

# Étude bibliographique : Imagerie par application de la FWI à des signaux ultrasonores

Alice DINSENMEYER

## Méthodes pour le contrôle par ultrasons

En complément de la radiographie, les ondes élastiques sont utilisées pour imager des milieux tels que la croûte terrestre, les tissus humains ou des pièces industrielles. Différentes méthodes de reconstruction d'image à partir des données de mesures peuvent être utilisées. Les méthodes type Total Focusing Method ([Wilcox, 2005](#)), Synthetic Aperture Focusing Technique ([Busse et al., 1984](#)) ou Time-of-flight Diffraction ([Silk and Lidington, 1975](#)) se basent sur le temps d'arrivée des ondes pour détecter, caractériser et dimensionner les défauts. La résolution spatiale de ces méthodes de formation de voies est principalement limitée par le nombre et l'espacement des transducteurs utilisés.

Pour dépasser cette limitation, d'autres méthodes de formation de voies dites "haute résolution" utilisent les techniques du retournement temporel telles que la méthode de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel ([Prada and Fink, 1994](#)) ou la méthode Capon ([Capon, 1969](#)) dont est issu notamment l'algorithme Multiple Signal Classification ([Schmidt, 1986](#)). Ces méthodes sont basées sur la décomposition en valeurs propres de la matrice interspectrale et permettent ainsi de minimiser la contribution énergétique du bruit. Cependant, ces méthodes restent sensibles au bruit. De plus, tout comme les méthodes de formation de voies classiques, elles nécessitent de connaître a priori les propriétés élastiques du milieu de propagation des ondes.

## Full Waveform Inversion

Développé dans un contexte géophysique, la Full Waveform Inversion (FWI) est également basée sur une résolution de problème inverse ([Virieux and Operto, 2009](#)). En 1984, avec la volonté d'imager la croûte terrestre, [Lailly \(1983\)](#) et [Tarantola \(1984\)](#) rétropropagent non pas le signal enregistré comme en retournement temporel, mais la différence entre le signal mesuré et le signal simulé. Cette méthode est donc un problème d'optimisation basé sur le calcul du gradient et du hessien de la fonction de coût ([Plessix \(2006\)](#) revient sur le formalisme de l'état adjoint). Les premiers résultats numériques de cette méthode sont donnés en 1986 par [Kolb et al. \(1986\)](#) puis par [Gauthier et al. \(1986\)](#), pour un milieu acoustique. [Kolb et al. \(1986\)](#) montrent que la méthode est robuste même dans le bruit et [Gauthier et al. \(1986\)](#) constatent que la convergence est meilleure pour les hautes fréquences spatiales. Mora image ensuite les vitesses des ondes de compression et de cisaillement, ainsi que la densité et l'impédance ([Mora, 1987a](#)) puis teste la méthode sur données réelles ([Mora, 1987b](#)).

D'abord réalisée dans le domaine temporel, l'inversion est testée dans le domaine fréquentiel par Pratt et Worthington ([Pratt and Worthington, 1990](#); [Pratt, 1990](#)). Ce choix permet notamment d'alléger les calculs en restreignant l'étude aux fréquences nécessaires. [Sirgue and Pratt \(2004\)](#) montrent que plus la distance parcourue par l'onde est importante, plus le nombre de fréquences peut être restreint, sans risque de sous-échantillonnage. L'implémentation dans le domaine fréquentiel permet également de prendre en compte plus facilement l'atténuation et d'ajouter des sources à moindre coût ([Pratt and Worthington, 1990](#); [Pratt, 1990](#)).

## Résolution du problème direct

Le problème direct peut être résolu soit par des méthodes analytiques (représentation intégrale, méthodes modales,...) soit par des méthodes numériques. Parmi les méthodes numériques les plus usitées figurent : les méthodes de différences finies ([Virieux, 1986](#), à l'ordre 2 et [Levander, 1988](#), à l'ordre 4), les méthodes des éléments

finis (Galerkin discontinu par exemple : [Brossier, 2009](#)) ou volumes finis ([Brossier et al., 2008](#)), les lancers de rayons ([Virieux, 1996](#)).

