

UNIVERSITÉ DU MAINE  
UFR SCIENCES ET TECHNIQUES

MASTER ACOUSTIQUE 2<sup>ÈME</sup> ANNÉE

RAPPORT DE STAGE

---

## Imagerie ultrasonore par inversion de formes d'onde

---

Alice DINSENMEYER

encadrée par :

Romain BROISSIER et Ludovic MOREAU  
Maîtres de conférence ISTerre



Année universitaire 2015-2016



## Remerciements

Je remercie mes encadrants Ludovic Moreau et Romain Brossier, pour m'avoir guidée dans ce travail de recherche. Merci aussi aux membres de l'équipe Seiscope qui m'ont aidée, et notamment à Jean Virieux qui m'a beaucoup apporté par ses discussions.

## Abstract



Weld imaging is crucial to control health of cooling systems and pipeline. But methods currently used don't take well into account the strong anisotropy induced by grain structure of welds. The time shift caused by anisotropy can't be predicted and thus, defects in weld can't be localised precisely.

The full waveform inversion (FWI) attempts to build an image of elastic parameters and hence could take accurately into account anisotropic propagation. It is based on an optimisation problem that aims to reduce the misfit between recorded and computed data.

A study of resolution shows that FWI can provide high resolution image depending on the acquisition system, the records duration and the scattering pattern of the different parameters. Some applications of time-domain FWI to 2D-acoustic welds are performed under isotropic and vertical isotropic propagation approximation. It appears that surface acquisition makes horizontal velocity hard to build, even with wide azimuthal data. Moreover, multiparametric FWI, which is challenging because it increases ill-posedness of the inversion, does not improve significantly the image quality, compared to vertical velocity monoparametric inversion.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	3
<b>1 Techniques d'imagerie par ultrasons</b>	4
1.1 Représentation des données temporelles	4
1.2 Méthodes par retard et sommation des signaux	5
1.3 Méthodes haute résolution	6
1.4 Problème d'optimisation	6
1.4.1 Résolution du problème direct	6
1.4.2 Résolution du problème inverse	7
1.4.3 Cartographie ou contour	8
1.5 Spécificités de l'imagerie de soudure	8
<b>2 L'inversion de formes d'onde</b>	10
2.1 Problème direct	11
2.2 Problème inverse	12
2.2.1 Calcul du gradient	12
2.2.2 Estimation du hessien	13
2.2.3 Régularisation	13
2.3 Problématiques liées à l'inversion	13
2.3.1 Choix du modèle initial	13
2.3.2 Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres	14
2.3.3 Estimation de la source	14
2.4 Exemple d'application en géophysique	15
<b>3 Application de la FWI à des données synthétiques</b>	17
3.1 Étude de résolution spatiale	17
3.1.1 Influence de la fréquence d'excitation	19
3.1.2 Influence des surfaces libres	19
3.2 Gestion des non-linéarités	20
3.3 Inversions en milieu acoustique isotrope	20
3.3.1 Inversions monoparamètres	21
3.3.2 Inversion multiparamètre	23
3.4 Inversions en milieu acoustique transverse isotrope	25
3.5 Enjeux et problématiques de l'inversion 3D élastique	29
<b>Conclusion</b>	30

# Introduction

Dans l'industrie ou le domaine médical, il est nécessaire de connaître les propriétés et contrôler l'évolution de matériaux élastiques. Pour cela, en complément des ondes électromagnétiques, les ondes ultrasonores sont utilisées en raison de leur plus faible atténuation.

Le contrôle non-destructif (CND) de soudures a des enjeux majeurs en terme de sécurité. Une bonne qualité d'image est indispensable pour contrôler l'évolution des soudures de structures critiques, telles que les systèmes de refroidissement de centrale nucléaire ou les canalisations pour le transport de matières fluides (hydrocarbure, gaz, produits chimiques,...) .

La forte anisotropie induite par la cristallisation du métal dans la soudure est peu prévisible et courbe le faisceau ultrasonore. Les méthodes actuelles d'imagerie de soudures nécessitent une bonne connaissance *a priori* de la vitesse de propagation des ondes élastiques et ne permettent donc pas de localiser précisément les défauts des soudures.

Ce stage a donc pour but de tester et d'adapter, à l'imagerie de soudure par ultrasons, une méthode qui reconstruit directement les paramètres élastiques : l'inversion complète de formes d'ondes (Full Waveform Inversion en anglais, notée FWI). La FWI est une méthode d'imagerie quantitative haute résolution, principalement développée dans un contexte de prospection géophysique. Elle est basée sur la résolution d'un problème d'optimisation par la méthode de l'adjoint et permet une reconstruction des paramètres élastiques en tout point d'un milieu discréteisé.

Après une présentation des méthodes actuelles d'imagerie, le principe de la FWI est développé, ainsi que les problématiques qui lui sont liées. Une troisième partie est dédiée aux applications de la FWI en domaine temporel à des données simulées à partir de soudures simplifiées par une hypothèse de propagation acoustique à deux dimensions. Une étude de résolution de la FWI est proposée et quelques résultats d'inversions en milieux isotrope et anisotrope  sont discutés.

# Chapitre 1

## Techniques d'imagerie par ultrasons

L'objectif de ce chapitre est de présenter les principales méthodes multi-éléments utilisées pour l'imagerie ultrasonore. Les transducteurs multi-éléments sont d'abord utilisés dans les années 70 pour l'imagerie médicale et sont aujourd'hui répandus en contrôle de pièces industriels.



Chaque élément piézoélectrique d'un transducteur peut être utilisé en émission puis en réception. Ces éléments étant pilotables indépendamment, il est possible d'appliquer une loi de retard permettant d'orienter le front d'onde source ou de focaliser le faisceau excitateur. Cela permet notamment d'améliorer le rapport signal sur bruit et peut représenter un gain de temps car le balayage d'une pièce à inspecter peut être réalisé sans déplacement du transducteur, par simple focalisation du faisceau.

En réception de l'onde sonore, ces transducteurs permettent de réaliser de la formation de voie, dont on distingue trois principaux types de méthodes :

- les méthodes par retard et sommation des signaux,
- les méthodes dites "haute résolution",
- les méthodes basées sur un problème d'optimisation.

On décrit ici le principe de ces méthodes après avoir présenté les différents modes de représentation des données temporelles.

### 1.1 Représentation des données temporelles

Lorsque l'onde est perturbée par un changement des propriétés élastiques de son support, il est possible de l'observer directement sur les signaux temporels mesurés. Pour cela, différents modes de représentation sont utilisés. Les échographies peuvent être représentées en un point d'observation (Ascan), sur une ligne de balayage (Bscan) équivalent à une coupe transversale de la pièce, sur un plan de balayage (Cscan) donnant une vue de surface et ne permettant pas une localisation en profondeur d'un réflecteur. La figure 1.1 (extraite de [Bannouf \(2013\)](#)) montre le type d'images obtenues d'une pièce perforée, pour ces trois modes de représentation des données.

Ce type d'analyse peut être réalisé avec des transducteurs mono-éléments. L'obtention d'une image 2D nécessite alors un balayage sur l'ensemble d'une surface de la pièce à contrôler.

Il existe une autre représentation, le Sscan, qui ne peut être réalisé qu'avec des transducteurs multi-éléments : il correspond à un ensemble de Ascans réalisés sans déplacement du transducteur mais en appliquant une loi de retard aux éléments permettant de réaliser un balayage du point focal. Le Sscan permet donc d'imager des pièces partiellement accessibles, et augmente la

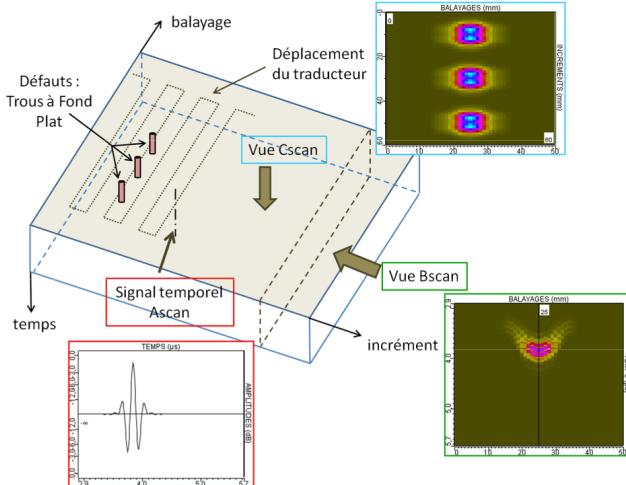


FIGURE 1.1 – Schéma des différents modes de représentation des signaux temporels (extrait de [Bannouf \(2013\)](#)). Le Ascan représente l'amplitude du signal en fonction du temps (en bas à gauche). L'abscisse du Bscan (en bas à droite) donne le balayage, ses ordonnées sont le temps et l'échelle de couleurs donne l'amplitude du signal temporel. En haut à droite, le Cscan a pour abscisse l'axe de balayage et en ordonnée les incrément, tandis que l'échelle de couleurs donne l'amplitude du maximum de chaque signal temporel.

probabilité de repérer un défaut en offrant plusieurs angles d'auscultation.

Cependant, la localisation dans la pièce des réflecteurs à l'origine des différents échos visibles sur les signaux temporels mesurés n'est possible que si la vitesse de propagation des ondes est connue. Les Bsans dits "vrais" sont des Bscans sur lesquels des corrections des temps de vol liées à la vitesse ou à l'angle d'incidence du faisceau sont appliquées.

## 1.2 Méthodes par retard et sommation des signaux

Les données temporelles acquises peuvent aussi être traitées de manière à obtenir une représentation spatiale des propriétés de la pièce. Si la vitesse du milieu de propagation est connue, une analyse des temps de vol des échos permet en effet d'établir une carte des vitesses de propagation du milieu.

Il est aussi possible de sommer un ensemble de Ascans de façon cohérente, permettant ainsi de reproduire une focalisation en tous points de la zone à inspecter. C'est ce que propose la méthode Synthetic Aperture Focusing Technique ([Doctor et al., 1986](#)) à partir des signaux recueillis par un mono-élément. Ce procédé est généralisé à un ensemble de capteurs et d'émetteurs dans la méthode Total Focusing Method ([Holmes et al., 2005](#)).

L'intensité  $I$  de l'image obtenue au point de coordonnées  $\mathbf{r}$  est alors donnée par la relation suivante :

$$I(\mathbf{r}) = \sum_r \sum_e s_{r,e} (T_{rr_r+T_{rr_e}}), \quad (1.1)$$

avec  $s_{r,e}$  les signaux temporels pour chaque couple émetteur-récepteur.  $T_{rr_r}$  et  $T_{rr_e}$  sont les temps de vol pour aller du point d'observation  $\mathbf{r}$  au point de réception  $\mathbf{r}_r$  et d'émission  $\mathbf{r}_e$ . Dans le cas d'un milieu de vitesse homogène  $c$ , cette expression peut donc se réduire à :

$$I(\mathbf{r}) = \sum_r \sum_e s_{r,e} \left( \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_r| + |\mathbf{r} - \mathbf{r}_t|}{c} \right), \quad (1.2)$$

Cette focalisation permet donc de couvrir l'ensemble du volume de la pièce car tous les angles peuvent être balayés, indépendamment de l'ouverture du capteur, ce qui permet une meilleure résolution que celle obtenue avec des Bscans.

### 1.3 Méthodes haute résolution

Des méthodes de localisation de sources dites "hautes résolutions" exploitent l'ensemble des covariances des signaux temporels. Les méthodes telles que Multiple Signal Classification ([Schmidt, 1986](#)) et Capon ([Capon, 1969](#)) proposent une décomposition en valeurs propres de cette matrice de covariance afin d'en extraire deux sous-espaces distincts, l'un associé au signal et l'autre au bruit, diminuant ainsi la contribution énergétique du bruit.

La méthode de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel ([Prada and Fink, 1994](#)) propose, de la même façon, d'interpréter l'opérateur de retournement temporel comme une matrice de covariance et de la décomposer. Cette dernière méthode est particulièrement adaptée aux milieux hétérogènes et/ou à géométrie complexe , car sa résolution est améliorée si le signal mesuré a été mutliplement réfléchi. En effet, le retournement temporel permet une focalisation de l'énergie au niveau d'un point source et cette focalisation est d'autant plus précise que le nombre de sources images est important.

Tout comme pour les méthodes de formation de voies classiques, il est nécessaire de connaître les propriétés élastiques du milieu de propagation pour pouvoir localiser précisément les réflecteurs.

### 1.4 Problème d'optimisation

L'objectif de ces méthodes est de résoudre un problème inverse en minimisant une fonction coût traduisant l'écart entre les données observées  du milieu recherché et les données calculées à partir d'un modèle courant ([Tarantola, 2005](#)). Le milieu courant correspond à une évolution d'un modèle initial vers un milieu que l'on identifie comme final suivant le critère de convergence de l'optimisation.

