

UNIVERSITÉ DU MAINE
UFR SCIENCES ET TECHNIQUES

MASTER ACOUSTIQUE 2^{ÈME} ANNÉE

RAPPORT DE STAGE

Imagerie ultrasonore par inversion de formes d'onde

Alice DINSENMEYER

encadrée par :

Romain BROISSIER et Ludovic MOREAU
Maîtres de conférence, ISTerre

Année universitaire 2015-2016



Table des matières

1	Introduction	2
2	Techniques d'imagerie par ultrasons	3
2.1	Représentation des données temporelles	3
2.2	Méthodes par retard et sommation des signaux	4
2.3	Méthodes haute résolution	5
2.4	Problème d'optimisation	5
2.4.1	Résolution du problème direct	5
2.4.2	Résolution du problème inverse	6
2.4.3	Cartographie ou contour	7
2.5	Spécificités de l'imagerie de soudure	7
3	L'inversion de formes d'onde	9
3.1	Problème direct	10
3.2	Problème inverse	11
3.2.1	Calcul du gradient	11
3.2.2	Estimation du hessien	12
3.2.3	Régularisation	12
3.3	Problématiques liées à l'inversion	12
3.3.1	Choix du modèle initial	12
3.3.2	Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres	13
3.3.3	Estimation de la source	14
3.4	Exemple d'application en géophysique	14
4	Application de la FWI à des données synthétiques	16
4.1	Étude de résolution spatiale	16
4.1.1	Influence de la fréquence d'excitation	18
4.1.2	Influence des surfaces libres	18
4.2	Gestion des non-linéarités	19
4.3	Inversions en milieu acoustique	19
4.3.1	Isotrope	20
4.3.2	Transverse isotrope	23
4.4	Inversions en matériau élastique isotrope	25
5	Conclusion	27
5.1	ouvertures	27
5.1.1	application a des données réelles	27
5.1.2	améliorations	27

Chapitre 1

Introduction

Dans l'industrie ou le domaine médical, il est nécessaire de connaître les propriétés et contrôler l'évolution de matériaux élastiques. Pour cela, en complément des ondes électromagnétiques, les ondes ultrasonores sont utilisées en raison de leur plus faible atténuation.

Le contrôle non-destructif (CND) de soudures présentent des enjeux majeurs en terme de sécurité. Une bonne qualité d'image est donc indispensable pour des soudures de système de refroidissement de centrale nucléaire ou encore de pipelines.

Les méthodes actuelles d'imageries de soudures, présentées en première partie, ne fournissent pas d'identifier de manière précise les défauts de soudure car elles prennent mal en compte l'anisotropie induite par la cristallisation du métal.

Ce stage a donc pour but de tester et d'adapter la méthode d'inversion complète de formes d'ondes (Full Waveform Inversion en anglais, notée FWI) à l'imagerie de soudure par ultrasons. La FWI est une méthode d'imagerie quantitative haute résolution, principalement développée dans un contexte de prospection géophysique. Elle est basée sur la résolution d'un problème d'optimisation par la méthode de l'adjoint et permet une reconstruction des paramètres élastiques en tout point d'un milieu discréteisé. Le deuxième chapitre de ce rapport revient sur le principe et les problématiques liées à cette méthode.

introduire la troisième partie (applications)

Chapitre 2

Techniques d'imagerie par ultrasons

1 L'objectif de ce chapitre est de présenter les principales méthodes multi-éléments utilisées
2 pour l'imagerie ultrasonore.

3

4 Les transducteurs multi-éléments sont d'abord utilisés dans les années 70 pour l'imagerie
5 médicale et sont aujourd'hui répandus en contrôle de pièces industriels.

6

7 Chaque élément piézoélectrique d'un transducteur peut être utilisé en émission puis en ré-
8ception. Ces éléments étant pilotables indépendamment, il est possible d'appliquer une loi de
9 retard permettant d'orienter le front d'onde source ou de focaliser le faisceau excitateur. Cela
10 permet notamment d'améliorer le rapport signal sur bruit et peut représenter un gain de temps
11 car le balayage d'une pièce à inspecter peut être réalisé sans déplacement du transducteur, par
12 simple focalisation du faisceau.

13 En réception de l'onde sonore, ces transducteurs permettent de réaliser de la formation de
14 voie, dont on distingue trois principaux types de méthodes :

- 15 — les méthodes par retard et sommation des signaux,
16 — les méthodes dites "haute résolution",
17 — les méthodes basées sur un problème d'optimisation.

18 On décrit ici le principe de ces méthodes après avoir présenté les différents modes de repré-
19sentation des données temporelles.

20 2.1 Représentation des données temporelles

21 Lorsque l'onde est perturbée par un changement des propriétés élastiques de son support,
22 il est possible de l'observer directement sur les signaux temporels mesurés. Pour cela, différents
23 modes de représentation sont utilisés. Les échographies peuvent être représentées en un point
24 d'observation (Ascan), sur une ligne de balayage (Bscan) équivalent à une coupe transversale de
25 la pièce, sur un plan de balayage (Cscan) donnant une vue de surface et ne permettant pas une
26 localisation en profondeur d'un réflecteur. La figure 2.1 (extraite de [Bannouf \(2013\)](#)) montre le
27 type d'images obtenues d'une pièce perforée, pour ces trois modes de représentation des données.

28

29 Ce type d'analyse peut être réalisé avec des transducteurs mono-éléments. L'obtention d'une
30 image 2D nécessite alors un balayage sur l'ensemble d'une surface de la pièce à contrôler.

31

32 Il existe une autre représentation, le Sscan, qui ne peut être réalisé qu'avec des transducteurs
33 multi-éléments : il correspond à un ensemble de Ascans réalisés sans déplacement du transduc-
34teur mais en appliquant une loi de retard aux éléments permettant de réaliser un balayage du

à déve-
lopper
en fonc-
tion de
l'intro

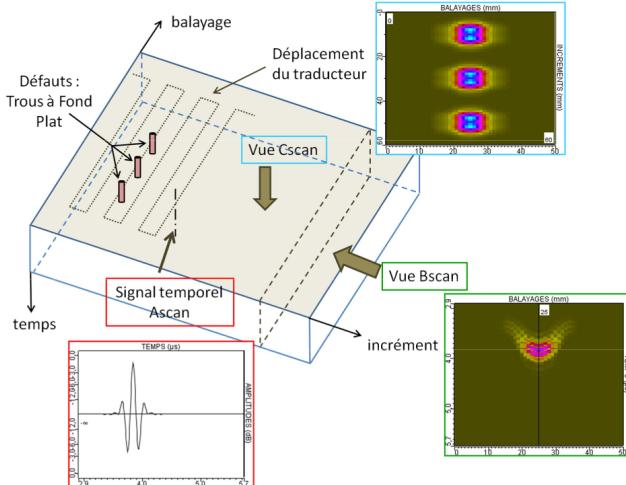


FIGURE 2.1 – Schéma des différents modes de représentation des signaux temporels (extrait de Bannouf (2013)). Le Ascan représente l'amplitude du signal en fonction du temps (en bas à gauche). L'abscisse du Bscan (en bas à droite) donne le balayage, ses ordonnées sont le temps et l'échelle de couleurs donne l'amplitude du signal temporel. En haut à droite, le Cscan a pour abscisse l'axe de balayage et en ordonnée les incrément, tandis que l'échelle de couleurs donne l'amplitude du maximum de chaque signal temporel.

35 point focal. Le Sscan permet donc d'imager des pièces partiellement accessible, et augmente la
36 probabilité de repérer un défaut en offrant plusieurs angles d'auscultation.

37

38 Cependant, la localisation dans la pièce des réflecteurs à l'origine des différents échos visibles
39 sur les signaux temporels mesurés n'est possible que si la vitesse de propagation des ondes est
40 connue. Les Bsans dits "vrais" sont des Bscans sur lesquels des corrections des temps de vol liées
41 à la vitesse ou à l'angle d'incidence du faisceau sont appliquées.

42 2.2 Méthodes par retard et sommation des signaux

43 Les données temporelles acquises peuvent aussi être traitées de manière à obtenir une repré-
44 sentation spatiale des propriétés de la pièce. Si la vitesse du milieu de propagation est connue,
45 une analyse des temps de vol des échos permet en effet d'établir une carte des vitesses de pro-
46 pagation du milieu.

47

48 Il est aussi possible de sommer un ensemble de Ascans de façon cohérente, permettant ainsi de
49 reproduire une focalisation en tous points de la zone à inspecter. C'est ce que propose la méthode
50 Synthetic Aperture Focusing Technique (Doctor et al., 1986) à partir des signaux recueillis par
51 un mono-élément. Ce procédé est généralisé à un ensemble de capteurs et d'émetteurs dans la
52 méthode Total Focusing Method (Holmes et al., 2005).

53 L'intensité I de l'image obtenue au point de coordonnées r est alors donnée par la relation
54 suivante :

$$I(r) = \sum_r \sum_e s_{r,e} (T_{rr_r} + T_{rr_e}), \quad (2.1)$$

55 avec $s_{r,e}$ les signaux temporels pour chaque couple émetteur-récepteur. T_{rr_r} et T_{rr_e} sont les
56 temps de vol pour aller du point d'observation r au point de réception r_r et d'émission r_e . Dans
57 le cas d'un milieu de vitesse homogène c , cette expression peut donc se réduire à :

$$I(\mathbf{r}) = \sum_r \sum_e s_{r,e} \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_r| + |\mathbf{r} - \mathbf{r}_t|}{c} \right), \quad (2.2)$$

58 Cette focalisation permet donc de couvrir l'ensemble du volume de la pièce car tous les angles
 59 peuvent être balayés, indépendamment de l'ouverture du capteur, ce qui permet une meilleure
 60 résolution que celle obtenue avec des Bscans.

61

62 2.3 Méthodes haute résolution

63 Des méthodes de localisation de sources dites "hautes résolutions" exploitent l'ensemble
 64 des covariances des signaux temporels. Les méthodes telles que Multiple Signal Classification
 65 ([Schmidt, 1986](#)) et Capon ([Capon, 1969](#)) proposent une décomposition en valeurs propres de
 66 cette matrice de covariance afin d'en extraire deux sous-espaces distincts, l'un associé au signal
 67 et l'autre au bruit, diminuant ainsi la contribution énergétique du bruit.

68

69 La méthode de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel ([Prada and Fink, 1994](#)) propose, de la même façon, d'interpréter l'opérateur de retournement temporel comme une
 70 matrice de covariance et de la décomposer. Cette dernière méthode est particulièrement adaptée
 71 aux milieux hétérogènes et/ou à géométrie complexe, car sa résolution est améliorée si le signal
 72 mesuré a été mutliple réfléchi. En effet, le retournement temporel permet une focalisation
 73 de l'énergie au niveau d'un point source et cette focalisation est d'autant plus précise que le
 74 nombre de sources images est important.

75

76 Tout comme pour les méthodes de formation de voies classiques, il est nécessaire de connaître
 77 les propriétés élastiques du milieu de propagation pour pouvoir localiser précisément les réflec-
 78 teurs.

79

80 2.4 Problème d'optimisation

81 L'objectif de ces méthodes est de résoudre un problème inverse en minimisant une fonction
 82 coût traduisant l'écart entre les données observées issu du milieu recherché et les données
 83 calculées à partir d'un modèle courant ([Tarantola, 2005](#)). Le milieu courant correspond à une
 84 évolution d'un modèle initial vers un milieu que l'on identifie comme final suivant le critère de
 85 convergence de l'optimisation.

86

87 Le modèle est décrit par un nombre fini de paramètres \mathbf{m} qui sont liés à des observables
 88 \mathbf{d}_{obs} par l'intermédiaire de lois physiques \mathbf{g} . La résolution du problème inverse consiste donc
 89 à trouver les paramètres \mathbf{m} qui interprètent le mieux les données observées par les données
 90 calculées $\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ (cf schéma de la figure 2.2).

