

Inlämning 3

ERE103, Reglerteknik D3

Balansering av Balanduinoroboten

Ali Mohamed, almoha@student.chalmers.se

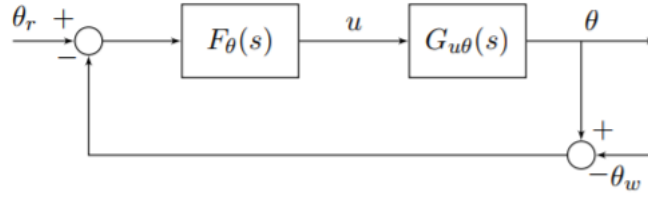
13 December, 2017

Innehållsförteckning

1	Val av regulator	1
1.1	P-regulator	1
1.2	PI-regulator	2
1.3	PD-regulator	2
2	Regulatordesign, inre loop	3
3	Simulering av den inre balanserande regulatorn	4
4	Reglerdesign - Yttre loop	5
5	Simulering av det återkopplade systemet	7
6	Bestäm parametrarna c_0, c_1, c_2, c_3	11
7	Reglerdesign - Yttre loop	12

1 Val av regulator

Följande blockschema finns för reglering av vinkel θ för Balanduino roboten.



Figur 1: Blockschema vid reglering av vinkeln θ för roboten.

Vidare står det i Labb PM:et att överföringsfunktionen för $G_{u\theta}(s)$ är

$$G_{u\theta}(s) = \frac{\alpha}{s^2 - 75.85} = \frac{7.55}{s^2 - 75.85}$$

Blocket $F_\theta(s)$ är systemets regulator med följande regulatorer tillgängliga:

$$F_\theta(s) = \begin{cases} K_p, & \text{P-regulator} \\ K_p + \frac{K_i}{s}, & \text{PI-regulator} \\ K_p + \frac{sK_d}{1 + sT_f}, & \text{PD-regulator med LP-filter} \end{cases}$$

Systemets kretsöverföring är $L(s) = F_\theta(s) \cdot G_{u\theta}(s)$, detta medför att överföringsfunktionen för det återkopplade systemet blir

$$\theta = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \cdot \theta_r \quad (1)$$

1.1 P-regulator

$$L(s) = K_p \cdot \frac{7.55}{s^2 - 75.85}$$

$$\frac{\theta}{\theta_r} = \frac{K_p \cdot \frac{7.55}{s^2 - 75.85}}{1 + \frac{K_p \cdot 7.55}{s^2 - 75.85}} = \frac{K_p \cdot 7.55}{s^2 - 75.85} \cdot \frac{s^2 - 75.85}{s^2 - 75.85 + K_p \cdot 7.55} = \frac{K_p \cdot 7.55}{s^2 - 75.85 + K_p \cdot 7.55}$$

$$\begin{array}{c|c} s^0 & 1 \\ s^1 & 0 \\ s^2 & C_0 \end{array}$$

Utan vidare beräkning kan vi dra slutsatsen att vi inte har alla koefficienter i tabellens första kolumn (a_0, a_1, c_0, \dots) strikt positiva. En P-regulator kan i detta fall inte användas för att få samtliga poler i VHP i det återkopplade systemet.

1.2 PI-regulator

$$\frac{\theta}{\theta_r} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \cdot \left(\frac{7.55}{s^2 - 75.85}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \cdot \left(\frac{7.55}{s^2 - 75.85}\right)} = \frac{K_p \cdot 7.55s + K_i \cdot 7.55}{s^3 - 75.85s + K_i \cdot 7.55}$$

$$\begin{array}{c|c} s^0 & d_0 \\ s^1 & c_0 \\ s^2 & 0 \\ s^3 & 1 \end{array}$$

Vi set att $a_1 = 0$, med samma argument som för en P-regulator går det inte att implementera en PI-regulator.

