

# Étude bibliographique : Méthodes de localisation de sources aéroacoustiques

Alice DINSENMEYER

Pourquoi : localisation de sources dans le sous-sol, dans des tissus humains, dans des pièces industrielles, dans les fluides (avec ou sans écoulement, dans un espace clos ou non). Dans chaque contexte, la nature des sources varie.

Objectif : caractériser quantitativement/qualitativement les sources à partir de mesures obtenue en quelques points discrets de l'espace.

Contexte : Réduction du bruit des avions (not. des turbomachines<sup>1</sup>) par l'identification des mécanismes de génération de bruit.

Historique : Dès 1976, pour répondre à des problématiques de compréhension des bruits de turboréacteur, [Billingsley and Kinns \(1976\)](#) réalisent des mesures simultanées à l'aide d'une antenne linéaire constituées de 14 microphones. Depuis, le nombre de capteur par antenne a augmenté, ainsi la gamme fréquentielle.

Problèmes : On distingue 4 sources de problème dans la qualité de la reconstruction :

- le bruit de mesure (notamment hydrodynamique)
- l'approximation du modèle de propagation
- le choix du modèle de sources approché
- le caractère mal-posé du problème inverse (le nombre de source est souvent bien supérieur au nombre de points de mesure)

Pour chaque méthode d'imagerie, comprendre :

- hypothèses et connaissances a priori
- avantages et inconvénient
- contexte de développement
- algorithme(s) de résolution

## I. MODÈLE DE PROPAGATION ET NATURE DES SOURCES AÉROACOUSTIQUES

On décrit ici les sources de bruit d'un avion à turbopropulseur, les méthodes de séparation des différentes contributions et les mécanismes de génération de bruits en écoulement.

Le bruit peut être généralement décomposé en 4 composantes :

- une partie tonale générée par les composantes tournantes de la machine
- une partie cyclostationnaire induite par les composantes tournantes de la machine
- le bruit machine aléatoire
- le bruit de fond (indépendant de la machine) (aérodynamique?)

---

1. Le moteur électrique n'est pas pour tout de suite, car il y a 40 fois plus d'énergie dans 1 kg de kérosène que dans 1 kg des meilleures batterie et après calcul de rendement, il reste un rapport 15 entre les 2.

Séparer ces composantes dans le champ total mesuré permet de mieux comprendre la contribution de chaque source ou de chaque élément du réacteur, par exemple.

### 1.1. Exemples de sources aéroacoustiques sur un avion

Un bref récap des sources est fait en intro de la thèse de G. Reboul et Simon B.

Smith (1989) décrit un très grand nombre de sources aéroacoustiques sur un avion. Elles peuvent être classées en 2 catégories : le bruit de moteur et le bruit aérodynamique. Le bruit aérodynamique est principalement généré par le train d'atterrissage et par les ailes. La principale source de bruit des ailes est liée aux volets à l'avant (becs de bord d'attaque) et à l'arrière. Ces volets sont des hypersustentateurs qui augmentent la portance qui génèrent localement beaucoup de bruit. Mais paradoxalement, leur présence contribuent fortement à la réduction du bruit des avions par le fait qu'ils favorisent un décollage rapide et un atterrissage à vitesse réduite.

Comme le montre l'image de Smith (1989) 1, les bruits du moteur sont d'origines diverses. Les moteurs doubles flux ont permis de fortement diminuer le bruit de jet, ce qui rend le bruit aérodynamique égal voire prépondérant sur le bruit de moteur en configuration d'approche (atterrissage).

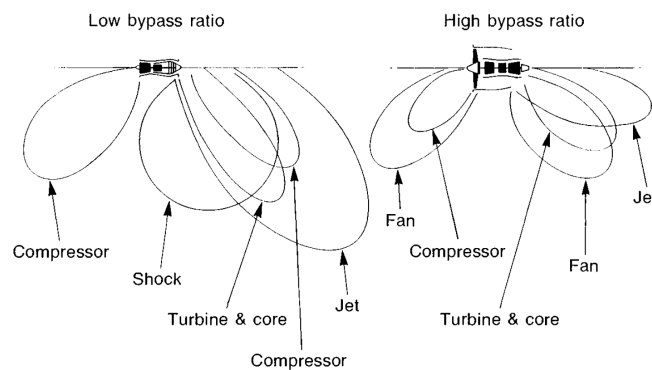


FIGURE 1 – Comparaison des sources de bruits d'un moteur simple flux (à gauche) et d'un moteur double flux (à droite). Image extraite de Smith (1989).

#### Bruits tonaux

- Fréquence de passage des pales (BPF : blade pass frequency) et ses harmoniques : bruit tonal, connu :  $\omega = hZ\Omega$ ,  $h = 1, 2, \dots$ , où  $Z$  est le nombre de pales du rotor et  $\Omega$  est sa fréquence de rotation. Les harmoniques qui apparaissent sont alors donnés par :  $m = hZ - sV$ , avec  $m$  le numéro du mode azimutal,  $V$  le nombre de pale du stator et  $s = \dots, -1, 0, 1, \dots$
- Bruit d'épaisseur (Blade thickness noise) : monopole, tonal. C'est le bruit généré par le déplacement du fluide autour des pales (présent à haute vitesse de rotation seulement).
- Uniform inlet flow : peut être réduit en augmentant le nombre de pales

#### Bruits large bande

- Flux inconstant : fluctuation stochastique de la vitesse du flux entrant génère un bruit large bande
- Couche limite turbulente (TBL : Turbulent Boundary layer) : couche turbulente générée aux bords de fuite. Ce bruit peut être modélisé comme un ensemble de dipôles répartis sur la surface de l'aube.
- Décollement de couche limite (Vortex shedding) : décollement de la couche limite (laminaire ou turbulente), ce qui change l'écoulement autour des pales
- tip noise : bruit généré dans l'espacement entre les pales et le carter. Ce bruit augmente si l'espacement augmente. A noter que la vitesse à l'extrémité des pales étant grande, ce bruit peut être important.

