

# Otimização do Cálculo de Trajetória Balística Utilizando Algoritmos Genéticos

Andres Jessé Porfírio

Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), Guarapuava, PR – Brasil  
andresjesse@yahoo.com.br

*Abstract. This article presents a method to solve the problem of ballistic trajectory using genetic algorithms. The objective of the algorithm is to calculate the angle and power to get a shot with the highest possible accuracy assuming that the target is at a certain distance from the archer.*

*Key words: arrow, target, genetic algorithm*

*Resumo. Este artigo apresenta um método para a resolução do problema de trajetória balística utilizando algoritmos genéticos. O objetivo do algoritmo é calcular o ângulo e a força necessários para se obter um tiro com a maior precisão possível visto que o alvo encontra-se a uma determinada distância do arqueiro.*

*Palavras chave: flecha, alvo, algoritmo genético*

## 1. Introdução

O objetivo deste trabalho é demonstrar a utilização de Algoritmos Genéticos para a resolução de um problema de trajetória balística, e através da aplicação analisar o quanto a inclusão do elemento “aleatório” possibilitado pela técnica dos algoritmos genéticos ajuda a retratar com mais realismo a simulação da trajetória da flecha.

## 2. Algoritmos Genéticos

Algoritmo genético (AG) é uma técnica de procura utilizada na ciência da computação para achar soluções aproximadas em problemas de otimização e busca. Eles são uma classe particular de algoritmos evolutivos que usam técnicas inspiradas pela biologia evolutiva como hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação (ou crossover). Os AGs são baseados nas teorias da evolução de Charles Darwin, a partir de uma população inicial os indivíduos são classificados de forma que somente os melhores sobrevivem, com o decorrer de gerações estes indivíduos tendem a sofrer mutações e cruzamentos gerando novos indivíduos que podem vir a melhorar a espécie.

De acordo com o princípio de Darwin [Golberg 1989], a seleção natural de uma população se dá pelo fato de que os indivíduos mais aptos e com maiores chances de sobrevivência são escolhidos e terão maiores probabilidades de se reproduzirem e perpetuarem a espécie. Cada indivíduo é constituído de um código genético, tais códigos constituem a sua identidade que é codificada na forma de cromossomas [Pacheco 1999].

Moldados a partir das teorias evolucionárias os AGs procuram obter uma ou mais soluções para o problema através da evolução dos indivíduos ao longo de diversas gerações, cada indivíduo representa uma possível solução (Seção 2.1) que será avaliada e classificada seguindo a idéia da seleção natural, logo se este indivíduo representar uma

boa solução ele tem maiores chances de sobreviver e possivelmente fazer parte da solução final do problema. No decorrer das gerações os indivíduos podem sofrer mutações (Seção 2.2) e cruzamentos (Seção 2.3) e consequentemente são submetidos a um processo de seleção (Seção 2.4).

## 2.1. Representação de um indivíduo

Em Algoritmos Genéticos, cada indivíduo representa a solução do problema. Segundo Golberg [Golberg 1989], uma das diferenças dos AGs é que estes exploram a semelhança entre boas soluções através de sua codificação, enquanto que outros métodos controlam as variáveis diretamente, então os indivíduos devem ser codificados de maneira que possam sofrer todas as operações de avaliação, seleção, crossover (cruzamento) e mutação.

A forma mais comum de se representar indivíduos em um algoritmo genético é a forma binária, onde cada indivíduo é composto por uma cadeia de 0s e 1s, porém esta representação nem sempre é a mais viável, no caso do problema da trajetória balística o indivíduo é representado por dois valores reais ângulo e força.

| Ângulo | Força |
|--------|-------|
| 15,67° | 7,5   |

**Figura 1. Exemplo de um indivíduo codificado em um AG**

## 2.2. Mutação

A mutação é uma forma de transformar o indivíduo afim de obter novas características que poderão melhorar o fitness (Seção 2.4) do indivíduo. Existem diversas maneiras de se implementar a mutação, no algoritmo da trajetória balística os cromossomos são representados por números reais, logo a mutação é dada através da substituição da característica por um valor aleatório que obedece à seguinte restrição: o novo valor aleatório deve estar entre 0 (zero) e 360 (trezentos e sessenta). A mutação é aplicada apenas à característica “ângulo”, pois é muito mais provável que se tenha um ângulo errado do que um valor de força incorreto.