Le modèle est décrit par un nombre fini de paramètres  $\mathbf{m}$  qui sont liés à des observables  $\mathbf{d}_{obs}$  par l'intermédiaire de lois physiques  $\mathbf{g}$ . La résolution du problème inverse consiste donc à trouver les paramètres  $\mathbf{m}$  qui interprètent le mieux les données observées par les données calculées  $\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$  (cf schéma de la figure 1.2).

Ces problèmes sont, en général, non-linéaires, car les observables ne dépendent pas linéairement des paramètres du modèle, ce que l'on note  $\mathbf{d}_{obs} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$ . De plus, le problème est mal posé si ce système d'équation n'est pas de rang plein et la solution n'est alors pas unique.

#### 1.4.1 Résolution du problème direct

Le problème direct peut être résolu soit par des méthodes semi-analytiques (représentation intégrale, méthodes modales,...) soit par des méthodes numériques. Parmi les méthodes numé-

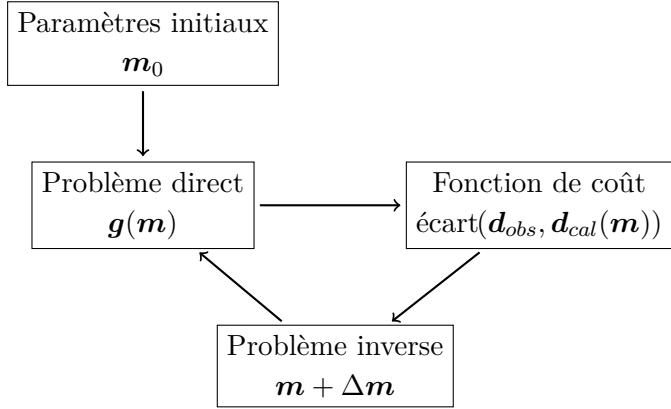


FIGURE 1.2 – Schéma de résolution d'un problème d'optimisation. Le modèle courant décrit par les paramètres  $\mathbf{m}$  est mis à jour tant que la fonction de coût n'a pas atteint le minimum donné par le critère de convergence.

riques les plus usitées figurent : les méthodes de différences finies ([Virieux, 1986](#), à l'ordre 2 et [Levander, 1988](#), à l'ordre 4), les méthodes des éléments finis (Galerkin discontinu par exemple : [Brossier, 2009](#)) ou volumes finis ([Brossier et al., 2008](#)), les lancers de rayons ([Virieux, 1996](#)).

avantages/inconvénients

### 1.4.2 Résolution du problème inverse

Si le problème direct possède une solution unique, le problème inverse peut conduire à plusieurs solutions. Lorsque le nombre de paramètres est grand, le problème inverse ne peut pas être résolu par une recherche exhaustive dans l'espace des solutions. La recherche de solution peut donc se faire par des méthodes semi-globales ou locales, dont quelques unes sont décrites ci-après.

#### Les méthodes semi-globales

Les méthodes semi-globales consistent à parcourir l'espace des solutions avec une approche statistiques. Les plus connues sont les améliorations de celle de Monte Carlo comme le recuit simulé ([Tarantola, 2005](#); [Sen and Stoffa, 1995](#)) ou la méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov ([Zhang et al., 2012](#)), ainsi que les algorithmes génétiques ([Stoffa and Sen, 1991](#)). Elles permettent d'obtenir une solution avec peu d'*a priori* sur le modèle initial, mais avec une convergence lente.

#### Les méthodes locales

Lorsque que le modèle initial est construit avec suffisamment d'informations pour que le problème se situe proche du minimum global recherché, des méthodes d'optimisation moins coûteuses sont envisageables. Ces méthodes se basent sur l'estimation du gradient et du hessien de la fonction coût pour estimer sa plus forte pente et sa courbure.

La méthode de recherche linéarisée la plus simple est celle du gradient (ou algorithme de la plus forte pente), qui permet d'effectuer au point courant, un pas de descente dans la direction opposée au gradient. Les directions de descentes successives sont alors orthogonales, ce qui ne permet pas une convergence très rapide.

La méthode du gradient conjugué propose de combiner les directions de descente des itérations précédentes de façon à accélérer la convergence. Cette méthode populaire est celle utilisée par Mora et Tarantola dans les années 80 ([Tarantola, 1984](#); [Mora, 1987a,b](#)). Le hessien n'est pas calculé, mais cette méthode nécessite le calcul de deux problèmes directs supplémentaires.

Les méthodes de Newton et de Gauss-Newton utilisent un calcul du hessien (complet pour la première, approximé pour la seconde). Le hessien est difficile à calculer car sa complexité est celle du gradient au carré, mais il permet une convergence plus rapide qu'avec la méthode du gradient conjugué ([Pratt et al., 1998](#)).

Enfin, le hessien peut également être estimé à partir des gradients des itérations précédentes, par la méthode quasi-Newton ([Nocedal, 1980](#)), avec l'algorithme BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno), par exemple. Cet algorithme ayant un gros coût de stockage, il existe des versions allégées fournissant une estimation du hessien à partir du stockage de quelques itérations seulement (L-BFGS).

#### 1.4.3 Cartographie ou contour

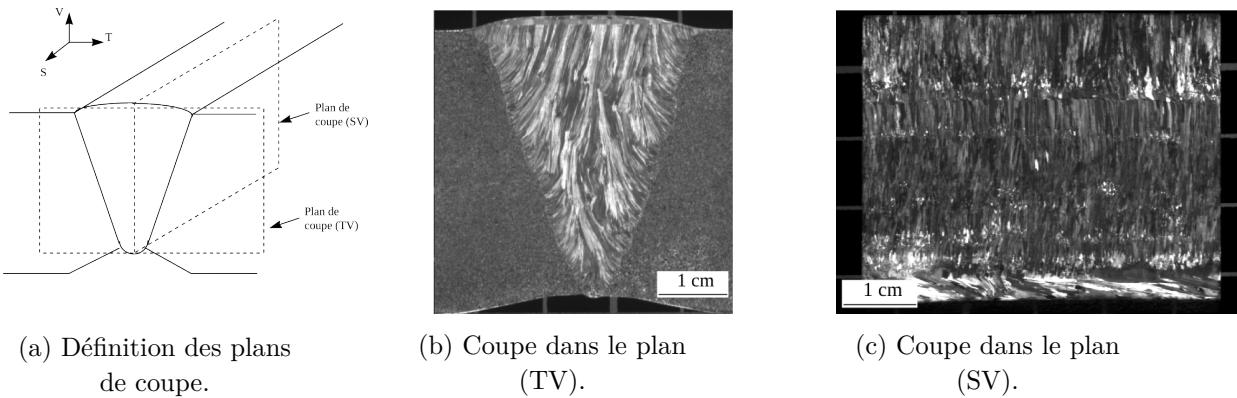
Comme le souligne [Lambert et al. \(2006\)](#), le problème inverse peut être résolu suivant deux approches :

- un formalisme en intégrales de contour où les paramètres reconstruits sont ceux décrivant ces contours. Cela revient donc à déformer ces contours, fonction d'une structure topologique du milieu. Le gradient, donné par la dérivée de la fonction coût par rapport à la topologie, indique donc directement la position d'un défaut à fort contraste. [Dominguez et al. \(2005\)](#) et [Rodriguez et al. \(2013\)](#) utilisent par exemple cette approche pour des applications en contrôle non destructif. Cette approche permet par exemple d'imager des défauts liés à une absence de matière (porosité, fissure, délamination,...) mais ne prend pas en compte les variations de contraste plus faible (anisotropie de la soudure, inclusion, corps étranger,...).
- une reconstruction pixelisée d'un ensemble de paramètres. C'est l'approche explorée dans ce rapport et qui est décrite au chapitre [2](#).

### 1.5 Spécificités de l'imagerie de soudure

Les méthodes basées sur des analyses de temps de vol, qui nécessitent de connaître la vitesse de propagation de l'onde sont peu adaptées à l'imagerie de soudure. En effet, comme le montrent les macrographies de la figure [1.3](#), les passes multiples et la cristallisation inhomogène rendent la soudure fortement anisotrope ([Chassignole, 1999](#)). Cette anisotropie varie d'une soudure à une autre puisqu'elle dépend des paramètres de soudage. En conséquence, cette anisotropie engendre une courbure voire une division du faisceau ultrasonore (cf figure [1.4](#)). Les scans sont alors difficiles à analyser et les méthodes par retard et sommation ne permettent pas de relocaliser précisément un réflecteur et les images obtenues sont très sujettes aux artefacts provenant d'échos mal interprétés.

De manière générale, les méthodes nécessitant une bonne connaissance *a priori* du matériau ne sont pas adaptées à l'imagerie de soudure. Tenter de reconstruire les paramètres élastiques de la soudure par une résolution de problème inverse semble être une approche plus appropriée et intéressante à explorer.

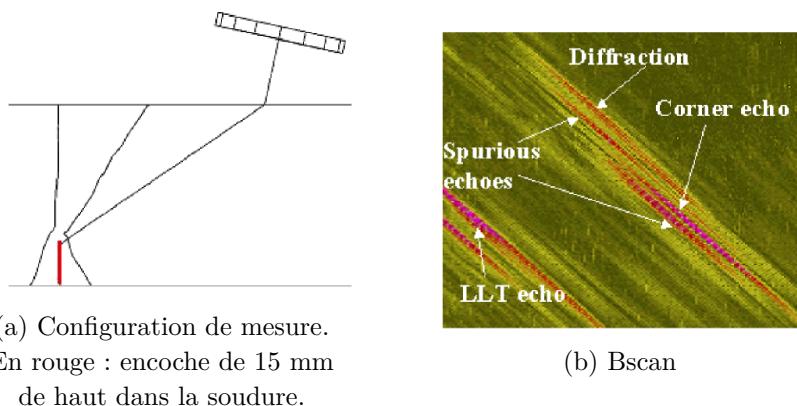


(a) Définition des plans de coupe.

(b) Coupe dans le plan (TV).

(c) Coupe dans le plan (SV).

FIGURE 1.3 – Macrographie d'une soudure industrielle en acier austénitique : illustration de la forte anisotropie obtenue par la cristallisation et les passes multiples (images extraites de Chassignole (1999)).



(a) Configuration de mesure.  
En rouge : encoche de 15 mm de haut dans la soudure.

(b) Bscan

FIGURE 1.4 – Illustration de la perturbation du faisceau ultrasonore dans une soudure comportant une encoche. LLT echo : Réflexion de l'onde longitudinale (L) sur le bord de soudure puis réflexion de cette onde L sur l'encoche avec conversion en mode transverse (T). Images extraites de Chassignole et al. (2009)

## Chapitre 2

# L'inversion de formes d'onde

L'inversion de forme d'ondes (ou FWI, pour *Full Waveform Inversion*) est une méthode quantitative d'imagerie développée dans un contexte géophysique. Elle permet de reconstruire des paramètres élastiques par résolution d'un problème inverse, posé dans les années 80 par [Lailly \(1983\)](#) et [Tarantola \(1984\)](#). Par opposition à des inversions du type tomographie des temps qui n'utilisent que partiellement les informations contenues dans les champs mesurés, l'inversion de formes d'onde utilise l'ensemble des données sans interprétation préalable des signaux enregistrés.

Le principe général est de calculer des données  $\mathbf{d}_{cal}$  issues d'un modèle (résolution du problème direct) puis de minimiser l'écart entre ces données et les données réelles  $\mathbf{d}_{obs}$  issues de la mesure en modifiant les paramètres du modèle ([Virieux and Operto, 2009](#)). Cette démarche est résumée en figure 2.1.

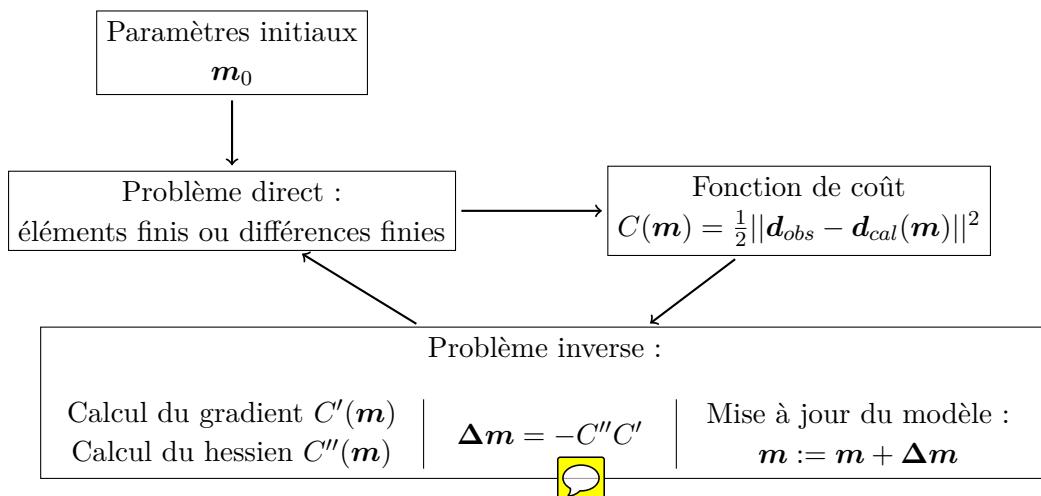


FIGURE 2.1 – Schéma du principe de la FWI : le modèle courant est itérativement perturbé jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint.