- Bruit de soufflante : dans les turboréacteurs double-flux principalement. Ref : thèse G. reboul

Bruit d'interaction rotor-stator : dominant ?

Compléter en lisant la thèse de S. Boulay

Les moteurs double flux ont permis de diminuer l'importance du bruit de jet, mais ont rajouté le bruit de soufflante.

## Bruit de jet

page 86 de Smith : Description du bruit de jet

-small-scale Eddies (HF)

-large-scale Eddies (BF)

-mixing region

-shock noise

Sur un moteur à low-bypass-ratio, le centre du jet sort à 500 m/s de la tuyère, et constitue la principale source de bruit du turbo réacteur.

Depuis les turboréacteurs double-flux, le jet chaud est entouré du jet froid issu de la soufflante.

L'enjeu est donc de séparer ces composantes pour extraire seulement le bruit induit par les sources d'intérêt.

## 1.2. Séparation des composantes du bruit

cf fiche technique J. Antoni

### Extraction des composantes tonales

### Extraction des composantes cyclostationnaires

### Extraction du bruit aérodynamique

Le bruit aérodynamique a des propriétés qui peuvent permettre de l'extraire des signaux de mesure :

-il est stationnaire et décorrélé des sources,

-sa longueur de corrélation spatiale est courte (à comparer avec l'espacement des micros ; voir aussi l'effet de l'écoulement qui fait une translation ?)

-il ne génère pas de bruit ?

-son contenu spectral est connu (Empirical spectral model of surface pressure fluctuations ?) : large-bande et énergie équi-répartie sur les fréquences.

Le champ acoustique a, au contraire, une longueur de corrélation spatiale plus importante (les signaux microphoniques sont très corrélés).

Finalement, la matrice d'autocorrélation du signal total peut s'écrire comme étant la somme des matrices d'autocorrélation des composantes acoustique et turbulente du signal.

acoustique : matrice à rang réduit

turbulence : matrice diagonale si on suppose qu'il y a une décorrélation totale entre les micros(ou une physique proche de la diagonale (décroissance exponentielle orthotrope, par exemple))

$$S_{yy} = HH' + B \quad (1)$$

L'identification de ces matrices s'appelle "Structured Covariance Estimation problem".

$$\mathbf{B} = \text{Diag}(\sigma^2)$$

**Stochastic modelling** approche statistique

**Mesures vibratoires** L'écoulement perturbe la couche limite au niveau de l'antenne de microphones, ce qui génère un fort bruit aérodynamique. La mesure de ce bruit peut être fortement réduite en captant le champ acoustique à l'aide d'une antenne d'accéléromètres fixés à une plaque fine. Seuls les bas nombres d'onde, correspondant à la partie acoustique du champ d'onde sont alors mesurés. (Acoustic beamforming through a thin plate using vibration measurements + Design and Experimental Validation of an Array of Accelerometers for In-flow Acoustic Beamforming Applications)

Autre possibilité : antennes parcimonieuses d'accéléromètre en complément d'une mesures sur antenne microphonique : ??

### 1.3. Physique de la Propagation acoustique en écoulement

Pour ces méthodes, on considère que la façon dont le son se propage est connue (matrice de transfert acoustique). Prendre en compte l'écoulement, sinon les sources apparaissent décalées vers l'aval (Amiet, par ex). Calibration de la matrice interspectrale avec et sans écoulement : ne nécessite pas de connaître la nature de l'écoulement. (S.Kroeber, K.Ehrenfried, L.Koop et A.Lauterbach, « In-flow calibration approach for improving beamforming accuracy) Mais contrainte expérimentale car coûteux en temps et surveillance des fluctuation de Temperature...

Pour comprendre le problème, il est nécessaire de rappeler les expression analytique de l'intensité acoustique rayonnée par un écoulement.

#### Équations classiques de la mécanique des fluides

##### Conservation de la quantité de mouvement : Navier-Stokes

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

##### Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

#### Poursuivre après cours d'aéroacoustique

Nature des sources : cohérent/incohérent, étendues/ponctuelles ? Hypothèses sur les sources : ondes planes/sphériques, par ex.

Fonctions de Green en écoulement

Spécificité de l'imagerie en écoulement turbulent

Correction de l'écoulement : modèle d'Amiet ou modèle de Koop Étude de la correction à appliquer pour l'écoulement en beamforming : thèse Haddad.

Source dipolaire/monopolaire : influence sur la méthode ?

Nature du bruit de fond ?

## 1.4. Prise en compte des réflexions dans la soufflerie et sur le jet ?

## 1.5. Aspects expérimentaux

Pour obtenir une représentation spatiale d'un champ stationnaire, les mesures peuvent être réalisées de plusieurs manières. Le ou les capteurs peuvent être déplacés dans l'espace pas à pas ou continûment ([Comesaña et al. \(2013\)](#) pour un exemple de scan manuel, la position du capteur étant enregistrée par une vidéo) . Les mesures peuvent aussi être réalisées simultanément, moyennant l'utilisation d'une antenne fixe et d'une éventuelle carte d'acquisition multivoies. Pour caractériser un champ instationnaire à un instant donné, seules les mesures simultanées peuvent être réalisées.