## Résolution du problème inverse

Le problème d'optimisation peut ensuite être résolu par des méthodes globales ou semiglobales ([Sen and Stoffa, 1995](#); [Zhang et al., 2012](#)). Ces méthodes peuvent être utilisées pour l'imagerie de sous-sol, pour lesquelles le modèle initial est mal connu. Mais elles sont coûteuses et inadaptées dans le cas des soudures au sujet desquelles beaucoup d'informations sont connues a priori ([Ogilvy, 1986](#); [Chassignole, 1999](#)). Il est donc préférable de résoudre le problème inverse par une méthode d'optimisation locale.

L'idée est de minimiser la fonction de coût (différence entre le signal mesuré et celui issu du problème direct). Pour cela, il est nécessaire de connaître la direction de sa plus forte pente et sa courbure, données respectivement par son gradient et son hessien.

La méthode du gradient conjugué permet de déterminer le pas de descente optimal, en linéarisant le problème inverse. Cette méthode populaire est celle utilisée par Mora et Tarantola dans les années 80 ([Tarantola, 1984](#); [Mora, 1987a,b](#)). Le hessien n'est pas calculé, mais cette méthode nécessite le calcul de deux problèmes directs supplémentaires.

Les méthodes full-Newton et Gauss-Newton utilisent le calcul du hessien (complet pour la première, approximé pour la seconde), ce qui permet une convergence plus rapide qu'avec la méthode du gradient conjugué, sans coût excessif supplémentaire ([Pratt et al., 1998](#)).

Enfin, le hessien peut également être calculé à partir des gradients des itérations précédentes, par la méthode quasi-Newton ([Nocedal, 1980](#)), avec l'algorithme BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno), par exemple. Cet algorithme ayant un gros coût de stockage, une version allégée qui ne stocke que quelques itérations (L-BFGS) est utilisée par [Brossier et al. \(2009\)](#). Ils montrent que cette méthode est plus performante que la méthode du gradient conjugué préconditionné en terme de convergence.

## Application de la FWI

Alors que la FWI est initialement développée pour exploiter les ondes sismiques, elle est également appliquée à d'autres domaines que la géophysique. Par exemple, [Oberai et al. \(2003, 2004\)](#) exploitent la méthode de l'état adjoint pour déterminer le module d'élasticité en cisaillement en vue d'imager des tissus humains. Ils testent la robustesse de la méthode face au bruit d'instrumentation sur une imitation de tissu humain, et obtiennent des résultats sujets aux artefacts.

La méthode est aussi appliquée par [Rodriguez et al. \(2013\)](#) pour du contrôle de pièce par ondes de Lamb. Des défauts sont imagés avec une résolution de l'ordre d'une longueur d'onde.

## Améliorations de la FWI

La FWI a vu son temps de calcul diminuer grâce à l'évolution des calculateurs et aux choix des algorithmes cités précédemment. D'autres perspectives d'amélioration sont étudiées récemment. [Valensi et al.](#) comparent, par exemple, différentes fonctions de coûts. Ils montrent que l'une d'elle a une meilleure sensibilité en proche surface, tandis qu'une autre permet de mieux retrouver les paramètres de la vitesse de cisaillement.

Dans le cas où quelques informations sont connues d'avance sur le milieu à imager, il peut être intéressant de les prendre en compte lors de l'inversion. Il est cependant risqué de les intégrer au modèle initial, car si elles ne sont pas tout à fait exactes (i.e. si les conditions ne sont pas cinématiquement vérifiées), la solution calculée peut converger vers un minimum local. [Asnaashari et al. \(2013\)](#) proposent donc d'ajouter un terme de correction à la fonction de coût de façon à contraindre l'inversion sans modifier le modèle initial. Ainsi, le problème est mieux posé et les résultats de l'inversion sont améliorés.