|                       |        |       |
|-----------------------|--------|-------|
| Cromossomo Original : | Ângulo | Força |
|                       | 15,67° | 7,5   |
| Cromossomo Mutado :   | Ângulo | Força |
|                       | 89,23° | 7,5   |

**Figura 2. Exemplo de mutação**

## 2.3. Crossover ou Cruzamento

O Cruzamento é uma forma de trocar material genético entre dois indivíduos, possibilitando a geração de dois novos indivíduos (indivíduos filhos) a partir das características dos indivíduos originais (indivíduos pais). O cruzamento é obtido através da troca dos valores dos ângulos dos dois indivíduos, assim ângulo do indivíduo 1 recebe o valor do ângulo do indivíduo 2 e vice-versa. Assim como ocorre na mutação

(Seção 2.2) o valor alterado é apenas o ângulo, pois é muito mais provável que se tenha um ângulo errado do que um valor de força incorreto.

|                       |                |        |       |
|-----------------------|----------------|--------|-------|
| Cromossomos Originais | Cromossomo 1 : | Ângulo | Força |
|                       |                | 42,03° | 10,2  |
|                       | Cromossomo 2 : | Ângulo | Força |
|                       |                | 21,44° | 3,8   |
| <hr/>                 |                |        |       |
| Cromossomos Cruzados  | Cromossomo 1 : | Ângulo | Força |
|                       |                | 21,44° | 10,2  |
|                       | Cromossomo 2 : | Ângulo | Força |
|                       |                | 42,03° | 3,8   |

**Figura 3. Exemplo de cruzamento**

## 2.4. Processo de Seleção

O processo de seleção é a maneira pela qual os indivíduos são escolhidos para participarem das novas gerações, no processo de seleção apenas os melhores permanecem, desta forma o material genético é sempre melhorado de geração em geração afim de se obter uma solução mais próxima da solução ótima.

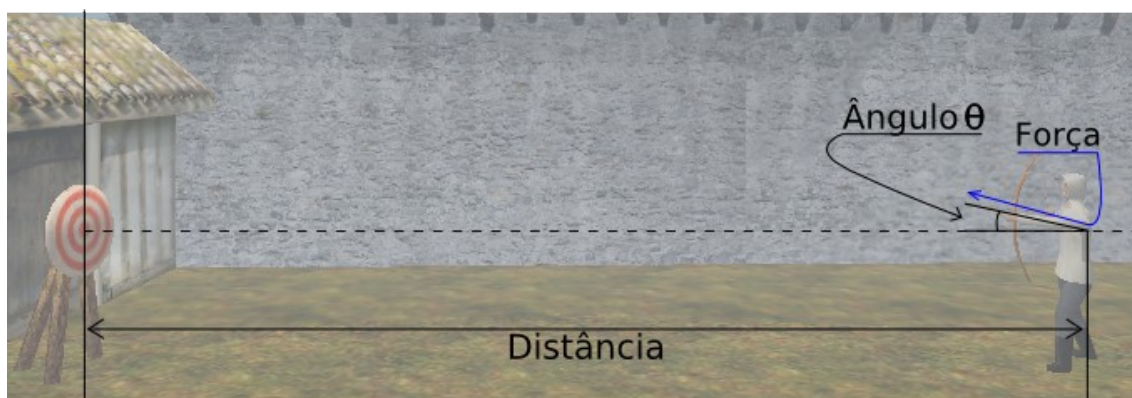
Os indivíduos são selecionados através do seu fitness, que nada mais é do que uma forma de medir o desempenho daquele indivíduo. O cálculo do fitness é uma das partes mais importantes do AG, pois é a partir deste cálculo que se obtém os melhores indivíduos e consequentemente uma solução mais otimizada.

Existem diversas técnicas para se realizar a seleção, as mais comuns são: roleta, torneio e ranking.