### Antenne

différence entre antenne linéaire et antenne plane et antenne 3D.

acquisition(antenne, micro, accéléro, MEMS)/excitation (nature des sources)

ref sur l'influence de la position des micros

Algo de détection du nombre de sources, notamment pour séparer les sous-espaces bruit/signal ?

## II. MÉTHODES DE FORMATION DE VOIES

### 2.1. Formulation du problème

La formulation du problème direct lie le vecteur des pressions  $\mathbf{p}$  mesurées aux  $M$  points de mesure et l'intensité des  $N$  sources  $\mathbf{q}$  à l'aide de la matrice de transfert  $\mathbf{G}$  qui représente le modèle de propagation des ondes acoustiques :

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} \quad (4)$$

Le problème d'imagerie est donc de résoudre le problème inverse qui consiste à estimer les sources  $\mathbf{q}$  à partir des données  $\mathbf{p}$  :

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{W}\mathbf{p} \quad (5)$$

Le problème peut aussi être formulé à partir des matrices de densité interspectrale notée

### 2.2. Sommation cohérente de signaux : méthodes de formation de voies

Cette méthode de formation de voies se base sur l'analyse des temps de vol des ondes émises par les sources, dans un milieu dont la propagation est considérée connue. Les retards des signaux sont compensés et sommés pour chaque direction incidente (i.e. point de balayage) possible. La réponse de l'antenne est ainsi maximisée pour l'angle de balayage correspondant à l'angle d'incidence de la source.

L'intensité  $I$  de la réponse de l'antenne à un point de balayage  $\mathbf{r}$  est :

$$I(\mathbf{r}) = \sum_m \alpha_m(\mathbf{r}) s_m(t + \tau_m), \quad (6)$$

où  $s_m$  est le signal temporel enregistré par le capteur  $m$ .  $\tau_m$  est le déphasage égal au temps de vol d'une onde se propageant du point d'observation  $\mathbf{r}$  jusqu'au capteur  $m$  :  $\tau_m = \mathbf{r}_m/c$ , avec  $\mathbf{r}_m$  la distance géométrique du point d'observation  $\mathbf{r}$  à la position du capteur  $m$  et  $c$  la vitesse de groupe du son dans le milieu d'observation.  $\alpha_m$  un terme d'amplitude pouvant contenir une pondération des capteurs ou une correction d'amplitude liée à des pertes, atténuation géométrique, etc. L'intensité est donc maximale quand les signaux retardés sont en phase. Le terme de déphasage peut également compenser un effet Doppler lorsque la source se déplace à une vitesse connue ([Howell et al., 1986](#)), ou encore l'effet d'un écoulement connu sur la propagation de l'onde source.

citatio  
pereira

Cette méthode est très utilisée car elle offre beaucoup de flexibilité sur la position des capteurs et est simple à mettre en œuvre. Cependant, elle offre une résolution fortement dépendante de la géométrie de l'antenne.

référer

inconvenient : quantification difficile car chaque source est estimée comme si elle est la seule. ref prise en compte des réflexions : -ajouter la contribution des sources images au processus de formation de voies. B. A. Fenech, "Accurate aeroacoustic measurements in closed-section hard-walled wind tunnels," Ph.D. dissertation, University of Southampton, June 2009

remarque : en beamforming classique, doubler le nombre de micro améliore le RSB de 3db

## Vecteur de pointage indépendant des données

Le vecteur de pointage correspond au poids attribué à chaque microphone avant de sommer leur réponse. En tous points focal  $i$  du plan de recherche de source, le vecteur de pointage est comparé à la pression mesurée par les microphones. Ainsi, le produit scalaire  $\mathbf{w}_i' \mathbf{p}$  entre le vecteur de pointage  $\mathbf{w}_i$  conjugué transposé (symbole ') et le vecteur des pressions  $\mathbf{p}$  est maximal lorsque les vecteurs sont colinéaires. Le vecteur de pointage est donc associé à un modèle de source. Le modèle de source choisi ici est un ensemble de sources ponctuelles décorréliées. Une source a pour fonction de transfert du point focal  $i$  au microphone  $m$  :

$$h_{im} = \frac{e^{-jkr_{mi}}}{4\pi r_{mi}}. \quad (7)$$

Donc, le vecteur des pression pour une source ponctuelle au point  $i$  d'amplitude  $A_i$  est  $\mathbf{p} = A_i \mathbf{h}_i$ .

La formation de voies peut être vue comme la solution d'un problème d'optimisation : afin d'optimiser le vecteur de pointage, on cherche à minimiser l'écart entre l'amplitude estimée  $\mathbf{w}_i' \mathbf{p}$  et l'amplitude réelle  $A_i$ . Cette fonction coût est défini à partir d'une densité spectrale  $E[\bullet]$  puisque les sources sont des grandeurs aléatoires :

$$J = E[(\mathbf{w}_i' \mathbf{p} - A_i)(\mathbf{w}_i' \mathbf{p} - A_i)^*] \quad (8)$$

$$= \mathbf{w}_i' \mathbf{S}_{pp} \mathbf{w}_i - \mathbf{w}_i' \mathbf{h}_i G_{ii} - \mathbf{h}_i' G_{ii}' \mathbf{w}_i + G_{ii} \quad (9)$$

\* est l'opérateur conjugué,  $\mathbf{S}_{pp} = E[\mathbf{p}\mathbf{p}']$  et  $G_{ii} = E[A_i A_i']$ , soit :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}_i'} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{w}_i = \frac{\mathbf{h}_i}{\mathbf{h}_i' \mathbf{h}_i}. \quad (10)$$

Le vecteur de pointage correspond donc au vecteur des fonctions de transferts normalisé de façon à que l'amplitude  $S_i = \mathbf{w}_i' \mathbf{p}$  soit égale à 1 quand  $\mathbf{p} = \mathbf{h}_i$ .