91 Ces problèmes sont, en général, non-linéaires, car les observables ne dépendent pas linéaire-
 92 ment des paramètres du modèle, ce que l'on note $\mathbf{d}_{obs} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$. De plus, le problème est mal
 93 posé si ce système d'équation n'est pas de rang plein et la solution n'est alors pas unique.

94 2.4.1 Résolution du problème direct

95 Le problème direct peut être résolu soit par des méthodes semi-analytiques (représentation
 96 intégrale, méthodes modales,...) soit par des méthodes numériques. Parmi les méthodes numé-

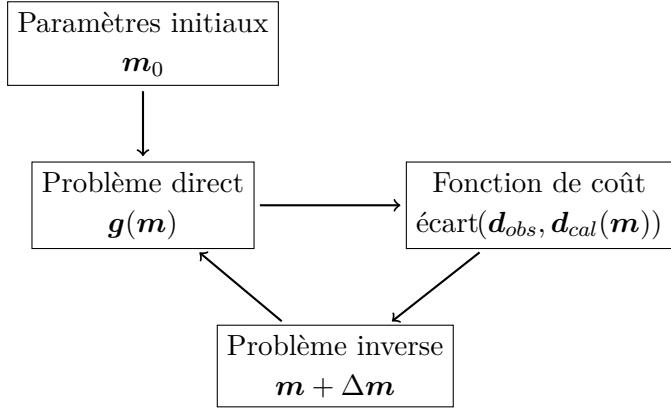


FIGURE 2.2 – Schéma de résolution d'un problème d'optimisation. Le modèle courant décrit par les paramètres m est mis à jour tant que la fonction de coût n'a pas atteint le minimum donné par le critère de convergence.

98 riques les plus usitées figurent : les méthodes de différences finies ([Virieux, 1986](#), à l'ordre 2 et
 99 [Levander, 1988](#), à l'ordre 4), les méthodes des éléments finis (Galerkin discontinu par exemple :
 100 [Brossier, 2009](#)) ou volumes finis ([Brossier et al., 2008](#)), les lancers de rayons ([Virieux, 1996](#)).

101 avantages/inconvénients

102 2.4.2 Résolution du problème inverse

103 Si le problème direct possède une solution unique, le problème inverse peut conduire à plu-
 104 sieurs solutions. Lorsque le nombre de paramètres est grand, le problème inverse ne peut pas être
 105 résolu par une recherche exhaustive dans l'espace des solutions. La recherche de solution peut
 106 donc se faire par des méthodes semi-globales ou locales, dont quelques unes sont décrites ci-après.
 107

108 Les méthodes semi-globales

109 Les méthodes semi-globales consistent à parcourir l'espace des solutions avec une approche
 110 statistiques. Les plus connues sont les améliorations de celle de Monte Carlo comme le recuit
 111 simulé ([Tarantola, 2005](#); [Sen and Stoffa, 1995](#)) ou la méthode de Monte-Carlo par chaînes de
 112 Markov ([Zhang et al., 2012](#)), ainsi que les algorithmes génétiques ([Stoffa and Sen, 1991](#)). Elles
 113 permettent d'obtenir une solution avec peu d'*a priori* sur le modèle initial, mais avec une conver-
 114 gence lente.
 115

116 Les méthodes locales

117 Lorsque que le modèle initial peu être construit avec suffisamment d'informations pour que
 118 le problème se situe proche du minimum global recherché, des méthodes d'optimisation moins
 119 coûteuses sont envisageables. Ces méthodes se basent sur l'estimation du gradient et du hessien
 120 de la fonction coût pour estimer sa plus forte pente et sa courbure.

121 La méthode de recherche linéarisée la plus simple est celle du gradient (ou algorithme de la
 122 plus forte pente), qui permet d'effectuer au point courant, un pas de descente dans la direction
 123 opposée au gradient. Les directions de descentes successives sont alors orthogonales, ce qui ne
 124 permet pas une convergence très rapide.

¹²⁶ La méthode du gradient conjugué propose de combiner les directions de descente des itérations
¹²⁷ précédentes de façon à accélérer la convergence. Cette méthode populaire est celle utilisée par
¹²⁸ Mora et Tarantola dans les années 80 ([Tarantola, 1984](#); [Mora, 1987a,b](#)). Le hessien n'est pas
¹²⁹ calculé, mais cette méthode nécessite le calcul de deux problèmes directs supplémentaires.

¹³⁰

¹³¹ Les méthodes de Newton et de Gauss-Newton utilisent un calcul du hessien (complet pour
¹³² la première, approximé pour la seconde). Le hessien est difficile à calculer car sa complexité est
¹³³ celle du gradient au carré, mais il permet une convergence plus rapide qu'avec la méthode du
¹³⁴ gradient conjugué ([Pratt et al., 1998](#)).

¹³⁵

¹³⁶ Enfin, le hessien peut également être estimé à partir des gradients des itérations précédentes,
¹³⁷ par la méthode quasi-Newton ([Nocedal, 1980](#)), avec l'algorithme BFGS (Broyden, Fletcher,
¹³⁸ Goldfarb, Shanno), par exemple. Cet algorithme ayant un gros coût de stockage, il existe des
¹³⁹ versions allégées fournissant une estimation du hessien à partir du stockage de quelques itérations
¹⁴⁰ seulement (L-BFGS).

¹⁴¹ 2.4.3 Cartographie ou contour

¹⁴² Comme le souligne [Lambert et al. \(2006\)](#), le problème inverse peut être résolu suivant deux
¹⁴³ approches :

- ¹⁴⁴ — un formalisme en intégrales de contour où les paramètres reconstruits sont ceux décrivant
¹⁴⁵ ces contours. Cela revient donc à déformer ces contours, fonction d'une structure topo-
¹⁴⁶ logique du milieu. Le gradient, donné par la dérivée de la fonction coût par rapport à la
¹⁴⁷ topologie, indique donc directement la position d'un défaut à fort contraste. [Dominguez](#)
¹⁴⁸ [et al. \(2005\)](#) et [Rodriguez et al. \(2013\)](#) utilisent par exemple cette approche pour des
¹⁴⁹ applications en contrôle non destructif. Cette approche permet par exemple d'imager des
¹⁵⁰ défauts liés à une absence de matière (porosité, fissure, délamination,...) mais ne prend
¹⁵¹ pas en compte les variations de contraste plus faible (anisotropie de la soudure, inclusion,
¹⁵² corps étranger,...).
- ¹⁵³ — une reconstruction pixelisée d'un ensemble de paramètres. C'est l'approche explorée dans
¹⁵⁴ ce rapport et qui est décrite au chapitre 3.

¹⁵⁵ 2.5 Spécificités de l'imagerie de soudure

¹⁵⁶ Les méthodes basées sur des analyses de temps de vol, qui nécessitent de connaître la vitesse
¹⁵⁷ de propagation de l'onde sont peu adaptées à l'imagerie de soudure. En effet, comme le montrent
¹⁵⁸ les macrographies de la figure 2.3, les passes multiples et la cristallisation inhomogène rendent la
¹⁵⁹ soudure fortement anisotrope ([Chassignole, 1999](#)). Cette anisotropie varie d'une soudure à une
¹⁶⁰ autre puisqu'elle dépend des paramètres de soudage. En conséquence, cette anisotropie engendre
¹⁶¹ une courbure voire une division du faisceau ultrasonore (cf figure 2.4). Les scans sont alors
¹⁶² difficiles à analyser et les méthodes par retard et sommation ne permettent pas de relocaliser
¹⁶³ précisément un réflecteur et les images obtenues sont très sujettes aux artefacts provenant d'échos
¹⁶⁴ mal interprétés.

¹⁶⁵ De manière générale, les méthodes nécessitant une bonne connaissance *a priori* du matériau
¹⁶⁶ ne sont pas adaptées à l'imagerie de soudure. Tenter de reconstruire les paramètres élastiques
¹⁶⁷ de la soudure par une résolution de problème inverse semble être une approche plus appropriée
¹⁶⁸ et intéressante à explorer.

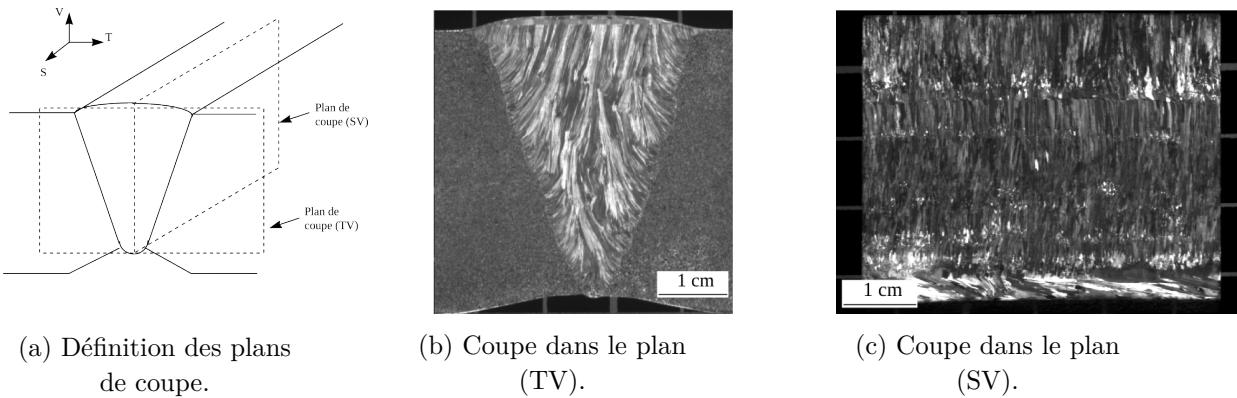


FIGURE 2.3 – Macrographie d'une soudure industrielle en acier austénitique : illustration de la forte anisotropie obtenue par la cristallisation et les passes multiples (images extraites de Chassignole (1999)).

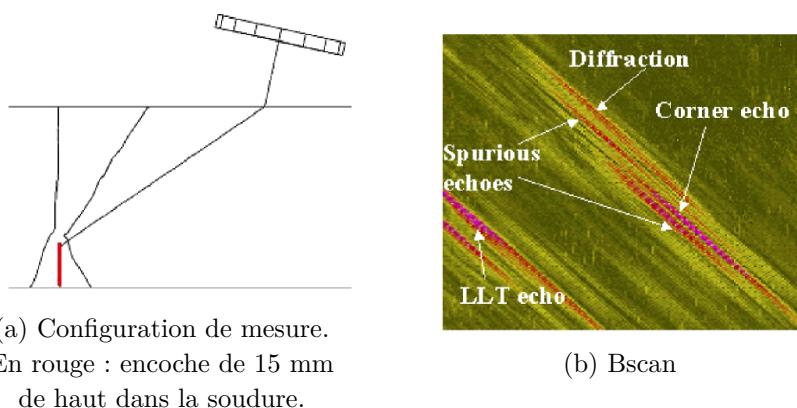


FIGURE 2.4 – Illustration de la perturbation du faisceau ultrasonore dans une soudure comportant une encoche. LLT echo : Réflexion de l'onde longitudinale (L) sur le bord de soudure puis réflexion de cette onde L sur l'encoche avec conversion en mode transverse (T). Images extraites de Chassignole et al. (2009)

¹⁶⁹ **Chapitre 3**

¹⁷⁰ **L'inversion de formes d'onde**

¹⁷¹ L'inversion de forme d'ondes (ou FWI, pour *Full Waveform Inversion*) est une méthode
¹⁷² quantitative d'imagerie développée dans un contexte géophysique permettant de reconstruire des
¹⁷³ paramètres élastiques par résolution d'un problème inverse posé dans les années 80 par [Lailly](#)
¹⁷⁴ ([1983](#)) et [Tarantola](#) ([1984](#)). Par opposition à des inversions du type tomographie qui n'utilisent
¹⁷⁵ que partiellement les informations contenues dans les champs mesurés, l'inversion de formes
¹⁷⁶ d'onde utilise l'ensemble des données sans interprétation préalable des signaux enregistrés.

