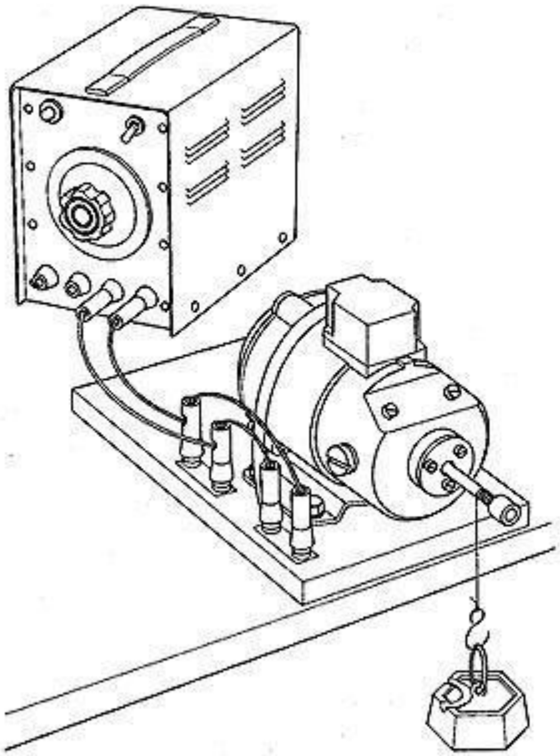
KONTROL SİSTEMLERİ

Bir sistemi "***kontrol*** " etmek, herhangi bir insan müdahalesi olmaksızın, o sistemin çevresel şartlar ne olursa olsun önceden belirlenmiş bir takım performans kriterlerini yerine getirecek şekilde çalışmasını sağlamak demektir.

Örneğin şekildeki gibi vinç motoru olarak kullanılan bir elektrik motorunun hızının **kontrol** edildiğini düşünelim. Bu motorun hızının kontrol edilmesi demek, kaldırdığı cismin çok hafif olması durumunda da, çok ağır olması durumunda da cismi aynı hızla kaldırması demektir.

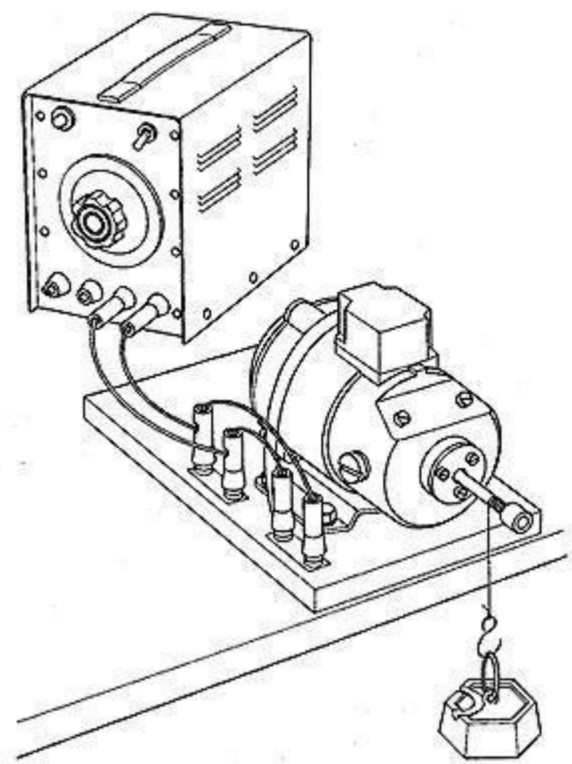


Herhangi bir anda motorun milinde çok büyük bir yük olabilir. Bu da motorun hızında bir düşüşe neden olabilir. Böyle anlarda kontrol sistemi, motora uygulanan gerilimi artırarak motorun hızını artırır ve yeniden arzu edilen değere (örneğin 1500 devir/dakika) getirir. Bu örnekte;

Kontrol Edilen Sistem : Motor

Kontrol Giriş Değişkeni : Uygulanan Gerilim

Kontrol Çıkış Değişkeni : Motorun Hızıdır.



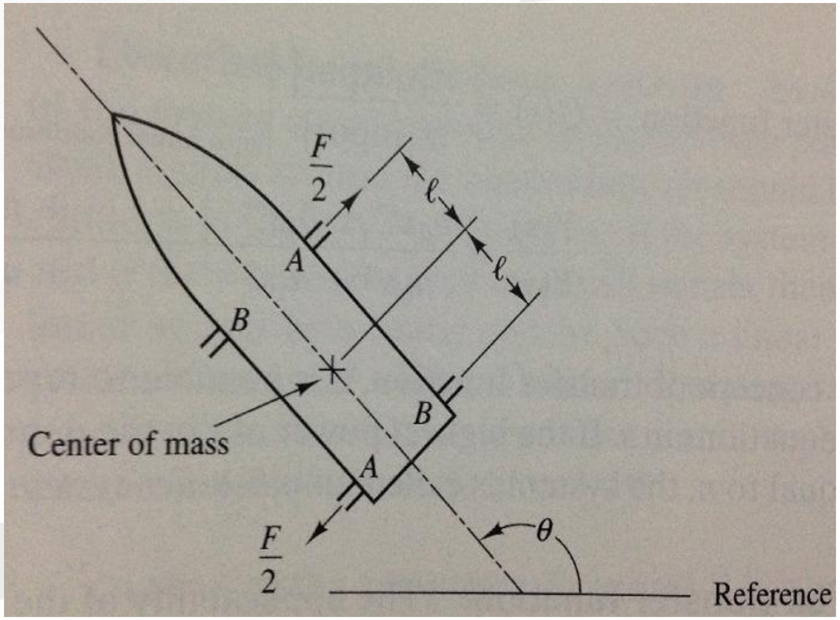
Esasen bu tanım ve örnek, doğrudan "Otomatik Kontrol" kavramının tanımıdır. Yani kontrol sistemi, motorun hızını (insan etkisi olmadan) otomatik olarak ayarlar.

Şimdi de şekildeki gibi bir uydunun pozisyonunun kontrol edildiğini düşünelim. Uzaya fırlatılan bir uydunun, yerdeki bir referans noktası ile belirli bir açı yapacak konumda olması istenir (örneğin θ=45°). Eğer herhangi bir harici etki sebebiyle uydu hareket eder ve açı 45 dereceden farklı bir değer alırsa, kontrol sistemi uyduya uygulanan momenti (tork - T) ayarlayarak, uydunun yeniden referans noktası ile aynı açıyı yapmasını sağlar. Bu örnekte;

Kontrol Edilen Sistem : Uydu

Kontrol Giriş Değişkeni : Uygulanan Tork

Kontrol Çıkış Değişkeni Pozisyon.



Bu örneklerden de anlayacağımız üzere, bir kontrol sisteminde en temel ögeler, şu şekilde ifade edilebilir.

- Kontrol Edilen Sistem
- Kontrol Girişi (Giriş Değişkeni)
- Kontrol Çıkışı (Çıkış Değişkeni)

Bu ögeler, blok diyagram şeklinde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

Kontrol sistemlerine örnekler vermeye devam edelim. Yeni nesil otomobillerdeki “Cruise Control – Hız Sabitleme” fonksiyonu, kontrol sistemlerine ilişkin çok iyi bir örnektir. Sürücü, otomobil belirli bir hızda iken (örneğin 90 km/saat) hız sabitleme düğmesine basar ve bu andan itibaren otomobil yokuş da çıksa, düz yolda da gitse, yokuş da inse, aşırı rüzgara da maruz kalsa (yani çevresel şartlar ne olursa olsun), sürekli 90 km/saat hızla gider. Sürücü ise hız ayarlamaya ilişkin hiçbir şey yapmaz, otomobildeki hız kontrol sistemi, otomobilin hızını sürücünün istediği değerde otomatik olarak tutar.

Oda sıcaklığını ayarladığımız değerde sabit tutan klimalar da kontrol sistemleri açıklamak için oldukça kullanışlı bir örnektir. Oda sıcaklığı kullanıcı tarafından kumanda ile örneğin 22 dereceye sabitlenir ve bu andan itibaren dışarıdaki hava soğuk da olsa sıcak da olsa, temiz hava gelmesi için cam da açılsa her türlü çevresel şartlarda klimanın içindeki kontrol sistemi, oda sıcaklığını 22 derecede tutar.

Esasen tabiatta çok sayıda “doğal” kontrol sistemi de vardır. Örneğin insan vücudundaki pankreas bir doğal kontrol sistemidir. Zira insan kanındaki şeker konsantrasyonu artınca pankreas insulin salgılayarak bu fazla şekeri ısı ve enerjiye dönüştürür ve kandaki şeker konsantrasyonunu normal değerine getirir. Kandaki şeker azalınca da bunu tekrar normal değerine getirir. Bütün bunları otomatik olarak yapar.

Bir sistemi kontrol etmek için, önce o sistemin matematiksel modelinin ortaya konulması gerekir. Tabiattaki tüm dinamik sistemler ***Diferansiyel Denklemler*** ile modellenir. Daha sonra bu diferansiyel denklem modeli, kontrolör tasarımı için çok daha kullanışlı bir forma dönüştürülür. Bu dönüşüm için iki yaklaşım söz konusudur:

1. Frekans Domeni Yaklaşımı (Klasik Yaklaşım): Sistemi modelleyen diferansiyel denklem, "***Laplace Dönüşümü***" yoluyla frekans domeninde ifade edilir.
2. Zaman Domeni Yaklaşımı (Modern Yaklaşım): Sistemi modelleyen diferansiyel denklem, "***Durum-Uzay Dönüşümü***" yoluyla zaman domeninde ifade edilir.

Şimdi sırasıyla Diferansiyel Denklemler, Laplace Dönüşümü ve Durum Uzay Dönüşümünden bahsedelim.

Diferansiyel Denklemler

Tanım: $y=f(x)$ şeklinde bilinmeyen bir fonksiyon ve onun çeşitli mertebelerden türevlerini içeren denklemlere Diferansiyel Denklemler denir.

Diferansiyel denklemler genel olarak,

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \ldots\ldots\ldots\ldots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0$$

Burada ***y*** değişkeni, ***x***'e bağlı olarak değerler aldığı için "**bağımlı değişken**" olarak adlandırılır. ***x*** değişkeni ise rastgele değer alabildiği için"**bağımsız değişken**" olarak adlandırılır.

Mertebe: Bir diferansiyel denklemin mertebesi, o denklemdeki en yüksek türevin mertebesidir.

Örneğin $\frac{d^2y}{dx^2} + \square \frac{dy}{dx}$ diferansiyel denkleminde;

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Denklemin mertebesi: 2.

Örneğin $\frac{dx}{dt} = (xt)^5$

difer ansiy el denkleminde;

Bağımsız değişken: t
Bağımlı değişken: x
Denklemin mertebesi: 1.

Derece: Bir diferansiyel denklemin derecesi, o denklemdeki en yüksek mertebeden türevin üssüdür.

Örneğin $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^3 + 4\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 - \frac{x}{2} = 0$ diferansiyel denkleminde;

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Denklemin mertebesi: 4
Denklemin derecesi: 3.

Bir Diferansiyel Denklemin Çözümü: Bir diferansiyel denklemin çözümü, o denklemi sağlayan bir fonksiyondur.

Örne ğin $y(x) = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x$ fonksiyonunun, $\ddot{y} + 9y = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü olup olmadığına bakalım (burada c_1 ve c_2 sabit sayılardır);

$$y(x) = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x \quad \Rightarrow \quad \dot{y}(x) = -3c_1 \cos 3x - 3c_2 \sin 3x$$

$$\Rightarrow \ddot{y}(x) = -9c_1 \sin 3x - 9c_2 \cos 3x$$

$\ddot{y}(x)$için elde ettiğimiz bu ifadeyi ve $y(x)$ ifadesini, verilen diferansiyel denklemde yerine koyup, denklemin sağlanıp sağlanmadığına bakalım:

$$\ddot{y} + 9y = 0 \Rightarrow -9c_1 \sin 3x - 9c_2 \cos 3x + 9\left(c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x\right) = 0$$

Denklem sağlandığı için, $y(x) = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x$ fonksiyonu, verilen diferansiyel denklemin bir çözümüdür denir.

diferansiyel

$$y(x) = x^2 \text{ -}1 \Rightarrow \; y(x) = 2x$$

$\dot{y}(x)$için elde ettiğimiz bu ifadeyi ve $y(x)$ ifadesini, verilen diferansiyel denklemde yerine koyup, denklemin sağlanıp sağlanmadığına bakalım:

$$\left(\dot{y}\right)^4 + y^2 = -1 \Rightarrow \left(2x\right)^4 + \left(x^2 - 1\right)^2 \overset{?}{=} -1$$

$$16x^4 + x^4 - 2x^2 + 1 = 17x^4 - 2x^2 + 1 \neq -1$$

Denklem sağlanmadığı için,$y(x) = x^2 - 1$ fonksiyonu, verilen diferansiyel denklemin bir çözümü değildir denir.

Not: Bir diferansiyel denklemi çözmek demek, o denklemi sağlayan fonksiyonu bulmak demektir. Bazı diferansiyel denklemlerin çözümü olmayabilir. Eğer bir çözüm varsa bile, bütün diferansiyel denklemlerin çözümünü bulmak için genel bir yöntem/algoritma henüz geliştirilememiştir. Belli bazı tür denklemler için, o denklem türüne özgü çözüm yöntemleri geliştirilmiştir ve halen de geliştirilmektedir.

Doğrusallık (Lineerlik): Eğer bir diferansiyel denklemde,

1. Bağımlı değişken ve onun tüm türevlerinin üssü 1 ise,
2. Herhangi bir terimde bağımlı değişken ve onun türevlerinin çarpımı yoksa,
3. Herhangi bir terimde, bağımlı değişkenin sinüs fonksiyonu, üstel fonksiyon gibi doğrusal olmayan fonksiyonları yoksa,

bu diferansiyel denklem lineerdir (doğrusaldır) denir. Bu şartlardan herhangi biri sağlanmıyorsa, o diferansiyel denklem nonlineer (doğrusal olmayan) denklemdir.