En présence d'un bruit décorrélié à chaque microphone, on peut montrer que le vecteur de pointage devient :

$$\mathbf{w}_i = \frac{\mathbf{h}_i}{\mathbf{h}_i' \mathbf{h}_i + \gamma}, \quad (11)$$

avec  $\gamma = G_{nn}/G_{ii}$ ,  $G_{nn}$  étant les termes diagonaux de la matrice interspectrale du bruit aux microphones.

## Construction d'un vecteur de pointage à partir des données

Certaines méthodes de localisation n'utilisent pas un modèle de source mais construisent le vecteur de pointage à partir de l'ensemble des covariances des signaux de mesure.

Schmidt (1986) propose de minimiser l'énergie en sortie du processeur tout en conservant une contrainte de normalisation que le vecteur de pointage est dans la direction de la source (méthode dite "à variance minimale") : minimiser  $\mathbf{w}_i' \mathbf{S}_{pp} \mathbf{w}_i$  sous la contrainte  $\mathbf{w}_i' \mathbf{h}_i = 1$ . On résout donc, en utilisant le multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}_i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0 \quad (12)$$

avec la fonction coût :

$$J = \mathbf{w}_i' \mathbf{S}_{pp} \mathbf{w}_i + \lambda(\mathbf{w}_i' \mathbf{h}_i + \mathbf{h}_i' \mathbf{w}_i). \quad (13)$$

La résolution de ces 2 équations permet de construire le vecteur de pointage :

$$\mathbf{w}_i = \frac{\mathbf{S}_{pp}^{-1} \mathbf{h}_i}{\mathbf{h}_i' \mathbf{S}_{pp}^{-1} \mathbf{h}_i}. \quad (14)$$

L'algorithme Multiple Signal Classification (MUSIC, [Schmidt \(1986\)](#)) propose une décomposition en valeurs propres de la matrice interspectrale  $\mathbf{S}_{pp}$  pour la décomposer en 2 sous-espaces, l'un associé au signal et l'autre au bruit, afin de diminuer la contribution énergétique du bruit.

Ces méthodes font l'hypothèse de sources décorréélées et sont sensibles au non-respect de cette hypothèse. Des stratégies peuvent être mises en place pour prendre en compte la cohérence des sources (Jiang Y and Stoica P. CAPON beamforming in the presence of steering vector errors and coherent signals. In : Proceedings of the adaptive sensor array processing (ASAP) workshop, Lexington, MA, USA, 11–13 March 2003.). De plus, l'utilisation des signaux de mesure pour construire le vecteur de pointage rend ce méthode sensibles à la qualité de ce mesures. Pour contourner cette limitation, une pondération peut être ajoutée à la diagonale de la matrice interspectrale ([Li et al., 2003](#)).

meilleure résolution

DORT

MUSIC, CAPON, DORT (pas d'hypothèse sur la distance source-antenne, équation d'euler linéarisées invariantes par RT en changeant le sens de l'écoulement moyen (Localisation de source acoustique en soufflerie anéchoïque par deux techniques d'antennerie : formation de voies et retournement temporel numérique par Thomas Padois))

Décomposition en sous-espaces "Orthogonal Beamforming" :

=====

Generalize Inverse Beamforming ?

SAFT, TFM

holographie, séparation de champ ? retournement temporel ? contrainte de parcimonie ?

### III. AJOUT D'UNE ÉTAPE DE DÉCONVOLUTION

La distribution de sources obtenue par une méthode d'imagerie peut être vue comme la convolution entre la distribution de sources et la fonction d'étalement du point (PSF : point spread function). La PSF est comparable à une réponse impulsionnelle du système d'imagerie. En formation de voies, la PSF est souvent connue (Measurement of Phased Array Point Spread Functions for use with Beamforming) : elle est composée d'un lobe principal et de lobes secondaires.

Ces lobes diminuent notamment le pouvoir de séparation des sources, surtout à basse fréquence ou si les sources sont proches ou multipolaires. Si la PSF est connue, on peut, en principe, déconvoluer la distribution de source calculée afin de réduire l'intrusion des lobes secondaires.

On distingue 2 types de lobes secondaires :

- ceux générés par la forme générale de l'antenne (le fait qu'elle soit d'une surface finie) : peuvent être corrigés en appliquant une fenêtre d'appodisation diminuant la sensibilité des microphones situés sur les bords de l'antenne.
- ceux liés à l'espacement entre les microphones

La PSF des méthodes inverses est plus difficile à estimer car elle dépend des données de mesure. C'est pourquoi les méthodes de déconvolution y sont moins appliquées.