1.3 PD-regulator

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\theta_r} &= \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{\left(K_p + \frac{sK_d}{1 + sT_f}\right) \cdot \left(\frac{7.55}{s^2 - 75.85}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{sK_d}{1 + sT_f}\right) \cdot \left(\frac{7.55}{s^2 - 75.85}\right)} \\ &= \frac{7.55 \cdot K_p \cdot (1 + sT_f) + K_d \cdot 7.55 \cdot s}{s^3 \cdot T_f + s^2 + (K_p \cdot T_f \cdot 7.55 + K_d \cdot 7.55 - 75.85 \cdot T_f) \cdot s + (K_p \cdot 7.55 - 75.85)} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} s^0 & d_0 \\ s^1 & c_0 \\ s^2 & 1 \quad K_p \cdot 7.55 - 75.85 \\ s^3 & T_f \quad K_p T_f \cdot 7.55 + K_d \cdot 7.55 - 75.85 \cdot T_f \end{array}$$

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1} = \frac{(K_p T_f \cdot 7.55 + K_d \cdot 7.55 - 75.85 \cdot T_f) - (K_p T_f \cdot 7.55 - 75.85 \cdot T_f)}{1} \\ &= K_d \cdot 7.55 \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1} = 0$$

$$d_0 = \frac{c_0 a_3 - c_1 a_1}{c_0} = \frac{K_d \cdot 7.55 \cdot (K_p \cdot 7.55 - 75.85) - 0}{K_d \cdot 7.55} = K_p \cdot 7.55 - 75.85$$

Vi får att alla koefficienter i tabellens första kolumn är strikt positiva om

$$\begin{cases} T_f > 0 \\ K_d > 0 \\ K_p \cdot 7.55 - 75.85 = 0 \Rightarrow K_p > \frac{1517}{151} \end{cases}$$

2 Regulatordesign, inre loop

För att bestämma regulatorparametrarna till PID-regulatorn så att det återkopplade systemet har polerna $-5 \pm j11$, $-7.5 \pm j16$ användes programvaran **Matlab**. Följande värden erhöles

$$\begin{cases} K_p = 28.5309 \\ K_d = 2.4831 \\ K_i = 241.5285 \\ T_f = 0,0400 \end{cases}$$

Regulatorparametrarna beräknas genom följande ekvationer

$$T_f = \frac{1}{a_1 + a_2 + a_3 + a_4} \quad (2)$$

$$K_i = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot T_f}{\alpha} \quad (3)$$

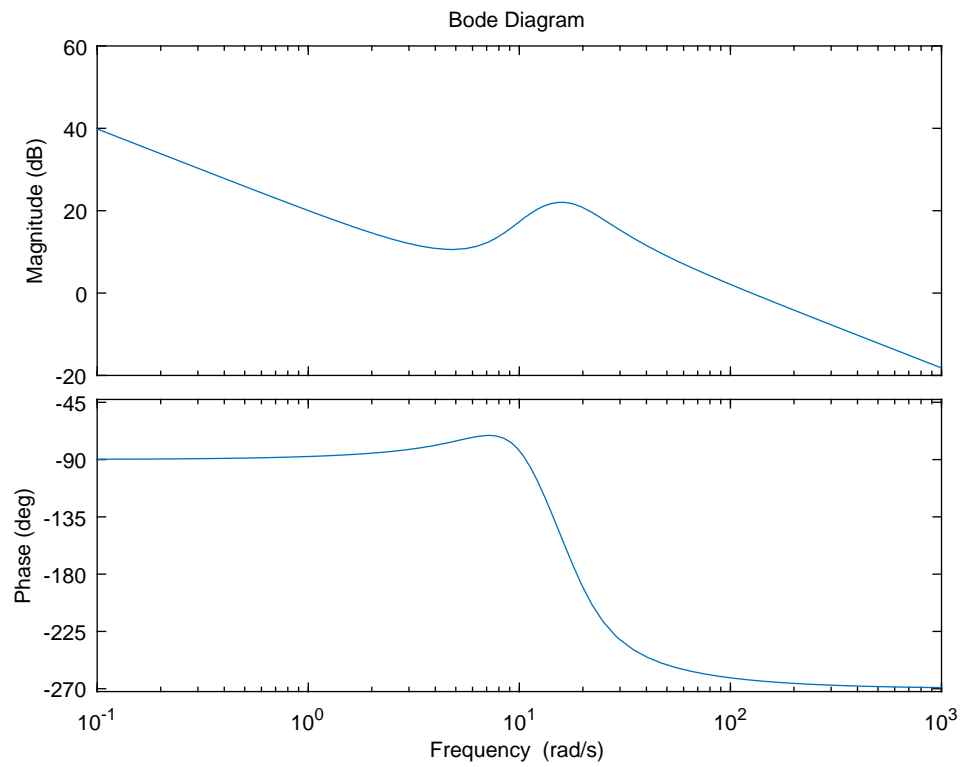
$$K_p = \frac{(a_4(a_1a_2 + a_3(a_1 + a_2)) + a_1a_2a_3)T_f + \beta^2}{\alpha} - K_iT_f \quad (4)$$