L'ensemble des étapes de la FWI est détaillé par la suite. La résolution du problème direct est d'abord abordée, puis celle du problème inverse, avant d'évoquer quelques difficultés à prendre en compte lors de l'inversion. Un exemple d'application à des données sismiques est également présenté, ainsi que les spécificités de l'application de la FWI pour l'imagerie de soudure.

## 2.1 Problème direct



Dans le cas de l'imagerie par ultrason, résoudre le problème direct revient à trouver la solution de l'équation d'onde linéarisée. Il est fréquent que l'hypothèse d'une propagation acoustique soit faite en prospection géophysique. Cette approximation a pour but de réduire fortement le coût des calculs et est justifiée par le fait que la trace des ondes de compression soit dominante dans les données de mesures. De plus, en réduisant le nombre de paramètres du modèle, le problème est rendu moins non-linéaire. Cependant, cette approximation ne permet pas une caractérisation complète du milieu et, pour une application en CND, demande un pré-traitement parcimonieux des données et retire notamment la précision potentielle qu'offrent les ondes de cisaillement par leur faible longueur d'onde.

Pour résoudre l'équation d'onde, parmi les approches qui nécessitent de faire le moins d'hypothèse sur le champ d'onde et sur le milieu de propagation figurent les différences finies et les éléments finis. Les différences finies sont les plus faciles à développer et à implémenter. Elles permettent de discréteriser les dérivées temporelles et spatiales par des différences d'ordre 2 (Vierieux, 1986) ou d'ordre 4 (Levander, 1988). Cependant, contrairement aux éléments finis, elles imposent, en général, l'utilisation de grilles régulières et ne permettent donc pas d'adapter localement le pas de grille à la géométrie ou à la complexité du milieu.

Les éléments finis se prêtent mieux à une description du milieu par un maillage non-structuré. Leur solution est développée sur des bases de fonction (d'ordre élevé pour les éléments finis spectraux) et permettent de prendre simplement en compte les conditions limites.

Deux types de conditions limites sont nécessaires pour le modèle de soudure à 2 dimensions (2D) : une condition parfaitement réfléchissante (Dirichlet) au niveau des surfaces de la plaque (en considérant une mesure dans l'air, le couplage fluide structure est négligeable) et une condition absorbante pour représenter la plaque loin de la zone d'étude (cf figure 2.2). Les conditions absorbantes sont modélisées à l'aide de zones éponges *Perfectly Matched Layers* (PML, Berenger (1994)) qui simulent une forte atténuation dans cette zone de manière anisotrope (seule la composante normale de l'onde est atténuée).

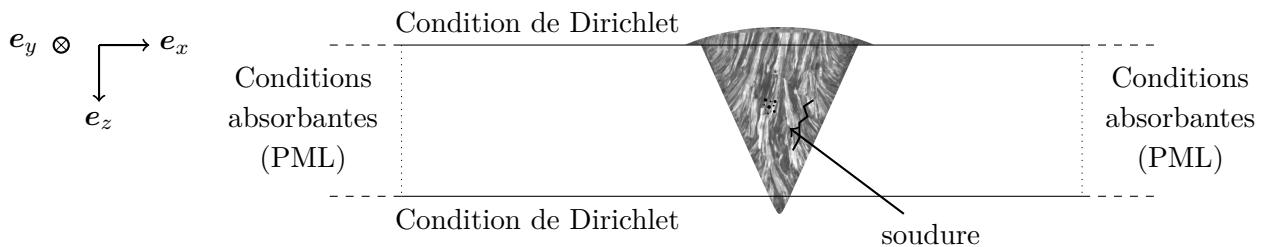


FIGURE 2.2 – Représentation des deux types de conditions limites du modèle de soudure 2D.

Le problème peut-être résolu dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel (Vigh and Starr, 2008). Le domaine temporel laisse la possibilité d'effectuer une sélection des arrivées d'ondes par fenêtrage temporel mais présente une plus forte sensibilité au phénomène de saut de phase (écrit dans le paragraphe 2.3.1). De plus, la résolution par méthodes numériques dans le domaine temporel impose un critère de stabilité Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) qui peut être contraignant, surtout en 3D. Dans le domaine fréquentiel, l'équation d'onde construit la solution stationnaire, ce qui revient à résoudre un système d'équations linéaires. Il est alors possible d'utiliser des méthodes de résolution directe du type décomposition LU bien qu'en pratique,

les performances de ces méthodes soient limitées (pour des raisons de mémoire) pour des problèmes comportant un grand nombre d'inconnues. Les principaux avantages d'une résolution du problème direct dans le domaine fréquentiel sont donc d'intégrer facilement les phénomènes d'atténuation et de permettre une sélection fine des fréquences d'intérêt.

## 2.2 Problème inverse

Le problème inverse considéré est un problème d'optimisation locale visant à réduire l'écart entre les données observées  $\mathbf{d}_{obs}$  et les données calculées  $\mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$  pour chaque couple source-récepteur, en ajustant le modèle constitué de  $M$  paramètres  $\mathbf{m}$ . L'idée est donc de minimiser la norme au sens des moindres carrés de la différence  $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})$  définie par la relation :

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})\|^2. \quad (2.1)$$

Le minimum de cette fonction de coût est atteint lorsque la dérivée par rapport aux paramètres du modèle s'annule. Un développement de Taylor au second ordre de  $C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})$  permet d'écrire :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \sum_j^M \frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \Delta m_j. \quad (2.2)$$

Les termes d'ordres plus élevés du problème inverse sont nuls si le problème direct est linéaire. Le minimum de la fonction de coût est alors atteint en une seule itération en annulant la dérivée :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m})}{\partial m_i} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta m_j = - \left( \frac{\partial^2 C(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_i} \right)^{-1} \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i}. \quad (2.3)$$

En FWI, le problème direct est non-linéaire et le problème inverse est linéarisé : les termes d'ordres supérieurs de la série 2.2 sont négligés et l'inversion est réalisée sur plusieurs itérations. La perturbation sur le modèle est alors défini par la direction de descente donnée par le gradient et par la courbure de la fonction de coût donnée par la dérivée du gradient (le hessien).

### 2.2.1 Calcul du gradient

D'après l'expression de la norme 2.1, sa dérivée par rapport aux paramètres  $\mathbf{m}$  (le gradient) est :

$$G_i(\mathbf{m}) = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = - \left( \frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \right)^t (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})). \quad (2.4)$$

Dans le domaine temporel, le problème direct décrit au paragraphe précédent (2.1) peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m}, \mathbf{x}, t) = \mathbf{s}(\mathbf{x}, t), \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{x}$  est la variable d'espace.  $\mathbf{A}$  est un opérateur correspondant à l'équation d'onde et  $\mathbf{s}$  est le terme source. On note  $\tilde{\mathbf{d}}_{cal}$  et  $\tilde{\mathbf{d}}_{obs}$  les vecteurs des données étendus de façon à passer leur dimension du nombre de récepteur à celle de l'espace du problème direct. La dérivée de l'équation 2.5 par rapport à  $\mathbf{m}$  s'écrit :

$$\mathbf{A} \frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{0}. \quad (2.6)$$

On a donc :

$$\left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right) = - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)^t \mathbf{A}^{-1} \quad (2.7)$$

Finalement, en reportant cette expression dans l'équation 2.4, on obtient l'expression du gradient :

$$\frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = {}^t \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \right) {}^t \mathbf{A}^{-1} (\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})) = {}^t \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) {}^t \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \right) \boldsymbol{\lambda} \quad (2.8)$$

Le champ  $\boldsymbol{\lambda}$  correspond donc à la rétropagation des résidus ( $\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})$ ) qui, de manière comparable au retournement temporel (Prada et al., 2002), permet une focalisation sur les éléments diffractant absents du modèle initial. Cette expression du gradient peut également être obtenue par le formalisme de l'état adjoint (Plessix, 2006).

Finalement, le gradient découle donc du calcul de deux problèmes directs :

$$\mathbf{A}(\mathbf{m}) \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m}) = \mathbf{s} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}(\mathbf{m}) \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{m}) = (\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}(\mathbf{m})),$$

en notant que  ${}^t \mathbf{A} = \mathbf{A}$  par réciprocité spatiale du problème direct.

La substitution 2.7 permet d'éviter le calcul de la matrice de sensibilité  ${}^t \left( \frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \right)$ , menant au calcul plus léger de  $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$  qui est très creux et dont on connaît les solutions analytiques. Ce dernier terme agit comme une pondération du champ  $\boldsymbol{\lambda}$  liée au diagramme de rayonnement pour chaque paramètre.

### 2.2.2 Estimation du hessien

La méthode d'optimisation choisie pour la FWI est une méthode quasi-Newton qui propose d'utiliser une version approximée de l'inverse du hessian, estimée à partir de valeurs précédentes du gradient, évitant ainsi le calcul du hessian. Brossier et al. (2009) montrent que cette méthode, développée avec l'algorithme L-BFGS, est plus performante que la méthode du gradient conjugué préconditionné en terme de convergence.

### 2.2.3 Régularisation

Le problème étant mal-posé, il est nécessaire de limiter les artefacts haute-fréquences venant perturber  $\Delta \mathbf{m}$ . Pour cela, il est possible d'ajouter un terme de pondération à la fonction de coût qui permet de lisser le modèle. Ce lissage peut aussi être directement appliqué à  $\Delta \mathbf{m}$  sous forme de filtre spatial adapté à la longueur d'onde correspondant à la fréquence d'inversion. Cette seconde stratégie est utilisée par la suite.

## 2.3 Problématiques liées à l'inversion

### 2.3.1 Choix du modèle initial

Afin d'assurer une convergence vers le minimum global, il est nécessaire que le modèle initial se situe dans le bassin d'attraction de la fonctionnelle. Pour cela, il faut s'assurer que le modèle soit cinématiquement acceptable en levant l'ambiguïté sur la phase. Les données temporelles issues de ce modèle doivent donc avoir un décalage de moins d'une demi-période par rapport aux données observées vraies. Si cette condition n'est pas respectée, l'algorithme ne permettra pas un bon réajustement des phases et convergera vers un minimum local, comme l'illustre la figure 2.3.

À défaut de disposer à un modèle initial cinématiquement acceptable, il est possible de d'appliquer un ensemble de stratégies permettant de limiter ces artefacts : introduire progressivement les sources ou récepteurs les plus éloignés, rallonger progressivement les temps d'acquisition, et inverser prioritairement les données basses fréquences.

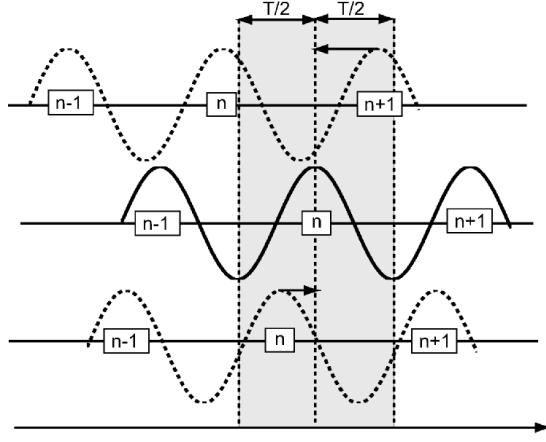


FIGURE 2.3 – Illustration de l’ambiguïté sur la phase (extraite de [Brossier \(2009\)](#)). En haut, le déphasage est supérieur à  $T/2$ , les arches sont mal ajustées. En bas, le déphasage est inférieur à  $T/2$ , les phases sont bien ajustées.

En sismologie, une image issue de tomographie des temps peut fournir un modèle initial assez précis. Dans cette étude, on considère que peu d’informations sont connues sur les paramètres élastiques de la soudure et le modèle initial choisi est uniforme, bien qu’il serait intéressant d’établir un modèle initial de soudure caractéristique (cf chapitre 3).

### 2.3.2 Choix de la paramétrisation et inversion multi-paramètres

L’inversion multi-paramètres implique plus de degrés de liberté dans le problème et rend donc l’inversion plus difficile. De plus, ces paramètres peuvent avoir des effets, couplés ou non, de différentes natures (cinétiques ou dynamiques) et de différentes amplitudes sur les données. Il faut donc choisir les paramètres à inverser de manière à ce qu’ils décrivent au mieux (de manière complémentaire) les propriétés du milieu à imager. Par exemple, les paramètres de vitesse influencent le champ en terme de temps de vol, tandis que la densité ou l’impédance jouent davantage sur l’amplitude du champ.

À chaque ensemble de paramètres est associé un diagramme de rayonnement lié à l’expression de leur différentielle ([Forgues, 1996](#)). Ces diagrammes traduisent la capacité de chaque paramètre à décrire le rayonnement d’une onde plane sur un point diffractant, en fonction de l’angle de diffraction. Quelques exemples de diagrammes de rayonnement sont présentés en figure 2.4, où  $\kappa$  est le module d’incompressibilité,  $\rho$  est la densité,  $v_p$  est la vitesse des ondes longitudinales se propageant suivant  $z$  et  $I_p$  est l’impédance, tels que :

$$I_p = \sqrt{\kappa\rho} \quad \text{et} \quad \kappa = \rho v_p.$$

Ces diagrammes correspondent au rayonnement des paramètres acoustiques dans un milieu isotrope. En milieu anisotrope, ces diagrammes sont plus difficiles à estimer analytiquement et nécessite une bonne connaissance de l’anisotropie du milieu.