Ör: Aşağıda verilen diferansiyel denklemlerin bağımsız değişkenini, bağımlı değişkenini, mertebesini, derecesini ve doğrusal olup olmadığını belirtiniz.

1. $$\frac{d^2 y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}=x$$

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Mertebesi: 2
Derecesi: 1
Doğrusallık: 3 şartı da sağlıyor, doğrusal (lineer).

2. $$(\dot{y})^2-y-x=0$$

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Mertebesi: 1
Derecesi: 2
Doğrusallık: İlk terimde bağımlı değişkenin karesi var. Nonlineer.

3. $\ddot{z} - z\dfrac{dz}{dt} + t = 0$

Bağımsız değişken: t
Bağımlı değişken: z
Mertebesi: 2
Derecesi: 1

Doğrusallık: İkinci terimde bağımlı değişkenin ile türevinin çarpımı var. Nonlineer.

4. $\dddot{y} - \sin(y) = \dfrac{1}{x}$

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Mertebesi: 3
Derecesi: 1

Doğrusallık: İkinci terimde bağımlı değişkenin doğrusal olmayan bir fonksiyonu var. Nonlineer.

5. $\dddot{y} - \sin(x) = \dfrac{1}{x}$

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Mertebesi: 3
Derecesi: 1

Doğrusallık: Bağımsız değişkenin nonlineer terimleri, denklemi nonlineer yapmaz. Bu nedenle bu denklem lineerdir.

6. $e^{x}\dfrac{dy}{dx} - y = x^{3}$

Bağımsız değişken: x
Bağımlı değişken: y
Mertebesi: 1
Derecesi: 1
Doğrusallık: Doğrusal

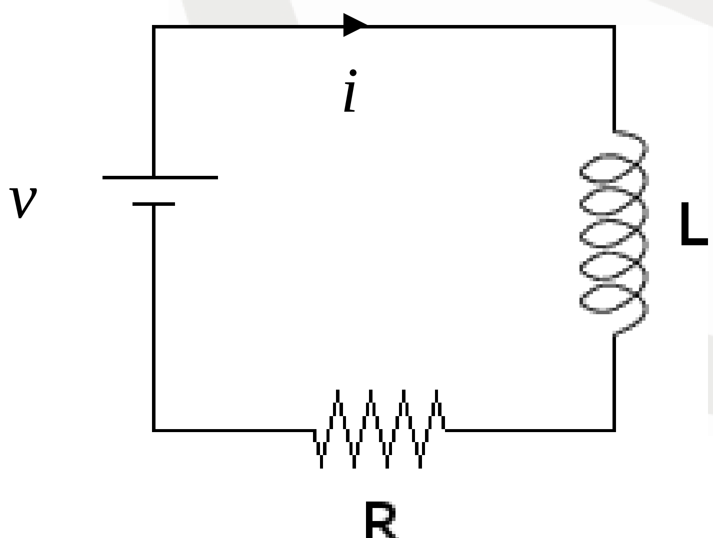
Şimdi sistemlerin diferansiyel denklem modellerine örnekler verelim. Önce şekilde görülen seri RL devresine bakalım. Bu devreyi sistem yaklaşımı içinde incelersek,

Sistem Giriş Değişkeni: Uygulanan gerilim (v)

Sistem Çıkış Değişkeni: Devrede dolaşan akım (i)

olacaktır. Şimdi Kirchhoff'un Gerilimler Yasasını kullanarak devre denklemini yazalım:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = v$$

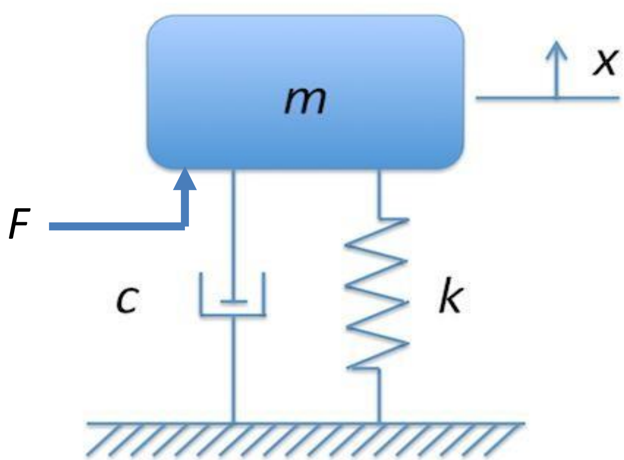


Görüldüğü gibi bu sistemi modelleyen diferansiyel denklemin bağımsız değişkeni t, bağımlı değişkeni i, mertebesi ve derecesi 1 dir. Denklem lineer olduğu için, bu denklem ile modellenen sistem de lineer bir sistemdir.

Başka bir örnek olarak, şekildeki gibi Kütle-Yay-Damper sistemini ele alalım. Esasen bu sistem, otomobillerdeki süspansiyon sisteminin bir modelidir. $\boldsymbol{m}$ kütleli bir otomobil, herhangi bir çukurdan/tümsekten geçtiğinde belli bir $\boldsymbol{F}$ kuvvetine maruz kalır. Bu kuvveti otomobilin içindeki yolcuların daha az hissetmesi için gerilme katsayısı $\boldsymbol{k}$ olan bir yay ve sönümlüme katsayısı $\boldsymbol{c}$ olan bir damper, bu kuvveti söndürmeye çalışırlar. Araba ise düşey eksende $\boldsymbol{x}$ kadaryer değiştirir. Bu sistemde

Sistem Giriş Değişkeni: Uygulanan Kuvvet (F)

Sistem Çıkış Değişkeni: Yer değiştirme (x)

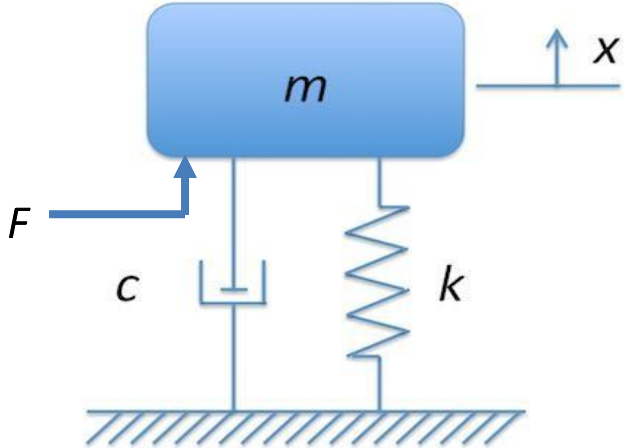


Bu sistemin diferansiyel denklem modelini oluşturalım. Newton'un ikinci kanununa göre;

$$\sum F = ma$$

$$F - c\dot{x} - kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \Rightarrow$$

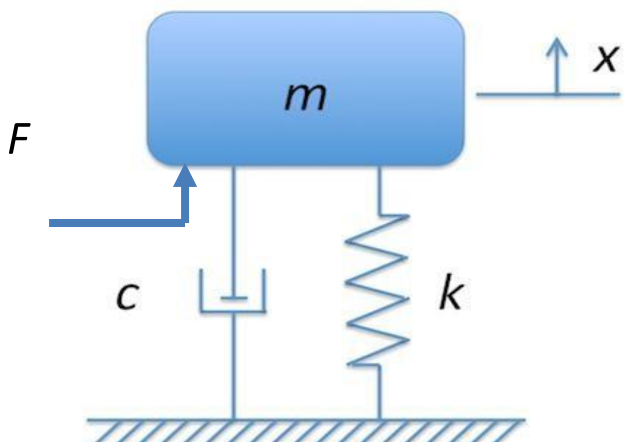
$$\boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = F}$$



Görüldüğü gibi bu sistemi modelleyen diferansiyel denklemin bağımsız değişkeni t, bağımlı değişkeni x, mertebesi 2 ve derecesi 1 dir. Denklem lineer olduğu için, bu denklem ile modellenen sistem de lineer bir sistemdir.

Aslında burada elde ettiğimiz model, belirli kabullerle (varsayımlarla) elde edilen bir modeldir. Yani modeli oluştururken, analizi ve tasarımı zorlaştıracak bir takım unsurlar ihmal edilir. Somut örnek vermek gerekirse, bu Kütle-Yay-Damper sisteminde, hem damperin hem de yayın daha gerçekçi kuvvet denklemleri kullanılırsa, bu sistemin dinamik modeli

$$\boxed{m\ddot{x} + c\dot{x}\left|\dot{x}\right| + k_0 x + k_1 x^3 = F}$$



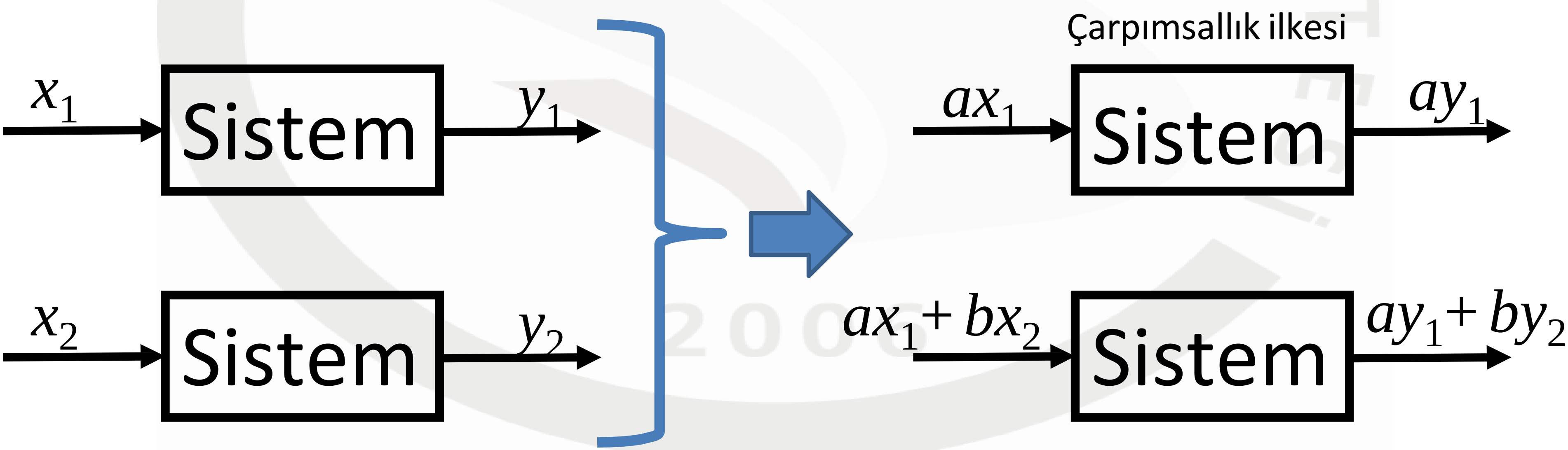
şeklinde olur. Görüldüğü gibi bu sistemi modelleyen daha gerçekçi diferansiyel denklem lineer değil nonlineerdir. Dolayısıyla bu sistem bir doğrusal olmayan (nonlineer) sistemdir.

Daha önce Devre Teorisi dersinde bu konudan kısaca bahsetmiştik ve aslında tabiatta lineer sistem olmadığını, her sistemin belli bir ölçüden sonra nonlineer davranış gösterdiğini, ancak belirli yaklaşım ve ihmallerle doğrusal olmayan bazı sistemlerin, doğrusal bir sistem gibi modellenebileceğini ve böylelikle sistemin analizinin kolaylaşacağını söylemiştik.

Şimdi bir sistemin doğrusal olup olmadığını nasıl test ettiğimizi hatırlayalım:

Süperpozisyon Teoremi

Süperpozisyon **prensibi**, bir sistemin lineer (doğrusal) olup olmadığını test etmek için kullanılır. Öncelikle süperpozisyon prensibinden başlayalım: Herhangi bir sisteme x_1 girişi uygulandığında sistemin tepkisi (çıkış) y_1, farklı bir x_2 girişi uygulandığında ise sistem çıkışı y_2 olsun. $a,b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, sisteme ax_1 girişi uygulandığında sistem çıkışı ay_1, ve sisteme ax_1+bx_2 girişi uygulandığında sistem çıkışı ay_1+by_2 oluyorsa, bu sistem lineerdir denir.



Toplamsallık ilkesi

Süperpozisyon prensibine uyan sistemler lineer sistemlerdir. Ancak pratikte tabiatta lineer sistem yoktur! Mekanik, elektriksel, biyolojik, sosyal, kültürel vs. bütün sistemler gerçekte lineer olmayan (nonlinear) sistemlerdir. Lineer sistemler, tabiattaki gerçek sistemlerin analizinin daha kolay yapılabilmesi için üretilmiş teorik modellerdir. Zira lineer sistemlerin analizi oldukça basittir ve günümüze kadar lineer sistemlerin analizi ve tasarımı için çok sayıda güçlü ve kullanışlı yöntem geliştirilmiştir. Lineer olmayan sistemlerin analizi ve tasarımı ise görece daha zordur. Günümüzde hala lineer olmayan sistemlerin analizi ve tasarımı için güçlü, kullanışlı, sihirli yöntemler geliştirilememiştir.
Herhangi bir sistemin lineer ya da lineer olmayan modellerden hangisi seçilerek ele alınacağı, tasarımcının vermesi gereken önemli bir karardır. Kimi basit sistemlerde, sistem modelinin lineer olmayan kısmının ihmal edilmesi çok fazla bir hataya sebep olmaz. Ancak daha karmaşık sistemlerde (örneğin bir hava taşıtı) sistem modelinin doğrusal olmayan kısımlarının ihmal edilmesi ya da analitik/nümerik/istatistik yöntemlerle sistem modelinin lineerleştirilmesi, uçağın okyanusa çakılmasına neden olur ki tarihte örnekleri vardır. Bütün bu açıklamalardan, lineer sistem modellerinin ve lineer analiz yöntemlerinin işe yaramaz olduğu sonucu çıkmaz!