$$K_d = \frac{(a_1a_2 + a_4(a_1 + a_2 + a_3) + a_3(a_1 + a_2))T_f + \beta^2}{\alpha} - K_p - T_f \quad (5)$$

3 Simulering av den inre balanserande regulatorn

- a) Det finns inga anmärkningsvärda skillnader mellan det linjära och olinjära systemet. Det är fullt i linje med vår uppfattning då systemet är linjäriserat avseende på jämviktspunkten d.v.s. när roboten är i ett vertikalt läge.
- b) När det återkopplade systemets mätsignal innehåller störningar sker ett växlande spänningsfall som orsaker problem. Dessa problem inkluderar avläsningsfel som i sin tur leder till att \ddot{r} -värdet (i inre slingan) misstolkas.
- c) Filterkonstanten definierar hur stor effekt av den deriverande komponenten som fås ges uttryck i styrsignalen. Genom att ansätta ett högt värde på filterkonstanten T_f ges P och I delen större verkan. Genom att istället ansätta ett lågt värde på filterkonstanten fås en PID-regulator exkl. lågpasfilter som således ger variation i mätstörningen.

4 Reglerdesign - Yttre loop



Figur 2: Bodediagram över processen

Det skall designas en PI-regulator med som ger en fasmarginal $\varphi = \frac{\pi}{3}$ vid överkorsningsfrekvensen $\omega_c = 0.75 \text{ rad/s}$. Regulatorn har följande parametrering

$$\bar{F}_v(s) = K_p^v + \frac{K_i^v}{s} = \left(1 + \frac{1}{T_i^v s}\right), \quad T_i^v = \frac{K_p^v}{K_i^v}.$$

Med önskad fasmarginal φ och medföljande överkorsningsfrekvens ω_c är nästa steg att bestämma $|\bar{F}_v(j\omega_c)|$ samt $\angle \bar{F}_v(j\omega_c)$. Från bodediagrammet (fig. 2) på föregående sida fås

$$\begin{aligned} \arg\{\bar{F}_v(j\omega_c)\} &= -\tan\left(\frac{1}{\omega_c T_i^v}\right)^{-1} = -180 + 60 - (91.8 - 180) \approx -31.8^\circ \\ &\Rightarrow -\tan\left(\frac{1}{\omega_c T_i^v}\right)^{-1} \approx -31.9^\circ, \quad \Rightarrow T_i^v = 2.1338 \end{aligned}$$

Vidare har vi att

$$|\bar{F}_v(j\omega_c)| = \frac{1}{|G_p(j\omega_c)|} = \left\{|G_p(j\omega_c)| = 13.2589\right\} = \frac{1}{13.2589} \approx 0.07542$$

