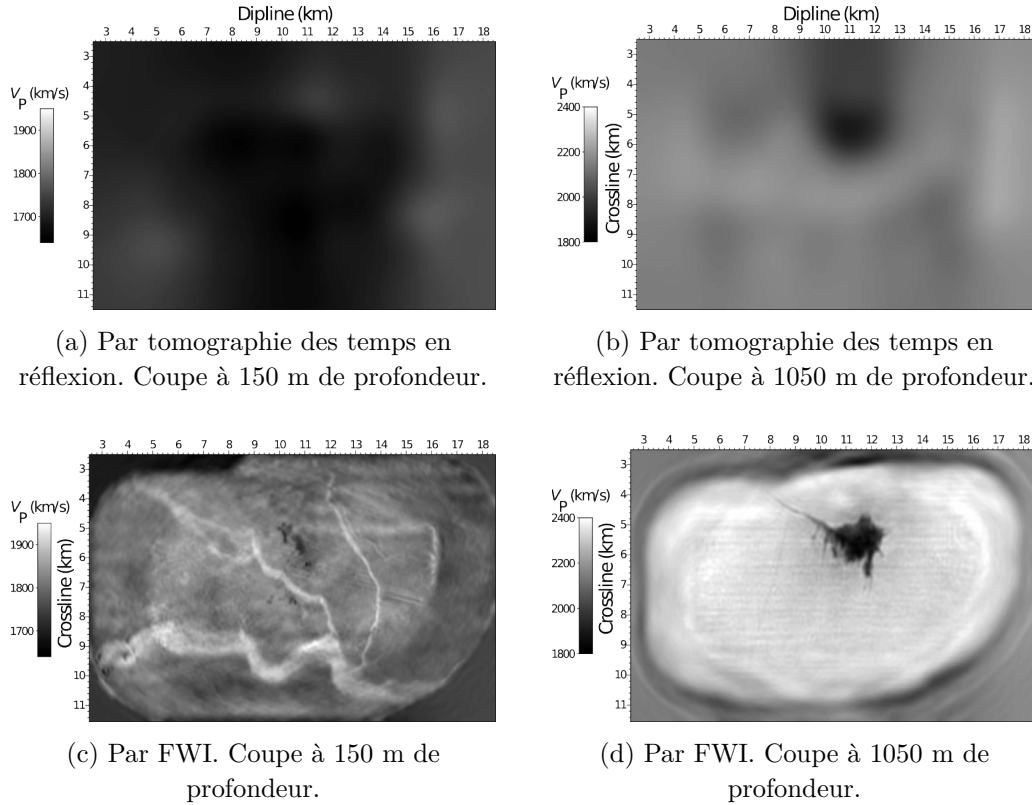


FIGURE 1.6 – Images des vitesses dans le champ de Valhall.

La FWI permet de faire apparaître des galeries à 150 m de profondeur, invisible sur la tomographie. À 1050 m, les contours du nuage de gaz (en noir) sont également mieux défini par la FWI. Cette méthode d'imagerie peut donc constituer une aide précieuse pour l'analyse des sous-sols et pour la mise en place des stratégies de forage.

On comprend par la qualité d'image qu'offre la FWI qu'il est intéressant de varier ses applications. On peut citer l'utilisation des ondes électromagnétiques (données radar, par exemple [L. \(2009\)](#)) ou encore l'imagerie médicale. Dans ce domaine, [Oberai et al. \(2003, 2004\)](#) reconstruisent le module d'élasticité en équilibre statique d'une imitation de tissu humain.

En comparaison avec l'imagerie terrestre, l'application de la FWI à l'imagerie par ultrasons impose un changement d'échelle, dont le rapport est 10^5 , mais impose aussi de prendre en compte les spécificités du dispositif d'acquisition ainsi celles des propriétés géométriques et élastiques du milieu à imager.