¹⁷⁷ Le principe général est de calculer des données \mathbf{d}_{cal} issues d'un modèle (résolution du pro-
¹⁷⁸blème direct) puis de minimiser l'écart entre ces données et les données réelles \mathbf{d}_{obs} issues de la
¹⁷⁹ mesure en modifiant les paramètres du modèle ([Virieux and Operto, 2009](#)). Cette démarche est
¹⁸⁰ résumée en figure 3.1.
¹⁸¹

revoir
en fonc-
tion de
l'intro

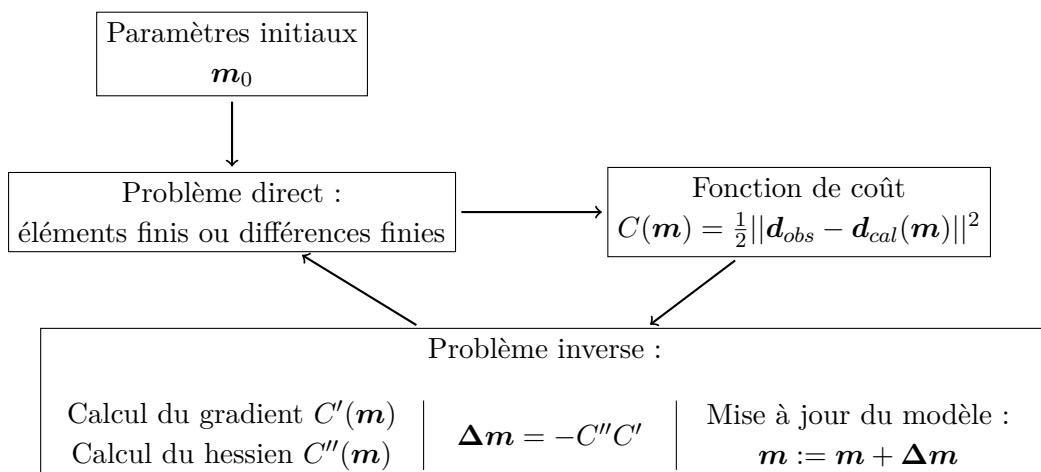


FIGURE 3.1 – Schéma du principe de la FWI : le modèle courant est itérativement perturbé jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint.

¹⁸³ L'ensemble des étapes de la FWI est détaillé par la suite. La résolution du problème direct est
¹⁸⁴ d'abord abordée, puis celle du problème inverse, avant d'évoquer quelques difficultés à prendre
¹⁸⁵ en compte lors de l'inversion. Un exemple d'application à des données sismiques est également
¹⁸⁶ présenté, ainsi que les spécificités de l'application de la FWI pour l'imagerie de soudure.

¹⁸⁷

¹⁸⁸ 3.1 Problème direct

¹⁸⁹ Dans le cas de l'imagerie par ultrason, résoudre le problème direct revient à trouver la solution
¹⁹⁰ de l'équation d'onde linéarisée. Il est fréquent que l'hypothèse d'une propagation acoustique
¹⁹¹ soit faite en prospection géophysique. Cette approximation a pour but de réduire fortement le
¹⁹² coût des calculs et est justifiée par le fait que la trace des ondes de compression soit domi-
¹⁹³ nante dans les données de mesures. De plus, en réduisant le nombre de paramètres du modèle,
¹⁹⁴ le problème est rendu moins non-linéaire. Cependant, cette approximation ne permet pas une
¹⁹⁵ caractérisation complète du milieu et, pour une application en CND, demande un pré-traitement
¹⁹⁶ parcimonieux des données et retire notamment la précision potentielle qu'offrent les ondes de
¹⁹⁷ cisaillement par leur faible longueur d'onde.

¹⁹⁸

¹⁹⁹

²⁰⁰ Pour résoudre l'équation d'onde, parmi les approches qui nécessitent de faire le moins d'hy-
²⁰¹ pothèse sur le champ d'onde et sur le milieu de propagation figurent les différences finies et les
²⁰² éléments finis. Les différences finies sont les plus faciles à développer et à implémenter. Elles
²⁰³ permettent de discréteriser les dérivées temporelles et spatiales par des différences d'ordre 2 ([Vi-
204 rieux, 1986](#)) ou d'ordre 4 ([Levander, 1988](#)). Cependant, contrairement aux éléments finis, elles
²⁰⁵ imposent, en général, l'utilisation de grilles régulières et ne permettent donc pas d'adapter lo-
²⁰⁶ calement le pas de grille à la géométrie ou à la complexité du milieu.

²⁰⁷ Les éléments finis se prêtent mieux à une description du milieu par un maillage non-structuré.
²⁰⁸ Leur solution est développée sur des bases de fonction (d'ordre élevé pour les éléments finis
²⁰⁹ spectraux) et permettent de prendre simplement en compte les conditions limites.

²¹⁰

²¹¹ Deux types de conditions limites sont nécessaires pour le modèle de soudure à 2 dimensions
²¹² (2D) : une condition parfaitement réfléchissante (Dirichlet) au niveau des surfaces de la plaque
²¹³ (en considérant une mesure dans l'air, le couplage fluide structure est négligeable) et une condi-
²¹⁴ tion absorbante pour représenter la plaque loin de la zone d'étude (cf figure 3.2). Les conditions
²¹⁵ absorbantes sont modélisées à l'aide de zones éponges *Perfectly Matched Layers* (PML, [Berenger
216 \(1994\)](#)) qui simulent une forte atténuation dans cette zone de manière anisotrope (seule la com-
²¹⁷ posante normale de l'onde est atténuée).

²¹⁸

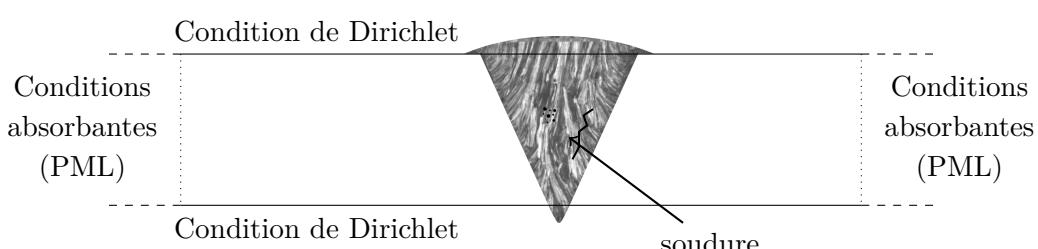


FIGURE 3.2 – Représentation des deux types de conditions limites du modèle 2D.

²¹⁹

²²⁰ Le problème peut-être résolu dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel ([Vigh
221 and Starr, 2008](#)). Le domaine temporel laisse la possibilité d'effectuer une sélection des arrivées
²²² d'ondes par fenêtrage temporel mais présente une plus forte sensibilité au phénomène de saut de
²²³ phase (décrit dans le paragraphe 3.3.1). De plus, la résolution par méthodes numériques dans le
²²⁴ domaine temporel impose un critère de stabilité Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) qui peut être
²²⁵ contraignant, surtout en 3D. Dans le domaine fréquentiel, l'équation d'onde construit la solu-
²²⁶ tion stationnaire, ce qui revient à résoudre un système d'équations linéaires. Il est alors possible

Figure
super-
flue ?

227 d'utiliser des méthodes de résolution directe du type décomposition LU bien qu'en pratique,
228 les performances de ces méthodes soient limitées (pour des raisons de mémoire) pour des pro-
229 blèmes comportant un grand nombre d'inconnues. Les principaux avantages d'une résolution
230 du problème direct dans le domaine fréquentiel sont donc d'intégrer facilement les phénomènes
231 d'atténuation et de permettre une sélection fine des fréquences d'intérêt.

232 3.2 Problème inverse

233 Le problème inverse considéré est un problème d'optimisation locale visant à réduire l'écart
234 entre les données observées \mathbf{d}_{obs} et les données calculées $\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ pour chaque couple source-
235 récepteur, en ajustant le modèle constitué de M paramètres \mathbf{m} . L'idée est donc de minimiser la
236 norme au sens des moindres carrés de la différence $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$ définie par la relation :

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})\|^2. \quad (3.1)$$

237 Le minimum de cette fonction de coût est atteint lorsque la dérivée par rapport aux paramètres
238 du modèle s'annule. Un développement de Taylor au second ordre de $C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})$ permet
239 d'écrire :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \sum_j^M \frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \Delta m_j. \quad (3.2)$$

240 Les termes d'ordres plus élevés du problème inverse sont nuls si le problème direct est linéaire. Le
241 minimum de la fonction de coût est alors atteint en une seule itération en annulant la dérivée :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta m_j = - \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \right)^{-1} \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i}. \quad (3.3)$$

242 En FWI, le problème direct est non-linéaire et le problème inverse est linéarisé : les termes
243 d'ordres supérieurs de la série 3.2 sont négligés et l'inversion est réalisée sur plusieurs itérations.
244 La perturbation sur le modèle est alors défini par la direction de descente donnée par le gradient
245 et par la courbure de la fonction de coût donnée par la dérivée du gradient (le hessien).

246 3.2.1 Calcul du gradient

247 D'après l'expression de la norme 3.1, sa dérivée par rapport aux paramètres \mathbf{m} (le gradient)
248 est :

$$G_i(\mathbf{m}) = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = - \left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \right)^t (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})). \quad (3.4)$$

249

250

251 Dans le domaine temporel, le problème direct décrit au paragraphe précédent (3.1) peut se
252 mettre sous la forme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) = \mathbf{s}(\mathbf{x}, t), \quad (3.5)$$

253 où \mathbf{x} est la variable d'espace. \mathbf{A} est un opérateur correspondant à l'équation d'onde et \mathbf{s}
254 est le terme source. On note $\tilde{\mathbf{d}}_{cal}$ et $\tilde{\mathbf{d}}_{obs}$ les vecteurs des données étendus de façon à passer
255 leur dimension du nombre de récepteur à celle de l'espace du problème direct. La dérivée de
256 l'équation 3.5 par rapport à \mathbf{m} s'écrit :

$$\mathbf{A} \frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{0}. \quad (3.6)$$

257 On a donc :

$${}^t \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right) = - {}^t \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right) {}^t \mathbf{A}^{-1} \quad (3.7)$$

258 Finalement, en reportant cette expression dans l'équation 3.4, on obtient l'expression du
259 gradient :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = {}^t \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \right) {}^t \mathbf{A}^{-1} (\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})) = {}^t \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \right) \boldsymbol{\lambda} \quad (3.8)$$

Le champ $\boldsymbol{\lambda}$ correspond donc à la rétropagation des résidus ($\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})$) qui, de manière comparable au retournement temporel (Prada et al., 2002), permet une focalisation sur les éléments diffractant absents du modèle initial. Cette expression du gradient peut également être obtenu par le formalise de l'état adjoint (Plessix, 2006).

Finalement, le gradient découle donc du calcul de deux problèmes directs :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m}) \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{s} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}(\mathbf{m}) \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{m}) = (\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})),$$

260 en notant que ${}^t \mathbf{A} = \mathbf{A}$ par réciprocité spatiale du problème direct.

261
262 La substitution 3.7 permet d'éviter le calcul de la matrice de sensibilité ${}^t \left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \right)$, menant
263 au calcul plus léger de $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$ qui est très creux et dont on connaît les solutions analytiques. Ce
264 dernier terme agit comme une pondération du champ $\boldsymbol{\lambda}$ liée au diagramme de rayonnement pour
265 chaque paramètre.

266 3.2.2 Estimation du hessien

267 La méthode d'optimisation choisie pour la FWI est une méthode quasi-Newton qui propose
268 d'utiliser une version approximée de l'inverse du hessian, estimée à partir de valeurs précédentes
269 du gradient, évitant ainsi le calcul du hessian. Brossier et al. (2009) montrent que cette méthode,
270 développée avec l'algorithme L-BFGS, est plus performante que la méthode du gradient conjugué
271 préconditionné en terme de convergence.