**DAMAS** [Brooks and Humphreys \(2006\)](#) (deconvolution approach for the mapping of acoustic sources)

**Spectral Estimation Model** Correction de différence entre deux matrices de covariance minimisée avec un gradient conjugué (D. Blacodon, G. Elias, Level estimation of extended acoustic sources using an array of microphones, American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper 2003-3199, 2003)  
Contrainte de positivité sur la solution de source difficile à appliquer ?

**CLEAN** [Dougherty and Stoker \(1998\)](#) présente 3 façons de réduire les lobes secondaires liés au positionnement des microphones sur l'antenne :

- CSM weighting : réduire le poids des termes de la CSM (cross-spectral matrix) correspondant aux paires de microphones dont l'espacement fait qu'ils apportent une information redondante (par exemple 2 microphones sur la même branche d'une antenne en croix)
- robust adaptative beamforming = minimum variance algorithm = CAPON
- CLEAN algorithm.

De ces trois méthodes, CLEAN ressort comme étant la plus efficace

Hypothèse sur l'algo CLEAN : le vecteur source est parcimonieux : le champ source recherché est constitué de points sources. Principe de l'algorithme CLEAN ([Hogbom, 1974](#)) : on extrait la plus grande valeur du champ source issu du beamforming, on la note comme un point source, on lui retire un petit gain convolué avec la fonction d'étalement, et on réitère jusqu'à ce que la plus grande valeur atteigne un seuil.

Cette méthode est une heuristique (algorithme d'approximation) de type "matching pursuit".

détaillé  
"Matching  
pursuit"

Dans le genre "Matching pursuit", parler aussi de OMP

L'algorithme OMP (Orthogonal matching pursuit)

: DAMAS, CLEAN-SC, TIDY +amélioration par déconvolution , ex :DAMAS, SEM, NNLS

#### IV. LES MÉTHODES INVERSES

En formation de voies, chaque source est considérée indépendamment des autres. La surface contenant les sources potentielles est scannée point par point et l'éventuelle cohérence des sources n'est pas prise en compte. L'approche des méthodes inverses est de traiter le problème dans son ensemble, en recherchant toutes les sources simultanément, prenant ainsi en compte les effets d'interférence entre les sources.

Quid des interactions non-linéaires entre sources ?

Les méthodes varient selon le modèle de source choisi :

- ondes planes propagatives et évanescentes : NAH, SONAH
- radiation BEM
- distribution de monopoles
- harmoniques sphériques.

Résolution d'un problème d'optimisation par méthode globale ou locale  
itératif ou non ?

Holographie en champ proche : quand il est possible d'effectuer des mesures en champ proche, les signaux de mesures sont porteurs de plus d'information, notamment les ondes évanescentes.

##### Globale

On parcourt l'espace des solutions avec une approche statistique

##### Locale

On part suffisamment proche du minimum global. Gradient+Hessien permettent d'estimer la plus forte pente. Gradient, gradient conjugué, Newton, Gauss-Newton, quasi-Newton,...

Reconstruction pixellisée des paramètres ou déformation de contour.



## 4.1. Holographie en champ proche

L'holographie en champ proche propose d'exploiter des mesures réalisées à proximité des sources pour en reconstruire une image. Cette méthode tire profit de la mesure des ondes évanescentes, exponentiellement décroissantes avec la distance, qui viennent s'ajouter aux ondes propagatives [Maynard et al. \(1985\)](#).

Le champ de pression mesuré est d'abord décomposé dans le domaine des nombres d'ondes par une transformée de Fourier spatiale. A chaque onde est associé un propagateur (i.e. une fonction de transfert supposée connue) qui, inversé, permet de rétropropager le champ mesuré et ainsi reconstruire le champ source. Avant rétropropagation, un filtre sur les nombres d'ondes est appliqué de manière à sélectionner les nombres d'ondes d'intérêt : il est nécessaire de trouver un compromis permettant de conserver suffisamment d'ondes évanescentes (porteuses d'informations) tout en limitant l'amplification du bruit. La mesure à proximité permet ainsi d'obtenir une résolution supérieure à la demi-longueur d'onde.

+ en espace clos

+ antenne double couche

## 4.2. Méthodes par mise à jour successive d'un modèle

L'idée est de minimiser l'écart entre les signaux mesurés et ceux calculés à partir d'un modèle.

The polar correlation technique : JET ENGINE NOISE SOURCE LOCATION : THE POLAR CORRELATION TECHNIQUE M. J. FISHER

Noise source modelling and identification procedure

### Choix de la fonction coût

Il existe trois principales approches pour poser le problème d'optimisation et en définir une fonction objectif<sup>2</sup> :

- le **maximum de vraisemblance**, pour lequel on cherche la solution

$$\mathbf{q}_{ML} = \arg \max_{\mathbf{q}} [\mathbf{p}|\mathbf{q}] = \arg \min_{\mathbf{q}} f_{data}, \quad (15)$$

avec

$$f_{data} = -\log[\mathbf{p}|\mathbf{q}] + \text{cst} \quad (16)$$

$$= [\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}]' \mathbf{C}_{p|\mathbf{q}}^{-1} [\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}] \quad (17)$$

en considérant que  $[\mathbf{p}|\mathbf{q}]$  a une répartition gaussienne, de covariance  $\mathbf{C}_{p|\mathbf{q}}$ . L'estimateur obtenu est le même que celui donné par la méthode des moindres carrés.