Ajouté à l’illumination restreinte par le système d’acquisition, ce rayonnement peut filtrer le spectre en nombre d’onde du milieu reconstitué.

### 2.3.3 Estimation de la source

Pour que les données calculées puissent être comparées aux données observées, il est nécessaire que les termes sources à l’origine des deux champs soit semblables. Ce terme source est

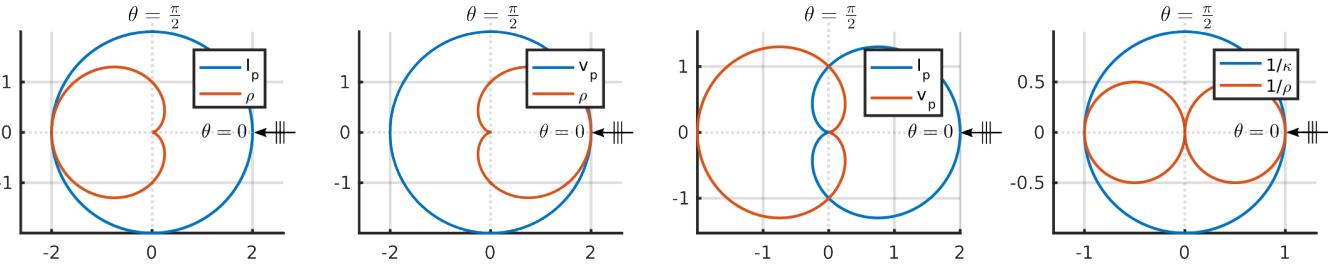


FIGURE 2.4 – Diagrammes de rayonnement pour différentes paramétrisations d'un milieu acoustique (amplitudes relatives) tracés d'après [Forgues \(1996\)](#). Pour une onde incidente en  $\theta = 0$ , l'amplitude de l'onde rayonnée localement dans une direction  $\theta$  sera décrite différemment en fonction de la paramétrisation du problème.

linéairement lié au champ (cf équation 2.5) et il peut donc être calculé par la résolution d'un problème linéaire ([Pratt, 1999](#)) dont la solution est, dans le domaine fréquentiel :

$$s = \frac{^t d_{cal}(m)^* d_{obs}^*}{d_{cal}(^t m)^* d_{cal}(m)^*}. \quad (2.9)$$

## 2.4 Exemple d'application en géophysique

Dans cette section, on se propose de présenter un exemple d'application de la FWI à des données sismologiques dans le cadre de la prospection pétrolière. Dans ce domaine, les mesures étant rares et coûteuses, l'exploitation des données doit être efficace en terme de qualité d'image. C'est pourquoi une méthode comme la FWI y est adaptée, bien qu'elle nécessite beaucoup de ressource informatique.



L'exemple choisi est issu d'une acquisition en fond du Nord (*Ocean Bottom Cable*) par hydrophones, au niveau de Valhall en Norvège. Ce dispositif est constitué de 120 km de câbles équipés de 2414 récepteurs, espacés de 50 m, couvrant 45 km<sup>2</sup> (cf figure 2.5). 50000 points sources sont excités par canon à air.

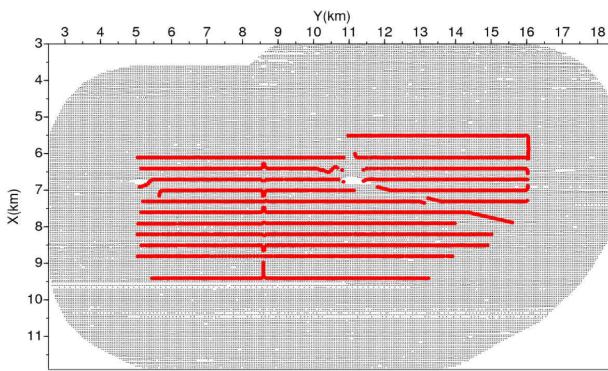
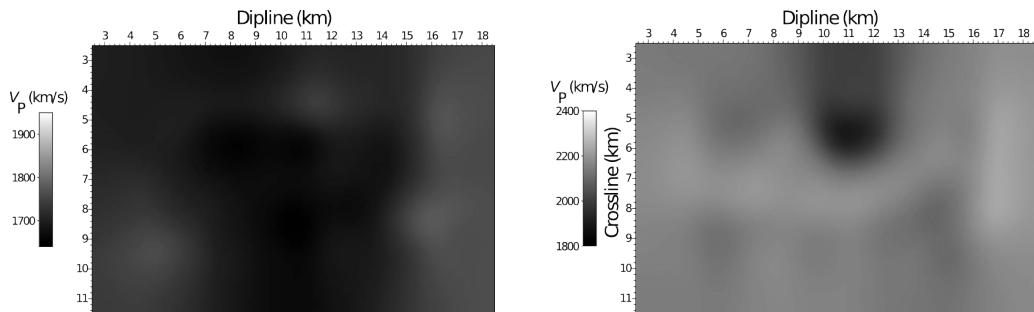


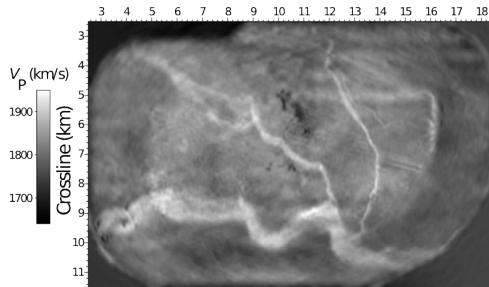
FIGURE 2.5 – Schéma du dispositif d'acquisition pour les mesures sur Valhall. L'antenne de récepteur est représenté en rouge (l'espacement entre les câbles est d'environ 300 m) et les positions des sources sont données par les points gris.

Le résultat du post-traitement des données est présenté en figure 2.6. Cette figure confronte les images obtenues par une méthode d'imagerie conventionnelle (tomographie des temps en réflexion) et celles obtenues par FWI de 3.5 à 7 Hz, avec pour modèle initial la carte de vitesse donnée par tomographie.



(a) Par tomographie des temps en réflexion. Coupe à 150 m de profondeur.

(b) Par tomographie des temps en réflexion. Coupe à 1050 m de profondeur.



(c) Par FWI. Coupe à 150 m de profondeur.

(d) Par FWI. Coupe à 1050 m de profondeur.



FIGURE 2.6 – Images des vitesses dans le champ de Valhall.

La FWI permet de faire apparaître des galeries à 150 m de profondeur, invisible sur la tomographie. À 1050 m, les contours du nuage de gaz (en noir) sont également mieux définis par la FWI. Cette méthode d'imagerie peut donc constituer une aide précieuse pour l'analyse des sous-sols et pour la mise en place des stratégies de forage.

On comprend par la qualité d'image qu'offre la FWI qu'il est intéressant de varier ses applications. On peut citer l'utilisation des ondes électromagnétiques (données radar, par exemple [J. \(2009\)](#)) ou encore l'imagerie médicale. Dans ce domaine, [Oberai et al. \(2003, 2004\)](#) reconstruisent le module d'élasticité en équilibre statique d'une imitation de tissu humain.

En comparaison avec l'imagerie terrestre, l'application de la FWI à l'imagerie par ultrasons impose un changement d'échelle, dont le rapport est  $10^5$ , mais impose aussi de prendre en compte les spécificités du dispositif d'acquisition ainsi celles des propriétés géométriques et élastiques du milieu à imager.

## Chapitre 3

# Application de la FWI à des données synthétiques

La FWI a déjà été éprouvée dans de nombreux cas d'inversion de données sismiques pour l'imagerie terrestre. Les problématiques de l'application de la FWI au CND de soudure sont liées à quelques nouvelles spécificités, propres à cette application. Comme il a été évoqué dans la première partie de ce rapport, il semble, par exemple, indispensable de prendre l'anisotropie en compte dans l'inversion, pour expliquer les déviations de faisceau.

De plus, la possibilité de disposer des capteurs de part et d'autre de la pièce permet de réaliser des inversions avec des signaux temporels plus courts et des angles de diffraction plus variés. Pour des acquisitions de surface en sismologie, seules les diffractions rayonnant vers la surface sont considérées (soit un angle de diffraction n'excédant pas  $180^\circ$ ). Dans le cas de l'imagerie de soudure, il n'est pas non plus possible de tourner autour de l'obstacle, mais un éclairage bilatéral est possible, avec déplacement éventuel des transducteurs.

Enfin, on peut citer la géométrie de la plaque qui offre de multiples réflexions. Ces réflexions devraient permettre un meilleur éclairage du milieu mais risquent d'apporter trop d'informations en transmission dans les données. Une étude de l'influence de ces réflexions sur la résolution est d'abord menée dans ce chapitre. Une explication de la stratégie d'inversion pour limiter les non-linéarités est ensuite proposée, avant de présenter quelques résultats d'inversion à partir de données observées synthétiques.

Ces données sont générées par la résolution d'un problème direct à partir d'une force suivant  $e_z$  dont le signal d'excitation est une fonction de Ricker. La fréquence centrale d'excitation est 2 MHz, ce qui équivaut à une longueur d'onde de 3 mm pour les ondes longitudinales en considérant que leur vitesse  $v_p$  dans l'acier est de 6000 m/s et 1,6 mm pour les ondes de cisaillement dont la vitesse  $v_s$  est supposée proche de 3200 m/s par la suite.

### 3.1 Étude de résolution spatiale

Afin de déterminer le pouvoir de résolution du grad, Sirgue and Pratt (2004) réalisent une analyse en ondes planes comme suit. Considérons une onde plane incidente se propageant vers un point diffractant (suivant  $s$ ), donnant naissance en ce point à une autre onde plane se



propageant suivant  $-\mathbf{r}$  vers un récepteur. Dans l'expression du gradient 2.8, on a alors :

$$\tilde{\mathbf{d}}_{cal} = \Re(e^{jk_0 s \cdot \mathbf{x}}), \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \Re(\Delta \mathbf{d} e^{jk_0 r \cdot \mathbf{x}}), \quad (3.2)$$

$$\text{et } \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m} = -\omega^2, \quad (3.3)$$

avec  $\Delta \mathbf{d}$  les résidus ( $\tilde{\mathbf{d}}_{obs} - \tilde{\mathbf{d}}_{cal}$ ) et où le paramètre  $m$  est  $1/c^2(\mathbf{x})$ . Le gradient est alors :

$$G = -\omega^2 \Re(\Delta \mathbf{d} e^{jk_0(s+r) \cdot \mathbf{x}}). \quad (3.4)$$

La résolution du gradient est donnée par le vecteur d'onde diffracté  $\mathbf{k} = k_0(\mathbf{s} + \mathbf{r})$ , dont la norme est, comme l'indique la figure 3.1, donnée par la relation :

$$k = \frac{\omega}{c} 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (3.5)$$

avec  $\theta$  l'angle de diffraction et  $k_0 = \omega/c$ . Cette résolution est donc maximale quand  $\theta = 0$  et elle est alors de  $\lambda/2$ . La résolution s'améliore en hautes fréquences et pour des petits angles de diffraction. La géométrie du système d'acquisition a donc un impact direct sur la résolution spatiale (cf figure 3.1). Les surfaces libres simulent la présence de sources images, d'autant plus nombreuses que le nombre de réflexions dans le guide est important.

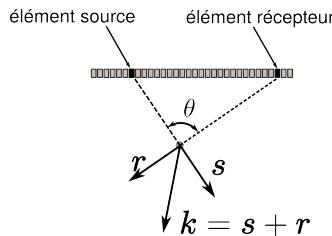


FIGURE 3.1 – Illustration de l'impact de l'angle de diffraction sur la résolution spatiale du gradient.

Une illustration du lien entre la couverture en nombres d'onde du milieu et l'acquisition ainsi que les sources miroirs est réalisée ci-après. Pour différentes configurations, des transformées de Fourier spatiales du gradient sont réalisées au niveau de 18 points diffractant, le paramètre du modèle étant la vitesse verticale (cf figure 3.2).

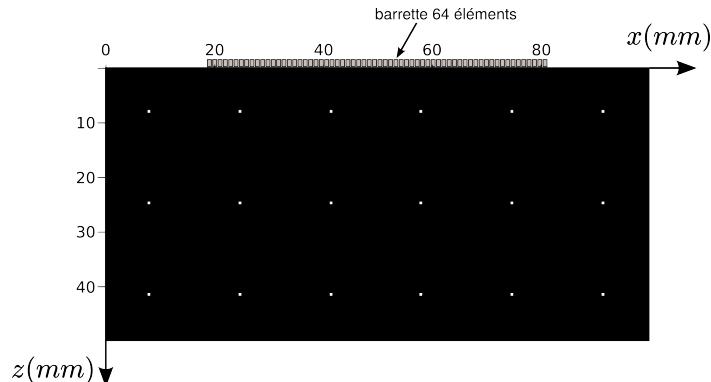


FIGURE 3.2 – Configuration pour l'étude de résolution. La vitesse dans les inclusions est de 3000 m/s et de 6000 m/s ailleurs. Les éléments du transducteur sont tous utilisés en réception et en transmission.