272 3.2.3 Régularisation

273 Le problème étant mal-posé, il est nécessaire de limiter les artefacts haute-fréquences venant
274 perturber $\Delta \mathbf{m}$. Pour cela, il est possible d'ajouter un terme de pondération à la fonction de
275 coût qui permet de lisser le modèle. Ce lissage peut aussi être directement appliqué à $\Delta \mathbf{m}$ sous
276 forme de filtre spatial adapté à la longueur d'onde correspondant à la fréquence d'inversion.
277 Cette seconde stratégie est utilisée par la suite.

278 3.3 Problématiques liées à l'inversion

279 3.3.1 Choix du modèle initial

280 Afin d'assurer une convergence vers le minimum global, il est nécessaire que le modèle initial
281 se situe dans le bassin d'attraction de la fonctionnelle. Pour cela, il faut s'assurer que le modèle
282 soit cinématiquement acceptable en levant l'ambiguité sur la phase. Les données temporelles
283 issues de ce modèle doivent donc avoir un décalage de moins d'une demi-période par rapport
284 aux données observées vraies. Si cette condition n'est pas respectée, l'algorithme ne permettra
285 pas un bon réajustement des phases et convergera vers un minimum local, comme l'illustre la
286 figure 3.3.

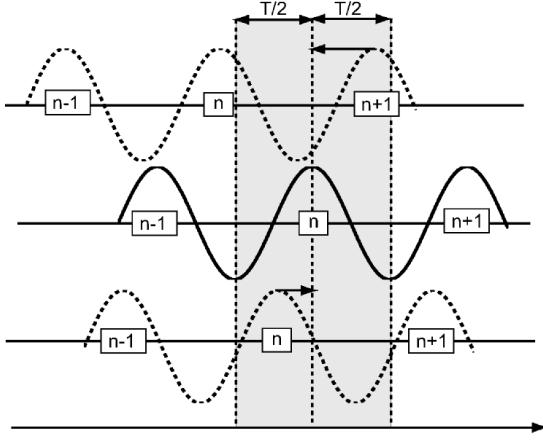


FIGURE 3.3 – Illustration de l’ambiguïté sur la phase (extraite de [Brossier \(2009\)](#)). En haut, le déphasage est supérieur à $T/2$, les arches sont mal ajustées. En bas, le déphasage est inférieur à $T/2$, les phases sont bien ajustées.

À défaut de disposer à un modèle initial cinématiquement acceptable, il est possible de d’appliquer un ensemble de stratégies permettant de limiter ces artefacts : introduire progressivement les sources ou récepteurs les plus éloignés, rallonger progressivement les temps d’acquisition, et inverser prioritairement les données basses fréquences.

En sismologie, une image issue de tomographie des temps peut fournir un modèle initial assez précis. Dans cette étude, on considère que peu d’informations sont connues sur les paramètres élastiques de la soudure et le modèle initial choisi est uniforme, bien qu’il serait intéressant d’établir un modèle initial de soudure caractéristique (cf chapitre 4).

3.3.2 Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres

L’inversion multi-paramètres implique plus de degrés de liberté dans le problème et rend donc l’inversion plus difficile. De plus, ces paramètres peuvent avoir des effets, couplés ou non, de différentes natures (cinétiques ou dynamiques) et de différentes amplitudes sur les données. Il faut donc choisir les paramètres à inverser de manière à ce qu’ils décrivent au mieux (de manière complémentaire) les propriétés du milieu à imager. Par exemple, les paramètres de vitesse influencent le champ en terme de temps de vol, tandis que la densité ou l’impédance jouent davantage sur l’amplitude du champ.

À chaque ensemble de paramètres est associé un diagramme de rayonnement lié à l’expression de leur différentielle ([Forgues, 1996](#)). Ces diagrammes traduisent la capacité de chaque paramètre à décrire le rayonnement d’un onde plane sur un point diffractant, en fonction de l’angle de diffraction. Quelques exemples de diagrammes de rayonnement sont présentés en figure 3.4, où κ est le module d’incompressibilité, ρ est la densité, v_p est la vitesse des ondes longitudinales se propageant suivant z et I_p est l’impédance, tels que :

$$I_p = \sqrt{\kappa\rho} \quad \text{et} \quad \kappa = \rho v_p.$$

Ces diagrammes correspondent au rayonnement des paramètres acoustiques dans un milieu isotrope. En milieu anisotrope, ces diagrammes sont plus difficiles à estimer analytiquement et nécessite une bonne connaissance de l’anisotropie du milieu.

Ajouté à l’illumination restreinte par le système d’acquisition, ce rayonnement peut filtrer le spectre en nombre d’onde du milieu reconstitué.

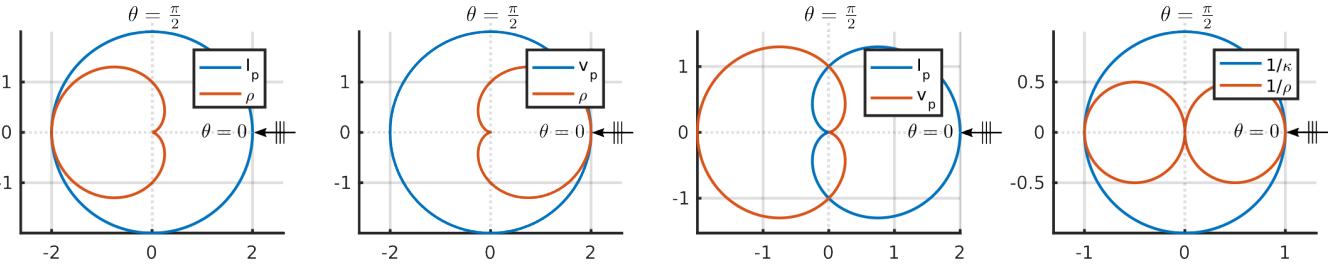


FIGURE 3.4 – Diagrammes de rayonnement pour différentes paramétrisations d'un milieu acoustique (amplitudes relatives) tracés d'après [Forgues \(1996\)](#). Pour une onde incidente en $\theta = 0$, l'amplitude de l'onde rayonnée localement dans une direction θ sera décrite différemment en fonction de la paramétrisation du problème.

3.3.3 Estimation de la source

Pour que les données calculées puissent être comparées aux données observées, il est nécessaire que les termes sources à l'origine des deux champs soit semblables. Ce terme source est linéairement lié au champ (cf équation 3.5) et il peut donc être calculé par la résolution d'un problème linéaire ([Pratt, 1999](#)) dont la solution est, dans le domaine fréquentiel :

$$s = \frac{{}^t d_{cal}(\mathbf{m})^* d_{obs}^*}{d_{cal}({}^t \mathbf{m})^* d_{cal}(\mathbf{m})^*}. \quad (3.9)$$

3.4 Exemple d'application en géophysique

Dans cette section, on se propose de présenter un exemple d'application de la FWI à des données sismologiques dans le cadre de la prospection pétrolière. Dans ce domaine, les mesures étant rares et coûteuses, l'exploitation des données doit être efficace en terme de qualité d'image. C'est pourquoi une méthode comme la FWI y est adaptée, bien qu'elle nécessite beaucoup de ressource informatique.

L'exemple choisi est issu d'une acquisition en fond de mer du Nord (*Ocean Bottom Cable*) par hydrophones, au niveau de Valhall en Norvège. Ce dispositif est constitué de 120 km de câbles équipés de 2414 récepteurs, espacés de 50 m, couvrant 45 km² (cf figure 3.5). 50000 points sources sont excités par canon à air.

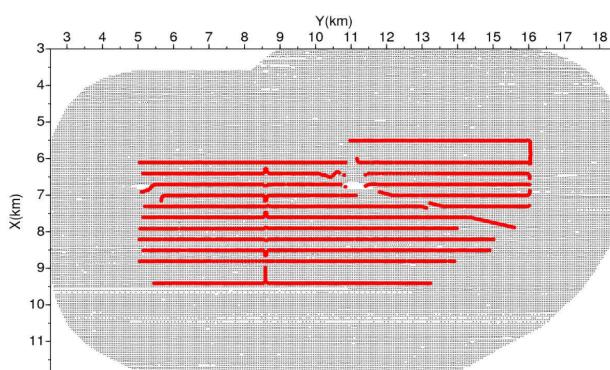


FIGURE 3.5 – Schéma du dispositif d'acquisition pour les mesures sur Valhall. L'antenne de récepteur est représenté en rouge (l'espacement entre les câbles est d'environ 300 m) et les positions des sources sont données par les points gris.

Le résultat du post-traitement des données est présenté en figure 3.6. Cette figure confronte

les images obtenues par une méthode d'imagerie conventionnelle (tomographie des temps en réflexion) et celles obtenues par FWI de 3.5 à 7 Hz, avec pour modèle initial la carte de vitesse donnée par tomographie.

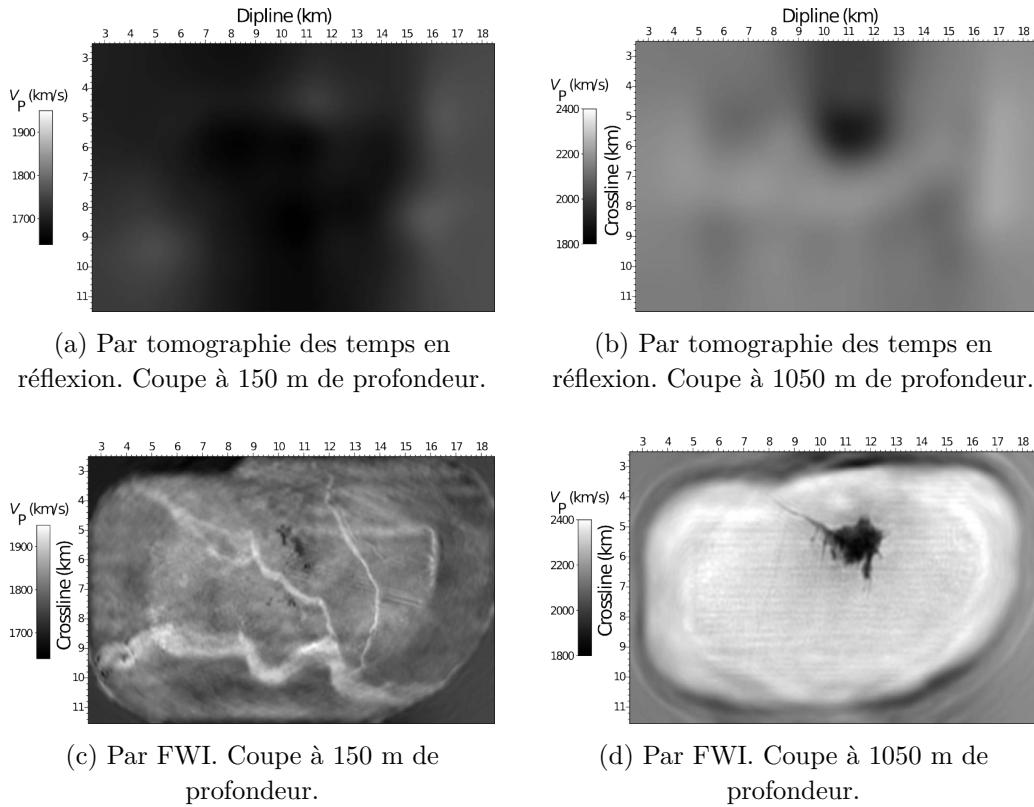


FIGURE 3.6 – Images des vitesses dans le champ de Valhall.

La FWI permet de faire apparaître des galeries à 150 m de profondeur, invisible sur la tomographie. À 1050 m, les contours du nuage de gaz (en noir) sont également mieux défini par la FWI. Cette méthode d'imagerie peut donc constituer une aide précieuse pour l'analyse des sous-sols et pour la mise en place des stratégies de forage.

334

On comprend par la qualité d'image qu'offre la FWI qu'il est intéressant de varier ses applications. On peut citer l'utilisation des ondes électromagnétiques (données radar, par exemple L. (2009)) ou encore l'imagerie médicale. Dans ce domaine, Oberai et al. (2003, 2004) reconstruisent le module d'élasticité en équilibre statique d'une imitation de tissu humain.

