Étude bibliographique : Méthodes de localisation de sources aéroacoustiques

Alice Dinsenmeyer

Intro : localisation de sources dans le sous-sol, dans des tissus humains, dans des pièces industrielles, dans les fluides (avec ou sans écoulement, dans un espace clos ou non). La nature des sources varie. But : caractériser quantitativement/qualitativement les sources à partir de mesures obtenue en quelques points discrets de l'espace.

Contexte : Réduction du bruit des avions par la compréhension des bruits (40 fois plus d'énergie dans 1 kg de kérosène que dans 1 kg des meilleures batterie, après calcul de rendement, il reste un rapport 15 entre les 2).
Enjeu : identifier les mécanismes de génération de bruit ;

historique :Dès 1976, pour répondre à des problématiques de compréhension des bruits de turboréacteur, Billingsley and Kinns (1976) réalisent des mesures simultanées à l'aide d'une antenne linéaire constituées de 14 microphones. Depuis, le nombre de capteur par antenne a augmenté, ainsi la gamme fréquentielle.

Pour chaque méthode :
-hypothèses et connaissances a priori
-avantages et inconvénient
-contexte de développement
-algorithme de résolution

4 sources de problème dans la qualité de la reconstruction :
-bruit de mesure
-modèle de propagation approché
-modèle de source approché
-pb inverse mal posé : le nombre de source est souvent bien supérieur au nombre de microphones

I. Les méthodes inverses

En formation de voies, chaque source est considérée indépendemment des autres. La surface contenant les sources potentielles est scannées point par point et l'éventuelle cohérence des sources n'est pas prise en compte.
L'approche des méthodes inverses est de traiter le problème dans son ensemble, en recherchant toutes les sources simultanément, prenant ainsi en compte les effets d'interférence entre les sources.

interaction non linéaire des sources ?

Les méthodes varient selon le modèle de source choisi :
--ondes planes propagatives et évanescentes : NAH, SONAH
-radiation BEM
-distribution de monopoles
-harmoniques sphériques.

Résolution d'un problème d'optimisation par méthode globale ou locale

itératif ou non ?

Holographie en champ proche : quand il est possible d'effectuer des mesures en champ proche, les signaux de mesures sont porteurs de plus d'information, notamment les ondes évanescentes.

Globale

On parcourt l'espace des solutions avec une approche statistique

Locale

On part suffisamment proche du minimum global. Gradient+Hessien permettent d'estimer la plus forte pente. Gradient, gradient conjugué, Newton, Gauss-Newton, quasi-Newton,...

Reconstruction pixellisée des paramètres ou déformation de contour.

1.1. Holographie en champ proche

L'holographie en champ proche propose d'exploiter des mesures réalisées à proximité des sources pour en reconstruire une image. Cette méthode tire profit de la mesure des ondes évanescentes, exponentiellement décroissantes avec la distance, qui viennent s'ajouter aux ondes propagatives Maynard et al. (1985).
Le champ de pression mesuré est d'abord décomposé dans le domaine des nombres d'ondes par une transformée de Fourier spatiale. A chaque onde est associé un propagateur (i.e. une fonction de transfert supposée connue) qui, inversé, permet de rétropropager le champ mesuré et ainsi reconstruire le champ source. Avant rétropropagation, un filtre sur les nombres d'ondes est appliqué de manière à sélectionner les nombres d'ondes d'intérêt : il est nécessaire de trouver un compromis permettant de conserver suffisamment d'ondes évanescentes (porteuses d'informations) tout en limitant l'amplification du bruit. La mesure à proximité permet ainsi d'obtenir une résolution supérieure à la demi-longueur d'onde.

+ en espace clos

+ antenne double couche

1.2. Méthodes par mise à jour successive d'un modèle

L'idée est de minimiser l'écart entre les signaux mesurés et ceux calculés à partir d'un modèle.