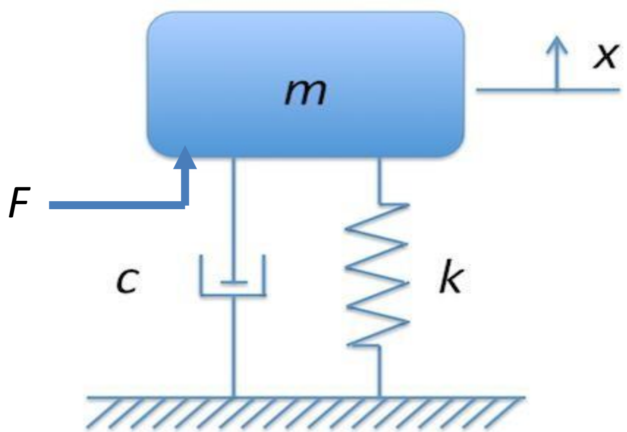
Daha önce bir sistemi kontrol etmek için, önce o sistemin matematiksel modelinin ortaya konulması gerektiğini, tabiattaki tüm dinamik sistemlerin ***Diferansiyel Denklemler*** ile modellendiğini, sonra bu diferansiyel denklem modelinin, kontrolör tasarımı için çok daha kullanışlı bir forma dönüştürüldüğünü söylemiştik. Bu dönüşüm için iki yaklaşım sözkonusudur:

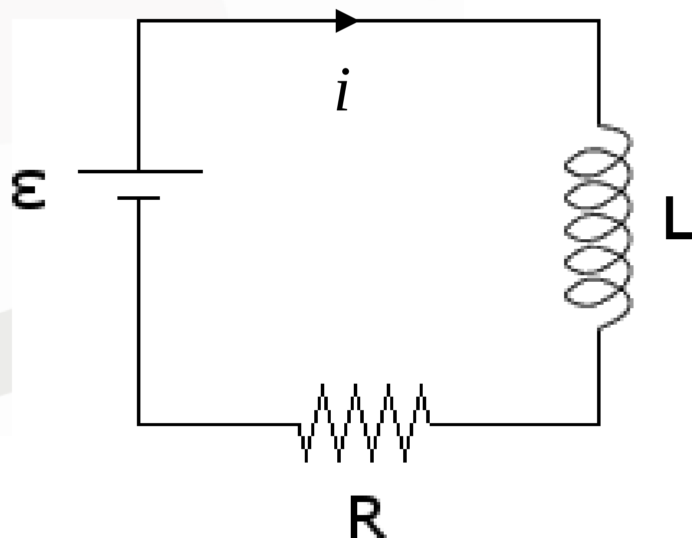
1. <u>Frekans Domeni Yaklaşımı</u> (Klasik Yaklaşım): Sistemi modelleyen diferansiyel denklem, "***Laplace Dönüşümü***" yoluyla frekans domeninde ifade edilir. Bu yaklaşım sadece doğrusal sistemlere uygulanabilir.
2. <u>Zaman Domeni Yaklaşımı</u> (Modern Yaklaşım): Sistemi modelleyen diferansiyel denklem, "***Durum-Uzay Dönüşümü***" yoluyla zaman domeninde ifade edilir. Bu yaklaşım hem doğrusal, hem de doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilir.

Şimdi sırasıyla Laplace Dönüşümü ve Durum Uzay Dönüşümünden bahsedelim.

Laplace Dönüşümü

Matematiksel açıdan, bir sistemi kontrol etmek demek, o sistemi modelleyen diferansiyel denklemin çözümünü belli bir değere/bölgeye zorlamak demektir. Örneğin otomobillerin Kütle-Yay-Damper ile modellenen süspansiyon sisteminde, araba bir çukur ya da tümsekten geçtiğinde x yerdeğiştirmesinin mümkün olduğunca az (hatta sıfır) olması istenir. Benzer şekilde RL devresinde de akımın, istenilen belli bir değeri alması istenir. Ancak diferansiyel denklemlerden bahsederken de vurgulandığı gibi, bir diferansiyel denklemin çözümünü bulmak, her zaman çok kolay olmamaktadır.





Fransız matematikçi ve astronom Pierre Simon Laplace, 1809 yılındadaha sonra kendi adıyla anılacak olan Laplace Dönüşümü yönteminiönermiştir. Bu yöntem, diferansiyel denklemlerin çözümüne alternatif bir yöntem önermekte ve türev/integral içeren diferansiyel denklemleri, birer cebirsel denkleme dönüştürmektedir. Böylece denklemin çözümü çok daha kolay olmaktadır.

Laplace dönüşümü sadece lineer diferansiyel denklemlere uygulanabilir. Dolayısıyla, tabiattaki sistemlerin sadece lineer olanları bu dönüşüm yoluyla analiz edilebilir.

Laplace Dönüşümü: Zaman domenindeki (yani bağımsız değişkenizaman olan) bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace Dönüşümü $F(s)$ ile gösterilir ve şu şekilde hesaplanır:

$$\boxed{\mathcal{L}\left[f(t)\right] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt}$$

Burada $\mathcal{L}$ Laplace dönüşüm operatörü, s ise s=σ+jω şeklinde σ reel bileşenine ve ω imajiner (frekans) bileşenine sahip bir kompleks sayıdır.

Şimdi bazı temel fonksiyonların Laplace dönüşümünü hesaplayalım.

Ör: $f(t)=C$ (C sabit)

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[C] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt = \int_0^\infty Ce^{-st}dt$$

$$= C\int_0^\infty e^{-st}dt = C\left[-\frac{1}{s}e^{-st}\right]_{t=0}^{\infty} = \frac{C}{s}$$

Yani C gibi bir sabitin Laplace Dönüşümü C/s dir.

$$\boxed{\mathcal{L}[C] = \frac{C}{s}}$$

Ör: $f(t)=t$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[t] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt = \int_0^{\infty} te^{-st}dt$$

$$= \left[-t\frac{1}{s}e^{-st} \right]_{t=0}^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-st}dt = \frac{1}{s^2}$$

$$\left.\begin{array}{r} t = u \\ e^{-st}dt = dV \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{r} dt = du \\ -\frac{1}{s}e^{-st} = V \end{array}$$

Yani $f(t)=t$ fonksiyonunun Laplace Dönüşümü

$$\boxed{\mathcal{L}[t] = \frac{1}{s^2}}$$

Kontrol sistemlerinde yaygın olarak karşılaşılan bazı temel fonksiyonların Laplace dönüşümü, “Laplace Dönüşüm Tablosu” adı verilen tablolarda özetlenmiştir.

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$e^{at}\sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
$e^{at}\cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$

Laplace Dönüşümü Teoremleri:

1. Türev Teoremi: Zaman domenindeki (yani bağımsız değişkeni zaman olan) bir $f(t)$ fonksiyonunun zamana göre türevini almak, o fonksiyonun Laplace Dönüşümü olan $F(s)$ ile s'in çarpımına eşittir.

$$\boxed{\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]=sF(s)-f(0)}$$

Burada $f(0)$, $f(t)$ fonksiyonunun $t=0$ anındaki değeridir.

2. İntegral Teoremi:

$$\boxed{\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)\right]=\frac{1}{s}F(s)}$$

3. <u>Son Değer Teoremi</u>: Zaman domenindeki (yani bağımsız değişkeni zaman olan) bir $f(t)$ fonksiyonunun, zaman sonsuza giderken alacağı değer, o fonksiyonun Laplace Dönüşümü olan $F(s)$ ile s ile çarpımının, s sıfıra giderken limitine eşittir.

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}\left(sF(s)\right)}$$

4. <u>Başlangıç Değer Teoremi</u>: Zaman domenindeki (yani bağımsız değişkeni zaman olan) bir $f(t)$ fonksiyonunun, zaman sıfıra giderken (yani başlangıçta) alacağı değer, o fonksiyonun Laplace Dönüşümü olan $F(s)$ ile s ile çarpımının, s sonsuza giderken limitine eşittir.

$$\boxed{\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty}\left(sF(s)\right)}$$

Laplace Dönüşümünün Özellikleri:

$$\mathcal{L}\left[Af(t)\right] = AF(s) \qquad (A \text{ sabit})$$

$$\mathcal{L}\left[f_1(t) + f_2(t)\right] = F_1(s) + F_2(s)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n}{dt^n} f(t)\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - s^{n-3} \ddot{f}(0) - \ldots\ldots$$

$$\mathcal{L}\quad e^{-at} f(t) \Big] = F(s+a)$$

Ör: Bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace Dönüşümü,

$$\mathcal{L}\left[f(t)\right] = F(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

olarak veriliyor. Buna göre $f(t)$ fonksiyonunun zaman sonsuza giderken alacağı değeri bulunuz.

C: Son Değer Teoremine göre;

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}\left(sF(s)\right) = \lim_{s\to 0}\left(s\frac{1}{s(s+1)}\right) = 1$$

Bu sonucun sağlaması kolaylıkla yapılabilir. Zira soruda verilen F(s), zaman domenindeki $f(t)=1-e^{-t}$ fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür ve zaman sonsuza giderken bu fonksiyonun alacağı değer 1 dir.

Ör: Bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace Dönüşümü,

$$\mathcal{L}\left[f(t)\right] = F(s) = \frac{s}{s^2+1}$$

olarak veriliyor. Buna göre $e^{-3t}f(t)$ fonksiyonunun Laplace Dönüşümünü bulunuz.

C: Laplace dönüşümünün özelliklerinden sonuncusuna göre;

$$\mathcal{L}\left[e^{-at} f(t)\right] = F(s+a) \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}\left[e^{-3t} f(t)\right] = F(s+3) = \frac{s+3}{(s+3)^2+1}$$

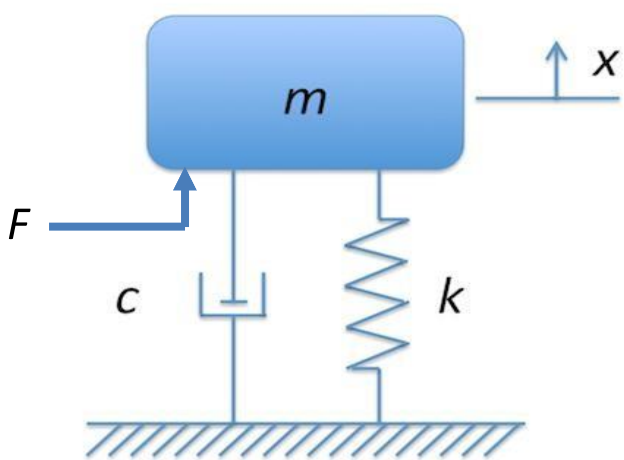
Bu sonucun sağlamasını yapabilir misiniz?

Ör: Daha önce kütle-yay- damper sisteminin diferansiyel denklemini

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F(t)$$

olarak elde etmiştik. Bu sistemi modelleyen diferansiyel denklemi kullanarak, sistem modelini frekans domeninde yazınız. Tüm başlangıç koşullarını sıfır kabul ediniz.

Ç: Her iki tarafın Laplace Dönüşümü alınırsa



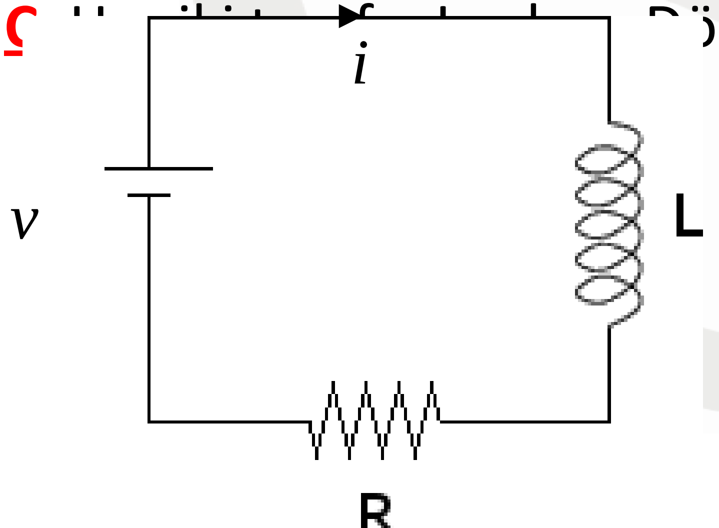
$$\boxed{\begin{aligned} &ms^2X(s)+csX(s)+kX(s)=F(s) \\ &\left(ms^2+cs+k\right)X(s)=F(s) \end{aligned}}$$

Ör: Daha önce şekildeki RL devresinin diferansiyel denklemini

$$L\frac{di}{dt}+Ri=v$$

olarak elde etmiştik. Bu sistemi modelleyen diferansiyel denklemi kullanarak, sistem modelini frekans domeninde yazınız. Tüm başlangıç koşullarını sıfır kabul ediniz.

Ç ... Dönüşümü alınırsa



$$LsI(s)+RI(s)=\frac{V(s)}{s}$$

$$\left(Ls+R\right)I(s)=\frac{V(s)}{s}$$

Transfer Fonksiyonu ve Blok Diyagramlar: Daha önce bir sistemi kontrol etmek için, önce o sistemin matematiksel modelinin ortaya konulması gerektiğini, tabiattaki tüm dinamik sistemlerin ***Diferansiyel Denklemler*** ile modellendiğini, sonra bu diferansiyel denklem modelinin, kontrolör tasarımı için çok daha kullanışlı bir forma dönüştürüldüğünü söylemiştik. Budönüşüm için iki yaklaşım söz konusuydu: Frekans Domeni Yaklaşımı ve Zaman Domeni Yaklaşımı.

Frekans domeni yaklaşımında, sistemi modelleyen diferansiyel denklem, Laplace Dönüşümü yoluyla frekans domeninde ifade edilir ve sistem giriş ile çıkışı arasında bir “Transfer Fonksiyonu” tanımlanır. Daha sonra bu Transfer Fonskiyonu; kontrolör tasarımı, kararlılık ve performans analizleri gibi çeşitli amaçlar için kullanılır.