339

En comparaison avec l'imagerie terrestre, l'application de la FWI à l'imagerie par ultrasons impose un changement d'échelle, dont le rapport est 10^5 , mais impose aussi de prendre en compte les spécificités du dispositif d'acquisition ainsi celles des propriétés géométriques et élastiques du milieu à imager.

³⁴⁴ Chapitre 4

³⁴⁵ Application de la FWI à des données ³⁴⁶ synthétiques

³⁴⁷ Les problématiques du CND de soudure par FWI sont liées à quelques spécificités, propres
³⁴⁸ à cette application. Comme il a été évoqué dans la première partie de ce rapport, il semble, par
³⁴⁹ exemple, indispensable de prendre l'anisotropie en compte dans l'inversion, pour expliquer les
³⁵⁰ déviations de faisceau.

³⁵¹

³⁵² De plus, la possibilité de disposer des capteurs de part et d'autre de la pièce permet de réaliser
³⁵³ des inversions avec des signaux temporels plus courts et des angles de diffraction plus variés.
³⁵⁴ Pour des acquisitions de surface en sismologie, seules les diffractions rayonnant vers la surface
³⁵⁵ sont considérées (soit un angle de diffraction n'excédant pas 180°). Dans le cas de l'imagerie de
³⁵⁶ soudure, il n'est pas non plus possible de tourner autour de l'obstacle, mais un éclairage bilatéral
³⁵⁷ est possible, avec déplacement éventuel des transducteurs.

³⁵⁸

³⁵⁹ Enfin, on peut citer la géométrie de la plaque qui offre de multiples réflexions. Ces réflexions
³⁶⁰ devraient permettre un meilleur éclairage du milieu mais risquent d'apporter trop d'informations
³⁶¹ en transmission dans les données. Une étude de l'influence de ces réflexions sur la résolution est
³⁶² d'abord proposée dans ce chapitre. Une explication de la stratégie d'inversion pour limiter les
³⁶³ non-linéarités est ensuite proposée, avant de présenter quelques résultats d'inversion à partir de
³⁶⁴ données observées synthétiques.

³⁶⁵

³⁶⁶ Ces données sont générées par la résolution d'un problème direct à partir d'un signal d'³⁶⁷ excitation de type Ricker. La fréquence centrale d'excitation est 2 MHz, ce qui équivaut à une
³⁶⁸ longueur d'onde de 3 mm pour les ondes longitudinales en considérant que leur vitesse v_p dans
³⁶⁹ l'acier est de 6000 m/s et 1,6 mm pour les ondes de cisaillement dont la vitesse v_s est supposée
³⁷⁰ proche de 3200 m/s par la suite.

³⁷¹ 4.1 Étude de résolution spatiale

Afin de déterminer le pouvoir de résolution du gradient, [Sirgue and Pratt \(2004\)](#) réalisent une analyse en ondes planes comme suit. Considérons une onde plane incidente se propageant vers un point diffractant (suivant s), donnant naissance en ce point à une autre onde plane se

propageant suivant vers un récepteur. Dans l'expression du gradient CITER, on a alors :

$$\tilde{\mathbf{d}}_{cal} = \Re(e^{jk_0 s \cdot \mathbf{x}}), \quad (4.1)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \Re(\Delta \mathbf{d} e^{jk_0 r \cdot \mathbf{x}}), \quad (4.2)$$

$$\text{et } \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m} = -\omega^2, \quad (4.3)$$

³⁷² avec $\Delta \mathbf{d}$ les résidus ($\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}$) et où le paramètre m est $1/c^2(\mathbf{x})$. Le gradient est alors :

$$G = -\omega^2 \Re(\Delta \mathbf{d} e^{jk_0(s+r) \cdot \mathbf{x}}). \quad (4.4)$$

³⁷³ La résolution du gradient est donnée par le vecteur d'onde diffracté $\mathbf{k} = k_0(\mathbf{s} + \mathbf{r})$, dont la
³⁷⁴ norme est, comme l'indique la figure 4.1, donnée par la relation :

$$k = \frac{\omega}{c} 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (4.5)$$

³⁷⁵ avec θ l'angle de diffraction et $k_0 = \omega/c$. Cette résolution est donc maximale quand $\theta = 0$ et
³⁷⁶ elle est alors de $\lambda/2$. La résolution s'améliore en hautes fréquences et pour des petits angles
³⁷⁷ de diffraction. La géométrie du système d'acquisition a donc un impact direct sur la résolution
³⁷⁸ spatiale (cf figure 4.1). Les surfaces libres simulent la présence de sources images, d'autant plus
³⁷⁹ nombreuses que le nombre de réflexions dans le guide est important.

³⁸⁰

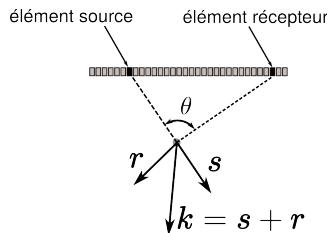


FIGURE 4.1 – Illustration de l'impact de l'angle de diffraction sur la résolution spatiale du gradient.

³⁸¹ Une illustration du lien entre la couverture en nombres d'onde du milieu et l'acquisition ainsi
³⁸² que les sources miroirs est réalisée ci-après. Pour différentes configurations, des transformées de
³⁸³ Fourier spatiales du gradient sont réalisées au niveau de 18 points diffractant, le paramètre du
³⁸⁴ modèle étant la vitesse verticale (cf figure 4.2).

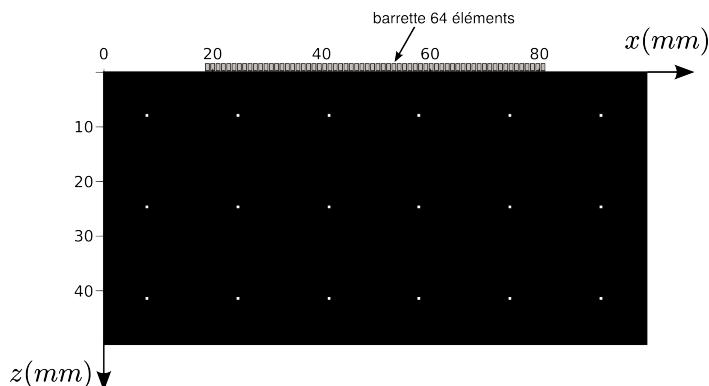


FIGURE 4.2 – Configuration pour l'étude de résolution. La vitesse dans les inclusions est de 3000 m/s et de 6000 m/s ailleurs. Les éléments du transducteur sont tous utilisés en réception et en transmission.

385 4.1.1 Influence de la fréquence d'excitation

386 Dans un premier temps, le milieu est entouré de conditions absorbantes. Les figures 4.3a
 387 et 4.3b montrent la couverture en nombres d'onde obtenue pour deux gammes de fréquence
 388 différentes.

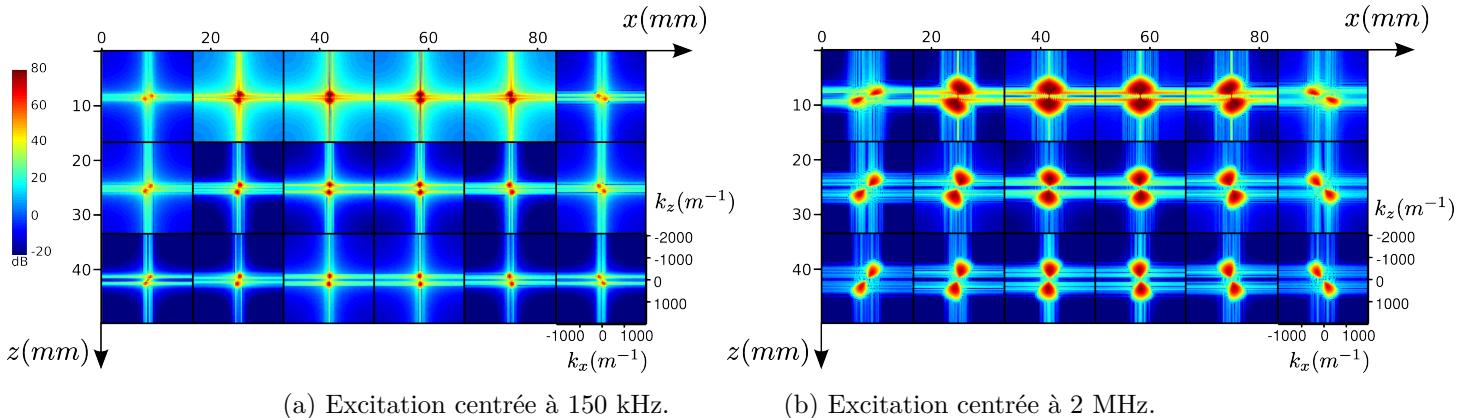


FIGURE 4.3 – Transformées de Fourier spatiales locales pour 2 gammes de fréquence d'excitation.

389 Comme l'indique l'expression de k (équation 4.5), pour une excitation basse fréquence, le
 390 gradient est pauvre en hauts nombres d'onde. Inversement, l'excitation haute fréquence ne per-
 391 met pas de reconstruire les bas nombres d'onde.
 392 La couverture en nombre d'onde est également très liée à l'acquisition. Elle est meilleure aux
 393 abords et en direction de la barrette. Les nombres d'onde verticaux seront globalement mieux
 394 reconstruits avec cette acquisition qui favorise les petits angles de diffraction, tandis que la
 395 couverture en nombres d'ondes horizontaux est très faible.

396 4.1.2 Influence des surfaces libres

397 Deux surfaces libres sont maintenant ajoutées à la soudure de référence et au modèle initial.
 398 L'objectif est d'illustrer l'influence de la longueur du signal d'acquisition, soit le nombre de
 399 réflexions dans la plaque prises en compte dans les données. Les figures 4.4a et 4.4b montrent la
 400 couverture en nombres d'onde obtenue pour 1 et 6 réflexions dans la plaque, pour une excitation
 401 à 2 MHz.

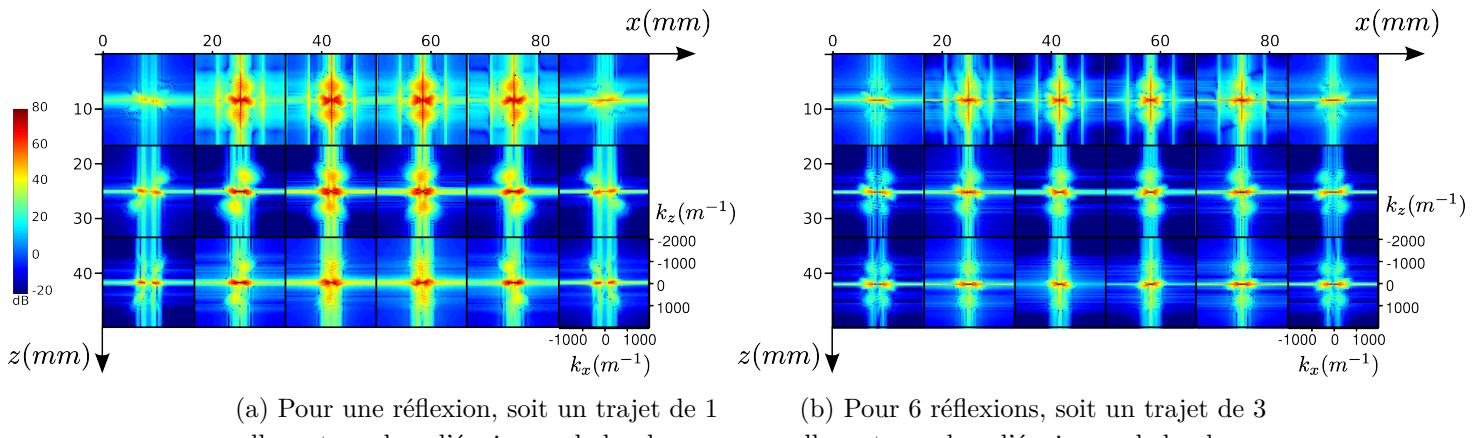


FIGURE 4.4 – Transformées de Fourier spatiales locales du gradient pour 2 durées d'acquisition. La fréquence d'excitation est centrée à 2 MHz.

