

## I. Objectifs

- Cas synthétique pour voir l'effet du Diagonal Removal et débruitage sur la quantification (**Beamforming**)
- Même application sur le cas ONERA1 du benchmark

## II. Biblio sur le Diagonal Removal

L'article "Improvements of cross spectral beamforming" de Christensen (Internoise 2003) semble en parler, mais je n'ai pas trouvé l'article.

Des même auteurs, la revue technique de B& K no 1 de 2004 présente l'effet du DR pour des ondes planes.

Selon eux, le DR a pour effet d'abaisser les lobes secondaires.

## III. Étude analytique

### 3.1. Pour 1 source $q_0$

Après calcul, pour une source située au point  $r_0$ , la carte issue du beamforming est donnée par :

$$\tilde{S}_{qq_i} = \mathbf{w}_i' (\mathbf{S}_{pp} - \text{diag}(\mathbf{S}_{pp})) \mathbf{w}_i \quad (1)$$

$$= |q_0|^2 \left( \frac{\mathbf{g}_i' \mathbf{g}_0 \mathbf{g}_0' \mathbf{g}_i}{\|\mathbf{g}_i\|_2^4} - \frac{\sum_m^{N_{mic}} g_{im}^* g_{0m} g_{0m}^* g_{im}}{\|\mathbf{g}_i\|_2^4} \right) \quad (2)$$

où  $i$  est un point de la grille. Dans la parenthèse, le premier terme est la PSF (elle dépend de la fréquence).

Le second terme vaut (onde sphérique) :

$$\frac{\sum_m^{N_{mic}} \frac{1}{\|r_i - r_m\|^2 \|r_0 - r_m\|^2}}{\left( \sum_m^{N_{mic}} \frac{1}{\|r_i - r_m\|^2} \right)^2} \leq 1 \quad (3)$$

ce qui ne dépend pas de la fréquence, mais uniquement des distances antenne-grille.

Si  $g_i = g_0$ , ce terme vaut

$$\frac{1}{N_{mic}} \leq \frac{\|\mathbf{g}_0\|_4^4}{\|\mathbf{g}_0\|_2^4} \leq 1 \quad (4)$$

Si toutes les distances mic-grille sont égale (champ lointain), ce terme vaut  $\frac{1}{N_{mic}}$  ce qui est faible la plupart du temps. Si les distances mic-grille varient beaucoup (par exemple si un des micro est très proche de la source), le terme tend vers 1. Ce dernier cas arrivent rarement, puisque la distance antenne-grille est souvent du même ordre de grandeur que l'envergure de l'antenne.

Finalement, dans une configuration classique, le niveau de la source est sous-estimée de 1-2%, soit un gain de  $-0.1$  dB!

### 3.2. Pour 2 sources $q_0$ et $q_1$

Considérons deux sources en  $r_0$  et  $r_1$ . Pour simplifier, on pose que  $g_0$  et  $g_1$  sont orthogonaux (donc  $\text{trace}(g_1 g_0') = \text{trace}(g_0 g_1') = 0$ ).

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{qq_i} = & |q_0|^2 \text{PSF}(r_0) + |q_1|^2 \text{PSF}(r_1) \\ & - |q_0|^2 \frac{\sum_m^{N_{mic}} g_{im}^* g_{0m} g_{0m}^* g_{im}}{\|\mathbf{g}_i\|_2^4} - |q_1|^2 \frac{\sum_m^{N_{mic}} g_{im}^* g_{1m} g_{1m}^* g_{im}}{\|\mathbf{g}_i\|_2^4} \end{aligned} \quad (5)$$

ce qui peut être négatif.