och från den givna parametreringen från labb PM:et fås

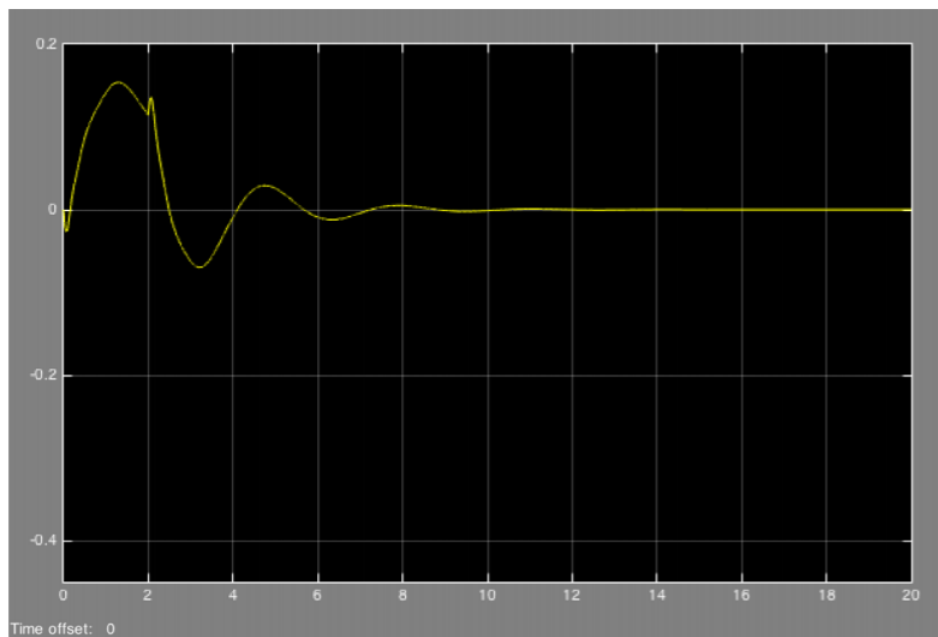
$$|\bar{F}_v(j\omega_c)| = K_p^v \left|1 + \frac{1}{T_i^v j\omega_c}\right| = K_p^v \sqrt{1 + \left(\frac{1}{T_i^v \omega_c}\right)^2}, \Rightarrow K_p^v = \frac{\frac{1}{|G_p(j\omega_c)|}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{T_i^v \omega_c}\right)^2}} \approx 0.06396$$

Vidare finns givet att

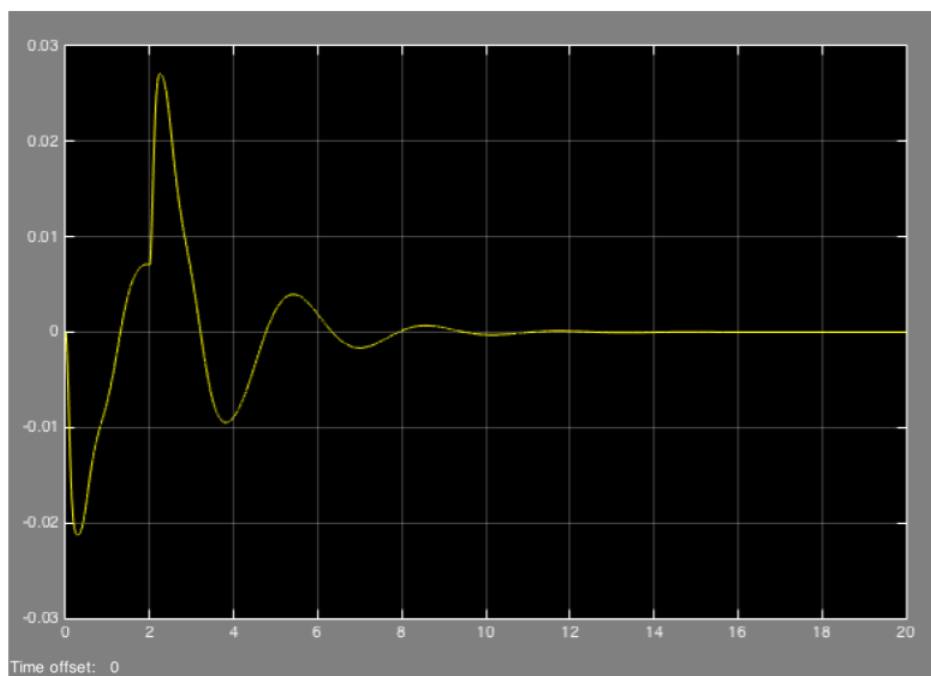
$$T_i^v = \frac{K_p^v}{K_i^v}, \Rightarrow K_i^v = \frac{K_p^v}{T_i^v} \approx 0.029975$$