The polar correlation technique : JET ENGINE NOISE SOURCE LOCATION : THE POLAR CORRELATION TECHNIQUE M. J. FISHER

Noise source modelling and identi"cation procedure

En résumé, les méthodes inverses utilisées principalement sont de 2 sortes : 1) les méthodes basées sur la transformée de Fourier (holographie,...) ; 2) Les méthodes "model based". En pratiques, ces méthodes sont très proches (ce que montrent

sources équivalentes (ESM)

Les méthodes de régularisation

nelson part2 compare deux méthodes de régularisation : 1) il explique comment choisir un paramètre de Tikhonov ; 2) il explique comment choisir les valeurs de la SVD à supprimer.
Beaucoup se sont penchés sur le problème du choix de ν.nelson part2 compare les différentes facçon de déterminer ν en comparant l'erreur entre le champ source désiré et celui reconstruit, ainsi que l'erreur entre l'interspectre reconstruit et le vrai interspectre (les S_{qq}). Les méthodes comparées sont :
-cross-validation technique : augmentation and a method for prediction
-generalize cross-validation technique :

Les problèmes inverses de localisation de sources acoustiques sont souvent mal posés car le nombre de sources est supérieur au nombre de capteur. Il est alors nécessaire de mettre en place des stratégies qui améliorent le conditionnement du problème. page 11 thèse thibaut le magueresse

Régularisation de Tikhonov (ref : Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method) : La stratégie la plus souvent adoptée est la régularisation de Thikonov qui consiste à rajouter un terme de contrôle dans la fonction coût. Cette dernière prend alors la forme suivante :

$$||\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q}||^2 + \nu^2||\boldsymbol{q}||^2 \tag{1}$$

où $||\bullet||$ est la norme euclidienne et ν^2 est le paramètre de régularisation, choisi judicieusement de façon à favoriser les solutions de petite norme.

$nu est déterminé par des procédures ad-hoc qui peuvent être :
-discrepancy principle
-cross-validation

-L-curve method : -(restricted) maximum likehood : differentiation procedures for non-exact data
-unbiased predictive risk estimator
-interprétation bayesienne
Plusieurs techniques sont disponibles dans la littérature pour estimer ce paramètre : la méthode de la courbe en L, la méthode de la validation croisée généralisée ou la méthode utilisant le principe d'anomalie de Morozov

Optimisation parcimonieuse

L'objectif d'une approche parcimonieuse est d'obtenir une solution approchée du problème avec le moins de composantes non nulles possible. On minimise alors à la fois l'écart entre les données mesurées et simulées, ainsi que la "norme" L_0 qui donne la parcimonie d'un vecteur $\boldsymbol{x}$ telle que : $||\boldsymbol{x}||_0 := \#\{i|x_i \neq 0\}$. Le problème d'optimisation devient alors bi-objectif :

$$\min_{\boldsymbol{q}}(||\boldsymbol{q}||_0, ||\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q}||^2) \tag{2}$$

Deux approches sont généralement utilisées pour résoudre ce type de problème : l'utilisation d'algorithmes gloutons (OMP, OLS, ...) qui construisent l'approximation parcimonieuse itérativement ou la relaxation de la norme L_0 par une norme L_p permettant de rendre l'objectif convexe.

Dans notre cas, on considère une distribution parcimonieuse des sources dans l'espace. Afin de réduire le caractère sous-déterminé du problème, il est nécessaire d'exploiter toutes les connaissances a priori sur la nature et la répartition des sources. Il est par exemple possible de prendre en compte leur parcimonie spatiale. Cette propriété de parcimonie sert notamment à compenser le rayonnement omnidirectionnel des sources qui n'est pas mesuré et qui engendre une sous-estimation du niveau des sources.
La parcimonie est donnée par la norme L_0 du champ source (qui donne alors le nombre de valeurs non-nulles de $\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{qq}}$. Un formalisme bayesien permet de prendre en compte cette parcimonie en définissant une densité de probabilité des sources $[\boldsymbol{p}]$. Une loi gaussienne peut par exemple être choisie telle que :

$$[\boldsymbol{p}] \propto \exp\left(\frac{\sum_i |q_i|^p}{2\gamma^2}\right) \tag{3}$$

avec i le i$^{\text{ème}}$ élément de $\boldsymbol{q}$. La parcimonie est prise en compte par une relaxation de la norme L_0 par une norme L_p, avec p un paramètre prenant une valeur entre 0 et 2. $p = 0$ correspond à une distribution parcimonieuse, tandis que plus p tend vers 2, plus la distribution spatiale des source est étendue.

