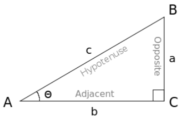
Matte

$\sin\theta = \frac{a}{c}$
$\cos\theta = \frac{b}{c}$
$\tan\theta = \frac{a}{b}$



$\bar p = x\bar i + y\bar j + z\bar k$

$\bar u \times \bar v = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} =$

$= \bar i u_2 v_3 + \bar j u_3 v_1 + \bar k u_1 v_2 - \bar i u_3 v_2 - \bar j u_1 v_3 - \bar k u_2 v_1$

Rörelse

Hastighet/acceleration

$\bar v = \frac{d\bar p}{dt}$, $\bar a = \frac{d\bar v}{dt}$

Konst. acceleration

$v_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2}$
$\bar v_f = \bar v_i + \bar a t$
¡$v_f^2 - v_i^2 = 2as$
$x_f - x_i = \bar v_i t + \frac{1}{2}\bar a t^2$

Misc.

$x \to \bar p$, $s \to (\bar p_f - \bar p_i)$

Kaströrelser

$v_x = v_i \cos\theta$
$v_y = v_i \sin\theta - gt$
$x_f - x_i = v_i t \cos\theta$
$y_f - y_i = v_i t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$
maxhöjd $= \frac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g}$
kastlängd $= \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$

Cirkulär rörelse

$v = \frac{2r\pi}{T} = \omega r$
$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$
$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{4mr\pi^2}{T^2}$
(T omloppstid)

Konisk pendel

$T = 2\pi\sqrt{\frac{h\cos\theta}{g}}$

Krafter

$\bar F = m\bar a$
$\bar F = m\bar g$
$\bar F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Friktion

$\mu_s = \tan\theta$
$f_{max} = \mu_s N$

Fjäder

$F_s = -kx$
$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$
$v(t) = -A\omega\cos(\omega t + \phi)$
$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Arbete och energi

$dW = \bar F d\bar r$
$W = F_s s = Fs\cos\omega$

Potentiell energi

Gravitation: $E_p = mgh$
Fjäder: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

Rörelseenergi

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

Rörelsemängd

$\bar p = m\bar v$
$\bar F = \frac{d\bar p}{dt}$

Tyngdpunkt

$M = \sum m_i$
$\bar R = \frac{\sum m_i \bar r_i}{M}$
$\bar P = M\frac{d\bar R}{dt}$
$\sum F_{ext} = M\bar a_{cm}$

Kollisioner

Rörelsemängden bevaras alltid, vid elastisk kollision bevaras även rörelseenergin.

Raketekvationen

$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$
$M\Delta v = \Delta m v_e$
$M\Delta v = -\Delta M v_e$
$v_f - v_i = v_e \ln\frac{M_i}{M_f}$
$Ma = M\frac{dv}{dt} = \left|v_e\frac{dM}{dt}\right|$

Termodynamik

Q: Värme
W: Arbete
E: Energi

Första huvudstatsen

$Q = \Delta E_{int} + W_{gas}$
$Q = \Delta E_{int} - W_{omg}$

Värme

$Q = cm\Delta T$
$Q = \pm mL$
$Q = P\Delta t$
$Q = nC_{c/p}\Delta T$

Konstanter

Värmekapacitet för vatten:
$c = 4.19 \cdot 10^3 Jkg^{-1}K^{-1}$
Tryck vid 1atm:
$P_0 = 101.325\ kPa$
Vattnets densitet vid 1atm: $\rho = 10^3\ kg/m^3$

Latent värme:
Is → Vatten:
$L = 0.33 \cdot 10^6 J/kg$
Vatten → Ånga:
$L = 2.26 \cdot 10^6 J/kg$

Volym konstant, C_v:
Enatomig gas: $C_v = \frac{3}{2}R$
Tvåatomig gas: $C_v = \frac{5}{2}R$

Tryck konstant, C_p:
Enatomig gas: $C_p = \frac{5}{2}R$
Tvåatomig gas: $C_p = \frac{7}{2}R$
...där $R = 8.31$

Boltzmanns konstant:
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$

Adiabatiskt index:
$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Energi i gaser

$E_{intern} = nC_vT$, där n är antal mol
Enatomig gas:
$E_{medel} = \frac{3}{2}k_BT$
Tvåatomig gas:
$E_{medel} = \frac{5}{2}k_BT$

Misc.