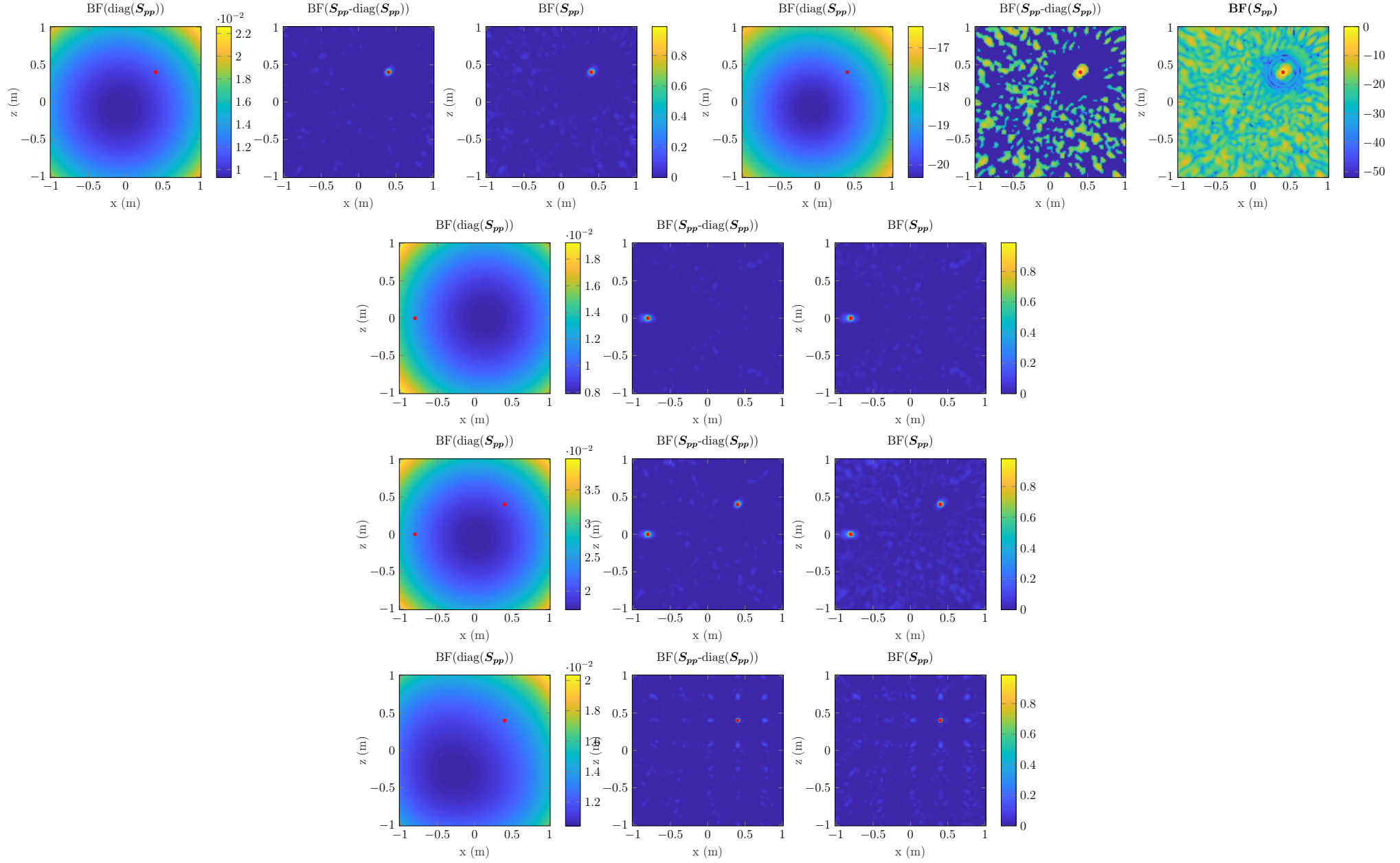


FIGURE 1 – *En haut ( $\times 3$ ) : Beamforming pour deux position de sources (antenne du benchmark b1).  
 En bas : Beamforming avec une antenne rectangulaire (de 2 m d'envergure).  
 $N_{mic}=93$ ;  $SNR \rightarrow \infty$*