Minimisation :

$$||\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q}||^2 + \mu^2 \sum_i |q_i|^p \tag{4}$$

Cette équation peut être minimisée de différentes manières : L_0, dur à résoudre :iterative thresholding algorithm for linear inverse pb with sparsity, daubechies 2004 ; LASSO pour la version norme L_1, DAMAS with sparsity constraint (SC-DAMAS) ; L_2 revient à la régularisation de Tikhonov.

tronquer le sous-espace bruit (i.e les petites valeurs singulières après svd, mais à quel seuil ?)

II. Approche bayésienne

Rappel des estimation de sources et du paramètre de régularisation proposés par Antoni 2012.

la probabilité est la traduction d'un état de connaissance du système.

Principe général des probabilités bayésiennes : on choisit une distribution a priori décrivant la fonction à modéliser $[\boldsymbol{q}]$. Cette distribution est corrigée progressivement sous forme de fonction de vraisemblance à partir des observations $[\boldsymbol{p}|\boldsymbol{q}]$. Prises ensemble, la distribution a priori et la fonction de vraisemblance permettent de construire la distribution a posteriori : $[\boldsymbol{q}|\boldsymbol{p}] = [\boldsymbol{p}|\boldsymbol{q}][\boldsymbol{q}]/[\boldsymbol{p}]$.

2.1. Formulation probabiliste du problème direct

Le problème direct revient à exprimer la pression $\boldsymbol{p}$ au niveau de l'antenne de microphones en fonction du champ source $\boldsymbol{q}$ et du modèle de propagation acoustique $\boldsymbol{G}$.
Le champ source $q(\boldsymbol{r})$ peut est décomposé sur une base de K fonctions spatiales $\phi_k(\boldsymbol{r})$ normalisées :

$$q(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{\phi} \tag{5}$$

Les inconnues du problèmes sont donc les fonctions ϕ_k, les coefficients c_k qui dépendent des mesures et leur nombre K.

L'approche bayésienne propose de voir ces coefficients comme des variables aléatoires et d'étudier leur probabilité conditionnée aux mesures $[q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})|\boldsymbol{p}]$. Si cette probabilité est élevée, ça signifie que les mesures expliquent précisément le champ source q. L'objectif est donc d'estimer ces variables de façon à ce qu'elles expliquent au mieux les mesures $\boldsymbol{p}$. Ces estimations de $\boldsymbol{\phi}$ et de $\boldsymbol{c}$ sont notées respectivement $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ et $\hat{\boldsymbol{c}}$ telles que :

$$(\hat{\boldsymbol{c}}, \hat{\boldsymbol{\phi}}) = \text{Argmax}[q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})|\boldsymbol{p}] \tag{6}$$

La loi de Bayes permet d'exprimer $[q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})|\boldsymbol{p}]$ ainsi :

$$[q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})|\boldsymbol{p}] = \frac{[\boldsymbol{p}|q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})][q(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi})]}{[\boldsymbol{p}]}. \tag{7}$$

Le bruit de mesure $\boldsymbol{n}$ a une distribution gaussienne et par conséquent [1], $[\boldsymbol{p}|q]$ suit également une loi gaussienne. En introduisant la matrice de covariance $\mathbb{E}\{\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^*\} = \beta^2 \boldsymbol{\Omega}_N$ (β^2 étant l'énergie moyenne du bruit, $\boldsymbol{\Omega}_N$ matrice connue selon la nature du bruit) :

$$[\boldsymbol{p}|q, \beta^2] = \mathcal{N}_c(\boldsymbol{G}\boldsymbol{q}, \beta^2 \boldsymbol{\Omega}_N) = \frac{1}{\pi^M \beta^{2M} |\boldsymbol{\Omega}_N|} \exp\left(-\frac{1}{\beta^2} ||\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q}||^2_{\boldsymbol{\Omega}_N}\right) \tag{8}$$

Une distribution gaussienne est également choisie pour la densité de probabilité des sources, de moyenne nulle et de variance $\mathbb{E}\{\boldsymbol{q}\boldsymbol{q}'\} = \alpha^2 \boldsymbol{\Omega}_q$:

$$[\boldsymbol{q}|\alpha^2] = \mathcal{N}_c(\boldsymbol{0}, \alpha^2 \boldsymbol{\Omega}_q) = \frac{1}{\pi^K \alpha^{2K} |\boldsymbol{\Omega}_q|} \exp\left(-\frac{1}{\alpha^2} ||\boldsymbol{q}||^2_{\boldsymbol{\Omega}_q}\right) \tag{9}$$

α^2 et β^2 sont appelés les hyperparamètres.