- le **maximum a posteriori** (MAP), qui cherche à maximiser la densité des sources a posteriori :

$$\mathbf{q}_{MAP} = \arg \max_{\mathbf{q}} [\mathbf{q}|\mathbf{p}] \quad (18)$$

$$= \arg \max_{\mathbf{q}} ([\mathbf{p}|\mathbf{q}][\mathbf{q}]) \quad (19)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{q}} \underbrace{(-\log[\mathbf{p}|\mathbf{q}])}_{f_{data}} \underbrace{-\log[\mathbf{q}]}_{f_{prior}} \quad (20)$$

La méthode MAP propose donc d'ajouter à au maximum de vraisemblance un terme de régularisation donné par  $f_{prior}$ . Considérant que les sources ont une densité de probabilité gaussienne, le terme de régularisation s'écrit :

$$f_{prior} = (\mathbf{q} - \bar{\mathbf{q}})' \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{q}}}^{-1} (\mathbf{q} - \bar{\mathbf{q}}) \quad (21)$$

2. détails des calculs dans le cours de E. Thiébaud et C. Pichon : <https://cral.univ-lyon1.fr/labo/perso/eric.thiebaud/downloads/documents/cargese-2006-thiebaud.pdf>

- le **minimum de variance**<sup>3</sup>, dont le critère est de minimiser l'espérance de l'erreur quadratique :

$$\mathbf{q}_{MV} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{q}}} \mathbb{E}\{\|\mathbf{q} - \tilde{\mathbf{q}}\|^2\} \quad (22)$$

Cette solution généralise le filtre de Wiener et est la même que la solution MAP.

En faisant une analyse de la propagation des erreurs pour chaque méthode, on peut montrer que le maximum de vraisemblance en propage davantage.

En résumé, les méthodes inverses utilisées principalement sont de 2 sortes : 1) les méthodes basées sur la transformée de Fourier (holographie,...) ; 2) Les méthodes "model based". En pratiques, ces méthodes sont très proches (ce que montrent

//sources équivalentes (ESM)

## Les méthodes de régularisation

nelson part2 compare deux méthodes de régularisation : 1) il explique comment choisir un paramètre de Tikhonov ; 2) il explique comment choisir les valeurs de la SVD à supprimer.

Beaucoup se sont penchés sur le problème du choix de  $\mu$ . nelson part2 compare les différentes façon de déterminer  $\mu$  en comparant l'erreur entre le champ source désiré et celui reconstruit, ainsi que l'erreur entre l'interspectre reconstruit et le vrai interspectre (les  $S_{qq}$ ). Les méthodes comparées sont :

-cross-validation technique : augmentation and a method for prediction

-generalize cross-validation technique :

Les problèmes inverses de localisation de sources acoustiques sont souvent mal posés car le nombre de sources est supérieur au nombre de capteur. Il est alors nécessaire de mettre en place des stratégies qui améliorent le conditionnement du problème. page 11 thèse thibaut le magueresse

Régularisation de Tikhonov (ref : Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method) : La stratégie la plus souvent adoptée est la régularisation de Thikonov qui consiste à rajouter un terme de contrôle dans la fonction coût (équivalent à un contrôle de l'énergie de la solution). Cette dernière prend alors la forme suivante :

$$\|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|^2 + \mu^2 \|\mathbf{q}\|^2 \quad (23)$$

où  $\|\bullet\|$  est la norme euclidienne et  $\mu^2$  est le paramètre de régularisation, choisi judicieusement de façon à favoriser les solutions de petite norme.

La difficulté de cette régularisation réside dans le choix de  $\mu$ . Ce paramètre peut être déterminé par des procédures ad-hoc qui telle que :

-discrepancy principle

-cross-validation (méthode de la validation croisée généralisée)

-L-curve method : -(restricted) maximum likelihood : differentiation procedures for non-exact data

-unbiased predictive risk estimator

-interprétation bayésienne (Pereira et al., 2015)

- méthode utilisant le principe d'anomalie de Morozov

## Optimisation parcimonieuse

L'objectif d'une approche parcimonieuse est d'obtenir une solution approchée du problème avec le moins de composantes non nulles possible. On minimise alors à la fois l'écart entre les données mesurées et simulées, ainsi que la "norme"  $L_0$  qui donne la parcimonie d'un vecteur  $\mathbf{x}$  telle que :  $\|\mathbf{x}\|_0 := \#\{i | x_i \neq 0\}$ . Le problème d'optimisation devient alors bi-objectif :

$$\min_{\mathbf{q}} (\|\mathbf{q}\|_0, \|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|^2) \quad (24)$$

---

3. minimum mean square error

Deux approches sont généralement utilisées pour résoudre ce type de problème : l'utilisation d'algorithmes gloutons (OMP, OLS, ...) qui construisent l'approximation parcimonieuse itérativement ou la relaxation de la norme  $L_0$  par une norme  $L_p$  permettant de rendre l'objectif convexe.

Dans notre cas, on considère une distribution parcimonieuse des sources dans l'espace. Afin de réduire le caractère sous-déterminé du problème, il est nécessaire d'exploiter toutes les connaissances a priori sur la nature et la répartition des sources. Il est par exemple possible de prendre en compte leur parcimonie spatiale. Cette propriété de parcimonie sert notamment à compenser le rayonnement omnidirectionnel des sources qui n'est pas mesuré et qui engendre une sous-estimation du niveau des sources.