402 Les surfaces libres sont assimilables à l'ajout de sources images éloignées qui favorisent une
 403 propagation verticale et de grands angles de diffraction (figure 4.5). Ainsi, les nombres d'onde
 404 horizontaux sont beaucoup mieux couverts avec, en contrepartie, une perte sur les nombres
 405 d'onde verticaux.

406 Lorsque 6 réflexions sont prises en compte, l'ensemble des nombres d'ondes purement horizontaux
 est reconstruit, mais la résolution verticale est presque nulle.

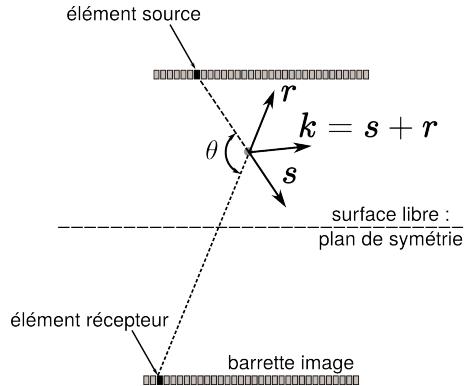


FIGURE 4.5 – Illustration de l'impact d'une surface libre sur la résolution spatiale du gradient : la propagation verticale est favorisée, ainsi que les grands angles de diffraction.

407
 408 Finalement, la prise en compte d'une réflexion dans les données d'acquisition permet d'amé-
 409 liorer la reconstruction des nombres d'onde horizontaux et donc la résolution latérale des défauts,
 410 tout en assurant une bonne couverture en nombres d'onde verticaux.

411 4.2 Gestion des non-linéarités

412 Une stratégie pour limiter la non-linéarité de l'inversion consiste à réaliser l'inversion en
 413 plusieurs temps, en injectant progressivement le contenu haute fréquence dans les données. L'in-
 414 version à basse fréquence permet ainsi de reconstruire la structure grossière avant d'ajouter les
 415 détails grâce à la résolution qu'offre le gradient en haute fréquence.

416
 417 Afin que les nombres imagés soient correctement échantillonnés, il faut que le plus grand
 418 nombre d'onde imagé à une fréquence soit le même que le plus petit à la fréquence suivante
 419 ([Sirgue and Pratt, 2004](#)). En considérant que le plus nombre d'onde est obtenu pour une angle
 420 de diffraction de $\pi/2$, le rapport de fréquences suivant doit donc être respecté :

$$\begin{aligned} k_{\max}(f_n) &= k_{\min}(f_{n+1}) \\ \Leftrightarrow f_n &= f_{n+1} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{f_{n+1}}{f_n} &\approx 1,5. \end{aligned}$$

421 Les inversions présentées ci-après sont donc réalisées en plusieurs itérations. Entre chaque
 422 itérations, les données observées et l'ondelette d'excitation sont filtrées par un filtre passe-bas
 423 de fréquence centrale f_n et dont la fréquence de coupure haute est de $2,5 \times f_n$.

424 4.3 Inversions en milieu acoustique

425 Dans un premier temps, la méthode d'imagerie est appliquée à des milieux acoustiques, ce
 426 qui simplifie le problème et réduit les coûts de calcul. Le code utilisé est *TOYxDacTIME*, déve-

⁴²⁷ loppé dans le cadre du projet *Seiscope*¹. Le problème direct y est résolu par différences finies
⁴²⁸ d'ordre 2 et l'inversion est réalisée dans le domaine temporel.

⁴²⁹

⁴³⁰ La propagation des ondes élastiques est décrite par les équations linéarisées en déplacements
⁴³¹ \mathbf{u} et contraintes \bar{T} suivantes (De Belleval et al., 2006) :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.6)$$

$$T_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (4.7)$$

⁴³² avec C_{ijkl} le tenseur des constantes élastiques. Les études en milieu acoustique sont menées en
⁴³³ approximation 2D : on suppose que le problème ne dépend pas de la dimension données par e_y .

⁴³⁴

⁴³⁵ Les équations de la propagation acoustique peuvent être déduite de 4.6 et 4.7 en considérant
⁴³⁶ un module de cisaillement nul. On a alors $T_{ij} = 0$ si $i \neq j$, ce qui donne le système :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ii}}{\partial x_i} \quad (4.8)$$

$$T_{ii} = \sum_k C_{iikk} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right). \quad (4.9)$$

⁴³⁷ 4.3.1 Isotrope

⁴³⁸ On considère, tout d'abord, une propagation dans un milieu acoustique isotrope. Les constantes
⁴³⁹ élastiques sont alors égales dans toutes les directions et les propriétés élastiques sont donc ré-
⁴⁴⁰ duites à une seule constante. Les équations 4.6 et 4.7 deviennent :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\nabla p \quad (4.10)$$

$$p = -\kappa \sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad (4.11)$$

⁴⁴¹ avec κ le module de rigidité et p la pression.

⁴⁴² Les données observées sont calculées à partir du milieu dont la densité et la vitesse verticale
⁴⁴³ sont présentés en figure 4.6. On considère une configuration d'acquisition favorable à un bon
⁴⁴⁴ éclairage de la soudure : deux barrettes de 64 éléments (en émission et réception) sont situées
⁴⁴⁵ de part et d'autre de la soudure. Cette configuration ne correspond pas à celle d'une inspec-
⁴⁴⁶ tion de soudure conventionnelle, puisque en pratique, le relief de la soudure ne permet pas de
⁴⁴⁷ placer les barrettes directement dessus. La durée d'acquisition est de 15,4 μ s, ce qui correspond
⁴⁴⁸ à une propagation sur 9 cm à 6000 m/s, soit moins d'un aller-retour dans l'épaisseur de la plaque.

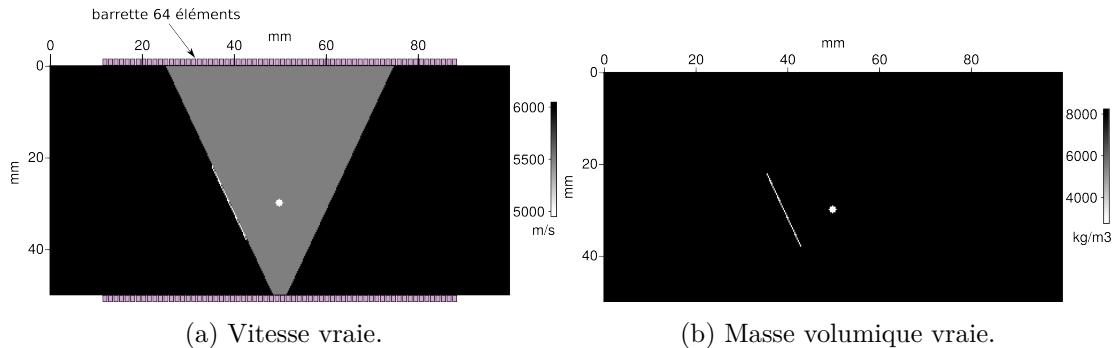
⁴⁴⁹

⁴⁵⁰ Inversions monoparamètres

⁴⁵¹ Une première inversion est réalisée, en gardant ρ à sa valeur initiale et en ne mettant à jour
⁴⁵² que le modèle de vitesse, pour 9 bandes de fréquences allant de 100 kHz à 3,4 MHz. Le modèle
⁴⁵³ initial de vitesse pour cette inversion est pris uniforme avec $v_p = 6000$ m/s.

⁴⁵⁴

1. <http://seiscope2.osug.fr>



(a) Vitesse vraie.

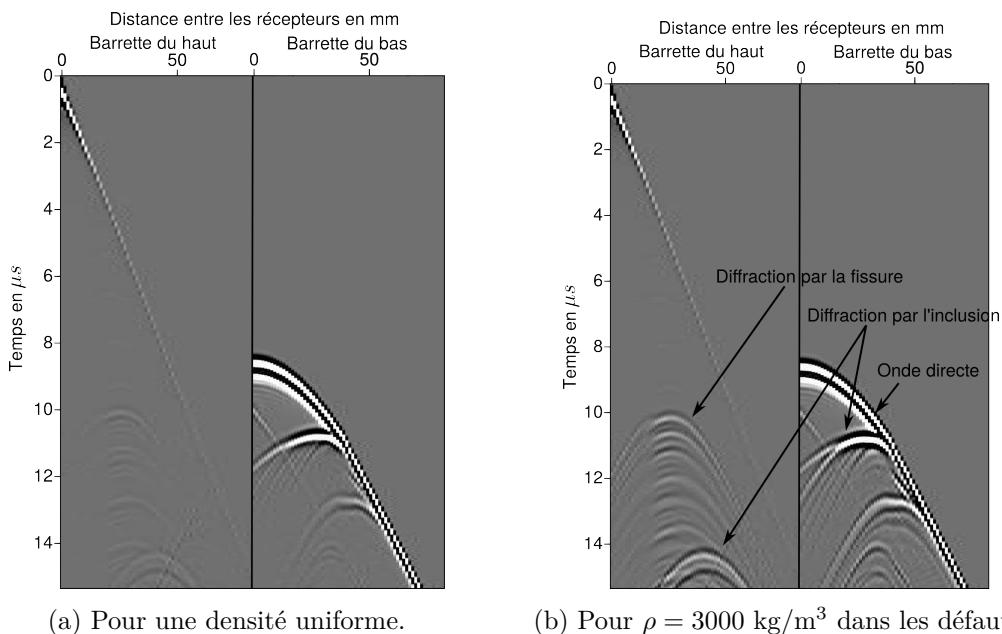
(b) Masse volumique vraie.

FIGURE 4.6 – Milieux en vitesse et masse volumique pour la génération des données observées. Deux barrettes de 64 éléments sont utilisées en réception et en transmission, de part et d'autre de la soudure. La soudure simulée présente deux défauts : une inclusion de diamètre $\lambda/2$ et un manque de fusion de largeur $\lambda/12$.

Une seconde inversion monoparamètre est proposée pour une reconstruction de la masse volumique. Cependant, il est très difficile d'assurer une convergence en prenant des modèles initiaux de vitesse et de densité uniformes, car la seule mise à jour du modèle de densité ne peut expliquer la majeure partie des données en terme de cinématique. En effet, la figure 4.7 montre que la différence de densité au niveau des défauts n'impacte pas les temps de vol mais l'amplitude des diffractions sur les défauts. Il est donc nécessaire de disposer d'un modèle de vitesse suffisamment précis pour expliquer les différentes arrivées, puis la densité sera reconstruite par correction des amplitudes. Le modèle de vitesse initial utilisé pour cette inversion est issue d'une première inversion de la vitesse avec un fort lissage gaussien de la perturbation sur deux longueurs d'onde.

Enfin, une autre inversion de la vitesse est réalisée, avec pour modèle initial ce même modèle de vitesse lissé et une densité uniforme, afin d'évaluer l'influence du modèle initial.

Les modèles initiaux de vitesse et le résultats de ces inversions se trouvent figure 4.8.



(a) Pour une densité uniforme.

(b) Pour $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ dans les défauts.

FIGURE 4.7 – Effet du contraste de densité sur les données observées (même échelle d'amplitude) : les temps de vol ne sont pas impactés, mais l'amplitude de l'onde diffractée est plus importante en présence du contraste de densité.