Notes :
vraisemblance : adéquation entre une distribution observée (sur échantillon) et la loi de proba qui décrit la population dont est issu l'échantillon fonction de vraisemblance : la vraisemblance varie en fonction des paramètres de la loi choisie. Paramètre s'appelle généralement θ. Sert donc a ajuster des observations à une loi.
https://en.wikipedia.org/wiki/Bayesian_interpretation_of_kernel_regularization :
Dans le contexte de régression, la fonction de vraisemblance (

$$p|q$$

) sont souvent supposé suivre une distribution gaussienne, car "corrompues" par du bruit gaussien. Les observation sont supposées indépendantes et identiquement distribuées, ce qui fait qu'il est possible de factoriser la fonction de vraisemblance sur chaque point de mesure.

2.2. Estimation des hyperparamètres et des sources

3 approches possibles pour poser le problème d'optimisation :

- Maximum de vraisemblance
- Minimum de variance
- Maximum a posteriori

voir le cours On peut montrer que MAP propage moins d'erreur que maximum de vraisemblance.

Estimateur MAP

La résolution du problème inverse se fait donc par l'estimation de la probabilité $[\boldsymbol{q}|\boldsymbol{p}, \alpha^2, \beta^2]$. Le vecteur $\boldsymbol{q}$ est ainsi approché en observant sa valeur la plus probable d'après

1. Modèle direct : $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{n}$; bruit centré : $\langle \boldsymbol{n} \rangle = \langle \boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q} \rangle = 0$; la covariance du bruit est la covariance des mesures étant données les sources :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{n}} &= \mathbb{E}\{\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^*\} \\ &= \mathbb{E}\{(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q})(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{q})^*\} \\ &= \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{p}|\boldsymbol{q}} \end{aligned}$$

les données, le “Maximum a posteriori” (MAP) :

$$\begin{aligned}
\tilde{\boldsymbol{q}}_{MAP} &= \text{Argmax}([\boldsymbol{q}|\boldsymbol{p}, \alpha^2, \beta^2]) && (10)\\
&= \text{Argmax}\left([\boldsymbol{p}|\boldsymbol{q}][\boldsymbol{q}]\right) \text{ d'après } 7 && (11)\\
&= && (12)
\end{aligned}$$

En prenant le logarithme négatif de la quantité à maximiser, on peut définir une fonction coût à minimiser :

$$J(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{\phi}) = -\ln[q|\boldsymbol{p}] = -\ln[\boldsymbol{p}|q] - \ln[q] + \ln[\boldsymbol{p}] \tag{13}$$

D'après les lois normales choisies,

$$J = M\ln(\beta^2) + K\ln(\alpha^2) + \beta^{-2}||\boldsymbol{p} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{c}||^2_{\Omega_n} + \alpha^{-2}||\boldsymbol{q}||^2_{\Omega_c} \tag{14}$$

revoir les notations ci-dessus

Finalement, on ne conservant que les termes qui dépendent de c, on retrouve la formulation des moindres carrés :

$$J = (p' - cH)\Omega_n^{-1}(p - Hc) + \nu^2 c'\Omega^-1_c c \tag{15}$$

avec pour terme de régularisation $\nu = \beta^2/\alpha^2$.

MCMC

algo : Metropolis-Hasting

2.3. Régularisation bayésienne

Le paramètre de régularisation peut être estimé par une approche bayésienne. objectif : développer un formalisme généralisant les diverses approches développées pour chaque contexte d'imagerie ; prendre en compte le maximum d'informations a priori connues.

Les informations connues a priori peuvent être incertaines et décrites par une densité de probabilité. L'approche bayésienne permet donc de prendre en compte ces informations "incertaines".
Dans cette approche, les paramètres inconnus (sources acoustiques) sont exprimés en fonction des données de mesures selon la loi de Bayes :

$$[x|y] = \frac{[y|x][x]}{[y]} \tag{16}$$

où la notation $[y]$ est la densité de probabilité de la variable x et $[x|y]$ est la densité de probabilité de x conditionnée à la variable y

Calcul de l'intervalle de confiance ? ?

Références

J. Billingsley and R. Kinns. The acoustic telescope. *Journal of Sound and Vibration*, 48(4) :485 – 510, 1976.

J. D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4) :1395–1413, 1985.