La parcimonie est donnée par la norme  $L_0$  du champ source (qui donne alors le nombre de valeurs non-nulles de  $\mathbf{G}\mathbf{q}$ ). Un formalisme bayésien permet de prendre en compte cette parcimonie en définissant une densité de probabilité des sources  $[\mathbf{p}]$ . Une loi gaussienne peut par exemple être choisie telle que :

$$[\mathbf{p}] \propto \exp \left( \frac{\sum_i |q_i|^p}{2\gamma^2} \right) \quad (25)$$

avec  $i$  le  $i^{\text{ème}}$  élément de  $\mathbf{q}$ . La parcimonie est prise en compte par une relaxation de la norme  $L_0$  par une norme  $L_p$ , avec  $p$  un paramètre prenant une valeur entre 0 et 2.  $p = 0$  correspond à une distribution parcimonieuse, tandis que plus  $p$  tend vers 2, plus la distribution spatiale des source est étendue.

Minimisation :

$$\|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|^2 + \mu^2 \sum_i |q_i|^p \quad (26)$$

Cette équation peut être minimisée de différentes manières :  $L_0$ , dur à résoudre : iterative thresholding algorithm for linear inverse pb with sparsity, daubechies 2004 ; LASSO pour la version norme  $L_1$ , DAMAS with sparsity constraint (SC-DAMAS) ;  $L_2$  revient à la régularisation de Tikhonov.

tronquer le sous-espace bruit (i.e les petites valeurs singulières après svd, mais à quel seuil ?)

## V. APPROCHE BAYÉSIENNE

Rappel des estimation de sources et du paramètre de régularisation proposés par Antoni 2012.

Le problème peut être formulée à l'aide d'une approche probabiliste. Les inconnues du problème sont décrites par une densité de probabilité. L'objectif de cette approche est double : *i*) développer un formalisme généralisant les diverses méthodes développées pour chaque contexte d'imagerie ; *ii*) prendre en compte au mieux les informations connues à l'avance sur les sources, même si elles sont incertaines puisque données par une densité de probabilité. Ce deuxième point est mis en œuvre par l'utilisation d'une régularisation.

la probabilité est la traduction d'un état de connaissance du système.

Principe général des probabilités bayésiennes : on choisit une distribution a priori décrivant la fonction à modéliser  $[\mathbf{q}]$ . Cette distribution est corrigée progressivement sous forme de fonction de vraisemblance à partir des observations  $[\mathbf{p}|\mathbf{q}]$ . Prises ensemble, la distribution a priori et la fonction de vraisemblance permettent de construire la distribution a posteriori :  $[\mathbf{q}|\mathbf{p}] = [\mathbf{p}|\mathbf{q}][\mathbf{q}]/[\mathbf{p}]$ .

### 5.1. Formulation probabiliste du problème direct

Le problème direct revient à exprimer la pression  $\mathbf{p}$  au niveau de l'antenne de microphones en fonction du champ source  $\mathbf{q}$ , du modèle de propagation acoustique  $\mathbf{G}$ , du bruit de mesure et des erreurs de modèle représentés par le vecteur  $\mathbf{n}$  :

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} + \mathbf{n} \quad (27)$$

Le champ source  $q(\mathbf{r})$  peut être décomposé sur une base de  $K$  fonctions spatiales  $\phi_k(\mathbf{r})$  normalisées :

$$q(\mathbf{r}) = \mathbf{c} \cdot \boldsymbol{\phi} \quad (28)$$

Les inconnues du problèmes sont donc les fonctions  $\phi_k$ , les coefficients  $c_k$  qui dépendent des mesures et leur nombre  $K$ .

L'approche bayésienne propose de voir ces coefficients comme des variables aléatoires et d'étudier leur probabilité conditionnée aux mesures  $[q(\mathbf{c}, \phi)|\mathbf{p}]$ . Si cette probabilité est élevée, ça signifie que les mesures expliquent précisément le champ source  $q$ . L'objectif est donc d'estimer ces variables de façon à ce qu'elles expliquent au mieux les mesures  $\mathbf{p}$ . Ces estimations de  $\phi$  et de  $\mathbf{c}$  sont notées respectivement  $\hat{\phi}$  et  $\hat{\mathbf{c}}$  telles que :

$$(\hat{\mathbf{c}}, \hat{\phi}) = \text{Argmax}[q(\mathbf{c}, \phi)|\mathbf{p}] \quad (29)$$

La loi de Bayes permet d'exprimer  $[q(\mathbf{c}, \phi)|\mathbf{p}]$  ainsi :

$$[q(\mathbf{c}, \phi)|\mathbf{p}] = \frac{[\mathbf{p}|q(\mathbf{c}, \phi)][q(\mathbf{c}, \phi)]}{[\mathbf{p}]} \quad (30)$$

On estime d'abord que le bruit  $\mathbf{n}$  a une distribution gaussienne, et que sa moyenne est nulle ( $\mathbb{E}\{\mathbf{n}\} = 0$ ) et par conséquent<sup>4</sup>,  $[\mathbf{p}|q]$  suit également une distribution normale multivariée complexe. En introduisant la matrice de covariance  $\mathbb{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^*\} = \beta^2 \mathbf{\Omega}_N$  ( $\beta^2$  étant l'énergie moyenne du bruit,  $\mathbf{\Omega}_N$  matrice connue a priori selon la nature du bruit) :

$$[\mathbf{p}|q, \beta^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{G}\mathbf{q}, \beta^2 \mathbf{\Omega}_N) = \frac{1}{\pi^M \beta^{2M} |\mathbf{\Omega}_N|} \exp\left(-\frac{1}{\beta^2} \|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_{\mathbf{\Omega}_N}^2\right) \quad (31)$$

Une distribution gaussienne est également choisie pour la densité de probabilité des sources, de moyenne nulle et de variance  $\mathbb{E}\{\mathbf{q}\mathbf{q}'\} = \alpha^2 \mathbf{\Omega}_q$  :

$$[\mathbf{q}|\alpha^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \mathbf{\Omega}_q) = \frac{1}{\pi^K \alpha^{2K} |\mathbf{\Omega}_q|} \exp\left(-\frac{1}{\alpha^2} \|\mathbf{q}\|_{\mathbf{\Omega}_q}^2\right) \quad (32)$$

$\alpha^2$  et  $\beta^2$  sont appelés les hyperparamètres.