Transfer Fonksiyonu, lineer bir sistemde, tüm başlangıç koşulları sıfır kabul edilmek şartıyla, sistem girişi ile sistem çıkışı arasındaki matematiksel ilişkinin Laplace dönüşümüdür. Yani frekans domeninde sistem çıkışının sistem girişine oranıdır.

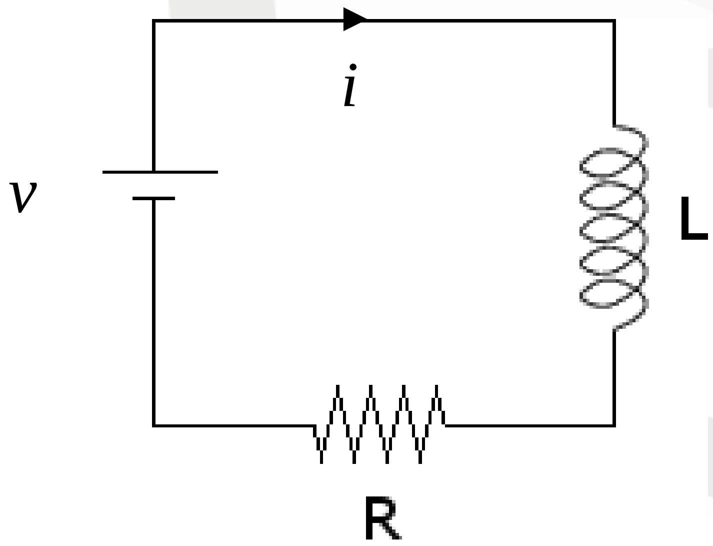
Örnek olarak, tekrar şekilde görülen seri RL devresine bakalım. Bu devreyi sistem yaklaşımı içinde incelersek,

Sistem Giriş Değişkeni: Uygulanan gerilim (v)

Sistem Çıkış Değişkeni: Devrede dolaşan akım (i)

olacaktır. Devre denklemi;

$$L\frac{di}{dt}+Ri=v$$



Bu denklemin Laplace dönüşümü:

$$\left(Ls+R\right)I(s)=\frac{V(s)}{s}$$

Bu durumda transfer fonksiyonu:

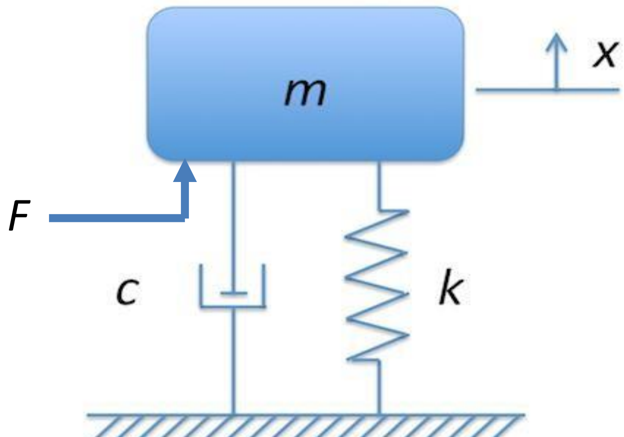
$$\boxed{\frac{I(s)}{V(s)}=\frac{1}{s\left(Ls+R\right)}}$$

Ör: Kütle-yay- damper sisteminin transfer fonksiyonunu elde edelim:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

$$ms^2 X(s) + csX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$\left(ms^2 + cs + k\right) X(s) = F(s)$$



$$\boxed{\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}}$$

Şimdi de şekildeki gibi bir uydunun pozisyonunun kontrol edildiği sistemin transfer fonksiyonunu elde edelim.

Kontrol Edilen Sistem : Uydu

Kontrol Giriş Değişkeni : Uygulanan Tork

Kontrol Çıkış Değişkeni Pozisyon.

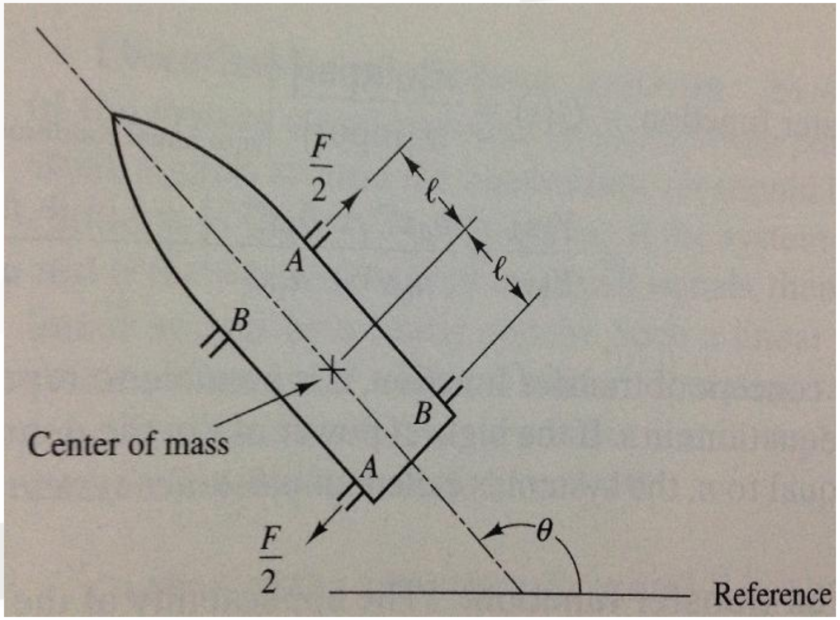
Newton'un ikinci yasası dairesel olarak hareket eden sistemlere uygulanırsa

$$\sum T = J\alpha$$

$$T = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

J : Eylemsizlik

T : Uygulanan Tork

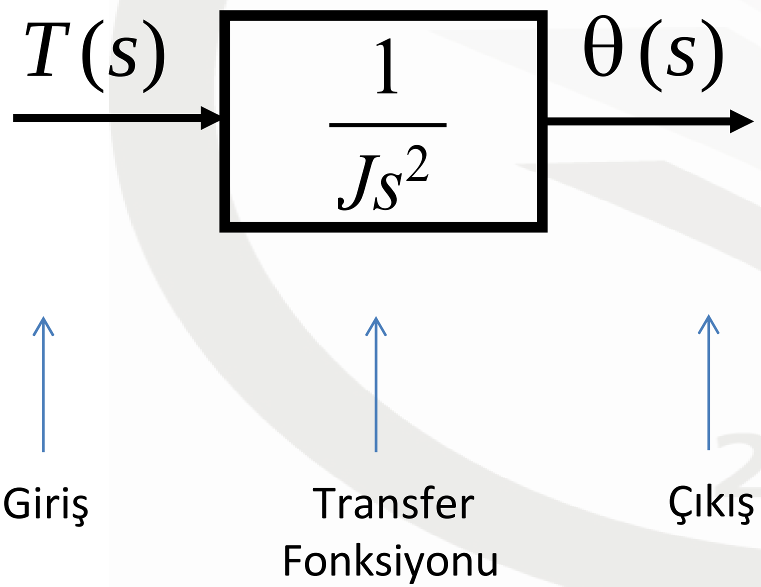


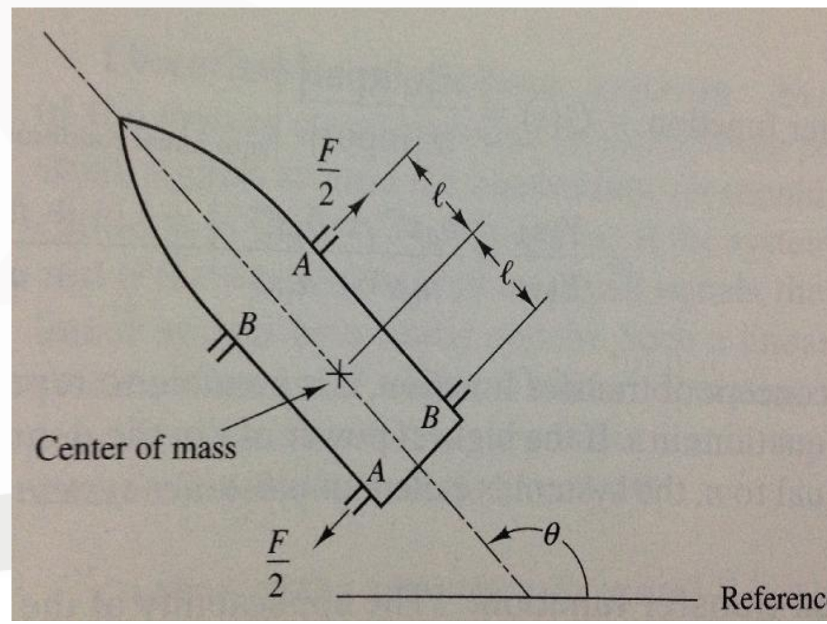
$$T(s) = Js^2\theta(s)$$

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2}}$$

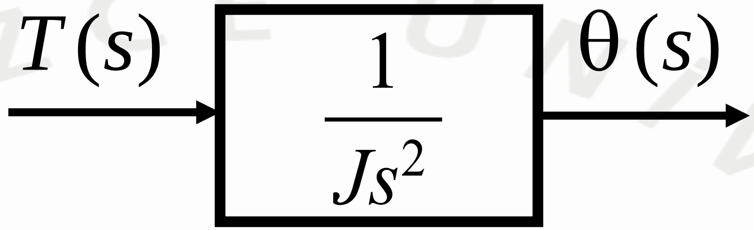
$$\frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2}$$

Elde edilen bu transfer fonksiyonu, **blok diyagram** formunda şu şekilde gösterilebilir:





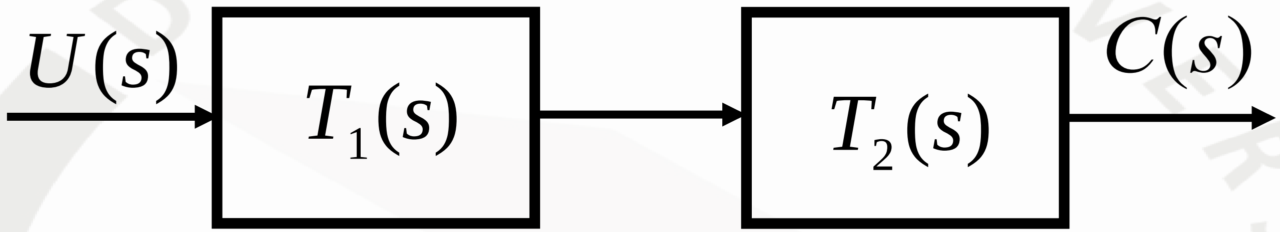
$$\boxed{\frac{T(s)}{\theta(s)} = \frac{1}{Js^2}}$$



Blok diyagramlar, bir sistemdeki bileşenlerin her birinin işlevinin şekilsel olarak gösterimidir. Kontrol sistemleri genellikle çok sayıda bileşenden oluşur. Blok diyagramlar, karmaşık kontrol sistemlerinde her bir bileşenin işlevini göstermek açısından çok kullanışlıdır. Yukarıda oldukça basit bir sistemin blok diyagramı gösterilmektedir. Bu sistemde uygulanan tork Giriş, uydunun pozisyonu ise çıkış değişkenidir. Okların yönüne dikkat edilirse, blok diyagramların sadece bir şekilsel gösterim olmadığı ve kendi içinde bir cebir barındırdığı anlaşılabilir.

$$\theta(s) = \frac{1}{Js^2} T(s)$$

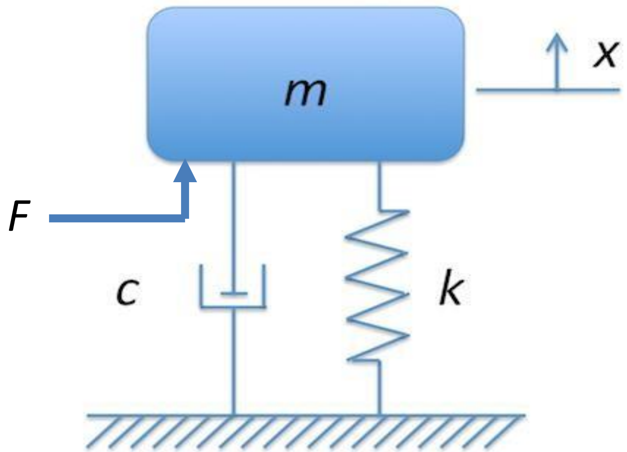
Örneğin aşağıdaki gibi kaskat bağlı iki bloktan oluşan bir blok diyagramda;



$$C(s) = \left[T_1(s)T_2(s)\right]U(s)$$

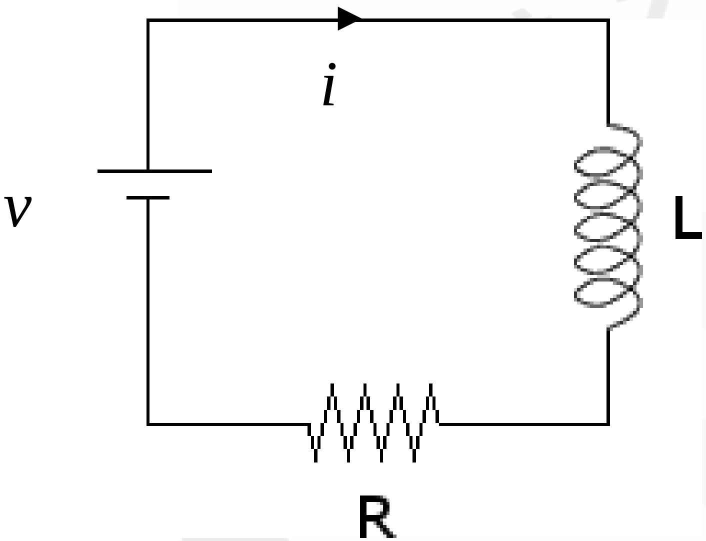
Kütle-yay- damper sisteminin blok diyagramını oluşturalım:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$



$$F(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{ms^2 + cs + k}} \longrightarrow X(s)$$