Gaslagen: $PV = nRT$
$T_{kelvin} =$
$273.15 + T_{celsius}$
Densitet: $\rho = \frac{m}{V}$
Vätsketryck:
$p = p_0 + \rho gh$, där p_0 är atmosfärstryck

Värmeledning

$P = -\frac{dQ}{dt} = -\lambda A\frac{\Delta T}{\Delta x}$, per tidsenhet, där λ är värmelednings- förmågan

Kretsprocesser

Verkningsgrad
$e = \frac{\sum Q_{alla}}{\sum Q_{in}}$

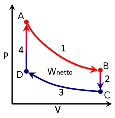
Värmemaskin
$e = \frac{Q_{till} - |Q_{bort}|}{Q_{till}}$
$e = \frac{W_{netto}}{Q_{till}}$

Kylmaskin
$COP = \frac{Q_{till}}{W_{netto}} = \frac{T_{low}}{T_{high} - T_{low}}$

Värmemaskin
$COP = \frac{Q_{bort}}{W_{netto}} = \frac{T_{high}}{T_{high} - T_{low}}$

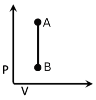
Carnotmaskin
Högsta teoretiska verkningsgrad:
$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$, där T_c är C och T_h är B i stirl

Stirlingcykeln:



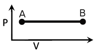
Ideala processer

Isokor:



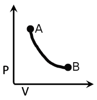
V konstant
$Q = nC_v\Delta T$
$W_{gas} = 0$
$\Delta E_{int} = nC_v\Delta T$

Isobar:



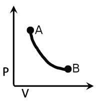
P konstant
$Q = nC_p\Delta T$
$W_{gas} = P(V_f - V_i)$
$\Delta E_{int} = nC_v\Delta T$

Isoterm:



T konstant
$Q = nRT \cdot \ln\frac{V_f}{V_i}$
$W_{gas} = nRT \cdot \ln\frac{V_f}{V_i}$
$\Delta E_{int} = 0$

Adiabat:



$P(V^\gamma)$ konstant
$Q = 0$
$W_{gas} = -nC_v\Delta T$
$\Delta E_{int} = nC_v\Delta T$

Generell vågfysik

$y(x,t) = f(x \pm vt)$

Vinkelfrek.	$\omega = 2\pi f$
Period	$T = f^{-1}$
Frekvens	$f = T^{-1}$
Våglängd	$\lambda = vT$
	$\lambda = vf^{-1}$
Vågtal	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
	$k = m\frac{\pi}{L}$
Fasförs.	φ
Brytindex	n
Fashast.	$v = \lambda f$
	$v = \frac{\omega}{k}$
	$v = \frac{c}{n}$

Harmoniska vågor

$y(x,t) =$
$A\sin(kx - \omega t + \varphi)$

Stående vågor

$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$
$y_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$
$y = y_1 + y_2$
$y = A\sin(kx)\cos(\omega t)$
Bukar: $x = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$
Noder: $x = m\frac{\lambda}{2}$

Fashastighet

$v_f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, där T är spännkraften och μ är massan per längdenhet

Stående våg

...på sträng $\lambda = \frac{2L}{n}$, där n är n:e tonen.
$f = \frac{v_f}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{\lambda}$
Grundton: $f_0 = \frac{v_f}{2L}$
1:a övertonen: $f_1 = \frac{v_f}{L}$
2:a övertonen: $f_2 = \frac{v_f}{\frac{2}{3}L}$