## 3. O Problema de Otimização de Trajetória Balística

O problema de trajetória balística abordado neste artigo trata da situação em que existe um arqueiro posicionado à uma distância X do alvo, o arqueiro por sua vez precisa atirar a flecha com a maior precisão possível. Para o cálculo da trajetória da flecha são avaliadas duas variáveis, o ângulo do braço do arqueiro e a força de tensão aplicada no arco. A situação pode ser melhor visualizada no esquema da figura 4.

A utilização de algoritmos genéticos na solução deste problema é muito interessante ao ponto de que dependendo dos parâmetros aplicados ao algoritmo obtém-se resultados não muito precisos, isso reflete diretamente com uma situação real, pois existem poucas chances de um arqueiro (por mais habilidoso que seja) acertar todos os tiros sem risco de erro. Um bom exemplo disso é quando temos um arqueiro pouco habilidoso, ele tem poucas chances de dar um tiro preciso, porém isto é possível, da mesma forma quando temos um arqueiro bastante habilidoso, ele também corre o risco de errar o tiro. Desta forma o AG traz muito mais realismo à simulação aproximando-se dos resultados obtidos em uma situação real.



**Figura 4. Variáveis do Problema**

#### 4. Utilização Do Algoritmo Genético Para a Solução do Problema

Esta seção tem por finalidade mostrar como o problema da otimização dos parâmetros para a trajetória balística pode ser resolvido utilizando a técnica de Algoritmos Genéticos. Serão apresentados os tipos de codificação (Seção 4.1), Avaliação (Seção 4.2), seleção (Seção 4.3), cruzamento (Seção 4.4) e mutação (Seção 4.5) utilizados.

##### 4.1. Codificação

A codificação escolhida para a representação dos indivíduos foi a representação através de números reais. Cada indivíduo é composto por duas características, o ângulo e a força. Um exemplo de indivíduo pode ser observado na figura 5.

| Ângulo | Força |
|--------|-------|
| 12,56° | 14,7  |

**Figura 5. Exemplo de um indivíduo**

##### 4.2. Avaliação

A avaliação dos indivíduos é obtida através da função fitness, esta função visa analisar os parâmetros do indivíduo e medir o desempenho do mesmo. O problema do arqueiro está baseado na trajetória da flecha logo o fitness do indivíduo é calculado utilizando-se de equações de trajetória de projéteis, o desempenho do indivíduo é dado pela distância final entre a flecha e o centro do alvo. As duas equações das figuras 6 e 7 retornam respectivamente as posições X e Y da flecha em um determinado instante de tempo, a função fitness consiste em encontrar a menor distância entre a parábola gerada pela trajetória da flecha e o centro do alvo, quanto mais próximo de zero for o resultado melhor é o fitness do indivíduo.

$$X = V_0 \cdot \cos(\text{angulo}) \cdot T$$

Onde:  
 $V_0$  é a velocidade inicial  
 $T$  é o tempo

**Figura 6. Equação do X**

$$Y = V0 \cdot \text{Sen}(\text{angulo}) \cdot T - \frac{GT^2}{2}$$

Onde:  
V0 é a velocidade inicial  
T é o tempo  
G é a aceleração da gravidade

**Figura 7. Equação do Y**

A seguir é possível observar que a diferença entre um bom fitness e um fitness ruim é claramente visível através da posição final da flecha.



**Figura 8. Exemplos de fitness**

#### **4.3. Seleção**

A seleção dos indivíduos consiste de duas etapas, o cálculo do fitness (Seção 4.2) e a ordenação dos indivíduos através da técnica de ranking. Os melhores indivíduos (ou seja aqueles que possuem melhor fitness) são posicionados nas primeiras posições da lista, tendo mais chances de avançar para a próxima geração. A seleção é realizada tomando como parâmetro a porcentagem de indivíduos a serem selecionados aleatoriamente na população total.