$$\begin{cases} K_p^v = -0.06396 \\ K_i^v = -0.029975 \end{cases}$$

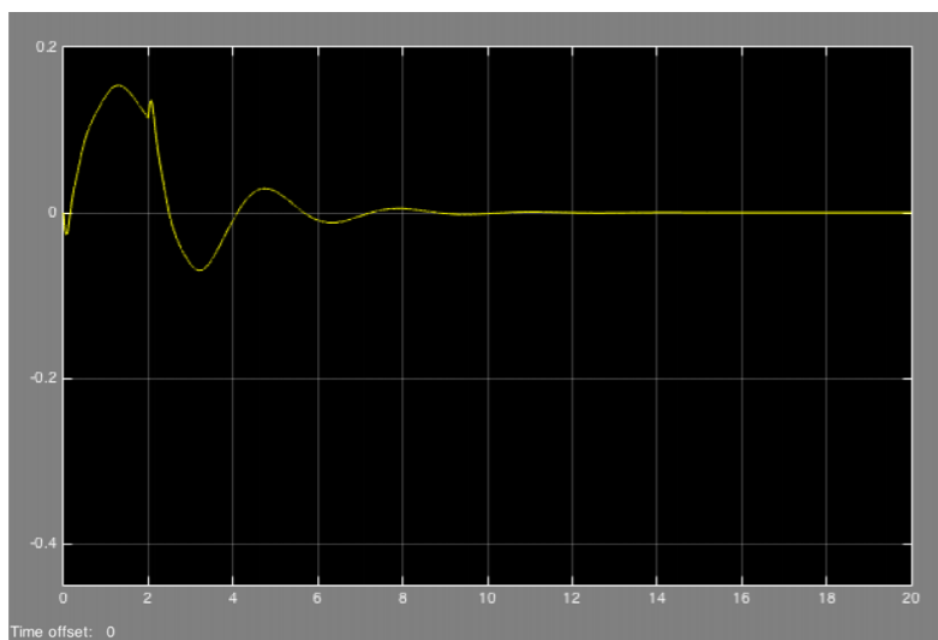
5 Simulering av det återkopplade systemet



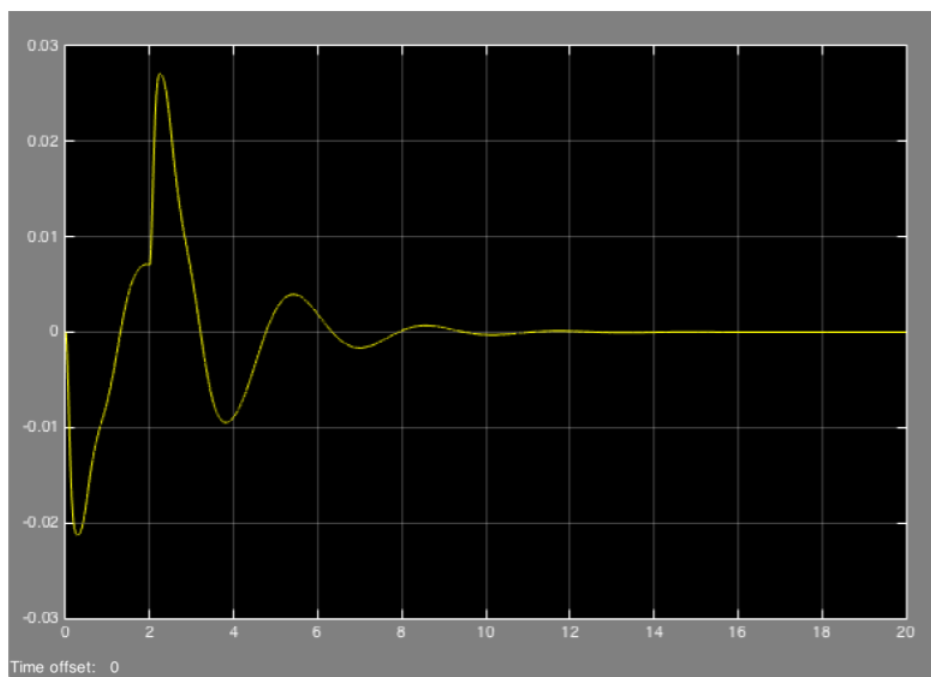
Figur 3: Linjärt system (θ), utan mätstörning