### 3.1.1 Influence de la fréquence d'excitation

Dans un premier temps, le milieu est entouré de conditions absorbantes. Les figures 3.3a et 3.3b montrent la couverture en nombres d'onde obtenue pour deux gammes de fréquence différentes.

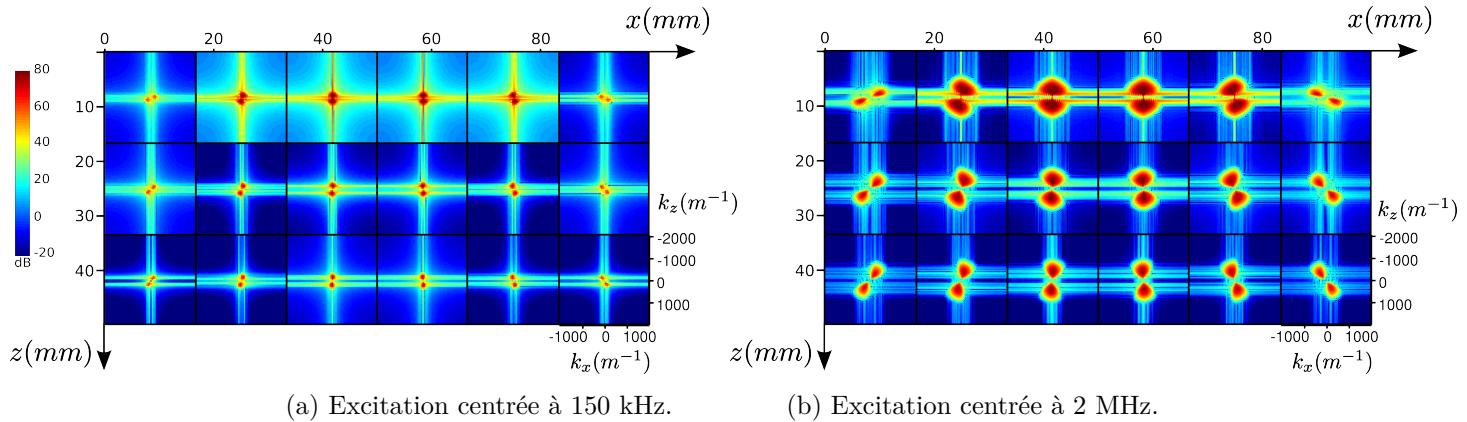


FIGURE 3.3 – Transformées de Fourier spatiales locales pour 2 gammes de fréquence d'excitation.

Comme l'indique l'expression de  $k$  (équation 3.5), pour une excitation basse fréquence, le gradient est pauvre en hauts nombres d'onde. Inversement, l'excitation haute fréquence ne permet pas de reconstruire les bas nombres d'onde.

La couverture en nombre d'onde est également très liée à l'acquisition. Elle est meilleure aux abords et en direction de la barrette. Les nombres d'onde verticaux seront globalement mieux reconstruits avec cette acquisition qui favorise les petits angles de diffraction, tandis que la couverture en nombres d'ondes horizontaux est très faible.

### 3.1.2 Influence des surfaces libres

Deux surfaces libres sont maintenant ajoutées à la soudure de référence et au modèle initial. L'objectif est d'illustrer l'influence de la durée du signal d'acquisition, soit le nombre de réflexions dans la plaque prises en compte dans les données. Les figures 3.4a et 3.4b montrent la couverture en nombres d'onde obtenue pour 1 et 6 réflexions dans la plaque, pour une excitation à 2 MHz.

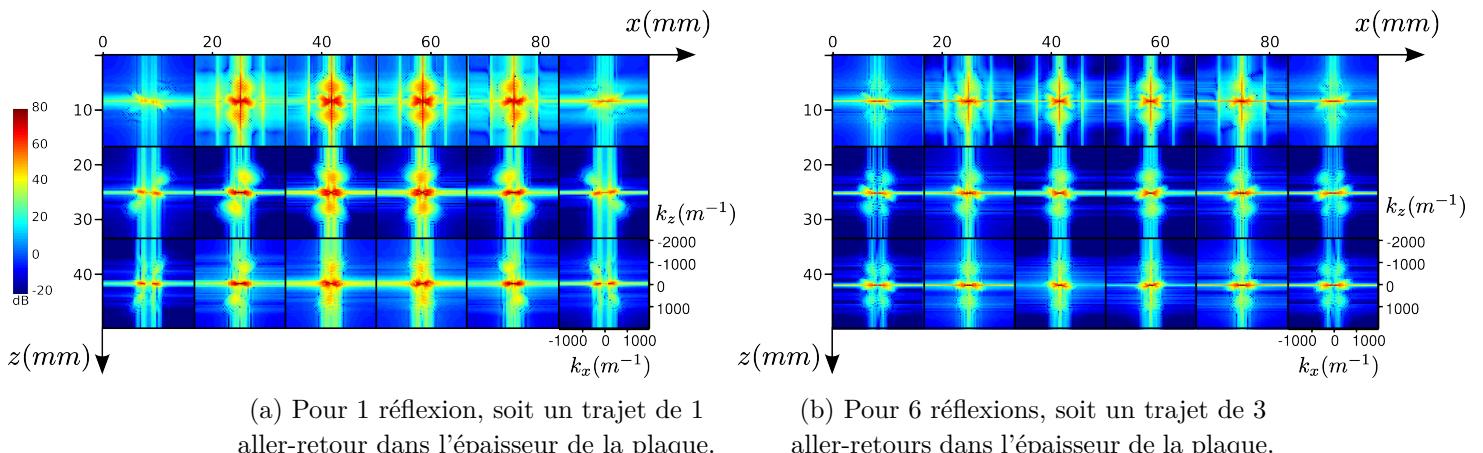


FIGURE 3.4 – Transformées de Fourier spatiales locales du gradient pour 2 durées d'acquisition. La fréquence d'excitation est centrée à 2 MHz.

Les surfaces libres sont assimilables à l'ajout de sources images éloignées qui favorisent une

propagation verticale et de grands angles de diffraction (figure 3.5). Ainsi, les nombres d'onde horizontaux sont beaucoup mieux couverts avec, en contrepartie, une perte sur les nombres d'onde verticaux.

Lorsque 6 réflexions sont prises en compte, l'ensemble des nombres d'ondes purement horizontaux est reconstruit, mais la résolution verticale est presque nulle.

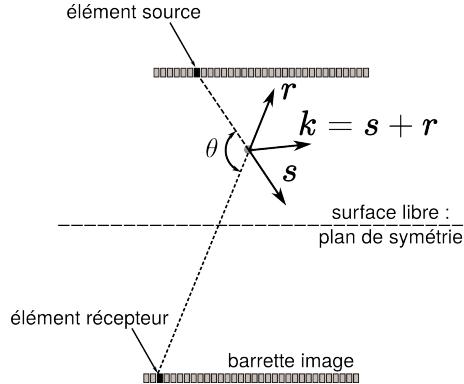


FIGURE 3.5 – Illustration de l'impact d'une surface libre sur la résolution spatiale du gradient : la propagation verticale est favorisée, ainsi que les grands angles de diffraction.

Finalement, la prise en compte d'une réflexion dans les données d'acquisition permet d'améliorer la reconstruction des nombres d'onde horizontaux et donc la résolution latérale des défauts, tout en assurant une bonne couverture en nombres d'onde verticaux.

## 3.2 Gestion des non-linéarités

Une stratégie pour limiter la non-linéarité de l'inversion consiste à réaliser l'inversion en plusieurs temps, en injectant progressivement le contenu hautes fréquences dans les données. L'inversion à basses fréquences permet ainsi de reconstruire la structure grossière avant d'ajouter les détails grâce à la résolution qu'offre le gradient en hautes fréquences.

Afin que les nombres imagés soient correctement échantillonnés, il faut que le plus grand nombre d'onde imagé à une fréquence soit le même que le plus petit à la fréquence suivante ([Sirgue and Pratt, 2004](#)). En considérant que le plus bas nombre d'onde soit obtenu pour une angle de diffraction de  $100^\circ$ , le rapport de fréquences suivant doit donc être respecté :

$$\begin{aligned} k_{\max}(f_n) &= k_{\min}(f_{n+1}) \\ \Leftrightarrow f_n &= f_{n+1} \cos\left(\frac{100^\circ}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{f_{n+1}}{f_n} &\approx 1,5. \end{aligned}$$

Les inversions présentées ci-après sont donc réalisées en plusieurs itérations. Entre chaque itérations, les données observées et l'ondelette d'excitation sont filtrées par un filtre passe-bas de fréquence centrale  $f_n$  et dont la fréquence de coupure haute est de  $2,5 \times f_n$ .

## 3.3 Inversions en milieu acoustique isotrope

La méthode d'imagerie est appliquée à des milieux acoustiques, ce qui simplifie le problème et réduit les coûts de calcul. Le code utilisé est *TOYxDacTIME*, développé dans le cadre du



projet *Seiscope*<sup>1</sup>. Le problème direct y est résolu par différences finies d'ordre 2 et l'inversion est réalisée dans le domaine temporel.

La propagation des ondes élastiques est décrite par les équations linéarisées en déplacements  $\mathbf{u}$  et contraintes  $\bar{T}$  suivantes (De Belleval et al., 2006) :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.6)$$

$$T_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (3.7)$$

avec  $C_{ijkl}$  le tenseur des constantes élastiques. Les études en milieu acoustique sont menées en approximation 2D : on suppose que le problème ne dépend pas de la dimension données par  $e_y$  (d'après l'orientation des axes indiquée en figure 2.2).

Les équations de la propagation acoustique peuvent être déduite de 3.6 et 3.7 en considérant un module de cisaillement nul. On a alors  $T_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ , ce qui donne le système :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ii}}{\partial x_i}, \quad (3.8)$$

$$T_{ii} = \sum_k C_{iikk} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right). \quad (3.9)$$

On considère, tout d'abord, une propagation dans un milieu acoustique isotrope. Les constantes élastiques sont alors égales dans toutes les directions et les propriétés élastiques sont donc réduites à une seule constante. Les équations 3.6 et 3.7 deviennent :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\nabla p, \quad (3.10)$$

$$p = -\kappa \sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad (3.11)$$

avec  $\kappa$  le module de rigidité et  $p$  la pression.

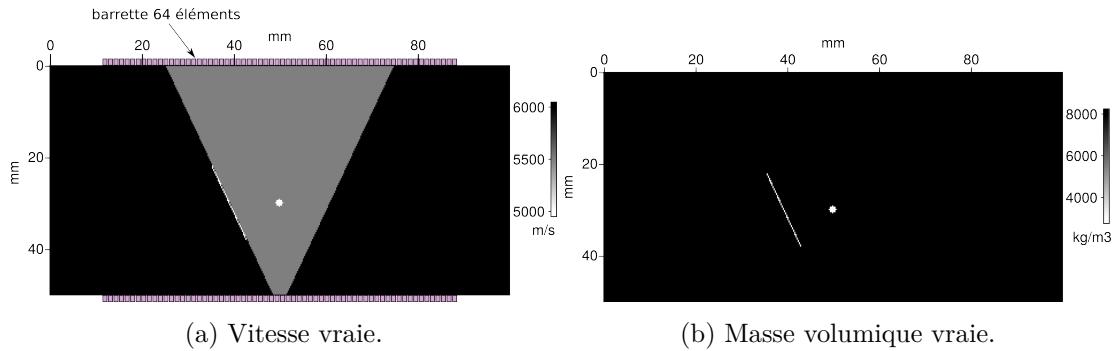
Deux types d'inversions sont proposée par la suite pour une paramétrisation densité-vitesse du milieu : l'inversion monoparamètre, pour laquelle le modèle d'un seul des paramètres est mis à jour pendant que l'autre est maintenu constant, et l'inversion multiparamètre, pour laquelle les deux paramètres sont variables et mis à jour.

### 3.3.1 Inversions monoparamètres

Dans un premier temps, on considère une configuration d'acquisition favorable à un bon éclairage de la soudure : deux barrettes linéaires de 64 éléments (en émission et réception) sont situées de part et d'autre de la soudure. Cette configuration ne correspond pas à celle d'une inspection de soudure conventionnelle, puisque en pratique, le relief de la soudure ne permet pas de placer les barrettes directement dessus. La durée d'acquisition est de 15,4  $\mu$ s, ce qui correspond à une propagation sur 9 cm à 6000 m/s, soit moins d'un aller-retour dans l'épaisseur de la plaque. Les données observées sont calculées à partir du milieu dont la densité et la vitesse verticale sont présentés en figure 3.6.

---

1. <http://seiscope2.osug.fr>



(a) Vitesse vraie.