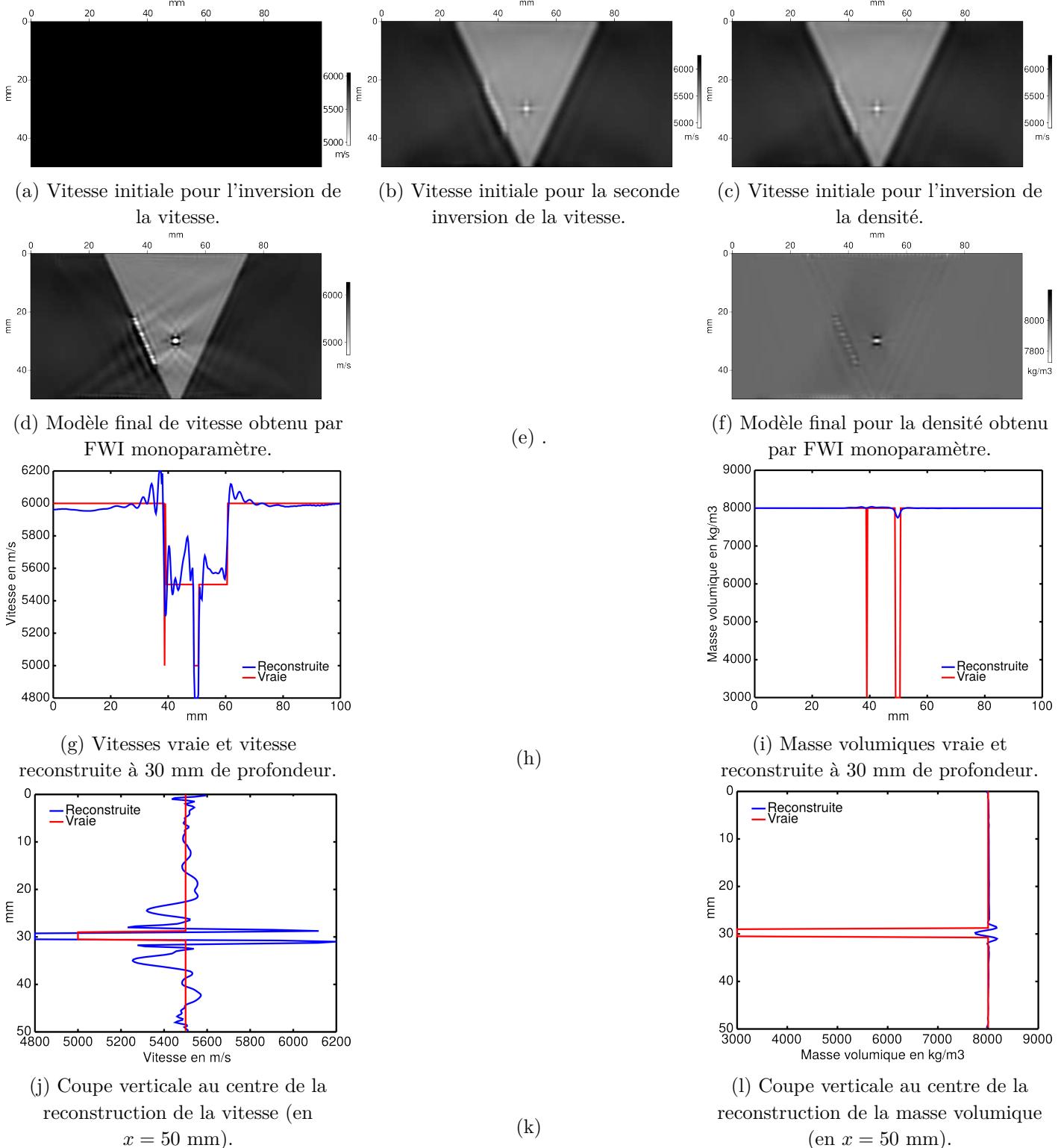


FIGURE 4.8 – Modèle initiaux et résultat d'inversion monoparamètre de la vitesse et de la densité.

commenter résultat : influence du rayonnement même à basse fréquence, on introduit des artefacts haute fréquence

468

469 Lors de l'inversion de la vitesse basée sur un modèle initial homogène (première colonne de
470 la figure 4.8), des perturbations hautes fréquences sont introduites dès les premières itérations
471 basses fréquences. Ces artefacts sont mal corrigés au fur et à mesure de l'inversion.

472

pourquoi ?

473 La reconstruction de la vitesse à partir d'un modèle fortement lissé, permet d'éviter ces
474 artefacts.....

475 Les bords latéraux des défauts reconstruits par la masse volumique ne sont pas précisément
476 définis. L'acquisition devrait favoriser une reconstruction des nombres d'ondes horizontaux, mais
477 le diagramme de rayonnement de la densité pour la paramétrisation ρ - v_p montre que la densité
478 n'est pas prompt à décrire un rayonnement latéral pour cette géométrie d'acquisition. La coupe
479 horizontale à 3 cm de profondeur montre donc un manque de hauts nombres d'onde.

480
481 commenter résultats 2

482 Inversion multiparamètre

483 Lors d'une inversion multiparamètre, les modèles des différents paramètres sont mis à jour
484 simultanément. Idéalement, cela permet de perturber chaque modèle de façon à expliquer au
485 mieux l'effet de chaque paramètre sur les données. Cependant, il arrive que ces effets soient at-
486 tribué à de mauvais paramètres dont le modèle est alors faussement perturbé. Dans le cas d'une
487 paramétrisation $v_p - \rho$, le risque est que la densité soit perturbée de façon à expliquer des temps
488 de vol, ce qui ne permettra jamais de tendre vers le milieu vrai. Il est donc préférable, dans un
489 premier temps, d'inverser seul le paramètre d'effet dominant dans les données, puis d'inverser
490 conjointement l'ensemble des paramètres.

491
492 Dans notre cas, le paramètre dominant est v_p , comme le montre la figure 4.7. La stratégie
493 est donc d'inverser ce paramètre à basse fréquence et avec un fort lissage, afin d'obtenir d'un
494 modèle qui explique la majorité des arrivées. La vitesse et la densité sont ensuite reconstruite
495 par FWI à partir de ce modèle de vitesse grossier.

496
497 Le résultat de cette inversion est présenté en figure 4.9.
498 commenter résultat et comparer avec mmonoparam

499 le but : voir si on améliore vp et info complémentaire pour la caractérisation donnée par
500 rho ?

501 conclusion partielle : le multiparam, ça change rien à part que c'est plus dur et qu'il faut un
502 meilleur modèle initial. La meilleure stratégie si on veut rho (qui peut donner des info pour la
503 caractérisation du défaut) : inverser vp en mono, puis inverser rho en mono avec modèle vitesse
504 initial venant de l'inversion

505 4.3.2 Transverse isotrope

506 Afin d'introduire une anisotropie simplifiée dans la soudure, une étude dans un milieu acous-
507 tique vertical transverse isotrope est menée. Il est possible de formuler à partir des équations de
508 la propagation élastique 4.6 et 4.7 des équations d'ondes acoustiques en milieu anisotrope. Bien
509 que ce soit physiquement impossible, cette formulation permet de se rapprocher cinématique-
510 ment des équations d'ondes élastiques, de manière simplifiée (Alkhalifah, 2000).

511 En milieu transverse isotrope, la matrice des constantes élastiques est telles que :

$$C_{iikk} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} = \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

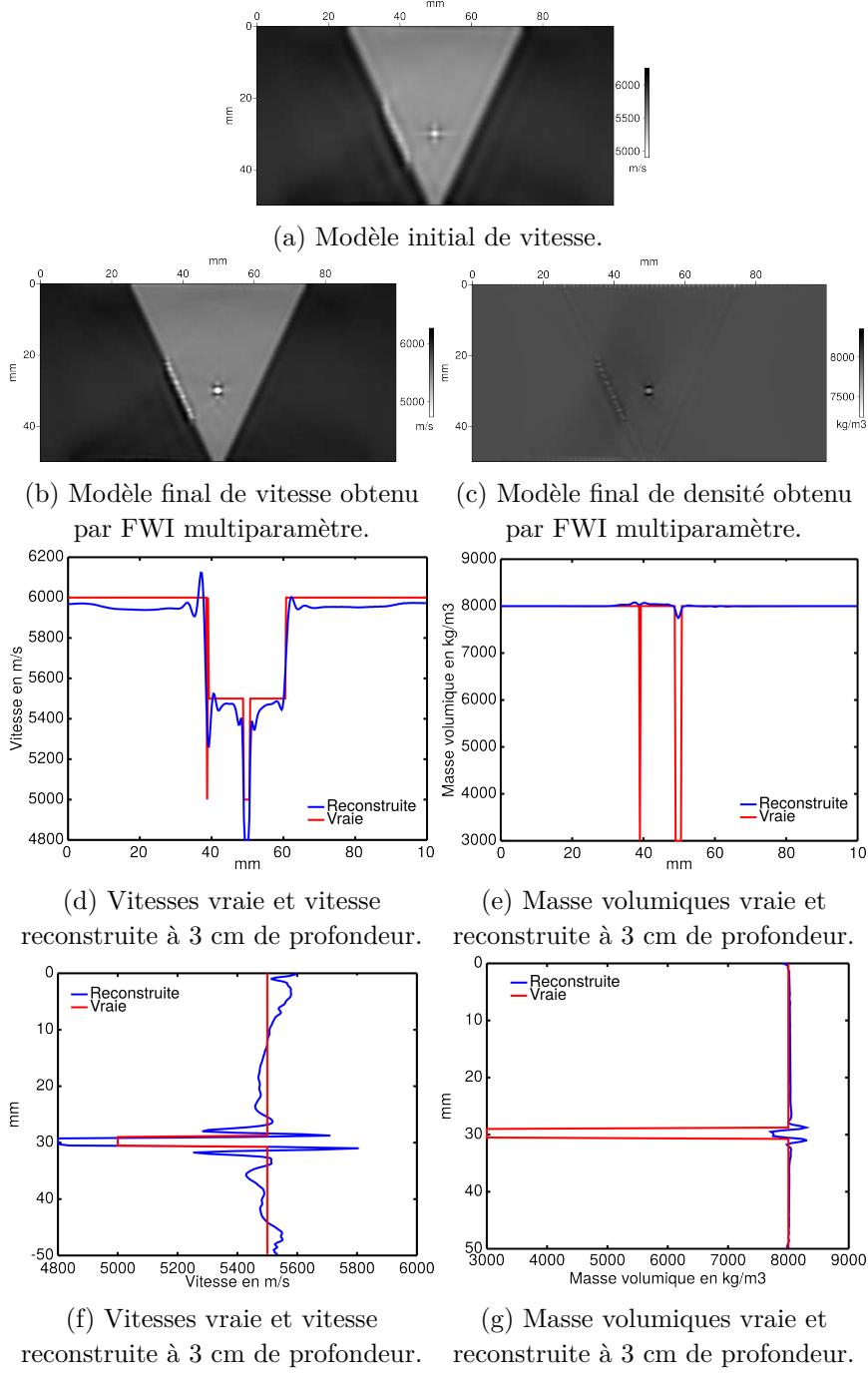


FIGURE 4.9 – Modèle initial de vitesse et résultats d'inversion multiparamètre de la vitesse et de la densité.

512 L'approximation acoustique des équations élastiques en milieu vertical transverse isotrope (VTI)
 513 impose que $c_{66}=0$, soit $c_{11} = c_{12}$.

514 La paramétrisation du milieu peut donc se faire à l'aide de 4 constantes, que l'on choisit
 515 comme étant v_p , ρ et deux constantes adimensionnelles de Thomsen ([Thomsen, 1986](#)) (surtout
 516 utilisées dans le domaine des Sciences de la Terre) définies comme suit :

$$\epsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} = \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_x - \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_z}{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_z} \quad (4.13)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (4.14)$$

$$(4.15)$$

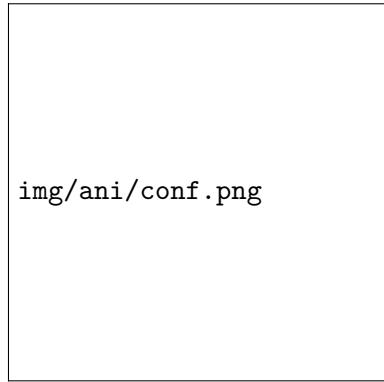


FIGURE 4.10 – Valeur du paramètre ϵ pour la génération des données observées.