## Références

- A. Asnaashari, R. Brossier, S. Garambois, F. Audebert, P. Thore, and J. Virieux. Regularized seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, 78(2) : p. R25–R36, 2013.
- R. Brossier. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d'ondes : développements méthodologiques et applications*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2009.
- R. Brossier, J. Virieux, and S. Operto. Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 175 : p. 541–559, 2008.
- R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC105, 2009.
- L. J. Busse, H. D. Collins, and S. R. Doctor. Review and discussion of the development of synthetic aperture focusing technique for ultrasonic testing (saft-ut). Technical Report NUREG/CR-3625 ; PNL-4957, Pacific Northwest Lab., Richland, WA (USA), 1984.
- J. Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8) : p. 1408–1418, 1969.
- B. Chassignole. *Influence de la structure métallurgique des soudures en acier inoxydable austénitique sur le contrôle non-destructif par ultrasons*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.
- O. Gauthier, J. Virieux, and A. Tarantola. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms : Numerical results. *Geophysics*, 51(7) : p. 1387–1403, 1986.
- P. Kolb, F. Collino, and P. Lailly. Pre-stack inversion of a 1-D medium. *Proceedings of IEEE*, 74(3) : p. 498–508, 1986.
- P. Lailly. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. In *Conference on Inverse Scattering—Theory and Application*, pages p. 206–220, 1983.
- A. R. Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11) : p. 1425–1436, 1988.
- P. Mora. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 52(9) : p. 1211–1228, 1987a.
- P. Mora. Nonlinear elastic inversion of real data. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pages 430–432, 1987b.
- J. Nocedal. Updating quasi-newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*, 35(151) : p. 773–782, 1980.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, and G. R. Feijoo. Solution of inverse problems in elasticity imaging using the adjoint method. *Inverse Problems*, 19 : p. 297–313, 2003.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, M. M. Doyley, and J. C. Bamber. Evaluation of the adjoint equation based algorithm for elasticity imaging. *Phys. Med. Biol.*, 49 : p. 2955–2974, 2004.
- J. A. Ogilvy. Ultrasonic beam profiles and beam propagation in an austenitic weld using a theoretical ray tracing model. *Ultrasonics*, 24 : p. 337–347, 1986.
- R.-E. Plessix. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophys. J. Int.*, 167 : p. 495–503, 2006.
- C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave Motion*, 20 : p. 151–163, 1994.
- R. G. Pratt. Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part 2 : Elastic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38 : p. 311–329, 1990.

- R. G. Pratt and M. H. Worthington. Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part 1 : acoustic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38 : p. 287–310, 1990.
- R. G. Pratt, C. Shin, and G. J. Hicks. Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133 : p. 341–362, 1998.
- S. Rodriguez, M. Deschamps, M. Castaings, and E. Ducasse. Guided wave topological imaging of isotropic plates. *Ultrasonics*, 54 : p. 1880–1890, 2013.
- R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, AP-34(3) : p. 276–280, 1986.
- M. K. Sen and P.L. Stoffa. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier, 1995.
- M. G. Silk and B. H. Lidington. The potential of scattered or diffracted ultrasound in the determination of crack depth. *Non-Destructive Testing*, 8(3) : p. 146–151, 1975.
- L. Sirgue and R. G. Pratt. Efficient waveform inversion and imaging : A strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1) : p. 231–248, 2004.
- A. Tarantola. **Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation**. *Geophysics*, 49(8) : p. 1259–1266, 1984.
- R. Valensi, R. Brossier, D. Leparoux, and P. Côte. Alternative multicomponent observables for robust full-waveform inversion - application to a near-surface example. *77<sup>th</sup> EAGE Conference & Exhibition 2015*, workshop WS10-A03.
- J. Virieux. P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51 (4) : p. 889–901, 1986.
- J. Virieux. *Seismic modelling of earth structure*. Editrice compositori, 1996.
- J. Virieux and S. Operto. **An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics**. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC1–WCC26, 2009.
- C. Holmes, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox. Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit–receive array data for non-destructive evaluation. *NDT&E International*, (38) :701–711, 2005.
- J. Zhang, A. Hunter, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Monte Carlo inversion of ultrasonic array data to map anisotropic weld properties. *IEEE*, 59(11) : p. 2487–2497, 2012.

Les références en gras correspondent aux documents majeurs et/ou ayant le plus contribué à ma compréhension du sujet. Je souhaite aussi citer la thèse de F. Bretaudeau dont les deux premiers chapitres sont une bonne introduction à la FWI :

F. Bretaudeau. *Modélisation physique à échelle réduite pour l'adaptation de l'inversion des formes d'ondes sismiques au génie civil et à la subsurface*. PhD thesis, Université de Nantes, 2010.