(b) Masse volumique vraie.

FIGURE 3.6 – Milieux en vitesse et masse volumique pour la génération des données observées. Deux barrettes de 64 éléments sont utilisées en réception et en transmission, de part et d'autre de la soudure. La soudure simulée présente deux défauts : une inclusion de diamètre  $\lambda/2$  et un manque de fusion de largeur  $\lambda/12$ .

Une première inversion est réalisée, en gardant  $\rho$  à sa valeur initiale et en ne mettant à jour que le modèle de vitesse, pour 9 bandes de fréquences allant de 100 kHz à 3,4 MHz. Le modèle initial de vitesse pour cette inversion est pris uniforme avec  $v_p = 6000$  m/s.

Une seconde inversion monoparamètre est proposée pour une reconstruction de la masse volumique. Cependant, il est très difficile d'assurer une convergence en prenant des modèles initiaux de vitesse et de densité uniformes, car la seule mise à jour du modèle de densité ne peut expliquer la majeure partie des données en terme de cinématique. En effet, la figure 3.7 montre que la différence de densité au niveau des défauts n'impacte pas les temps de vol mais l'amplitude des diffractions sur les défauts. Il est donc nécessaire de disposer d'un modèle de vitesse suffisamment précis pour expliquer les différentes arrivées, puis la densité sera reconstruite par correction des amplitudes. Le modèle de vitesse initial utilisé pour cette inversion est issue d'une première inversion de la vitesse avec un fort lissage gaussien de la perturbation sur deux longueurs d'onde.

Enfin, une autre inversion de la vitesse est réalisée, avec pour modèle initial ce même modèle de vitesse lissé et une densité uniforme, afin d'évaluer l'influence du modèle initial.

Les modèles initiaux de vitesse et le résultats de ces inversions se trouvent figure 3.8.

Pour l'inversion de la vitesse, le modèle initial plus précis permet d'obtenir des résultats d'inversion plus précis et plus rapidement, à basses fréquences seulement. À partir de 1.5 MHz, les modèles courants de vitesse deviennent semblables. C'est à cette fréquence qu'apparaissent progressivement des artefacts hautes fréquences, malgré un lissage gaussien de 0.8 longueur d'onde. Dans ces conditions, le résultat final n'est donc pas influencé par le choix du modèle initial. La section verticale des vitesses reconstruites manque de bas nombres d'ondes en raison de la largeur limitée des barrettes.

Les bords latéraux des défauts reconstruits par la masse volumique ne sont pas précisément définis. L'acquisition devrait favoriser une reconstruction des nombres d'ondes horizontaux, mais le diagramme de rayonnement de la densité pour la paramétrisation  $v_p - \rho$  montre que la densité n'est pas prompt à décrire le rayonnement latéral de la diffraction. La coupe horizontale à 3 cm de profondeur présente donc un manque de hauts nombres d'onde. De manière générale, ce paramètre est moins bien reconstruit que la vitesse en amplitude, en raison de son faible impact sur les données observées. Une image précise de la densité pourrait permettre de caractériser plus précisément certains types de défauts, et il faudrait alors pondérer ce paramètre de façon

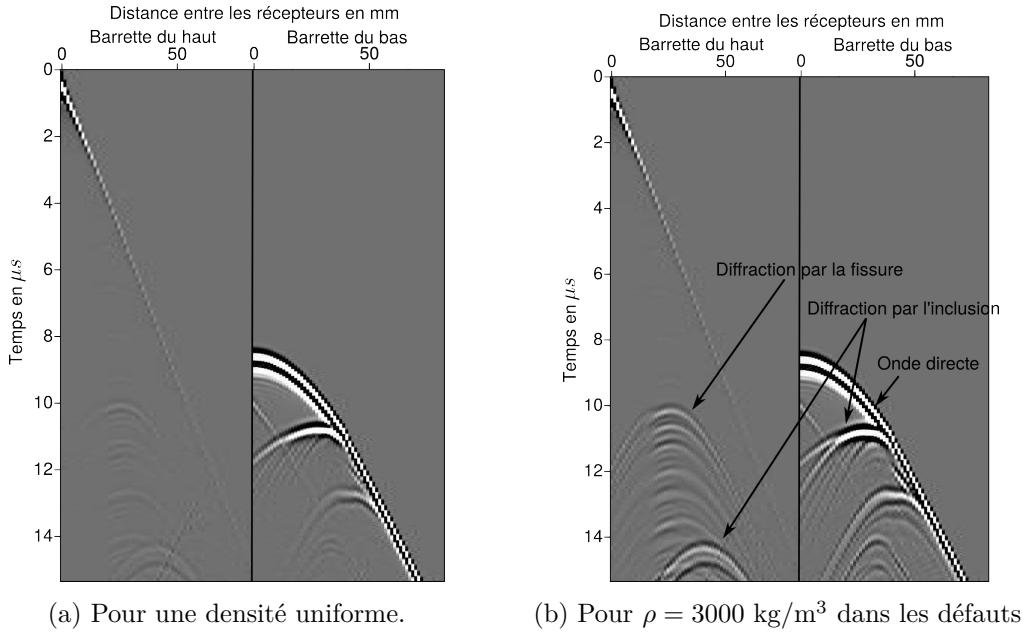


FIGURE 3.7 – Effet du contraste de densité sur les données observées (même échelle d'amplitude) : les temps de vol ne sont pas impactés, mais l'amplitude de l'onde diffractée est plus importante en présence du contraste de densité.

à donner plus de poids à sa perturbation.

### Exemple d'acquisition réaliste

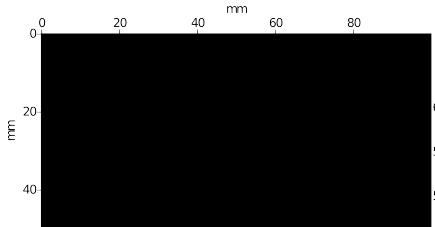
Un exemple d'inversion monoparamètre de la vitesse est présenté ici, à partir d'une acquisition plus réaliste. Deux barrettes de 64 éléments espacés de 1 mm sont placées de chaque côté de la racine de la soudure. Les données sont générées à partir d'une soudure de densité uniforme et de vitesse présentée en figure 3.9a. La durée des signaux acquis est de  $30.7 \mu\text{s}$ , ce qui est le temps nécessaire à la propagation d'une extrémité à l'autre du système d'acquisition. Le modèle initial de vitesse est uniforme, avec  $v_p = 6000 \text{ m/s}$ .

Le résultat de l'inversion, réalisée sur des fréquences de 200 k à 5 MHz et présenté en figure 3.9b, illustre à nouveau la dépendance de la résolution vis à vis du système d'acquisition. En effet, la racine de la soudure est mal reconstruite dans cette zone car les diffractions mesurées sont d'angle nul ou proche de  $\pi$ . Or, les angles de diffraction proches de  $\pi$  contribuent à une reconstruction de résolution très faible, d'après l'expression du nombre d'onde 3.5. Pour une application de la FWI à un cas réel, il est donc nécessaire de déterminer au préalable l'acquisition favorisant un éclairage adapté à la géométrie de la pièce à évaluer.

### 3.3.2 Inversion multiparamètre

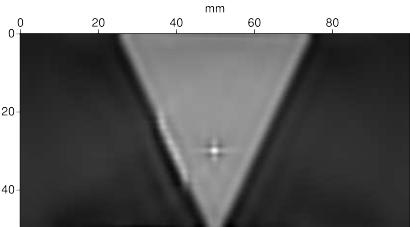
Lors d'une inversion multiparamètre, les modèles des différents paramètres sont mis à jour simultanément. Idéalement, cela permet de perturber chaque modèle de façon à expliquer au mieux l'effet de chaque paramètre sur les données. Cependant, il arrive que ces effets soient attribués à de mauvais paramètres dont le modèle est alors faussement perturbé. Dans le cas d'une paramétrisation  $v_p - \rho$ , le risque est que la densité soit perturbée de façon à expliquer des temps de vol, ce qui ne permettra jamais de tendre vers le milieu vrai. Il est donc préférable, dans un premier temps, d'inverser seul le paramètre dominant dans les données, puis d'inverser

Première inversion de la vitesse :



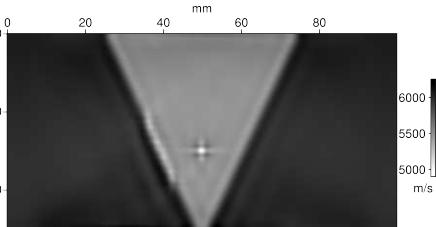
(a) Modèle de vitesse initial.

Seconde inversion de la vitesse :

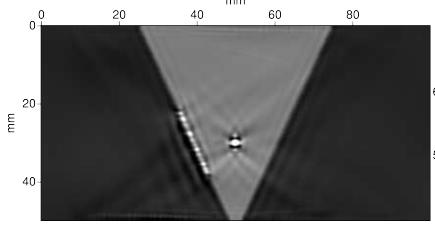


(b) Modèle de vitesse initial.

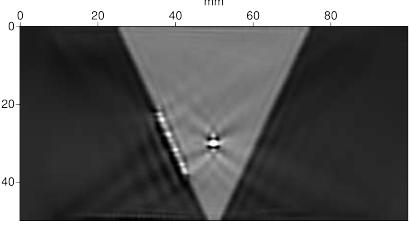
Inversion de la masse volumique :



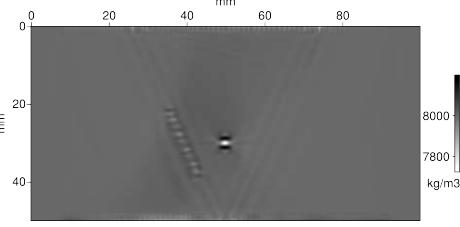
(c) Modèle de vitesse initial.



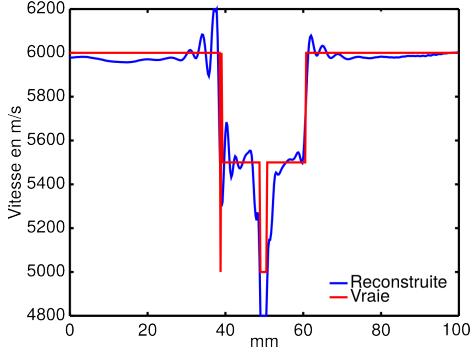
(d) Vitesse reconstruite par FWI monoparamètre.



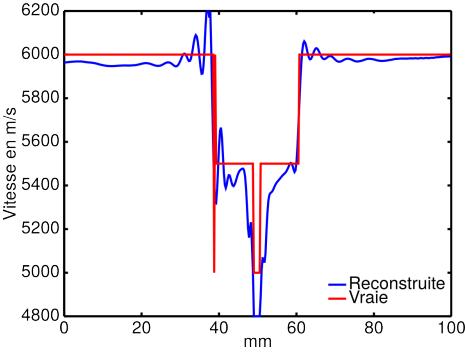
(e) Vitesse reconstruite par FWI monoparamètre.



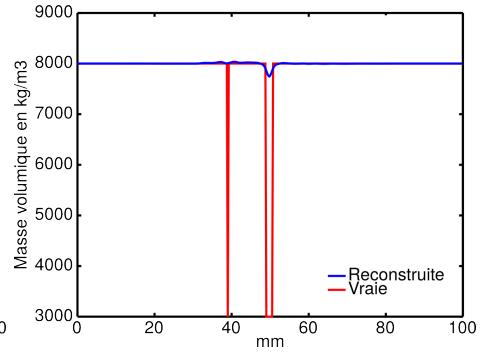
(f) Masse volumique reconstruite par FWI monoparamètre.



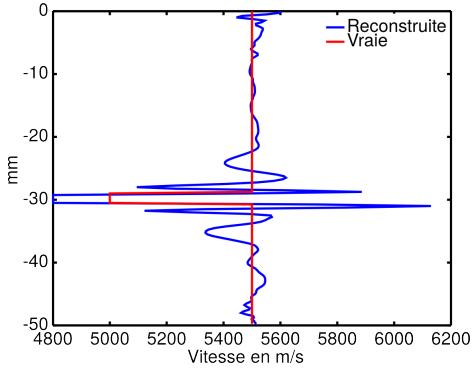
(g) Vitesses vraie et vitesse reconstruite à  $y = 30$  mm.



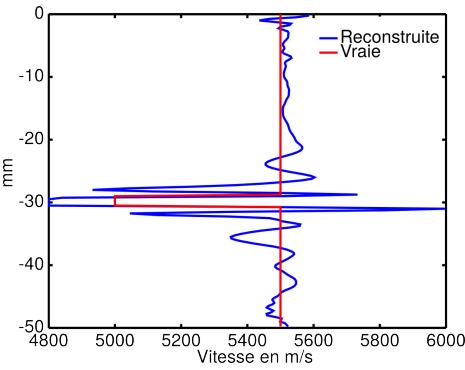
(h) Vitesses vraie et vitesse reconstruite à  $y = 30$  mm.