Bibliographie

- T. Alkhalifah. An acoustic wave equation for anisotropic media. *Geophysics*, 65(4) : p. 1239–1250, 2000.
- A. Asnaashari, R. Brossier, S. Garambois, F. Audebert, P. Thore, and J. Virieux. Regularized seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, 78(2) : p. R25–R36, 2013.
- S. Bannouf. *Développement et optimisation de méthodes d’imagerie synthétique pour le contrôle non-destructif par ultrasons de composants industriels complexes*. PhD thesis, Université Paris Diderot Paris 7, 2013.
- J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, 114(2) :185–200, 1994.
- R. Brossier. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d’ondes : développements méthodologiques et applications*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2009.
- R. Brossier, J. Virieux, and S. Operto. Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 175 : p. 541–559, 2008.
- R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC105, 2009.
- J. Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8) : p. 1408–1418, 1969.
- B. Chassignole. *Influence de la structure métallurgique des soudures en acier inoxydable austénitique sur le contrôle non-destructif par ultrasons*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.
- B. Chassignole, O. Dupond, L. Doudet, V. Duwig, and N. Etchegaray. Ultrasonic examination of an austenitic weld : Illustration of the disturbances of the ultrasonic beam. *AIP Conference Proceedings*, 1096(1), 2009.
- J.-F. De Belleval, M. Castaing, P. Gatignol, and C. Potel. Milieux homogènes et homogènes stratifiés – modèles linéaires de propagation. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux et acoustique, vol. 1*, chapter 1, pages 17–139. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- S.R. Doctor, T.E. Hall, and L.D. Reid. SAFT - the evolution of a signal processing technology for ultrasonic testing. *NDT International*, (19) : p. 163–167, 1986.
- N. Dominguez, V. Gibiat, and Y. Esquerre. Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection. *Wave Motion*, 42 : p. 31–52, 2005.

- É. Forgues. *Inversion linéarisée multi-paramètres via la théorie des rais (application aux données de sismique réflexion de surface)*. PhD thesis, Institut Français du Pétrole - University Paris VII, 1996.
- C. Holmes, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation. *NDT&E International*, (38) : p. 701–711, 2005.
- Fernand L. *Inversion des formes d’ondes électromagnétiques de données radar multioffsets*. PhD thesis, Université Paris Diderot - Paris 7, 2009.
- P. Lailly. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. In *Conference on Inverse Scattering—Theory and Application*, pages p. 206–220, 1983.
- M. Lambert, M. Bonnet, and D. Lesselier. Introduction à la diffraction inverse en acoustique et élasticité. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux et acoustique, vol. 2*, chapter 1.4, pages 82–101. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- A. R. Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11) : p. 1425–1436, 1988.
- P. Mora. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 52(9) : p. 1211–1228, 1987a.
- P. Mora. Nonlinear elastic inversion of real data. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pages 430–432, 1987b.
- J. Nocedal. Updating quasi-newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*, 35(151) : p. 773–782, 1980.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, and G. R. Feijoo. Solution of inverse problems in elasticity imaging using the adjoint method. *Inverse Problems*, 19 : p. 297–313, 2003.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, M. M. Doyley, and J. C. Bamber. Evaluation of the adjoint equation based algorithm for elasticity imaging. *Phys. Med. Biol.*, 49 : p. 2955–2974, 2004.
- J. A. Ogilvy. Ultrasonic beam profiles and beam propagation in an austenitic weld using a theoretical ray tracing model. *Ultrasonics*, 24 : p. 337–347, 1986.
- R.-E. Plessix. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophys. J. Int.*, 167 : p. 495–503, 2006.
- C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave Motion*, 20 : p. 151–163, 1994.
- C. Prada, E. Kerbrat, D. Cassereau, and M. Fink. Time reversal techniques in ultrasonic nondestructive testing of scattering media. *Inverse Problems*, 18(6) : p. 1761–1773, 2002.
- R. G. Pratt. Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1 : Theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*, 64(3) : p. 888–901, 1999.
- R. G. Pratt, C. Shin, and G. J. Hicks. Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133 : p. 341–362, 1998.
- S. Rodriguez, M. Deschamps, M. Castaings, and E. Ducasse. Guided wave topological imaging of isotropic plates. *Ultrasonics*, 54 : p. 1880–1890, 2013.

- R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, AP-34(3) : p. 276–280, 1986.
- M. K. Sen and P.L. Stoffa. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier, 1995.
- L. Sirgue and R. G. Pratt. Efficient waveform inversion and imaging : A strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1) : p. 231–248, 2004.
- P. L. Stoffa and M. K. Sen. Nonlinear multiparameter optimization using genetic algorithms : Inversion of plane-wave seismograms. *Geophysics*, 56(11) : p. 1794–1810, 1991.
- A. Tarantola. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8) : p. 1259–1266, 1984.
- A. Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. ISBN 0898715725.
- L. Thomsen. Weak elastic anisotropy. *GEOPHYSICS*, 51(10) : p. 1954–1966, 1986.
- D. Vigh and E. W. Starr. Comparisons for waveform inversion, time domain or frequency domain? In *2008 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists, 2008.
- J. Virieux. P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51(4) : p. 889–901, 1986.
- J. Virieux. *Seismic modelling of earth structure*. Editrice compositori, 1996.
- J. Virieux and S. Operto. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC1–WCC26, 2009.
- J. Zhang, A. Hunter, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Monte Carlo inversion of ultrasonic array data to map anisotropic weld properties. *IEEE*, 59(11) : p. 2487–2497, 2012.