

MATLAB دنباله‌ها در

استاد محترم : مهندس مریم محمدی سرپیری

ارائه دهندگان : زینب معصومیان و علی کرباسی

چاپ اعداد فرد با استفاده از حلقه For و دنباله

دنباله ساخت اعداد فرد $2n-1$ است.

در گام اول متغیر مجموع را تعریف ابتدایی می‌کنیم :

```
s = 0;
```

حال برای چاپ عناصر دنباله بالا خواهیم داشت :

```
for n = 1 : 5
```

```
    tn = 2*n-1
```

```
    s = s + tn;
```

```
end
```

```
s
```

چاپ اعداد فرد با استفاده از حلقه For و دنباله

خروجی کد به این صورت است :

tn = 1

tn = 3

tn = 5

tn = 7

tn = 9

s = 25

تمرین اول

○ با استفاده از while و دنباله ساخت اعداد فرد، 10 عدد فرد (از 1 ...) را چاپ کنید.

راهنمایی :

دنباله ساخت اعداد فرد $2n-1$ است.

تمرین دوم

○ مجموع اعداد به دست آمده در تمرین اول را به دست آورید.

دنباله ریاضی

همانطور که می‌دانید دنباله‌های ریاضی، دنباله‌هایی هستند که در آنها هر عبارت نسبت به عبارت قبل خود با یک عدد جمع می‌شود مثلاً 3-6-9-12-15-... یک دنباله ریاضی است.

در دنباله ریاضی عبارت n ام برابر است با :

$$L = a + (n - 1)d$$

و مجموع n عبارت اول برابر است با :

$$S = n/2 (a + L) = n/2 [2a + (n - 1)d]$$

A برابر جمله اول، d برابر اختلاف دو جمله، L برابر جمله n ام با جمله آخر و S برابر مجموع است.

دنباله هندسی

در دنباله هندسی هر جمله نسبت به جمله قبلی در یک عبارت ضرب میشود.

برای مثال 4, 8, 16, 32... یا 4, 16, 64, ...

رابطه این دنباله به صورت زیر است :

$$L = ar^{n-1}$$

جمله n ام برابر

و مجموع n جمله اول برابر :

$$S = a(r^n)/(1 - r - 1) = (rL-a)/(r - 1)$$

است که در آن a برابر اولین جمله، r برابر ضریب مشترک، n برابر تعداد جملات است.

دنباله هندسی

برای مثال دنباله 5, 10, 20, 40... را در نظر بگیرید . می‌خواهیم پارامترها را با متلب محاسبه نماییم :

```
a = 5; r = 2;
```

```
n = 1 : 7;
```

```
L = a * r.^(n-1)
```

```
**یافتن هفتمین عدد دنباله **
```

```
L(7)
```

```
**مجموع هفت عدد اول دنباله **
```

```
sum(L(1:7))
```


نتیجه :

$$L = 5 \quad 10 \quad 20 \quad 40 \quad 80 \quad 160 \quad 320$$

$$\text{Ans} = 320$$

$$\text{Ans} = 635$$

تمرین سوم

○ جمله 10 ام دنباله هندسی 5 - 20 - 80 - 320 - 1280 - ... را پیدا کنید.

راهنمایی :

$$L = a * r.^{(n-1)}$$

سری‌های نامتناهی

یک سری هندسی نامتناهی تنها زمانی همگراست که ضریب عمومی سری کوچکتر از یک باشد. مجموع بی نهایت جمله یک دنباله هندسی در صورتی که ضریب عمومی آن کوچکتر از یک باشد با فرمول زیر محاسبه میشود:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}, \quad |r| < 1$$

که در آن a برابر اولین جمله و r برابر ضریب عمومی است. برای مثال سری نامتناهی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dots - 1/16 + 1/8 - 1/4 + 1/2 - 1$$

که a برابر 1 و r برابر $-1/2$ است، با استفاده از فرمول بالا:

$$S = 1/(1 - (-1/2)) = 2/3$$

همچنین برای سری

$$\dots - 1/81 + 1/27 - 1/9 + 1/3 - 1$$

مجموع برابر $3/4$ خواهد بود.

سری‌های نامتناهی

حالا ببینیم متلب در این زمینه چه کمکی به ما می‌کند :

**** تعریف 5 المنت اول ****

$n = 0 : 4$

**** ساخت توالی ****

$s = (-1).^n ./ 2.^n$

**** پیدا کردن مجموع ****

$s_to_i = \text{sum}(s)$

در کدهای بالا در خط 2 ، ابتدا 5 عنصر از سری را انتخاب می‌کنیم، سپس در خط 5 ، دنباله را تعریف می‌کنیم ، و در خط آخر نیز مجموع 5 جمله را به دست می‌آوریم .

سری‌های نامتناهی

در نتیجه خواهیم داشت :

$$N = \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$S = \quad 1.0000 \quad -0.5000 \quad 0.2500 \quad -0.1250 \quad 0.0625$$

$$s_to_i = 0.6875$$

این نتیجه نشان می‌دهد که 5 جمله یا عنصر از دنباله، دقت مناسبی را به ما ارائه نمی‌دهد و باید عبارتهای بیشتری را شامل شود.

تعداد عبارات را به جای 5 بر روی 101 تنظیم می‌کنیم و حاصل جمع برابر است با : 0.66666666666667

محاسبه عدد pi

حال با توجه به اطلاعاتی که در خصوص کار با سری ها به دست آوردیم، می‌خواهیم مقدار عدد pi را محاسبه نماییم.
یک سری، که از سری تیلور مشتق شده، عبارت است از :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \dots = \frac{\pi}{4}$$

محاسبه عدد pi

این سری از $n=0$ شروع می‌شود و به سری لایبنیز مشهور است.

حال در متلب این سری را امتحان می‌کنیم :

```
format long
```

```
** هدف **
```

```
p4 = pi/4
```

```
** ** یک میلیون جمله را در نظر میگیریم
```

```
n = 0 : 1000000;
```

```
** تعریف تابع **
```

```
seq = (-1).^n ./ (2*n + 1);
```

```
** نمایش مجموع **
```

```
s = sum(seq)
```

محاسبه عدد π

برای پاسخ داریم :

$$p_4 = 0.78539816339745$$

$$s = 0.78539841339719$$

می‌بینیم سری با تقریب به مقدار $\pi/4$ همگرا شده است. اما نکته‌ای که هست اینجاست که این همگرایی فقط تا 6 رقم بعد اعشار و آن هم بعد از یک میلیون بار تکرار حاصل شده است.

محاسبه عدد pi

```
format long
```

```
** با صفر شروع می‌کنیم **
```

```
calc_pi = 0;
```

```
** صد جمله اول را در نظر می‌گیریم **
```

```
for n = 0 : 100
```

```
    ** تعریف دنباله **
```

```
    t = (-1)^n/(2*n + 1);
```

```
    ** جمع برای رسیدن به پای/چهارم **
```

```
    calc_pi = calc_pi + t;
```

```
    ** ذخیره اطلاعات برای رسم نمودار **
```

```
    cp(n+1) = 4*calc_pi;
```

```
end
```

```
** رسم نمودار **
```

```
plot(cp)
```

```
title('Series to find pi'); grid on
```

```
** نمایش آخرین مقدار **
```

```
cp(end)
```

با ضرب تمام جمله های دنباله در 4 می‌توانیم به جای $\pi/4$ به π همگرا شویم :

دنباله موردنظر : $\dots(4/7)-(4/5)+(4/3)-(4/1)$

پایان