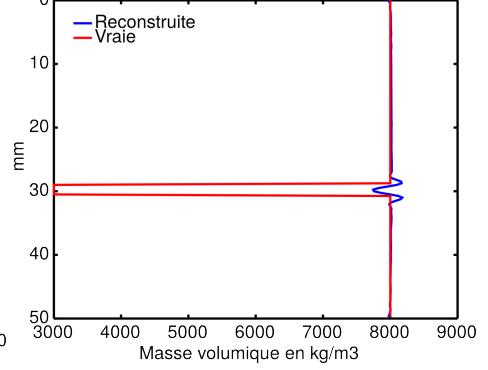
(i) Masse volumiques vraie et reconstruite à  $y = 30$  mm.



(j) Vitesses vraie et vitesse reconstruite à  $x = 50$  mm.

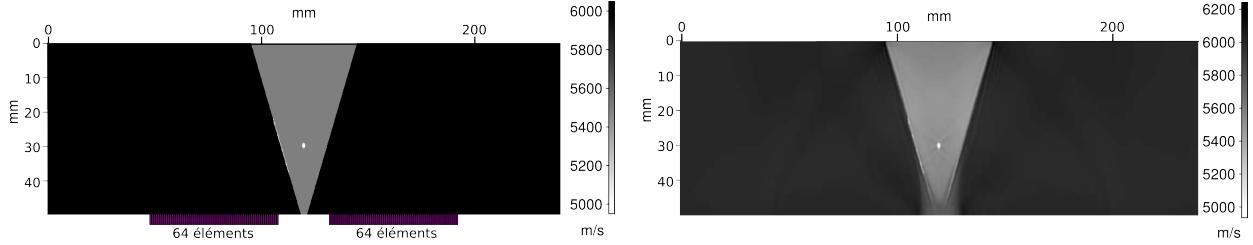


(k) Vitesses vraie et vitesse reconstruite à  $x = 50$  mm.



(l) Masse volumiques vraie et reconstruite à  $x = 50$  mm.

FIGURE 3.8 – Modèle initiaux de vitesse et résultat d'inversion monoparamètre de la vitesse (deux colonnes de gauche) et de la densité (colonne de droite).



(a) Configuration du système d'acquisition et vitesse utilisée pour la génération des données.

(b) Vitesse reconstruite par inversion monoparamètre.

FIGURE 3.9 – Exemple d'inversion pour une acquisition unilatérale. Chaque barrette est utilisée en excitation et en réception.

conjointement l'ensemble des paramètres.

Dans notre cas, le paramètre dominant est  $v_p$ , comme le montre la figure 3.7. La stratégie est donc d'inverser ce paramètre à basse fréquence et avec un fort lissage, afin d'obtenir d'un modèle qui explique la majorité des arrivées. La vitesse et la densité sont ensuite reconstruites par FWI à partir de ce modèle de vitesse grossier.

Les données utilisées sont celles issues du modèle et de l'acquisition de la figure 3.6. Le résultat de cette inversion multiparamètre est présenté en figure 3.10.

L'inversion multiparamètre semble moins sujette aux artefacts (à lissage équivalent) et permet une reconstruction des bords des défauts plus fine. L'inversion multiparamètre donne également plus de poids au paramètre de densité dont l'amplitude est légèrement mieux reconstruite qu'en inversion monoparamètre.



Pourquoi?

### 3.4 Inversions en milieu acoustique transverse isotrope

Après d'introduire une anisotropie simplifiée dans la soudure, une étude dans un milieu acoustique transverse isotrope est menée. Il est possible de formuler à partir des équations de la propagation élastique 3.6 et 3.7 des équations d'ondes acoustiques en milieu anisotrope. Bien que ce soit physiquement impossible, cette formulation permet de se rapprocher cinématiquement des équations d'ondes élastiques, de manière simplifiée (Alkhalifah, 2000).

En milieu transverse isotrope, la matrice des constantes élastiques est telles que :

$$C_{iikk} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} = \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

L'approximation acoustique des équations élastiques en milieu vertical transverse isotrope (VTI) impose que  $c_{66}=0$ , soit  $c_{11} = c_{12}$ .

La paramétrisation du milieu peut donc se faire à l'aide de 4 constantes, que l'on choisit comme étant  $v_p$ ,  $\rho$  et deux constantes adimensionnelles de Thomsen (Thomsen, 1986) (surtout

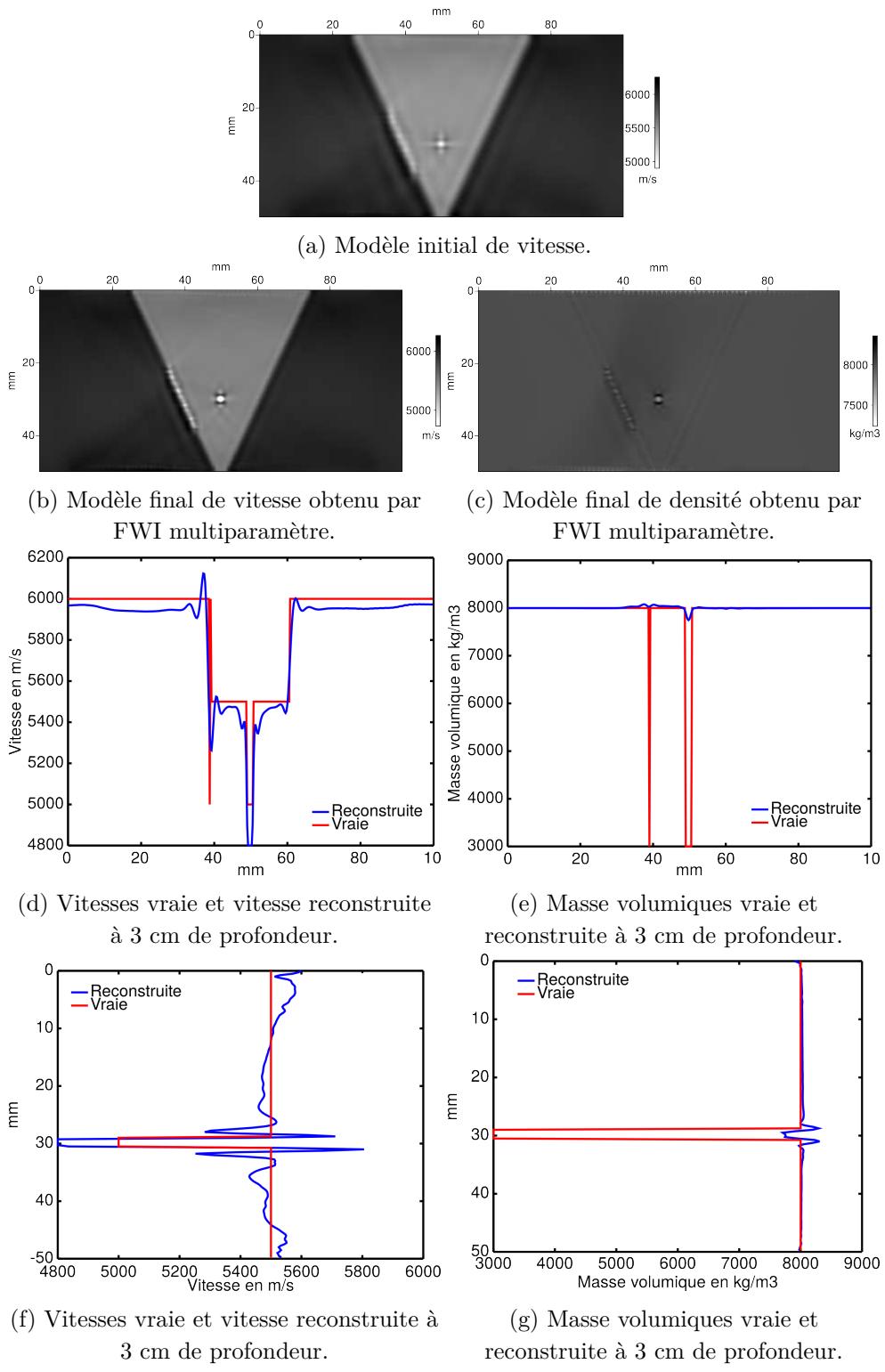


FIGURE 3.10 – Modèle initial de vitesse et résultats d'inversion multiparamètre de la vitesse et de la densité.

utilisées dans le domaine des Sciences de la Terre sont définies comme suit :

$$\epsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} = \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_x - \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_z}{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_z}, \quad (3.13)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (3.14)$$

Le paramètre  $\epsilon$  est donc lié à la différence entre la composante verticale et la composante

horizontale de la vitesse des ondes de compression et  $\delta$  décrit davantage la propagation des ondes quasi-longitudinales.

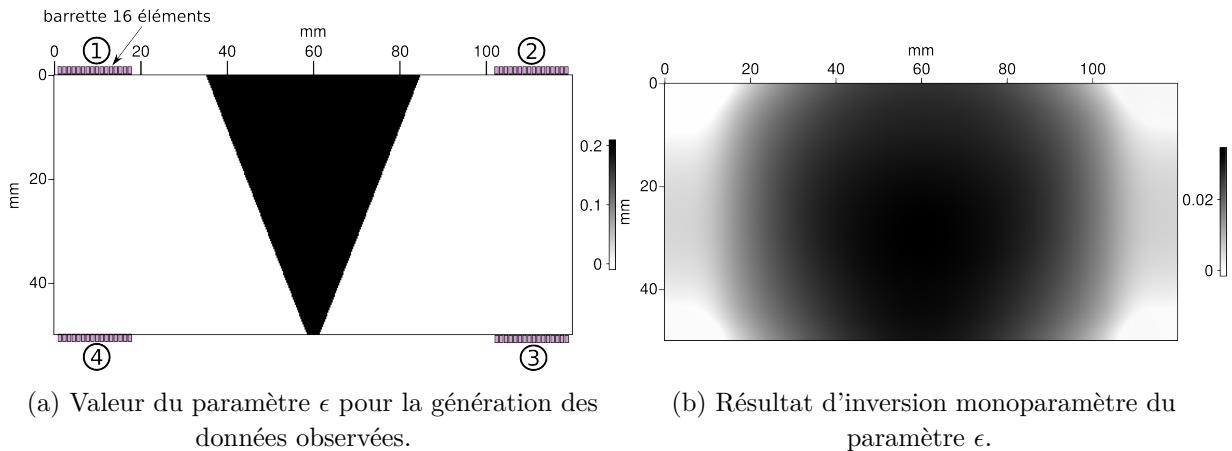
Notons que cette formulation peut notamment générer, en milieu anelliptique, un artefact d'onde de cisaillement, nettement visible sur les données synthétiques en figure 3.12a. Il existe plusieurs stratégies pour limiter ces artefacts (Duvaneck et al., 2008), et il est choisi par la suite de simplement l'enlever des données par un filtre spatio-temporel.

Pour la génération des données synthétiques, on considère une plaque isotrope dans laquelle se trouve une soudure anisotrope VTI sans défaut. La valeur de  $\epsilon$  dans la soudure est fixée à 20 %, ce qui est environ deux fois plus élevé que les valeurs que l'on peut trouver dans la littérature (Chassaignole, 1999). Les barrettes, utilisées en réception et en transmission sont placées de manière éloignée, afin d'accentuer la propagation des ondes suivant  $e_x$  et de s'assurer que les temps de vol soient perturbés par l'anisotropie (figure 3.11a). Elles sont constituées de 16 éléments espacés de 1 mm.

Les autres paramètres ( $v_p$ ,  $\rho$  et  $\delta$ ) sont choisis uniformes pour la génération des données et sont maintenus à leur valeur vraie pendant l'inversion, avec  $v_p = 6000 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$  et  $\delta = 0$ .

L'inversion est réalisée à partir d'un modèle initial pour  $\epsilon$  uniformément nul. Dès les premières inversions à 100 kHz, le modèle courant est grossièrement modifié, ce qui corrige légèrement les retards dus à l'anisotropie. Les itérations suivantes ne modifient presque pas le modèle courant, ce qui implique que la vallée de la fonction est coût très large. Le résultat de l'inversion à 500 kHz est présenté en figure 3.11b et les résidus, avant et après inversion, sont confrontés en figures 3.12b et 3.12c.

Les résidus issus du modèle initial ( $\epsilon$  uniformément nul) montrent que ce paramètre change principalement la vitesse des ondes directes et réfléchies et cause peu de diffraction sur les bords de la soudure. Les trajets les plus impactés par l'anisotropie VTI, et donc les plus susceptibles de contribuer à la reconstruction du paramètre  $\epsilon$ , sont les trajets horizontaux, très difficiles à favoriser en excitation de surface. L'acquisition permet alors de mesurer les diffractions d'angles  $\theta$  très faibles ou proches de  $\pi$ . Or, la résolution est très mauvaise pour  $\theta = \pi$ , d'après l'expression du nombre d'onde 3.5.



(a) Valeur du paramètre  $\epsilon$  pour la génération des données observées.

(b) Résultat d'inversion monoparamètre du paramètre  $\epsilon$ .

FIGURE 3.11 – Milieu vrai et milieu reconstruit par FWI. L'inversion est réalisée à partir d'une valeur de  $\epsilon$  uniformément nulle, de 100 à 500 kHz.