Svängningsfrekvens

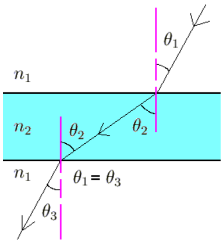
$\Delta f = |f_1 - f_2|$

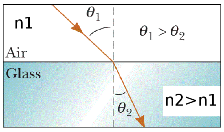
Ljus

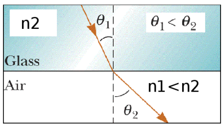
För mycket stora avstånd kan man anta att:
$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{y}{x} = \frac{\lambda}{b}$
...och även: $\sin\theta = \frac{y}{L}$

Snells lag

$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$







Brytning

Fashastigheten i ett medium ges av sambandet: $v = \frac{c}{n}$, där c är ljusets hastighet
Ny våglängd efter brytning ges av: $\lambda_f = \frac{\lambda_i}{n}$

Reflektion

Intensitet hos reflekterat ljus: $I_R = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}I_0$
Total reflektion ges för vinkeln: $\theta_g = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$

Interferens

$I_{tot} = 4I_1 \cdot \cos^2\frac{\phi}{2}$

Amplituduppdelning

Minintensitet:
$2dn = (m + \frac{1}{2})\lambda$
Maxintensitet:
$2dn = m\lambda$

Gitter

Upplösning:
$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm = \frac{b}{d}m$, där N är antalet spalter
Maxintensitet:
$d\sin\theta = m\lambda$
Minintensitet:
$b\sin\theta = m\lambda$
... där d är avståndet mellan mitten av två öppningar, dvs gitter-konstanten, och där b är öppningarnas storlek.

Diffraktion

Genom en smal öppning ges minintensitet av:
$b\sin\theta_{min} = \lambda$, där b är öppningens storlek.

Upplösning:
Enkelspalt: $\sin\theta = \frac{\lambda}{b}$
Cirkulär: $\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$

Young's dubbelspalt

Maxintensitet:
$d\sin\theta = m\lambda$
Minintensitet:
$d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$

Stela kroppar

Sträcka	$s = r\theta$
Hastighet	$v = r\omega$
Vinkel.hast.	$\omega = \frac{v}{r}$
Acceleration	$a = r\alpha$
Vinkel.acce.	$\alpha = \frac{a}{r}$

$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$

Rotationsenergi

$K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$

Rörelsemängdsmoment

$\bar L = \bar r \times \bar p$
$L = \omega I$
$\sum \tau_i = 0 \to \bar L$ bevaras

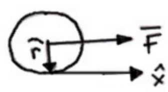
Vridande moment

$\bar\tau = \frac{d\bar L}{dt}$
$\bar\tau = \bar r \times \bar F$
$|\bar\tau| = |\bar r||\bar F|\sin\varphi$
$\bar\tau = I\alpha = fr$

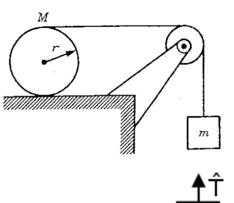
Tröghetsmoment

$I = \int r^2 \cdot dm$
Liten roterande massa:
$I_{CM} = mr^2$
Rund ring/trissa:
$I_{CM} = MR^2$
Rektangulär skiva:
$I_{CM} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
Pinne, axel i mitten:
$I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$
Pinne, axel i änden:
$I = \frac{1}{3}ML^2$
Solid cylinder:
$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$
Ihålig cylinder:
$I_{CM} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
Solid sfär:
$I_{CM} = \frac{2}{5}MR^2$
Ihålig sfär:
$I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$

Hjulets massa är 10 kg samt har radien 0.3 meter. Hjulet rullar utan att glida och accelerationen hos dess masscentrum är 0.6 m/s^2.