## IV. Cas numérique

1 monopole et antenne circulaire du benchmark b1. On étudie la puissance de source reconstruite  $\hat{W}$  par le beamforming à l'emplacement (1 point de grille) de la source réelle (théoriquement, sans bruit, le beamforming permet de retrouver la puissance de la source exacte  $W_0$ ). Les spectres sont bruités et le beamforming est ensuite appliqué aux CSM :

- débruitées avec DRec (cvx), RPCA et PFA (mcmc)
- avec diagonal removal
- sans traitement

L'écart de puissance est exprimé en dB :

$$\Delta W = 10 \log_{10} \left( \frac{\hat{W}}{W_0} \right) \quad (6)$$

Cette erreur est étudiée en fonction :

- du SNR (pour 93 mic.)
- du nombre de microphones (ie la proportion d'autospectres par rapport au nombre total d'autospectre+interspectre) (remarque : ce pourcentage décroît en  $1/N_{mic}$ ), pour un SNR=0dB.

Le débruitage est fait avec les même micros que ceux utilisés pour le BF.

La source est en (0.4,0.4).

### 4.1. Résultats

#### 4.1.1 pour 1 source

Voir fig. 3.

- débruitage performant même avec un faible nombre de mic.
- sous-estimation du DR faible à partir de 20 mic. (à noter que la source n'est pas centrée sur l'axe de l'antenne).