RL devresinin transfer fonksiyonu:

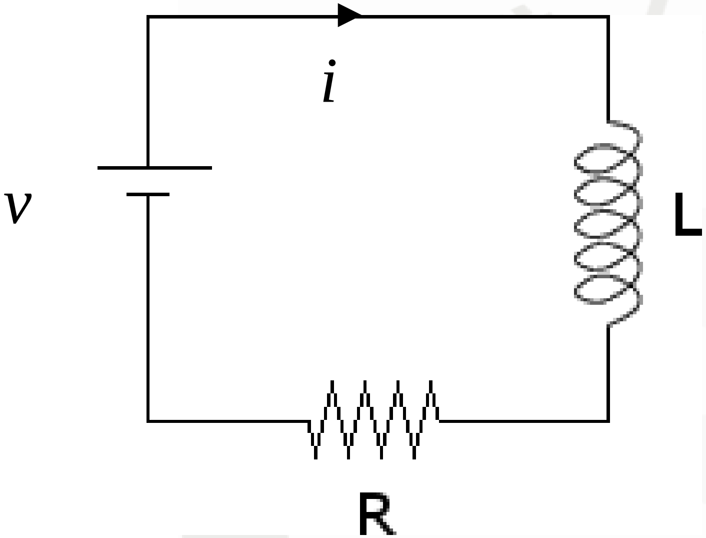


$$\boxed{\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{s\left(Ls+R\right)}}$$

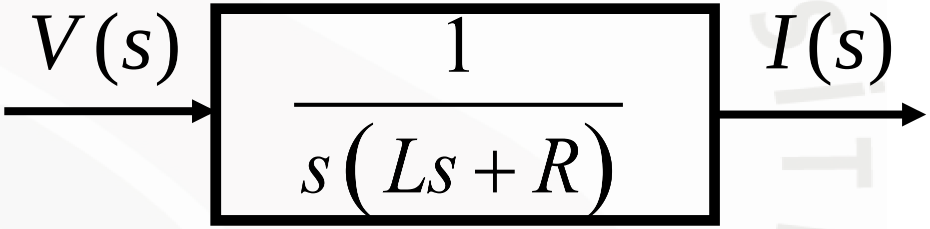
$$V(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{s\left(Ls+R\right)}} \longrightarrow I(s)$$

Aslında yukarıdaki blok diyagram, bir **Açık Çevrim Kontrol Sistemi**’ne ilişkin blok diyagramdır. Açık çevrim kontrol sistemlerinde, sistem çıkışının gerçekten istenen değerde (referans değerde) olup olmadığını teşhis etmek için sistem çıkışı ile referans değer karşılaştırılmaz. Yukarıda elde edilen dinamik model kullanılarak, sistem çıkışının (akımın) istenen bir değerde olmasını sağlayacak giriş (gerilim) değeri belirlenerek sisteme uygulanır. Ancak bu sistem dinamik bir sistemdir ve çeşitli sebeplerden akım, istenen değerden sapabilir. Böyle bir durumda kontrol amacı hassas bir şekilde gerçekleştirilemeyebilir.

RL devresinin transfer fonksiyonu:



$$\boxed{\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{s(Ls+R)}}$$



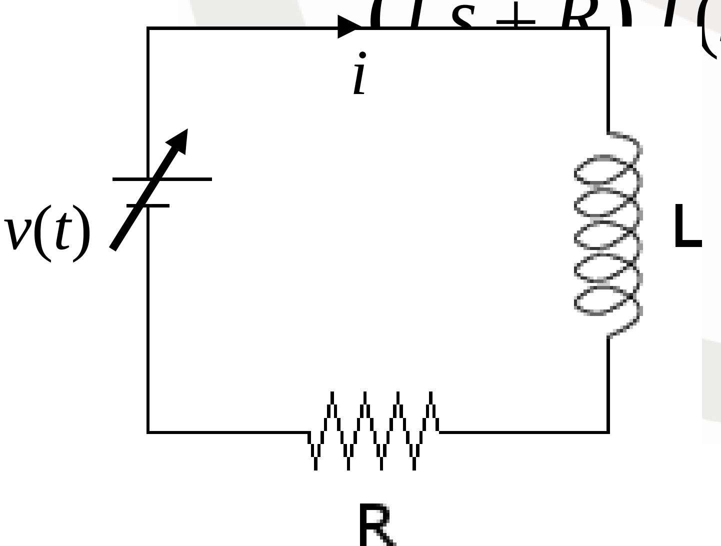
Aslında yukarıdaki blok diyagram, bir **Açık Çevrim Kontrol Sistemi**'ne ilişkin blok diyagramdır. Açık çevrim kontrol sistemlerinde, sistem çıkışının gerçekten istenen değerde (referans değerde) olup olmadığını teşhis etmek için sistem çıkışı ile referans değer karşılaştırılmaz. Yukarıda elde edilen dinamik model kullanılarak, sistem çıkışının (akımın) istenen bir değerde olmasını sağlayacak giriş (gerilim) değeri belirlenerek sisteme uygulanır. Ancak bu sistem dinamik bir sistemdir ve çeşitli sebeplerden akım, istenen değerden sapabilir. Böyle bir durumda kontrol amacı hassas bir şekilde gerçekleştirilemeyebilir.

Örnek bir tasarım yapalım. Bu RL devresinde gerilimin zamana göre değiştiğini düşünelim.

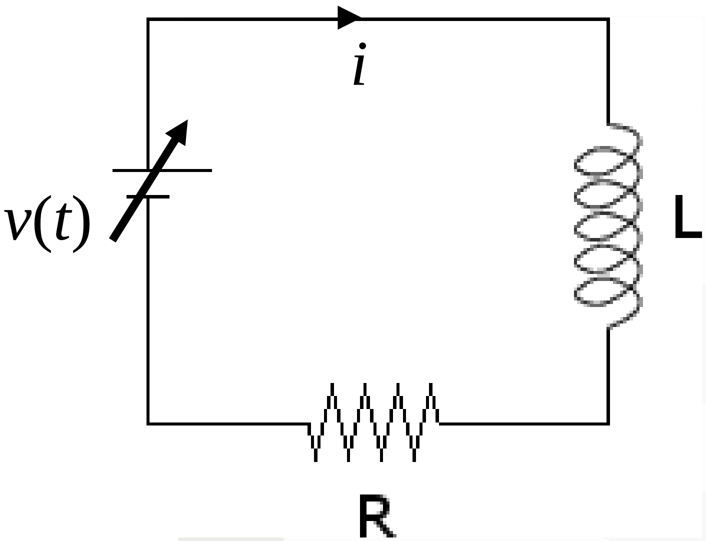
$$L\frac{di}{dt} + Ri = v(t)$$

Bu durumda $LsI(s) + RI(s) = V(s)$

$$(Ls + R)\, I(s) = V(s)$$



$$\boxed{\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{(Ls + R)}}$$



$$\boxed{\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{(Ls+R)}}$$

Bu devreden dolaşacak akımın, t zaman değişkeni olmak üzere, $\boldsymbol{i(t)=te^{-t}}$ şeklinde değişmesini istiyoruz. Yani kontrol amacımız akımı $\boldsymbol{i(t)=te^{-t}}$ değerine sürmek. Yukarıdaki devrede L=1 H ve R=1 Ω alalım. Bu durumda transfer fonksiyonu;

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{(s+1)}$$

olur.

Eğer sistem çıkışının, yani akımın, zaman domeninde, $i(t)=te^{-t}$ şeklinde değişmesini istiyorsak, akımın Laplace Dönüşümü

$$I(s)=\frac{1}{(s+1)^2}$$

olur. Elde ettiğimiz transfer fonksiyonunda bu değeri yerine yazarsak

$$\frac{I(s)}{V(s)}=\frac{1}{(s+1)} \Rightarrow \frac{\frac{1}{(s+1)^2}}{V(s)}=\frac{1}{(s+1)} \Rightarrow V(s)=\frac{1}{s+1}$$

Yani elde ettiğimiz transfer fonksiyonu bize şunu söylüyor: Eğer sistem çıkışının, yani akımın, zaman domeninde, $i(t)=te^{-t}$ şeklinde değişmesini istiyorsak, sistem girişinin, yani uygulanacak gerilimin, frekans domenindeki ifadesi $V(s)$=1/(s+1) olmalıdır. O halde gerilimin zaman domenindeki ifadesi ne olmalıdır?

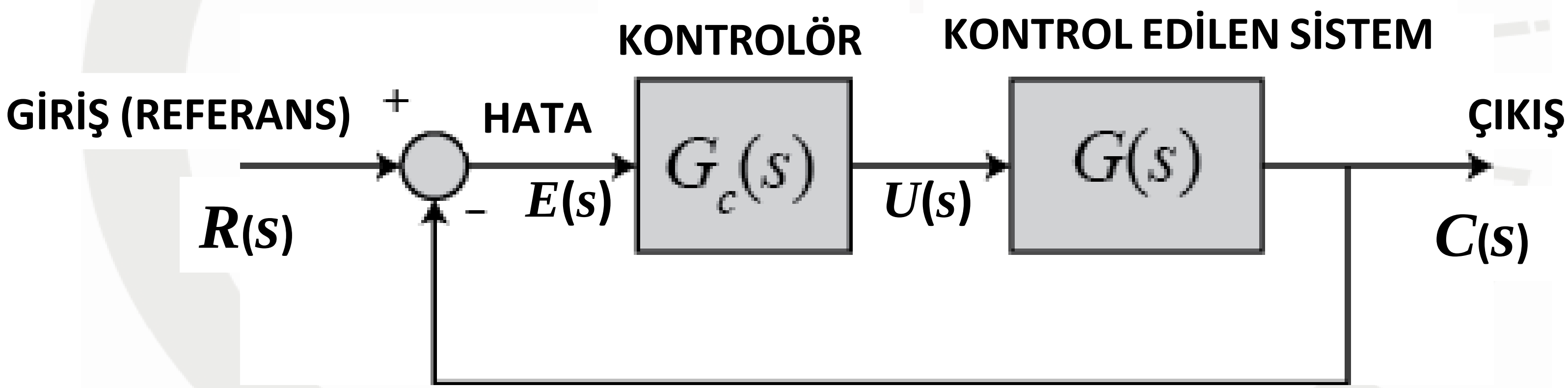
Laplace Dönüşümü $V(s)$=1/(s+1) şeklinde olan fonksiyon: $v(t) = e^{-t}$

Özetle, belirtilen kontrol amacını (yani devreden $\boldsymbol{i(t)=te^{-t}}$ şeklinde bir akım dolaştırma amacını) yerine getirecek olan bu açık çevrim kontrol sisteminin blok diyagramı şekildeki gibidir:

$$V(s) = \frac{1}{s+1} \longrightarrow \boxed{\frac{1}{(s+1)}} \longrightarrow I(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

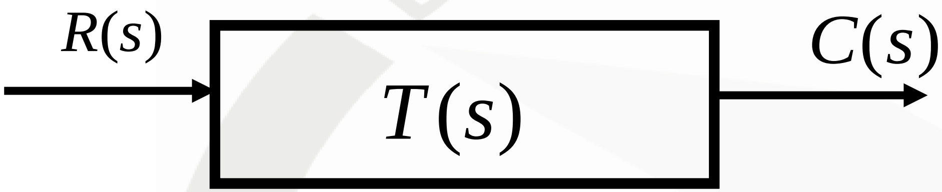
Açık çevrim kontrol sistemlerinde, yukarıda bir örneğini yaptığımız şekilde, transfer fonksiyonunu kullanarak sistem çıkışının arzu edilen bir değeri alması için sistem girişinin değeri hesaplanır ve bu giriş sisteme uygulanır. Ancakzaman geçtikçe akımın gerçekten $\boldsymbol{i(t)=te^{-t}}$ şeklinde değişip değişmediği ölçüm yoluyla belirlenmez. Sair sebeplerle akım bu değerden saparsa, bu durumda arzu edilen değerle gerçek değer arasında, umulmadık bir “hata” oluşabilir.

Bu şekilde bir olası problemin çözüm yolu, bir **Kapalı Çevrim (Geribeslemeli) Kontrol Sistemi** kullanmaktır. Kapalı çevrim kontrol sistemlerinde, sisteminçıkışı sürekli olarak referans değerle (yani istenen değerle) karşılaştırılıp, aradaki farkın (yani hatanın) sıfır olup olmadığı belirlenir. Kontrolör, bu hata değerini sıfıra çekmek için tasarlanır. Kapalı Çevrim Kontrol Sistemlerinin blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



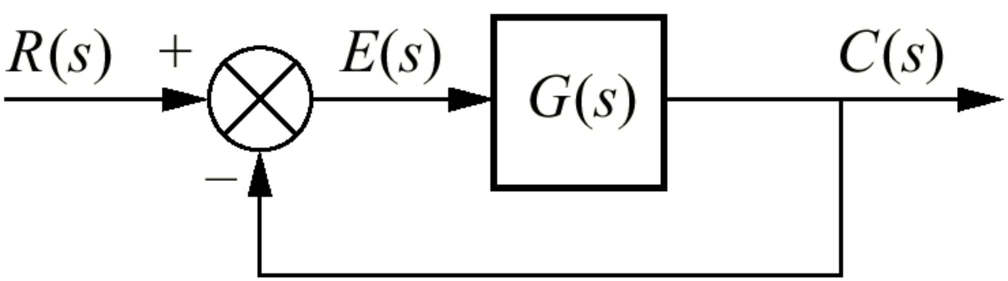
Şekilde görüldüğü gibi kapalı çevrim kontrol sistemlerinde, sistemin çıkışı bir sensör kullanılarak ölçülmekte ve bir geribesleme yolu üzerinden giriş (referans) değeriyle karşılaştırılmakta ve hata hesaplanmaktadır. Kontrolör, bu hata değerini sıfıra sürecek şekilde tasarlanır.