517 Le paramètre ϵ est donc lié à la différence entre la composante verticale et la composante
518 horizontale de la vitesse des onde de pression et δ décrit davantage la propagation des ondes
519 quasi-longitudinales.

520 Pour les inversions, on considère une plaque isotrope dans laquelle se trouve une soudure
521 anisotrope VTI sans défaut. On cherche à évaluer l'influence de l'anisotropie en vue d'inver-
522 ser le paramètre ϵ . La valeur de ϵ dans la soudure est fixée à 20 %, ce qui est environ deux
523 fois plus élevé que les valeurs que l'on peut trouver dans la littérature (Chassignole, 1999). Les
524 deux ??????, combien d'éléments ? barrettes excitatrices/réceptrices sont placées de manière
525 éloignée, afin d'accentuer la propagation des ondes suivant e_x et de s'assurer que les temps de
526 vol soient perturbés par l'anisotropie (figure 4.10).

527 Les autres paramètres (v_p, ρ et δ) sont supposés constants et uniformes, avec $v_p = 6000$ m/s,
528 $\rho = 8000$ kg/m³ et $\delta = 0$.

529
530 Une comparaison des données observées en milieu isotrope ($\epsilon = 0$) et avec la soudure ani-
531 sotrope est proposée en figure 3.6d. Il apparaît que la présence d'une anisotropie VTI a peu
532 d'impact sur les données, car le dispositif d'acquisition favorise la mesure des ondes dont le
533 trajet est majoritairement vertical et donc peu perturbé.

534 L'inversion du paramètre ϵ est alors difficile : une modification grossière de la vitesse horizontale
535 suffit à corriger les retards résiduels (cf figure 3.6d).

536 figures : configurations ; traces isotrope, epsilon=20 ; inversion + données calculées

537
538 Un modèle de soudure anisotrope VTI est donc trop restrictif pour représenter l'anisotropie
539 d'une soudure réelle, dont on sait qu'elle impacte beaucoup le faisceau ultrasonore.

540 4.4 Inversions en matériau élastique isotrope

notes :

anisotrope est plus problématique que isotrope car :

- modélisation plus complexe,
- problème moins bien posé

Gholami 2011 : la vitesse a beaucoup plus d'influence sur les données que les paramètres delta
et epsilon (delta étant le plus faible). D'après ses schémas, on va donc avoir une maj de la
vitesse mais pas des autres paramètres

modèle initial de soudure : citer mina ?

541

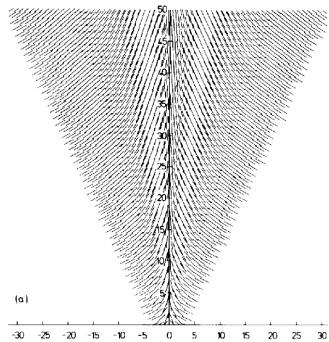


FIGURE 4.11 – Exemple d’orientation de grains dans la soudure (image extraite de [Ogilvy \(1986\)](#)).

Pour tester la capacité de la FWI à reconstruire ces paramètres d’anisotropie, il est donc nécessaire d’utiliser un modèle plus pertinent qui se rapprocherait davantage de celui proposé par [Ogilvy \(1986\)](#) par exemple.

[Ogilvy \(1986\)](#) propose de simuler l’orientation des grains de la soudure avec un angle représenté sur la figure ci-contre, tel que :

$$\theta(x, z) = \tan^{-1} \left(\frac{D/2 + z \tan \alpha}{x} \right), \quad (4.16)$$

avec D la largeur de la racine de la soudure et α l’angle du bord de soudure.

542 **Chapitre 5**

543 **Conclusion**

544 qualité d'image très dépendante du système d'acquisition

545 **5.1 ouvertures**

546 **5.1.1 application a des données réelles**

547 -estimation de sources : pratt 99 : l'ondelette d'excitation devient un nouveau paramètre
548 inconnu
549 -élastique : plein de nouvelles ondes

550 **5.1.2 améliorations**

551 Le modèle initial choisi est très simple. Cependant, il serait intéressant d'utiliser statistiquement le résultats d'inversion de soudure pour construire un modèle initial plus complet ou 553 incorporer des "prior informations" à la phase d'optimisation (*i. e.* dans la formulation de la 554 fonction de coût : cf [Asnaashari et al. \(2013\)](#)).

555 Kirchhoff approx pour des défauts non pénétrables/gestion du contraste ? (materials and
556 acoustics, p.421)
557 atténuation
558 étude de sensibilité au bruit
559 QUESTION : Comment connaître l'incertitude, la réalité du résultat

⁵⁶⁰ Bibliographie

- ⁵⁶¹ T. Alkhalifah. An acoustic wave equation for anisotropic media. *Geophysics*, 65(4) : p. 1239–
⁵⁶² 1250, 2000.
- ⁵⁶³ A. Asnaashari, R. Brossier, S. Garambois, F. Audebert, P. Thore, and J. Virieux. Regularized
⁵⁶⁴ seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, 78(2) : p. R25–R36,
⁵⁶⁵ 2013.
- ⁵⁶⁶ S. Bannouf. *Développement et optimisation de méthodes d'imagerie synthétique pour le contrôle
567 non-destructif par ultrasons de composants industriels complexes*. PhD thesis, Université Paris
Diderot Paris 7, 2013.
- ⁵⁶⁹ J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal
570 of computational physics*, 114(2) :185–200, 1994.
- ⁵⁷¹ R. Brossier. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des
572 formes d'ondes : développements méthodologiques et applications*. PhD thesis, Université de
Nice-Sophia Antipolis, 2009.
- ⁵⁷⁴ R. Brossier, J. Virieux, and S. Operto. Parsimonious finite-volume frequency-domain method
⁵⁷⁵ for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 175 : p. 541–559, 2008.
- ⁵⁷⁶ R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D
⁵⁷⁷ elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC105, 2009.
- ⁵⁷⁸ J. Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*,
⁵⁷⁹ 57(8) : p. 1408–1418, 1969.
- ⁵⁸⁰ B. Chassignole. *Influence de la structure métallurgique des soudures en acier inoxydable austé-
581 nitique sur le contrôle non-destructif par ultrasons*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.
- ⁵⁸² B. Chassignole, O. Dupond, L. Doudet, V. Duwig, and N. Etchegaray. Ultrasonic examination
⁵⁸³ of an austenitic weld : Illustration of the disturbances of the ultrasonic beam. *AIP Conference
584 Proceedings*, 1096(1), 2009.
- ⁵⁸⁵ J.-F. De Belleval, M. Castaing, P. Gatignol, and C. Potel. Milieux homogènes et homogènes
⁵⁸⁶ stratifiés – modèles linéaires de propagation. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux
587 et acoustique, vol. 1*, chapter 1, pages 17–139. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- ⁵⁸⁸ S.R. Doctor, T.E. Hall, and L.D. Reid. SAFT - the evolution of a signal processing technology
⁵⁸⁹ for ultrasonic testing. *NDT International*, (19) : p. 163–167, 1986.
- ⁵⁹⁰ N. Dominguez, V. Gibiat, and Y. Esquerre. Time domain topological gradient and time reversal
⁵⁹¹ analogy : an inverse method for ultrasonic target detection. *Wave Motion*, 42 : p. 31–52, 2005.

- 592 É. Forgues. *Inversion linéarisée multi-paramètres via la théorie des rais (application aux données*
 593 *de sismique réflexion de surface)*. PhD thesis, Institut Francais du Pétrole - University Paris
 594 VII, 1996.
- 595 C. Holmes, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Post-processing of the full matrix of ultrasonic
 596 transmit-receive array data for non-destructive evaluation. *NDT&E International*, (38) :
 597 p. 701–711, 2005.
- 598 Fernand L. *Inversion des formes d'ondes électromagnétiques de données radar multioffsets*. PhD
 599 thesis, Université Paris Diderot - Paris 7, 2009.
- 600 P. Lailly. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. In *Conference*
 601 *on Inverse Scattering-Theory and Application*, pages p. 206–220, 1983.
- 602 M. Lambert, M. Bonnet, and D. Lesselier. Introduction à la diffraction inverse en acoustique et
 603 élasticité. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux et acoustique, vol. 2*, chapter 1.4,
 604 pages 82–101. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- 605 A. R. Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11) : p. 1425–
 606 1436, 1988.
- 607 P. Mora. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 52
 608 (9) : p. 1211–1228, 1987a.
- 609 P. Mora. Nonlinear elastic inversion of real data. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*,
 610 pages 430–432, 1987b.
- 611 J. Nocedal. Updating quasi-newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*,
 612 35(151) : p. 773–782, 1980.
- 613 A. A. Oberai, N. H. Gokhale, and G. R. Feijoo. Solution of inverse problems in elasticity imaging
 614 using the adjoint method. *Inverse Problems*, 19 : p. 297–313, 2003.
- 615 A. A. Oberai, N. H. Gokhale, M. M. Doyley, and J. C. Bamber. Evaluation of the adjoint
 616 equation based algorithm for elasticity imaging. *Phys. Med. Biol.*, 49 : p. 2955–2974, 2004.
- 617 J. A. Ogilvy. Ultrasonic beam profiles and beam propagation in an austenitic weld using a
 618 theoretical ray tracing model. *Ultrasonics*, 24 : p. 337–347, 1986.
- 619 R.-E. Plessix. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional
 620 with geophysical applications. *Geophys. J. Int.*, 167 : p. 495–503, 2006.
- 621 C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing
 622 in multiple-target media. *Wave Motion*, 20 : p. 151–163, 1994.
- 623 C. Prada, E. Kerbrat, D. Cassereau, and M. Fink. Time reversal techniques in ultrasonic
 624 nondestructive testing of scattering media. *Inverse Problems*, 18(6) : p. 1761–1773, 2002.
- 625 R. G. Pratt. Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1 : Theory and verification
 626 in a physical scale model. *Geophysics*, 64(3) : p. 888–901, 1999.
- 627 R. G. Pratt, C. Shin, and G. J. Hicks. Gauss-newton and full newton methods in frequency-space
 628 seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133 : p. 341–362, 1998.
- 629 S. Rodriguez, M. Deschamps, M. Castaings, and E. Ducasse. Guided wave topological imaging
 630 of isotropic plates. *Ultrasonics*, 54 : p. 1880–1890, 2013.

- 631 R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions*
632 *on antennas and propagation*, AP-34(3) : p. 276–280, 1986.
- 633 M. K. Sen and P.L. Stoffa. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier,
634 1995.
- 635 L. Sirgue and R. G. Pratt. Efficient waveform inversion and imaging : A strategy for selecting
636 temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1) : p. 231–248, 2004.
- 637 P. L. Stoffa and M. K. Sen. Nonlinear multiparameter optimization using genetic algorithms :
638 Inversion of plane-wave seismograms. *Geophysics*, 56(11) : p. 1794–1810, 1991.
- 639 A. Tarantola. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49
640 (8) : p. 1259–1266, 1984.
- 641 A. Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society
642 for Industrial and Applied Mathematics, 2005. ISBN 0898715725.
- 643 L. Thomsen. Weak elastic anisotropy. *GEOPHYSICS*, 51(10) : p. 1954–1966, 1986.
- 644 D. Vigh and E. W Starr. Comparisons for waveform inversion, time domain or frequency do-
645 main ? In *2008 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists, 2008.
- 646 J. Virieux. P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference
647 method. *Geophysics*, 51(4) : p. 889–901, 1986.
- 648 J. Virieux. *Seismic modelling of earth structure*. Editrice compositori, 1996.
- 649 J. Virieux and S. Operto. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics.
650 *Geophysics*, 74(6) : p. WCC1–WCC26, 2009.
- 651 J. Zhang, A. Hunter, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Monte Carlo inversion of ultrasonic
652 array data to map anisotropic weld properties. *IEEE*, 59(11) : p. 2487–2497, 2012.