#### 4.1.2 pour 2 sources

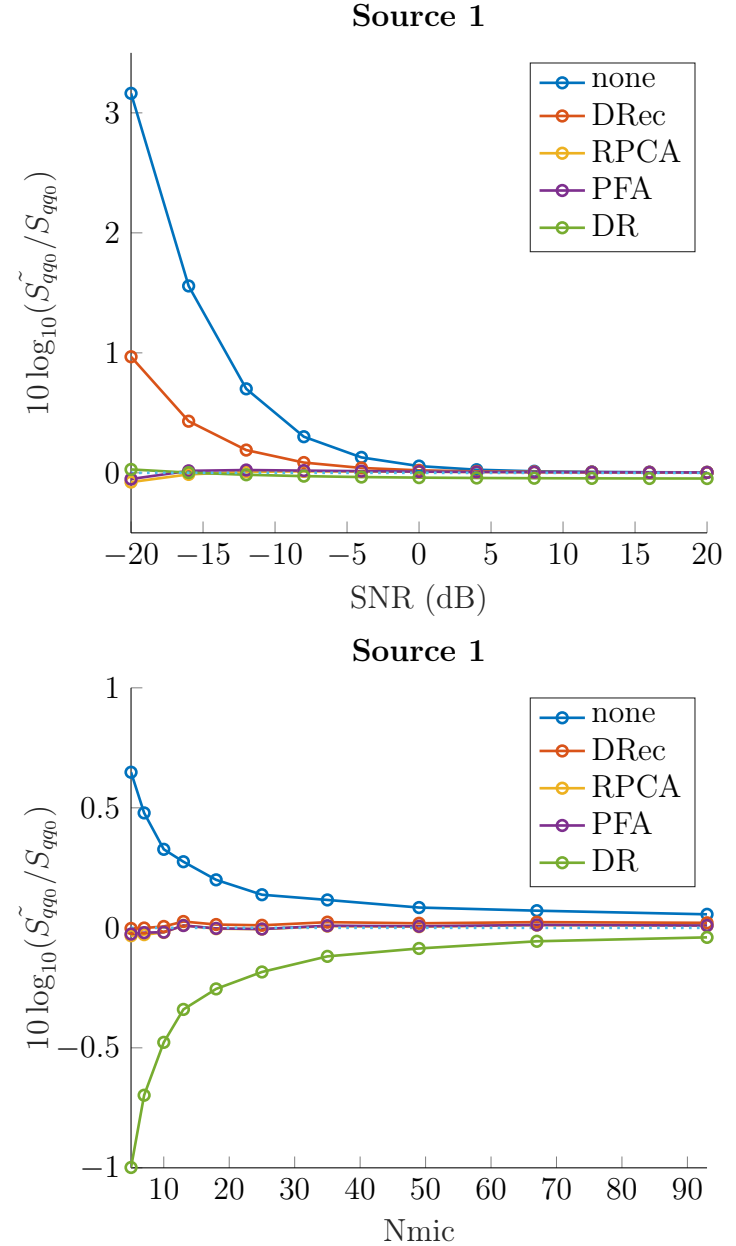


FIGURE 2 – Erreur en fonction du SNR (pour 93 microphones) (à gauche) et du nombre de microphones (pour SNR=0) (à droite).

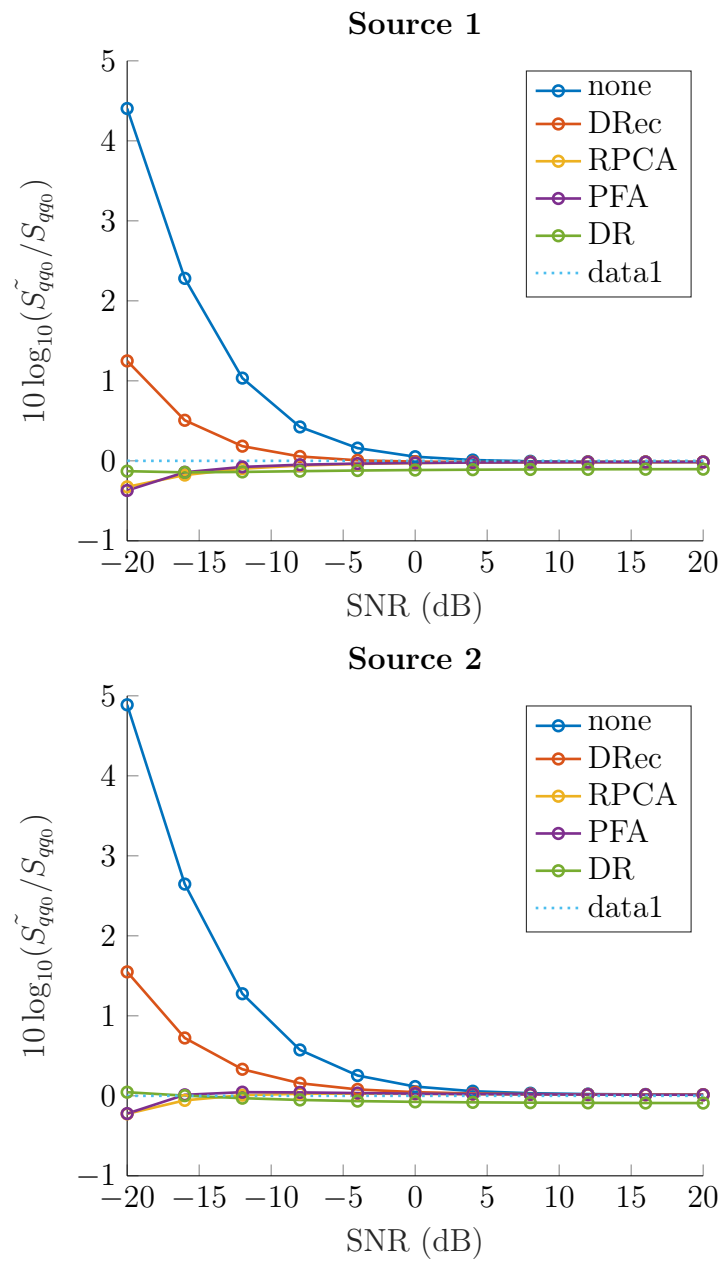


FIGURE 3 – *Erreur en fonction du SNR (pour 93 microphones) en présence de deux sources.*