Hatırlanacağı üzere transfer fonksiyonunu, bir sistemin çıkışı ile girişi arasındaki matematiksel ifadenin Laplace dönüşümü olarak tanımlamıştık. Bir açık çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyonunu belirlemek gayet basit olacaktır:



$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

Peki bir kapalı çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyonu nasıl elde edilir? Hesaplamalarda kolaylık sağlaması açısından, kontrolör ve kontrol edilecek sistemin transfer fonksiyonlarını tek bir blok olarak ifade edelim:



$$C(s) = G(s)E(s)$$

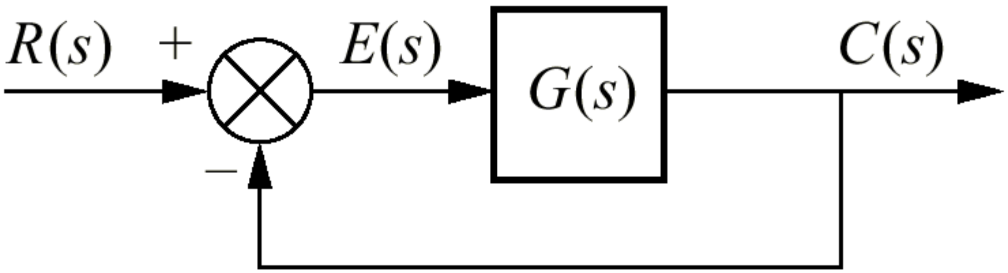
$$E(s) = R(s) - C(s) \Rightarrow$$

$$C(s) = G(s)\left[R(s) - C(s)\right]$$

$$C(s)\left[1 + G(s)\right] = G(s)R(s) \Rightarrow$$

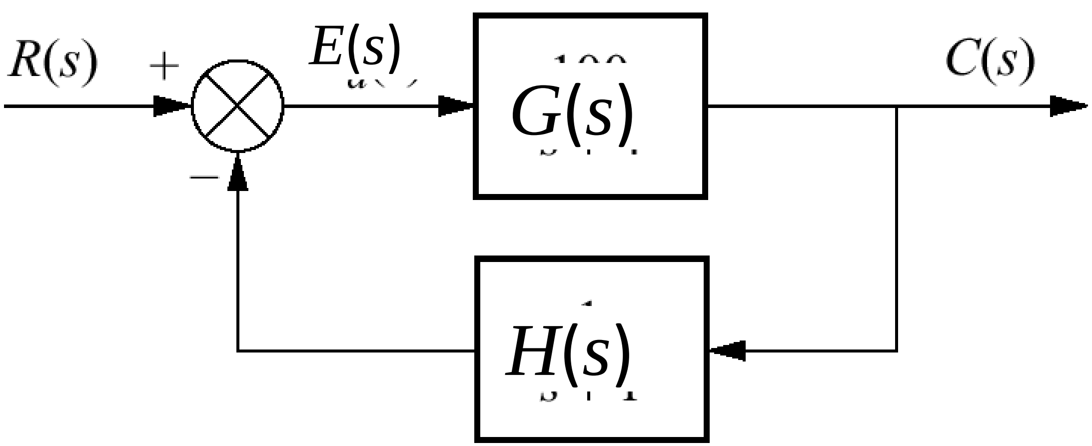
$$\frac{C(s)}{} = \frac{G(s)}{}$$

$R(s) \quad 1+G(s)$



$$\boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}}$$

Yukarıda görülen sistem, **birim geribeslemeli** kapalı çevrim kontrol sistemi olarak adlandırılır. Çünkü sistem çıkışı herhangi bir ek işleme tabi tutulmaksızın referans değerle karşılaştırılmaktadır, yani geribesleme yolunda herhangi bir kazanç yoktur. Aşağıdaki sistemde ise çıkış değişkeni bir $H(s)$ bloğundan geçirilerek giriş sinyal ile karşılaştırılabilir. $H(s)$ bazen bir sensörün kazancı olabileceği gibi, bazen de doğrudan kontrolör olabilir.



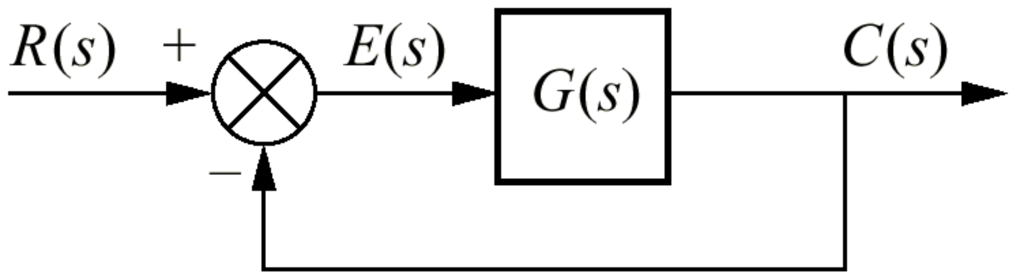
Bu durumda ise kapalı çevrim transfer fonksiyonu:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

Ör: Şekildeki birim geribeslemeli sistemde, $G(s)$ transfer fonksiyonu,

a. $G(s) = \dfrac{s+2}{s^2+3s+4}$ **b.** $G(s) = \dfrac{2s^2+0.5s+0.9}{s^3+3s^2+2s-4}$

olarak verildiğinde kapalı çevrim transfer fonksiyonunu bulunuz.



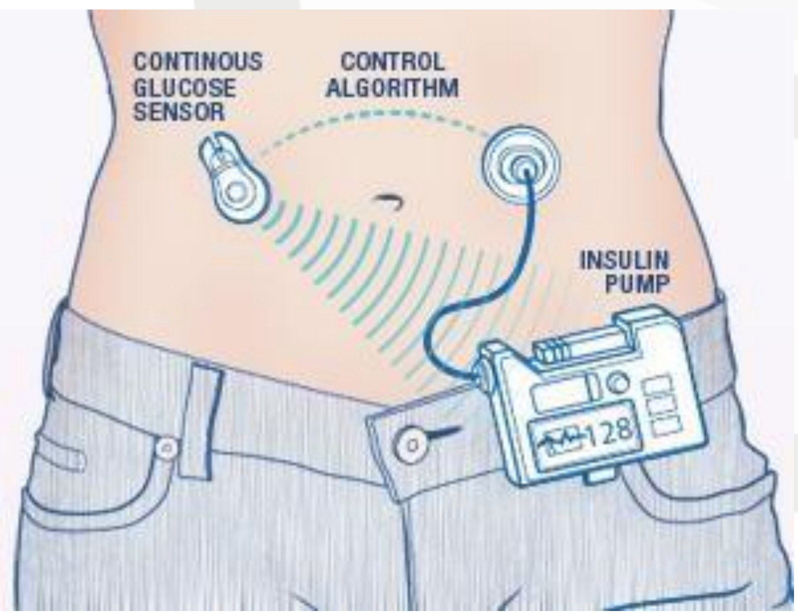
C: a.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\dfrac{s+2}{s^2+3s+4}}{1+\dfrac{s+2}{s^2+3s+4}} = \frac{s+2}{\cancel{s^2+3s+4}} \, \frac{\cancel{s^2+3s+4}}{s^2+4s+6} = \frac{s+2}{s^2+4s+6}$$

$$s^2 + 3s + 4$$

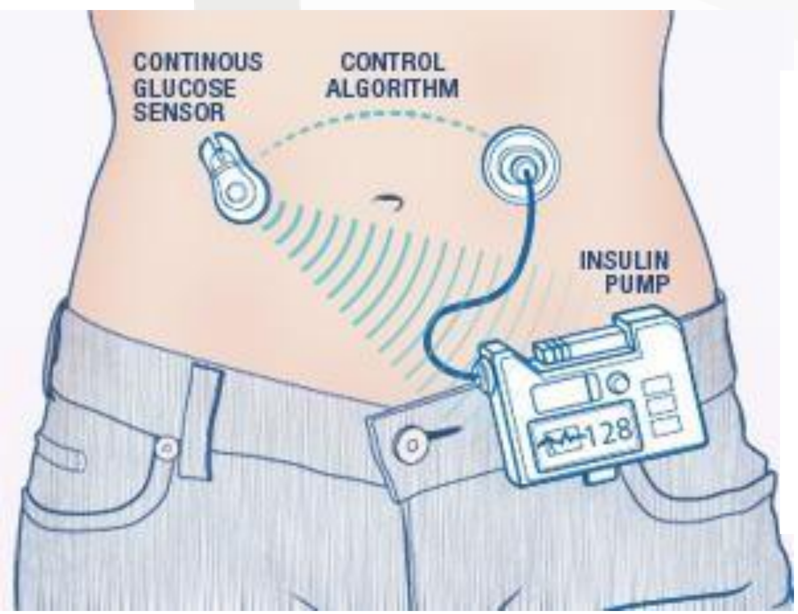
b. $$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{2s^2 + 0.5s + 0.9}{s^3 + 5s^2 + 2.5s - 3.1}$$

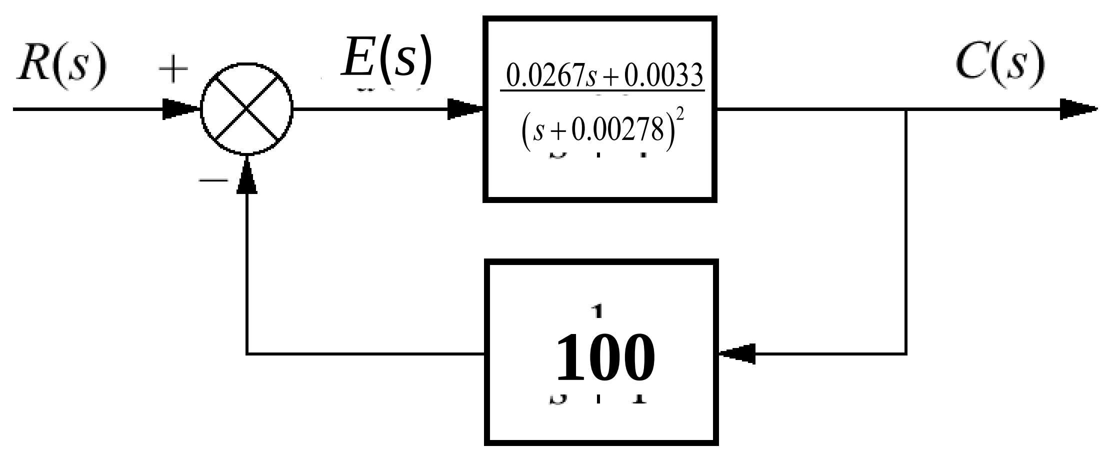
Ör: Daha önce, pankreasın insan vücudunda bir doğal kontrol sistemi gibi çalıştığını söylemiştik. Eğer kandaki şeker konsantrasyonu belli bir değerin üstüne çıkarsa, pankreas insulin salgılayarak bu fazla şekeri ısı ve enerji yoluyla vücuttan atıp, kandaki şeker konsantrasyonunu normal değerine getiriyordu.
Ancak sair sebeplerle pankreas hastalıklarının baş göstermesi, hastanın fazla şekeri vücuttan atamamasına sebep olur ve bu aşırı şeker konsantrasyonu çok sayıda sağlık problemini beraberinde getirir. Bu problemlerin oluşumunu önlemek için, Biyomühendislik uzmanları, "**Yapay Pankreas**" üretmişlerdir.



Yapay pankreas, en basit haliyle şekilde görüldüğü gibi, bir insulin pompası ve bir glikoz sensörü içerir. Sensör, kandaki glikoz (şeker) miktarını ölçer ve kablosuz haberleşmeyoluyla bu bilgiyi, insulin pompasının içindeki kontrol sistemine gönderir. Kontrol sistemi , ölçülen glikoz değeri ile referans glikoz değerini karşılaştırıp, uygun miktarda insulini bir kateter yoluyla vücuda pompalar.

Aslında bu sistemin dinamik modeli nonlineerdir ancak çeşitli yaklaşım ve kabullerle, bu sistemi temsil eden lineer bir model de üretilebilir ve bu modelin blok diyagramı şekildeki gibi gösterilebilir. Geribesleme yolu üzerinde, kazancı 100 olan blok, kandaki glikoz miktarını ölçen sensörün çıkışındaki sinyalin çok zayıf olması nedeniyle bir op-amp yardımıyla 100 kat yükseltilmesini temsil eder. Şimdi bu sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonunu bulalım.