#### **4.4. Cruzamento**

A operação de cruzamento é responsável pela mistura de material genético entre dois indivíduos, essa operação pode melhorar bastante o fitness dos indivíduos se utilizada de forma correta, existem casos em que um indivíduo possui um ângulo perfeito, porém a força aplicada é muito grande ou muito pequena logo a flecha não atinge o alvo, utilizando a operação de cruzamento é possível que as características de dois indivíduos ruins possam formar um novo indivíduo com fitness muito melhor. No problema da trajetória balística o cruzamento foi implementado de forma combinar as características de dois indivíduos previamente selecionados e substituí-los na população total.

#### **4.5. Mutação**

A operação de mutação é um dos elementos mais importantes na implementação do problema da trajetória balística, ela afeta apenas a característica “ângulo” visto que

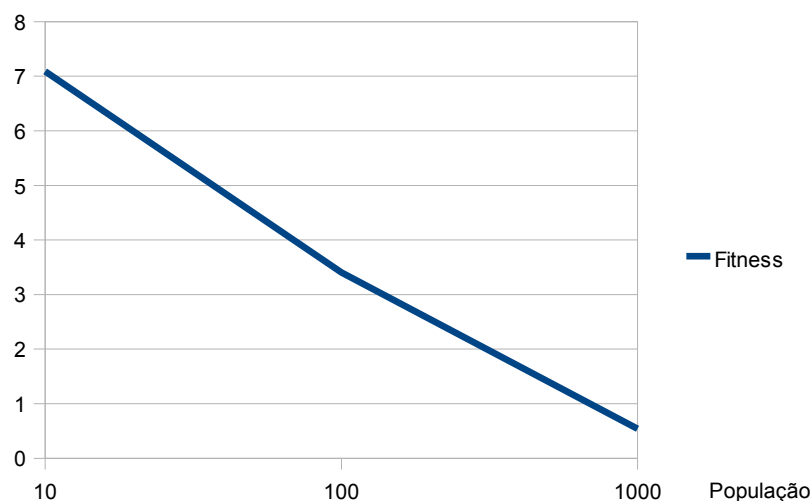
existem maiores probabilidades de que o ângulo esteja incorreto. O processo de mutação é bastante simples, a característica é substituída por um novo valor aleatório que pode variar entre 0 e 360 graus.

## 5. Resultados

Esta seção aborda uma série de testes que foram realizados afim de refinar as taxas de mutação, cruzamento e quantidade de população de forma gerar melhores resultados com um menor custo computacional. Os testes realizados compreendem execuções do mesmo algoritmo com alterações nos seguintes parâmetros:

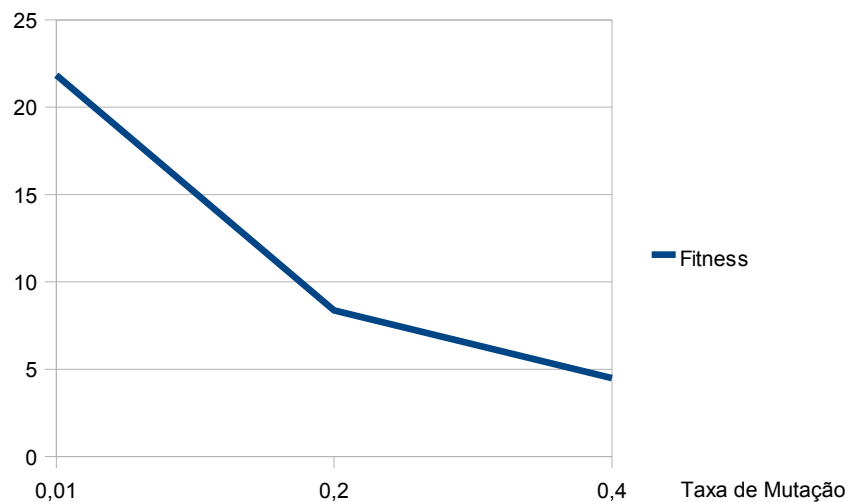
- Total de indivíduos (população);
- Taxa de Mutação
- Número de gerações;

O teste a ilustrado na figura 9 demonstra a proporção com que o fitness melhora de acordo com que se aumenta a população de indivíduos. Nota-se que com 10 indivíduos a média dos fitness ficou próxima de 7, com 100 indivíduos a taxa ficou entre 3 e 4, e com uma população de 1000 indivíduos os resultados foram muito próximos de zero, ou seja, a flecha chegou muito próxima do centro do alvo.