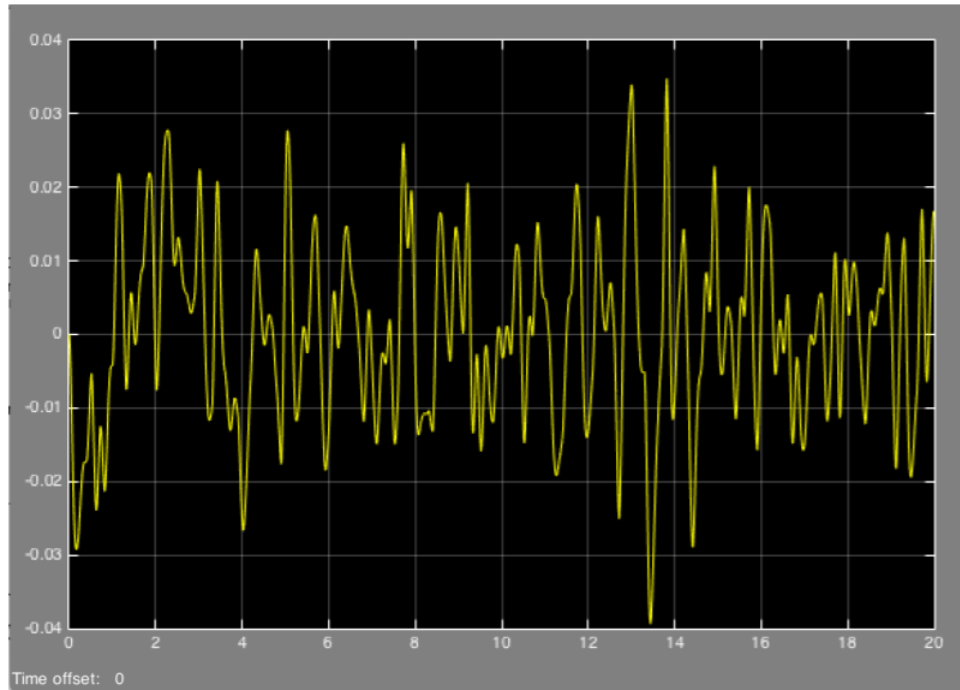
Figur 4: Linjärt system (θ'), utan mätstörning



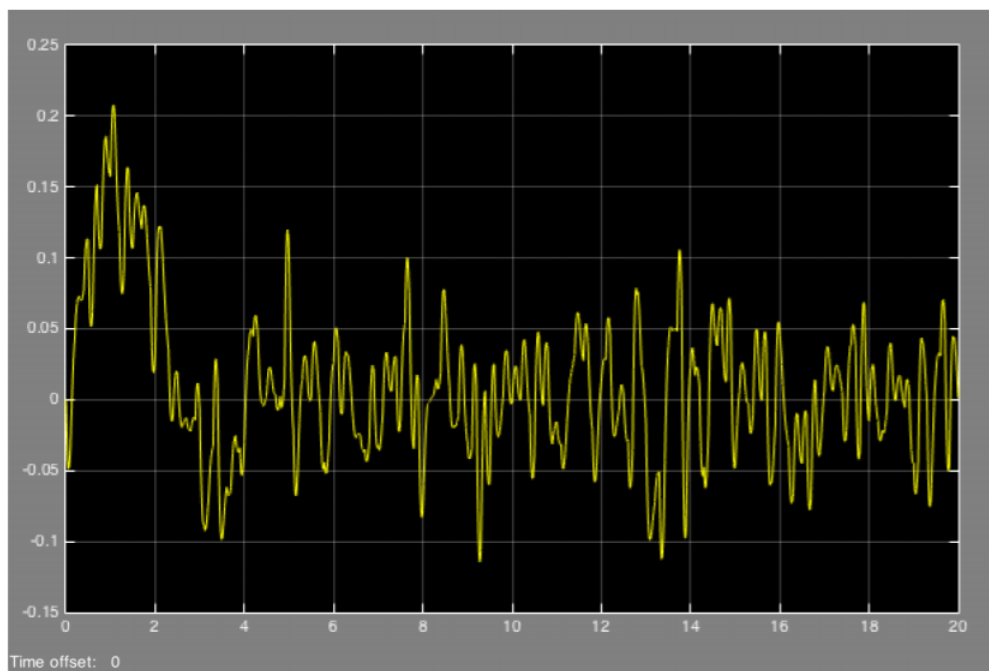
Figur 5: Ej-linjärt system (θ), utan mätstörning