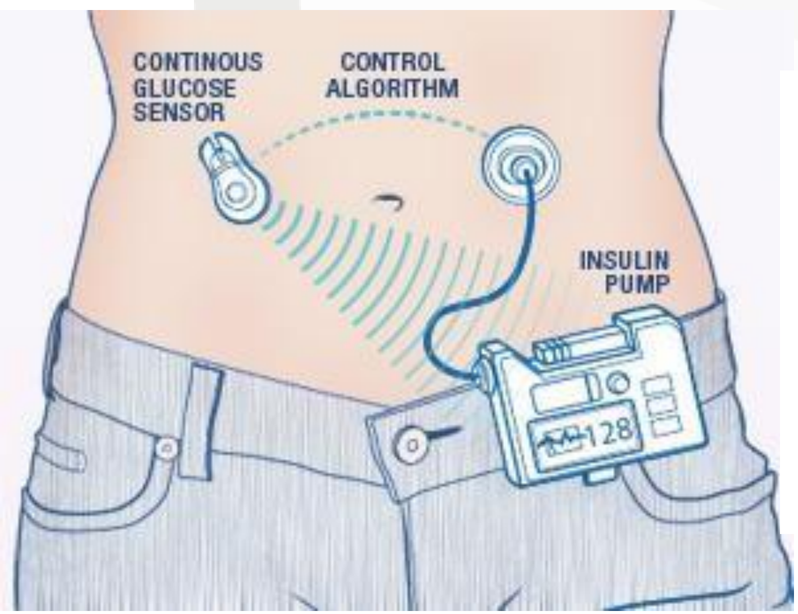


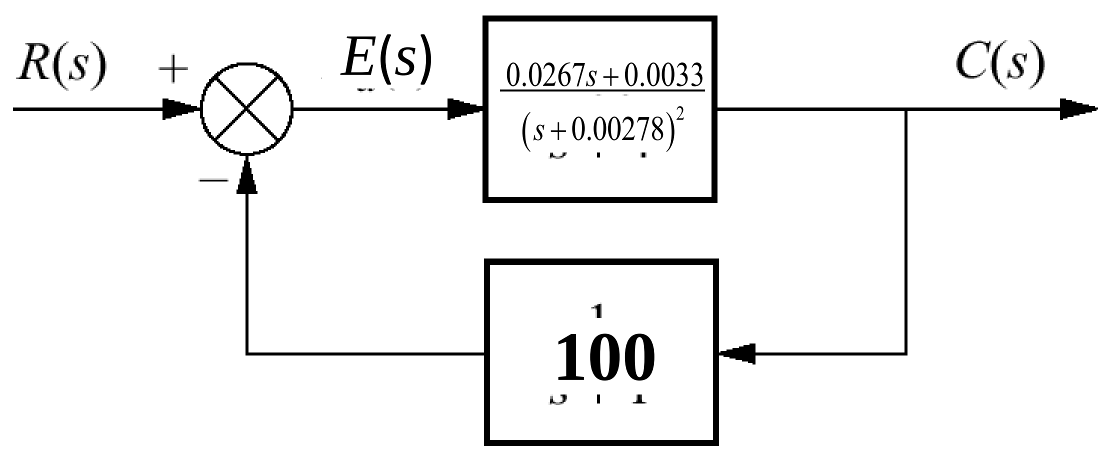


$$G(s) = \frac{0.0267s + 0.0033}{\left(s + 0.00278\right)^2} = \frac{0.0267s + 0.0033}{s^2 + 0.00556s + 0.0000077}$$

$$H(s) = 100$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \text{..........}$$





Kutuplar ve Sıfırlar: Bir sistemin transfer fonksiyonunun paydasını sıfır yapan değerlere o sistemin “kutupları”, payını sıfır yapan değerlere ise o sistemin “sıfırları” denir. Kutupların ve sıfırların s-düzlemindeki lokasyonu, o sistemin performansını tayin eder.

Örnek olarak aşağıdaki basit transfer fonksiyonunu ele alalım:

$$T(s) = \frac{(s+2)(s+5)}{(s-3)(s+4)(s+9)}$$

Bu sistemin sıfırları; $z_1 = -2$

$z_2 = -5$

ve kutupları; $p_1 = 3$

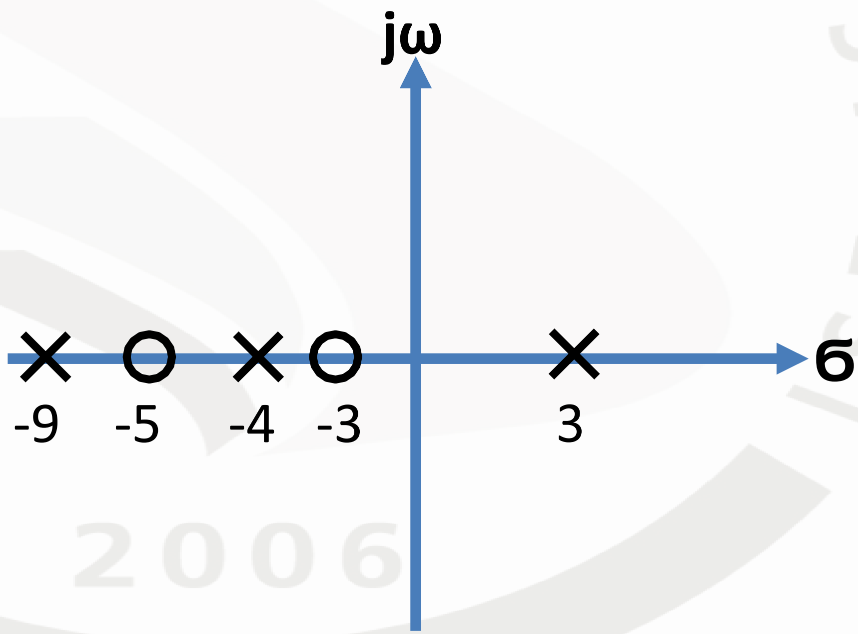
$p_2 = -4$

$$p_3 = -9$$

Kutuplar s-düzleminde birer “×” işareti ile, Sıfırlar ise s-düzleminde birer “O” ile gösterilir. Bu örnekte verilen sistemin, s-düzleminin sağ yarı düzleminde 1 adet kutbu (3 noktasında) ve s-düzleminin sol yarı düzleminde ise iki adet kutbu (-4 ve -9 noktalarında) vardır. Sıfırların ise her ikisi de s-düzleminin sol yarı düzlemindedir.

$$z_1 = -2$$
$$z_2 = -5$$

$$p_1 = 3$$
$$p_2 = -4$$
$$p_3 = -9$$



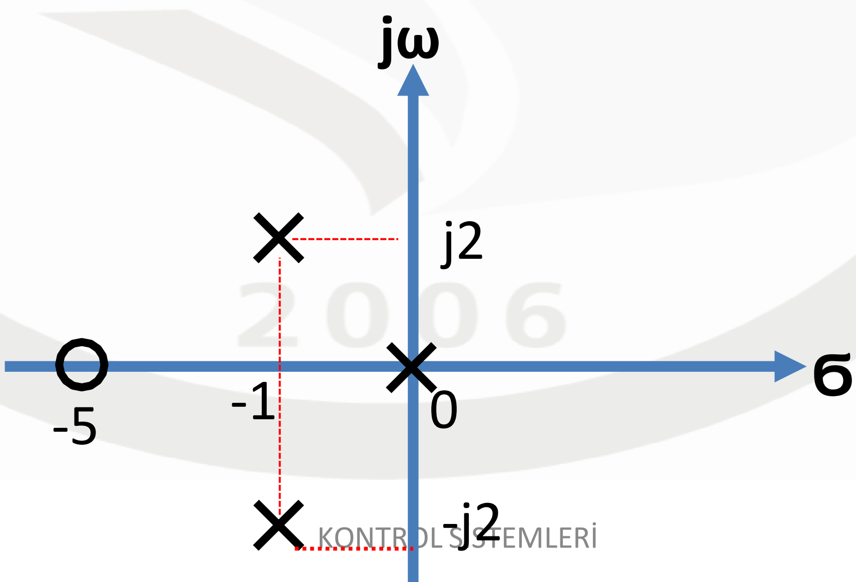
Ör: Transfer fonksiyonu aşağıda verilen sistemin kutuplarını ve sıfırlarını bularak s-düzleminde gösteriniz.

$$T(s) = \frac{s+5}{s\left(s^2+2s+5\right)}$$

$$z_1 = -5$$

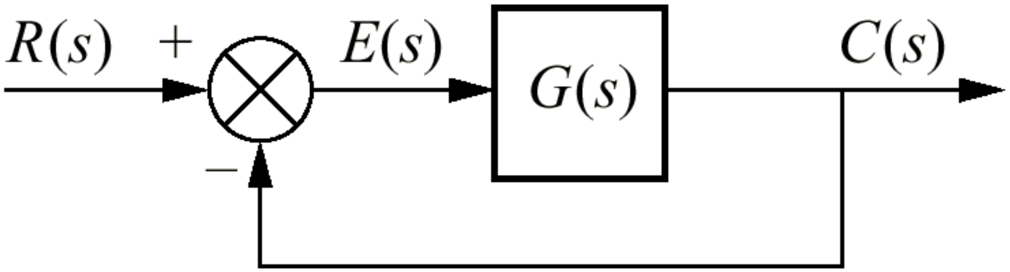
$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -1 + j2$$



$$p_3 = -1 - j2$$

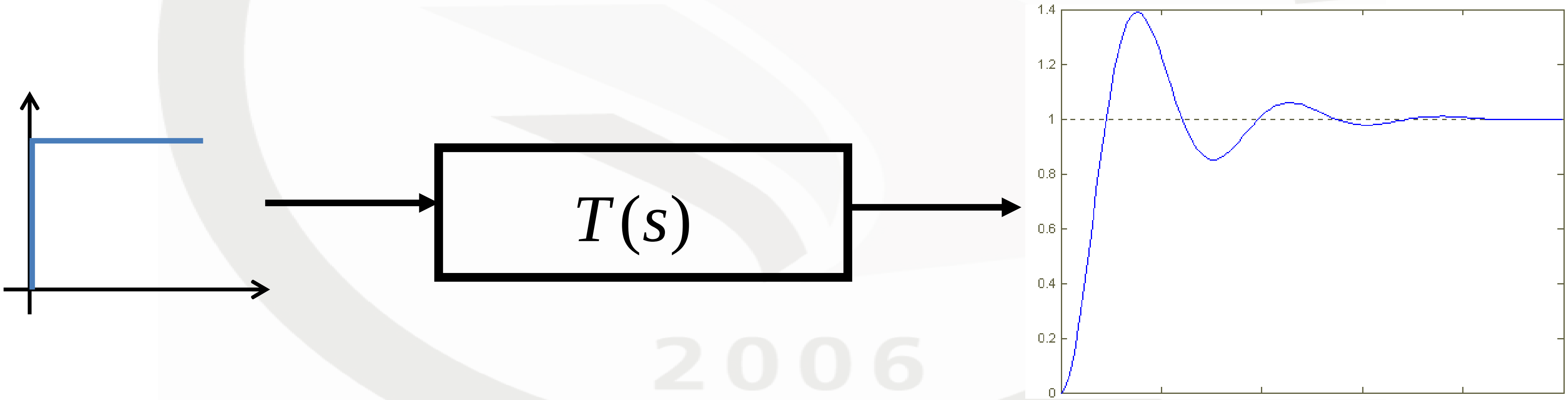
Ör: Blok diyagramı aşağıda verilen birim geribeslemeli sistemin kutuplarını ve sıfırlarını bularak s-düzleminde gösteriniz.



$$G(s) = \frac{100}{s(s+2)}$$

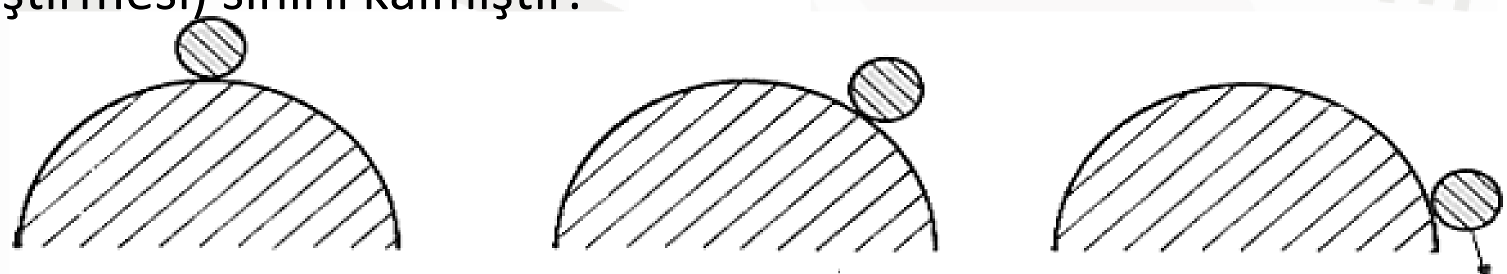
KARARLILIK

Kararlılık, en özensiz ifadeyle, bir sistemde sınırlı bir giriş için sistem çıkışının da sınırlı kalmasıdır. Yani bir sisteme sınırlı bir giriş uygulandığında sistem çıkışı da sınırlı kalıyorsa, o sistem kararlıdır. Kararlılık, kontrol sistemlerinde en önemli performans kriteridir.



“Kararlılık” kavramını görsel olarak anlatmak için genellikle aşağıda verilen örnek kullanılır.

Bir bilyenin en soldaki şekilde görülen konumda olduğunu düşünelim. Eğer bu bilye, hafif bir kuvvet uygulamak suretiyle sağa ya da sola doğru hareket ettirilirse, tekrar eski konumuna dönecektir. Bu nedenle bu bilye “kararlı” bir durumdadır. Yani sınırlı bir giriş (uygulanan kuvvet) için, sistem çıkışı (bilyenin yerdeğiştirmesi) sınırlı kalmıştır.



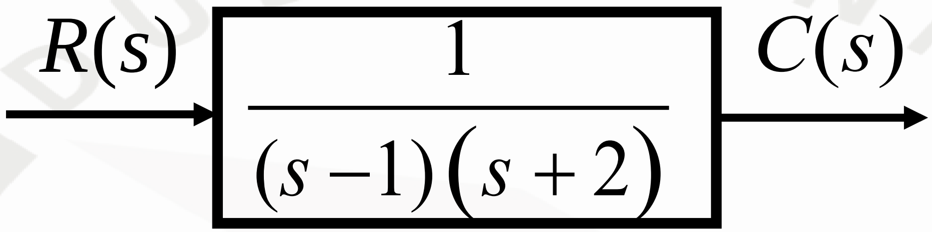
Şimdi de bilyenin yukarıda en solda görülen konumda olduğunu düşünelim. Bu bilyeye en ufak bir kuvvet uygulanması bile bilyenin (bir engel tarafından durdurulmadığı sürece) sınırsız yerdeğiştirmesine , yani sistem çıkışının sonsuza gitmesine sebep olur. Bu nedenle bu bilye “kararsız” durumdadır

Peki bir dinamik sistemin kararlı olup olmadığı nasıl test edilir? Tahmin edileceği üzere o sistemin matematiksel modeli kullanılarak !

Tabiattaki tüm dinamik sistemlerin Diferansiyel Denklemler ile modellendiğini, sonra bu diferansiyel denklem modelinin, kontrolör tasarımı için çok daha kullanışlı bir forma dönüştürüldüğünü söylemiştik. Bu dönüşüm için iki yaklaşım söz konusuydu: Frekans Domeni Yaklaşımı ve Zaman Domeni Yaklaşımı.
Frekans domeni yaklaşımında, sistemi modelleyen diferansiyel denklem, Laplace Dönüşümü yoluyla frekans domeninde ifade ediliyor ve sistem giriş ile çıkışı arasında bir "Transfer Fonksiyonu" tanımlanıyordu. İşte bu transfer fonksiyonu, bize sistemin kararlılığı hakkında bilgi verir.