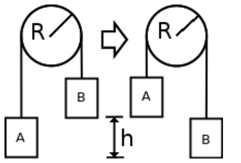


På hjulet applicerar en kraft $F = 10$ N. Bestäm friktionskraften f samt hjulets tröghetsmoment.
$\bar f = f\bar x$
$\sum \bar F_{ext} = M\bar a_{cm}$
$\sum \bar\tau_{ext} = I\bar\alpha$
$\Rightarrow F + fMa_{cm}$
$\Rightarrow f = Ma_{cm} - F =$
$10 \cdot 0.6 - 10 = -4$ N
$\Rightarrow \bar f = -4\bar x$ N
$\tau = fr = I\alpha = I\frac{a_{cm}}{r}$
$\Rightarrow I = \frac{fr^2}{a_{cm}} =$
$= \frac{4 \cdot 0.3^2}{0.6} = 0.6\ kgm^2$



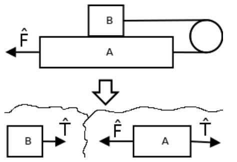
Friläggning av massan m:
$mg - T = ma$
Friläggning av trissan ger två samband:
$T + f = Ma$
$Tr - fr = I\alpha = \frac{1}{2}Mr^2\frac{a}{r}$
Dessa ger oss följande:
$\Rightarrow T - f = \frac{1}{2}Ma$
$\Rightarrow f = \frac{T}{3}$
$\Rightarrow Ma = \frac{4}{3}T$
Ur dessa får vi sedan att:
$mg = a(m + \frac{3}{4}M)$
$\Rightarrow a = \frac{mg}{m + \frac{3}{4}M}$
$\Rightarrow T = m(g - a)$
$\Rightarrow \alpha = \frac{a}{r}$

Block samt trissa med massa:



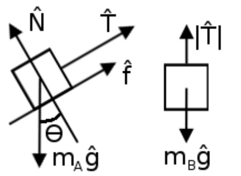
Mekaniska energin bevaras ⇒ summera potentiell-, rörelse- samt rotationsenergi:
$m_Bgh = m_Agh +$
$\frac{1}{2}m_Av^2 + \frac{1}{2}m_Bv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$
$\omega = \frac{v}{R}$, $I = \frac{1}{2}MR^2$ ger:
$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(m_B - m_A)gh}{m_A + m_B + \frac{1}{2}M}}$

Block med friktionsfri och masslös trissa:

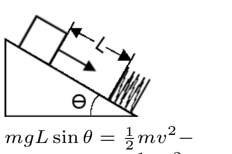


Friläggning av B ger:
$\bar T = m_B\bar a_B$
Friläggning av A ger:
$\bar F + \bar T = m_A\bar a_A$
$\Rightarrow |\bar a_B| = |\bar a_A| = a$
$\Rightarrow F - m_Ba = m_Aa$
Så för att sätta systemet i rörelse så får vi kraften:
$\Rightarrow F = (m_A + m_B)a$

Sluttande plan med friktionsfri trissa:



Friläggning av A ger:
$N = m_Ag\cos\theta$
$m_Aa = m_Ag\sin\theta -$
$-N\mu_u - T$
Friläggning av B ger:
$|T| + m_B\bar g = m_B + \bar a$
$\Rightarrow m_B = \frac{T}{a + g}$



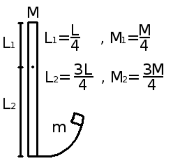
$mgL\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 -$
$-mgx\sin\theta + \frac{1}{2}kx^2$

Maximal fjäder-kompression x då blocket stannar tillfälligt, dvs $v = 0$:

$\Rightarrow x =$
$\frac{mg}{2k} \pm \sqrt{(\frac{mg}{2k})^2 + \frac{mgL}{k}}$

Blockets största hastighet sker vid rörelseenergins maximum, dvs när dess derivata är noll:

$(\frac{1}{2}mv^2)_{max} =$
$\frac{d}{dx}(mg\sin\theta(x+L) - \frac{1}{2}kx^2) = 0$
$\Rightarrow mg\sin\theta - kx = 0$
$\Rightarrow x = \frac{mg\sin\theta}{k}$