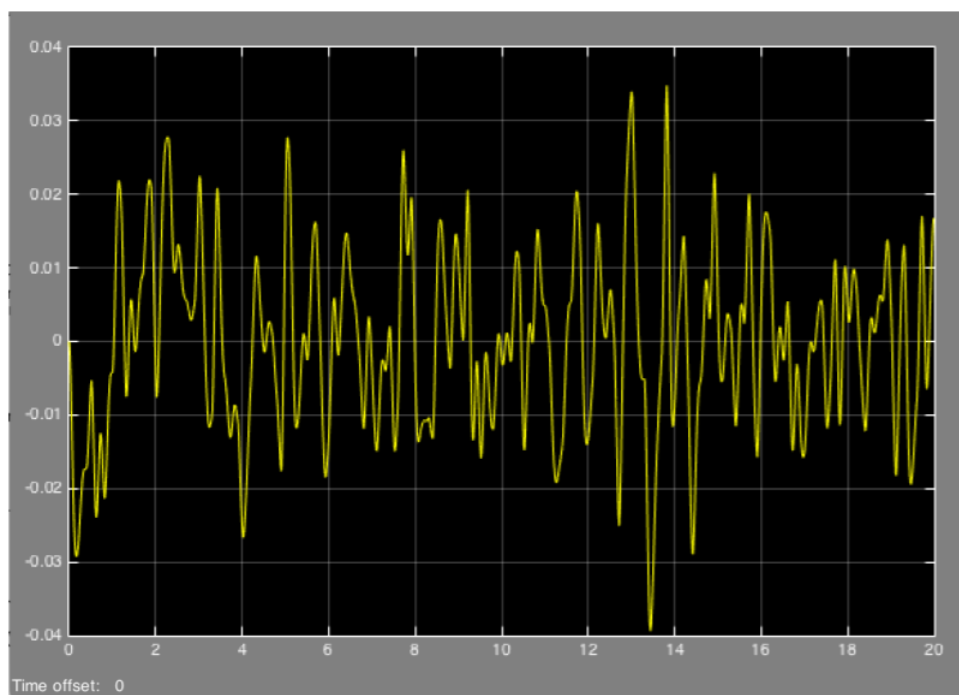
Figur 6: Ej-linjärt system (θ'), utan mätstörning



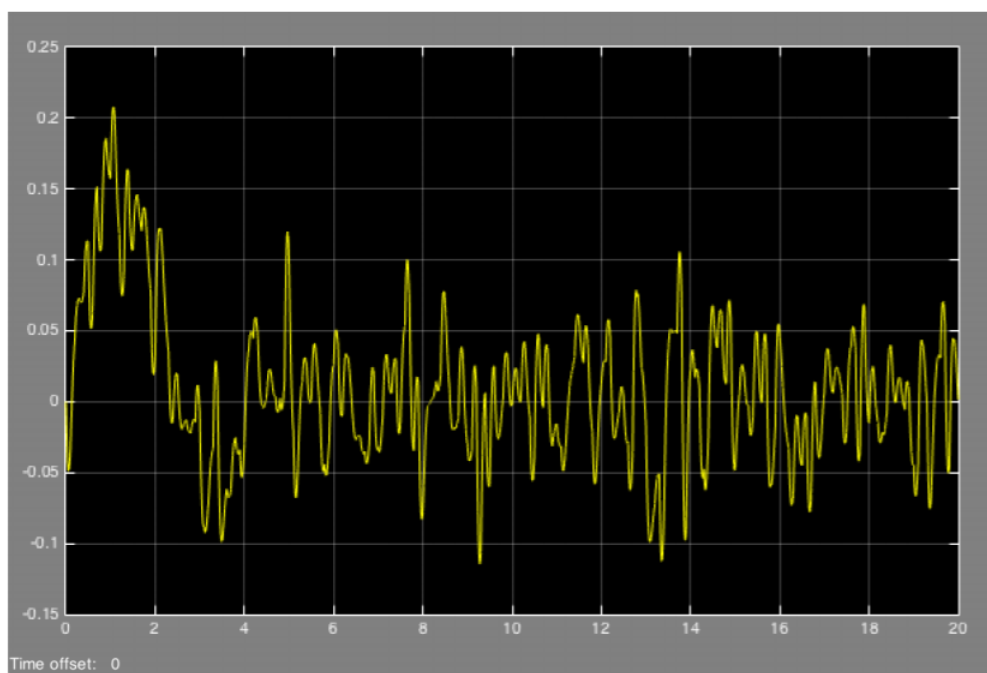
Figur 7: Linjärt system (θ), med mätstörning