Pourquoi l'onde directe du capteur 2 est-elle si faible comparée à la première réflexion ?

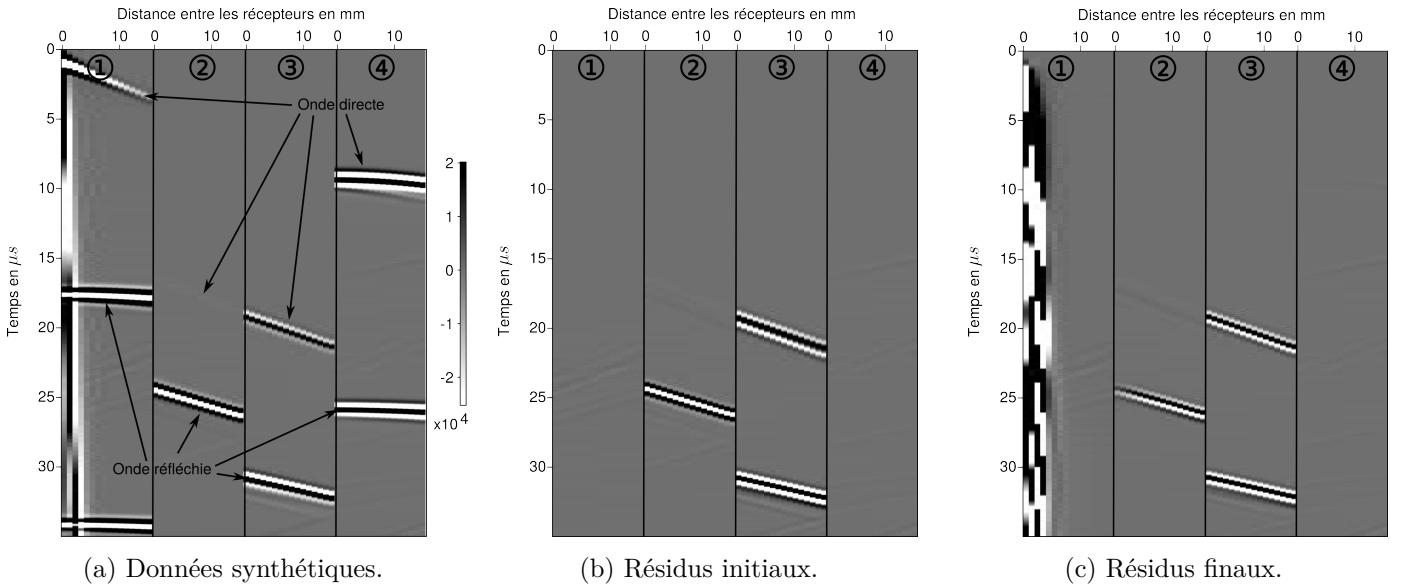


FIGURE 3.12 – Signaux temporels et résidus acquis par les 4 barrettes, dont la numérotation correspond à celle de l’acquisition présentée en figure 3.12c. La source est le premier élément (le plus à gauche) de la barrette n° 1 et émet une excitation à 2 MHz. L’échelle d’amplitude est la même pour les 3 figures.

Pour résumer, les données portent peu d’information sur l’anisotropie et ces informations permettent, au mieux, de reconstruire une image de très faible résolution. On sait qu’en pratique, le faisceau ultrasonore est très impacté par l’anisotropie. Il semble donc qu’un modèle de soudure anisotrope VTI soit donc trop restrictif pour représenter l’anisotropie d’une soudure réelle.

Pour tester la capacité de la FWI à reconstruire ces paramètres d’anisotropie, il est donc nécessaire d’utiliser un modèle plus pertinent qui se rapprocherait davantage de celui proposé par [Ogilvy \(1986\)](#) par exemple.

[Ogilvy \(1986\)](#) propose de simuler l’orientation des grains de la soudure avec un angle représenté sur la figure 3.13, tel que :

$$\theta(x, z) = \tan^{-1} \left( \frac{D/2 + z \tan \alpha}{x} \right), \quad (3.15)$$

avec  $D$  la largeur de la racine de la soudure et  $\alpha$  l’angle du bord de soudure.

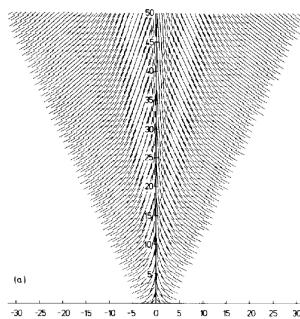


FIGURE 3.13 – Exemple d’orientation de grains dans la soudure (image extraite de [Ogilvy \(1986\)](#)).

### 3.5 Enjeux et problématiques de l'inversion 3D élastique

L'application de la FWI à des données réelles implique de prendre en compte la propagation en 3D des ondes dans la soudure. Une inversion 2D appliquée à de vraies données nécessite donc de les préconditionner de manière à limiter la trace des ondes de cisaillement et à leur appliquer une correction d'amplitude.

L'inversion 3D permet de prendre en compte l'ensemble des phénomènes de propagation et de tirer profit des ondes de cisaillement dont la longueur d'onde est plus faible que celle des ondes de compression. Cependant, les données peuvent être marquées par des ondes de surfaces dont l'atténuation est plus faible que les ondes de volume. L'inversion est alors déséquilibrée par cette onde de forte amplitude et le modèle n'est mis à jour qu'en surface. L'influence de cette onde de surface sur les données peut être limitée par un filtrage adapté ou par une acquisition en transmission.

Mettre une image de comparaison des données 2D et 3D ?

L'acquisition peut être réalisée dans un plan, comme dans les cas présentés précédemment, ce qui risque de limiter la qualité de reconstruction hors de ce plan. Des structures 3D peuvent également être reconstruites par l'utilisation de transducteurs matriciels ou par déplacement d'un transducteur linéaire.

# Conclusion

L'état de l'art concernant l'imagerie de soudure montre que les images actuellement obtenues sont sujettes aux artefacts, ce qui peut poser des problèmes de sécurité pour les structures à risque. La FWI propose une approche non pas basée sur l'interprétation des temps de vol, mais sur la résolution d'un problème inverse, ce qui lui permet de s'affranchir de la connaissance précise *a priori* de l'anisotropie.

Ce travail a montré que la FWI peut donner des images de bonne résolution dans le cas d'une propagation acoustique et d'une acquisition judicieusement choisie. La description de la soudure par un modèle acoustique VTI n'est pas complète et l'inversion de l'anisotropie doit donc se faire en propagation élastique. 

La perspective de ce travail est l'application de la FWI à des données réelles. Il sera alors nécessaire de prendre en compte la propagation 3D ainsi que l'atténuation des ondes dans la soudure, et d'estimer les sources au cours de l'inversion. La sensibilité au bruit de la FWI doit également être évaluée et la fonction de coût éventuellement adaptée (Brossier et al., 2010). La nature mal posée du problème d'optimisation peut nécessiter d'élaborer un modèle initial plus précis, construit statistiquement à partir d'un grand nombre de résultats d'inversion ou d'incorporer des *prior information*s à la formulation de la fonction de coût (Asnaashari et al., 2013).

# Bibliographie

- T. Alkhalifah. An acoustic wave equation for anisotropic media. *Geophysics*, 65(4) : p. 1239–1250, 2000.
- A. Asnaashari, R. Brossier, S. Garambois, F. Audebert, P. Thore, and J. Virieux. Regularized seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, 78(2) : p. R25–R36, 2013.
- S. Bannouf. *Développement et optimisation de méthodes d'imagerie synthétique pour le contrôle non-destructif par ultrasons de composants industriels complexes*. PhD thesis, Université Paris Diderot Paris 7, 2013.
- J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, 114(2) :185–200, 1994.
- R. Brossier. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d'ondes : développements méthodologiques et applications*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2009.
- R. Brossier, J. Virieux, and S. Operto. Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 175 : p. 541–559, 2008.
- R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC105, 2009.
- R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux. Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion ? *Geophysics*, 75(3) : p. R37–R46, 2010.
- J. Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8) : p. 1408–1418, 1969.
- B. Chassignole. *Influence de la structure métallurgique des soudures en acier inoxydable austénitique sur le contrôle non-destructif par ultrasons*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.
- B. Chassignole, O. Dupond, L. Doudet, V. Duwig, and N. Etchegaray. Ultrasonic examination of an austenitic weld : Illustration of the disturbances of the ultrasonic beam. *AIP Conference Proceedings*, 1096(1), 2009.
- J.-F. De Belleval, M. Castaing, P. Gatignol, and C. Potel. Milieux homogènes et homogènes stratifiés – modèles linéaires de propagation. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux et acoustique, vol. 1*, chapter 1, pages 17–139. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- S.R. Doctor, T.E. Hall, and L.D. Reid. SAFT - the evolution of a signal processing technology for ultrasonic testing. *NDT International*, (19) : p. 163–167, 1986.
- N. Dominguez, V. Gibiat, and Y. Esquerre. Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection. *Wave Motion*, 42 : p. 31–52, 2005.

- E. Duvaneck, P. Milcik, P. M. Bakker, and C. Perkins. Acoustic vti wave equations and their application for anisotropic reverse-time migration. In *2008 SEG Annual Meeting*, pages 2186–2190. Society of Exploration Geophysicists, 2008.
- É. Forgues. *Inversion linéarisée multi-paramètres via la théorie des rais (application aux données de sismique réflexion de surface)*. PhD thesis, Institut Français du Pétrole - University Paris VII, 1996.
- C. Holmes, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation. *NDT&E International*, (38) : p. 701–711, 2005.
- Fernand L. *Inversion des formes d'ondes électromagnétiques de données radar multioffsets*. PhD thesis, Université Paris Diderot - Paris 7, 2009.
- P. Lailly. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. In *Conference on Inverse Scattering-Theory and Application*, pages p. 206–220, 1983.
- M. Lambert, M. Bonnet, and D. Lesselier. Introduction à la diffraction inverse en acoustique et élasticité. In M. Bruneau and C. Potel, editors, *Matériaux et acoustique, vol. 2*, chapter 1.4, pages 82–101. Hermès-Lavoisier, 2006. ISBN 2-7462-1450-4.
- A. R. Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11) : p. 1425–1436, 1988.
- P. Mora. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *Geophysics*, 52 (9) : p. 1211–1228, 1987a.
- P. Mora. Nonlinear elastic inversion of real data. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pages 430–432, 1987b.
- J. Nocedal. Updating quasi-newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*, 35(151) : p. 773–782, 1980.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, and G. R. Feijoo. Solution of inverse problems in elasticity imaging using the adjoint method. *Inverse Problems*, 19 : p. 297–313, 2003.
- A. A. Oberai, N. H. Gokhale, M. M. Doyley, and J. C. Bamber. Evaluation of the adjoint equation based algorithm for elasticity imaging. *Phys. Med. Biol.*, 49 : p. 2955–2974, 2004.
- J. A. Ogilvy. Ultrasonic beam profiles and beam propagation in an austenitic weld using a theoretical ray tracing model. *Ultrasonics*, 24 : p. 337–347, 1986.
- R.-E. Plessix. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophys. J. Int.*, 167 : p. 495–503, 2006.
- C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave Motion*, 20 : p. 151–163, 1994.
- C. Prada, E. Kerbrat, D. Cassereau, and M. Fink. Time reversal techniques in ultrasonic nondestructive testing of scattering media. *Inverse Problems*, 18(6) : p. 1761–1773, 2002.
- R. G. Pratt. Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1 : Theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*, 64(3) : p. 888–901, 1999.

- R. G. Pratt, C. Shin, and G. J. Hicks. Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133 : p. 341–362, 1998.
- S. Rodriguez, M. Deschamps, M. Castaings, and E. Ducasse. Guided wave topological imaging of isotropic plates. *Ultrasonics*, 54 : p. 1880–1890, 2013.
- R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, AP-34(3) : p. 276–280, 1986.
- M. K. Sen and P.L. Stoffa. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier, 1995.
- L. Sirgue and R. G. Pratt. Efficient waveform inversion and imaging : A strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1) : p. 231–248, 2004.
- P. L. Stoffa and M. K. Sen. Nonlinear multiparameter optimization using genetic algorithms : Inversion of plane-wave seismograms. *Geophysics*, 56(11) : p. 1794–1810, 1991.
- A. Tarantola. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49 (8) : p. 1259–1266, 1984.
- A. Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. ISBN 0898715725.
- L. Thomsen. Weak elastic anisotropy. *GEOPHYSICS*, 51(10) : p. 1954–1966, 1986.
- D. Vigh and E. W Starr. Comparisons for waveform inversion, time domain or frequency domain ? In *2008 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists, 2008.
- J. Virieux. P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51(4) : p. 889–901, 1986.
- J. Virieux. *Seismic modelling of earth structure*. Editrice compositori, 1996.
- J. Virieux and S. Operto. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6) : p. WCC1–WCC26, 2009.
- J. Zhang, A. Hunter, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox. Monte Carlo inversion of ultrasonic array data to map anisotropic weld properties. *IEEE*, 59(11) : p. 2487–2497, 2012.