Notes :

vraisemblance : adéquation entre une distribution observée (sur échantillon) et la loi de proba qui décrit la population dont est issu l'échantillon  
fonction de vraisemblance : la vraisemblance varie en fonction des paramètres de la loi choisie. Paramètre s'appelle généralement  $\theta$ . Sert donc à ajuster des observations à une loi.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Bayesian\\_interpretation\\_of\\_kernel\\_regularization](https://en.wikipedia.org/wiki/Bayesian_interpretation_of_kernel_regularization) :

Dans le contexte de régression, la fonction de vraisemblance (

$$p|q$$

) sont souvent supposé suivre une distribution gaussienne, car "corrompues" par du bruit gaussien. Les observations sont supposées indépendantes et identiquement distribuées, ce qui fait qu'il est possible de factoriser la fonction de vraisemblance sur chaque point de mesure.

4. Modèle direct :  $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} + \mathbf{n}$  ; bruit centré :  $\langle \mathbf{n} \rangle = \langle \mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q} \rangle = 0$  ; la covariance du bruit est la covariance des mesures étant données les sources :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_n &= \mathbb{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^*\} \\ &= \mathbb{E}\{(\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q})(\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q})^*\} \\ &= \mathbf{C}_{\mathbf{p}|q} \end{aligned}$$

## 5.2. Estimation des hyperparamètres et des sources

### Estimateur MAP

La résolution du problème inverse se fait donc par l'estimation de la probabilité  $[q|\mathbf{p}, \alpha^2, \beta^2]$ . Le vecteur  $\mathbf{q}$  est ainsi approché en observant sa valeur la plus probable d'après les données, le "Maximum a posteriori" (MAP) :

$$\tilde{\mathbf{q}}_{MAP} = \text{Argmax}([q|\mathbf{p}, \alpha^2, \beta^2]) \quad (33)$$

$$= \text{Argmax}([\mathbf{p}|\mathbf{q}][q]) \quad \text{d'après 30} \quad (34)$$

$$= \quad (35)$$

En prenant le logarithme négatif de la quantité à maximiser, on peut définir une fonction coût à minimiser :

$$J(\mathbf{c}, \phi) = -\ln[q|\mathbf{p}] = -\ln[\mathbf{p}|q] - \ln[q] + \ln[\mathbf{p}] \quad (36)$$

D'après les lois normales choisies,

$$J = M \ln(\beta^2) + K \ln(\alpha^2) + \beta^{-2} \|\mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{c}\|_{\Omega_n}^2 + \alpha^{-2} \|\mathbf{q}\|_{\Omega_c}^2 \quad (37)$$

revoir les notations ci-dessus

Finalement, on ne conservant que les termes qui dépendent de  $\mathbf{c}$ , on retrouve la formulation des moindres carrés :

$$J = (\mathbf{p}' - \mathbf{c}\mathbf{H})\Omega_n^{-1}(\mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{c}) + \nu^2 \mathbf{c}'\Omega^{-1}\mathbf{c} \quad (38)$$

avec pour terme de régularisation  $\nu = \beta^2/\alpha^2$ .

### MCMC

algo utilisé par Charles : Metropolis-Hasting

## 5.3. Confiance accordée à la reconstruction

## RÉFÉRENCES

- J. Billingsley and R. Kinns. The acoustic telescope. *Journal of Sound and Vibration*, 48(4) :485 – 510, 1976.
- T. F. Brooks and W. M. Humphreys. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (damas) determined from phased microphone arrays. *Journal of Sound and Vibration*, 294(4) :856 – 879, 2006.
- D. F. Comesaña, S. Steltenpool, G. C. Pousa, H.-E. de Bree, and K. R. Holland. Scan and paint : Theory and practice of a sound field visualization method. *ISRN Mechanical Engineering*, 2013(ID 241958), 2013.
- R. P. Dougherty and R. W. Stoker. Sidelobe suppression for phased array aeroacoustic measurements. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Paper 98-2242, 1998.
- J. A Hogbom. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 15 :417–426, 1974.
- G.P. Howell, A.J. Bradley, M.A. McCormick, and J.D. Brown. De-dopplerization and acoustic imaging of aircraft flyover noise measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 105(1) :151 – 167, 1986.
- J. Li, P. Stoica, and Z. Wang. On robust capon beamforming and diagonal loading. *Trans. Sig. Proc.*, 51(7) : 1702–1715, 2003.
- J. D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4) :1395–1413, 1985.
- Antonio Pereira, Jérôme Antoni, and Q Leclere. Empirical bayesian regularization of the inverse acoustic problem. *Applied Acoustics*, 97 :11–29, 2015.
- R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, AP-34(3) : p. 276–280, 1986.
- M. J. T. Smith. *Aircraft noise*. Cambridge University Press, 1989.