Figur 8: Linjärt system (θ'), med mätstörning



Figur 9: Ej-linjärt system (θ), med mätstörning



Figur 10: Ej-Linjärt system (θ_l), med mätstörning

6 Bestäm parametrarna c_0 , c_1 , c_2 , c_3

```
void loop()
{
  h = time_since_last_sample(); // in seconds
  double theta = getTheta(); // angular orientation (rad)
  double v = getSpeed(h); // longitudinal velocity (m/s)
  double v_r = 0; // Generate setpoint value
  double e = v_r - v; // Control error
  P = c0 * e;
  D = c1 * D + c2 * (e - eold); // Modify this
  double u = P + I + D; // Set control signal
  actuateControlSignal(u);
  I = I + c3 * e; // Modify this
  eold = e; // Remember last control error
}
```

$$\begin{cases} c_0 = K_p \\ c_1 = \frac{T_f}{T_f + h} \\ c_2 = \frac{K_d}{T_f + h} \\ c_3 = K_i \end{cases}$$

7 Reglerdesign - Yttre loop

Det skall designas en PD-regulator med som ger en fasmarginal $\varphi = \frac{\pi}{4}$ vid överkorsningsfrekvensen $\omega_c = 0.4 \text{ rad/s}$. Regulatorn har följande parametrering

$$\bar{F}_p(s) = K_p^p + \frac{K_d^p s}{1 + sT_f^p} = K_p^p \left(1 + \frac{T_d^p s}{1 + sT_f^p} \right), \quad T_d^p = \frac{K_d^p}{K_p^p}.$$

Genom att använda bodediagrammet och m.h.a. MATLAB fås

$$|G_{p'}(j\omega_c)|_{dB} = 35.7 \text{ dB vid } \approx 0.4 \text{ rad/s}, \quad \Rightarrow |G_{p'}(j\omega_c)| \approx 61 \quad (20 \log_{10} |G_{p'}(j\omega)|)$$

$$\arg\{G_{p'}(j\omega_c)\} \approx 181^\circ$$

Vi kan nu få

$$|F_{PD}(j\omega_c)| = \frac{1}{|G_{p'}(j\omega_c)|} \approx 0.0164059$$

φ_{max} fås från den givna formelsamlingen "Reglerteknik M3 och D3"

$$\varphi_{max} = -180^\circ + \varphi_m - \arg\{G_{p'}(j\omega_c)\} = -316^\circ$$

Därefter kan b fås genom

$$b = \frac{1 + \sin(\varphi_{max})}{1 - \sin(\varphi_{max})} = \frac{1 + \sin(-316^\circ)}{1 - \sin(-316^\circ)} \approx 5.55, \quad \Rightarrow \tau_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c} \approx 5.89$$

Ett samband från formelsamlingen

$$F_{PD} = K_p^p = \left(\frac{1 + s \cdot \tau_d}{1 + s \cdot \frac{\tau_d}{b}} \right), \quad b > 1 \quad (6)$$

$$|F_{PD}(j\omega_c)| = K_p^p \cdot \left(\frac{\sqrt{1 + (\omega_c \tau_d)^2}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_c \tau_d}{b})^2}} \right), \quad \Rightarrow K_p^p \approx -0.006963596$$

Identifiering av övriga regulatorparametrar

$$K_p^p \cdot \left(\frac{1 + s \cdot \tau_d}{1 + s \cdot \frac{\tau_d}{b}} \right) = K_p^p + \frac{K_p^p T_d^p s}{1 + sT_f^p}, \quad \Rightarrow s \frac{\tau_d}{b} = T_f^p s$$

$$\Rightarrow T_f^p \approx 1.061261261$$

$$T_d^p = \frac{K_d^p}{K_p^p}, \quad \Rightarrow K_d^p = K_p^p \cdot T_d^p, \quad \Rightarrow K_d^p \approx -0.0336253$$