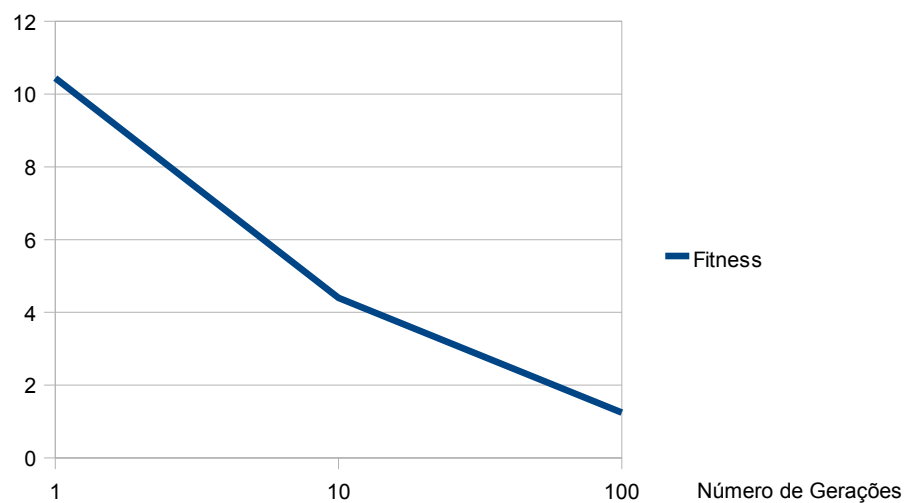
**Figura 9. Gráfico representando a melhoria do fitness com relação ao aumento da população**

O teste ilustrado na figura 10 demonstra a maneira como a taxa de mutação tem grande influência na obtenção dos resultados do algoritmo, como foi citado anteriormente a mutação trabalha com a característica “ângulo” e falhas nesta característica representam a maior parte dos indivíduos com fitness ruim.



**Figura 10. Gráfico representando a melhoria do fitness de acordo com o aumento da taxa de mutação.**

O teste ilustrado na figura 11 representa o a melhoria do fitness dos indivíduos quando se aumenta o número de gerações do algoritmo.



**Figura 11. Gráfico representando a melhoria do fitness de acordo com o aumento do número de gerações**

## 6. Conclusões

Após a realização deste trabalho torna-se evidente que os algoritmos genéticos são uma ótima forma de se apresentar soluções para o problema da trajetória balística e além disso adicionar um fator aleatório à simulação tornando-a muito mais real, possibilitando que se observe situações de acerto e erro assim como em um lançamento de uma flecha real.

## **7. Trabalhos Futuros**

Após a conclusão deste trabalho tornaram-se evidentes algumas características que poderiam torná-lo mais completo e eficiente, a adição de uma nova variável “ângulo horizontal” ao cromossomo possibilitando que se atire a flecha em qualquer direção. Também seria bastante interessante adicionar uma restrição ao método de seleção dos indivíduos que sofrerão mutação, o método adotado neste trabalho sorteia aleatoriamente uma quantidade X de indivíduos entre toda a população, porém o algoritmo seria mais eficiente se houvesse uma forma de fazer esta seleção apenas sorteando entre os indivíduos ruins, isso eliminaria a possibilidade de um bom indivíduo sofrer mutação e possivelmente piorar seu fitness.

## **8. Referencias Bibliográficas**

- [Golberg 1989] D. Goldberg (1989), Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley.  
[Pacheco 1999] Pacheco, Marco Aurélio Cavalcanti (1999), Algoritmos Genéticos: Princípios e Aplicações

## **9. Bibliografia**

<http://educar.sc.usp.br/fisica/proj-aux2.html>  
<http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/cinematica/parabolico/parabolico.htm>  
<http://www.algosobre.com.br/fisica/balistica-e-lancamento-de-projetil.html>

(acessos em 02/04/09)

Bonjorno, José Robert (2005), Física – História e Cotidiano 2ª edição, Editora FTD S.A.