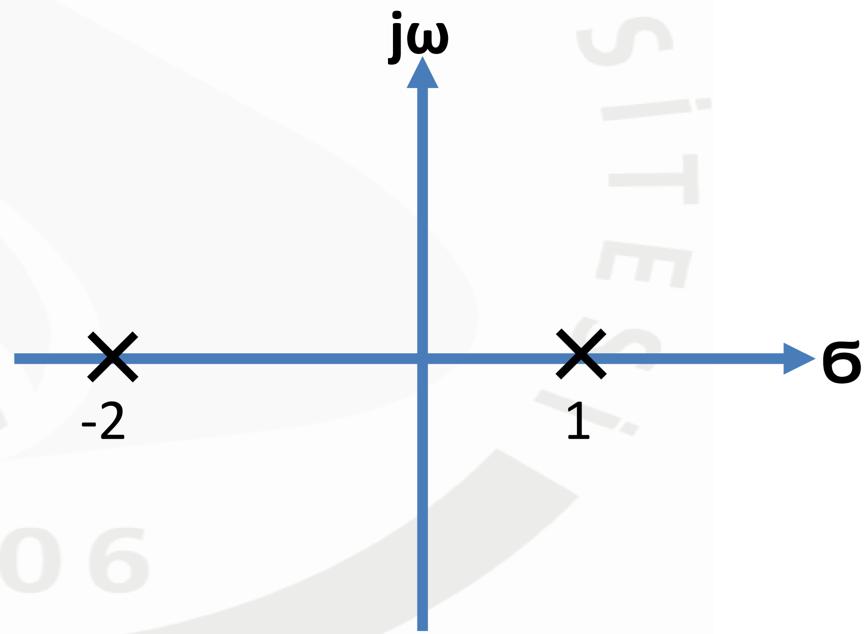
Eğer bir sistemin transfer fonksiyonunun kutupları s-düzleminin sol yarı düzleminde ise, o sistem kararlıdır. **Neden?**

Örneğin aşağıdaki açık çevrim kontrol sistemini göz önünde bulunduralım.



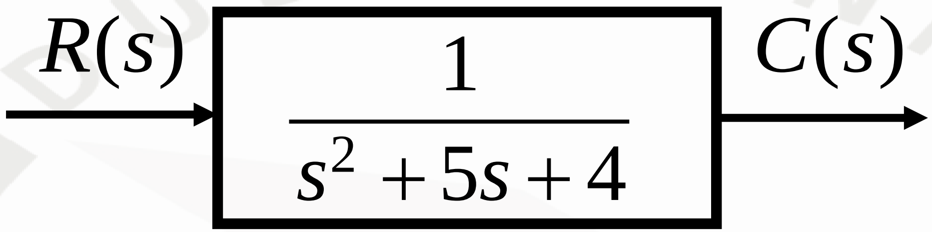
Bu sistemin kutupları; $p_1 = 1$

$p_2 = -2$



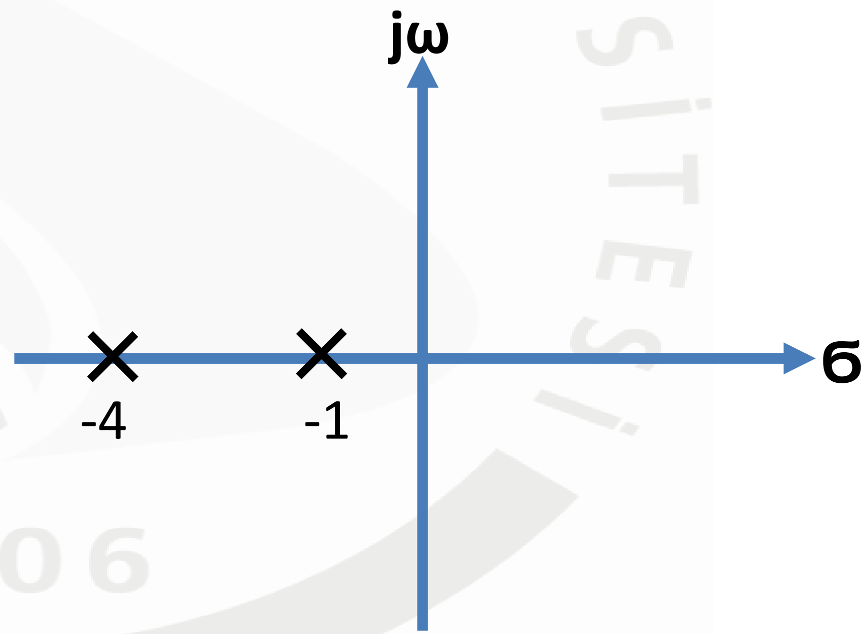
Sistemin kutuplarından bir tanesinin sağ yarı düzlemde olması nedeniyle bu sistem **kararsızdır.**

Şimdi aşağıdaki sistemin kararlılığını inceleyelim:



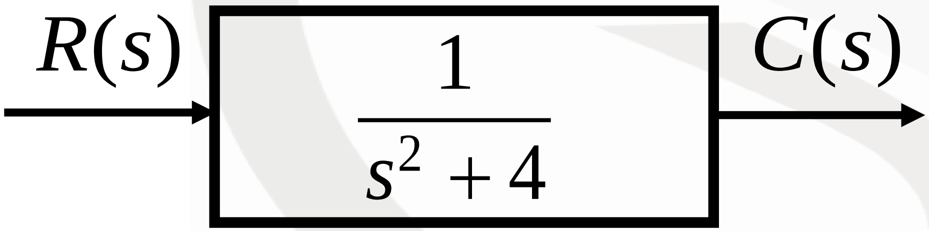
Bu sistemin kutupları; $p_1 = -1$

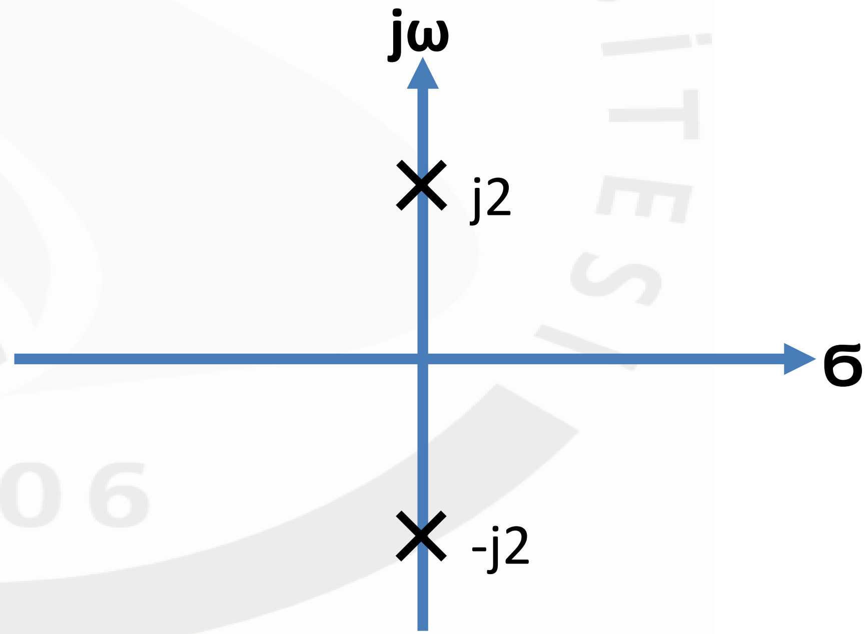
$p_2 = -4$

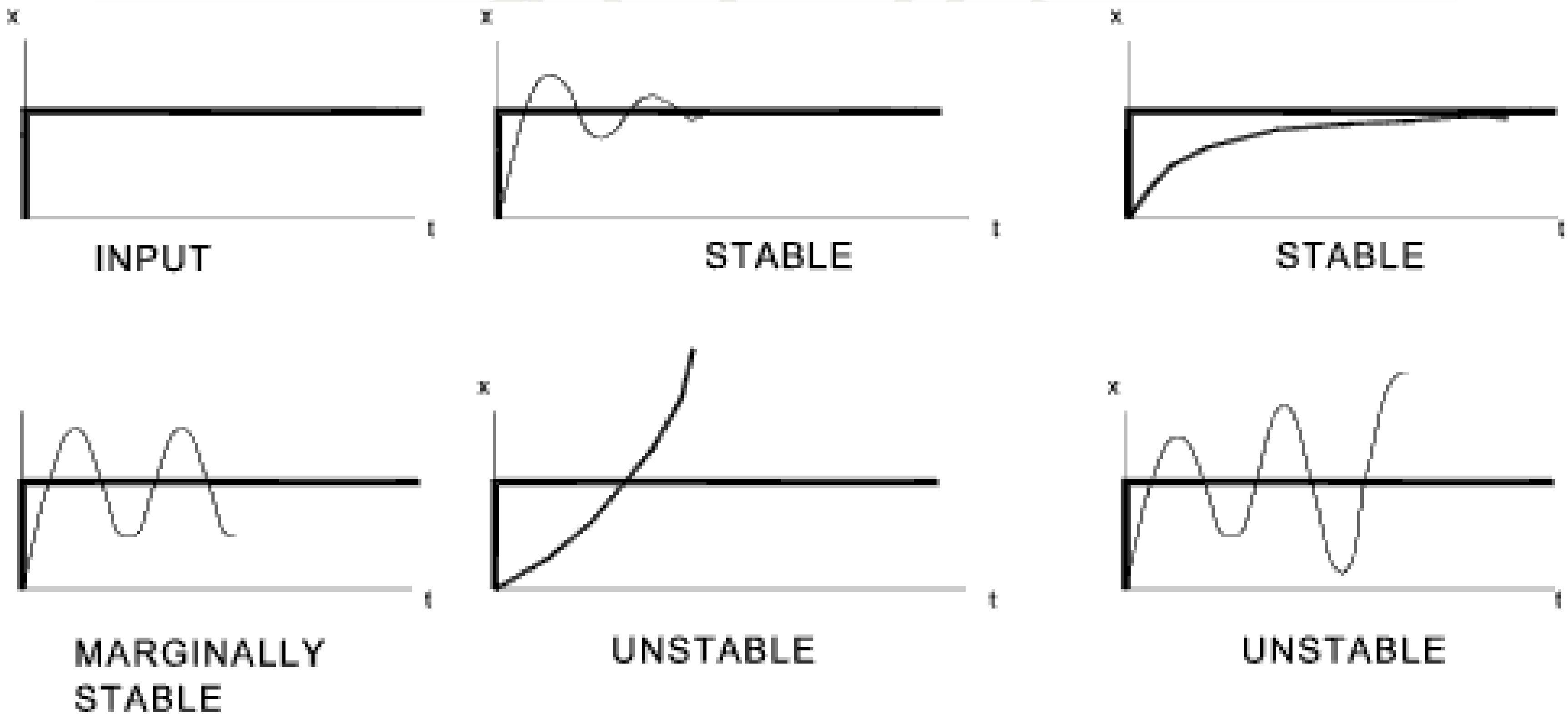


Sistemin kutuplarının her ikisinin de sol yarı düzlemde olması nedeniyle bu sistem **kararlıdır.**

Aşağıdaki gibi tam jω-ekseni üzerinde kutbu bulunan sistemlere "**marjinal kararlı**" sistemler denir. Marjinal kararlı bir sistemde, sınırlı bir giriş için sistem çıkışı sonsuza gitmez (sınırlı kalır), ancak sürekli aynı genlikte osilasyon yapar.

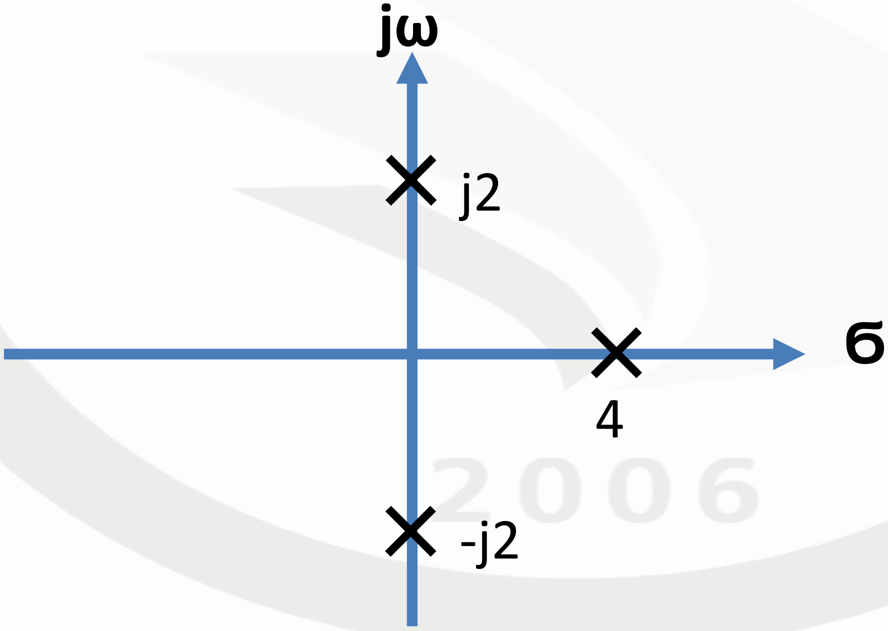






www.roymech.co.uk

Eğer şekildeki gibi, sistemin hem jω-ekseni üzerinde kutupları, hem de sağ yarı düzlemde bir kutbu varsa, sistemin kararlılığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?



Eğer şekildeki gibi, sistemin hem jω-ekseni üzerinde kutupları, hem de sağ yarı düzlemde bir kutbu varsa, sistemin kararlılığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?