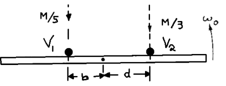
Formler: $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p}$, $L = \omega I$, $I = \frac{1}{3}ML$

Före krock:
$mgh = \frac{1}{2}mv^2$
$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Vid krock:
$L_i = L_2 mv$

Efter krock:
$L_f = \omega(I_1 + I_2 + mL_2^2)$
$= \omega(\frac{1}{3}M_1L_1^2 + \frac{1}{3}M_2L_2^2 + mL_2^2) = \omega(\frac{1}{3}\frac{M}{4}(\frac{L}{4})^2 + \frac{1}{3}\frac{3M}{4}(\frac{3L}{4})^2 + m(\frac{3L}{4})^2)$

Eftersom att rörelsemängdsmomentet bevaras så får vi nu att:
$L_i = L_f \Rightarrow L_2mv = \omega I$
$\Rightarrow \omega = \frac{L_2mv}{I}$



Samma principer följer även här:

Vid krock: $L_i = \frac{1}{12}ML^2\omega_0 + \frac{M}{5}bv_1 - \frac{M}{3}dv_2$

Efter krock: $L_f = \omega_f(\frac{1}{12}ML^2 + \frac{M}{5}b^2 + \frac{M}{3}d^2)$

$L_i = L_f \Rightarrow$

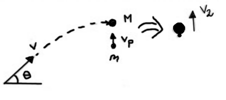
$\omega_f = \frac{\frac{L^2\omega_0}{12} + \frac{bv_1}{5} - \frac{dv_2}{3}}{\frac{L^2}{12} + \frac{b^2}{5} + \frac{d^2}{3}}$

Givet en lägesvektor för en partikel med massan $2kg$:

$\bar{r} = \bar{i}(3t^2 - 6t) + \bar{j}(-4t^3)$

Så kan vi genom derivering få ut att:

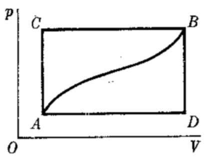
$\bar{v} = \bar{i}(6t - 6) - \bar{j}12t^2$
$\bar{a} = \bar{i}6 - \bar{j}24t$
$t = 3 \Rightarrow \bar{a} = \bar{i}6 - \bar{j}72$
$\bar{F} = \bar{i}12 - \bar{j}144$
$F = m|\bar{a}| = 2\sqrt{6^2 + 72^2}$
$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F}$
$\bar{r} = \bar{i}9 - \bar{j}108$
$\bar{\tau} = \bar{k}(9 \cdot 144 - 12 \cdot 108)$
$\bar{p} = m\bar{v} = \bar{i}24 - \bar{j}216$
$\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v} = 648$



Vid träffen:
$mv_p = (M+m)v_2$

Mekanisk energi bevaras efter träffen:
$\Rightarrow (M+m)h'g =$
$= \frac{1}{2}(M+m)v_2^2$
$\Rightarrow h' = \frac{m^2v_p^2}{(M+m)^2 2g}$

Ideal gas genomgår process från A till B, längs vägen $A \rightarrow C \rightarrow B$ absorberas $80J$ värme och gasen utför $+30J$ arbete.



$Q = \Delta E_{int} + W_{gas}$
$W_{gas} = W_{omg}$
ACB: $80 = \Delta E_{int} + 30$
$\Rightarrow E_{int_B} - E_{int_A} = 50J$
$E_{int_B} = 80J$

Gasen utför $10J$ arbete från A till B längs ADB, hur stort blir värmeutbytet med omgivning?

$Q = \Delta E_{int} + W$
$\Rightarrow Q = 50 + 10 = 60J$

Därefter tas gasen från B till A via $B \rightarrow A$, och om omgivningen då uträttar ett arbete på $+20J$, hur stort är då värmeutbytet med omgivningen?

$B \rightarrow A$:
$Q = \Delta E_{int_{AB}} - W_{gas} = -50 - 20 = -70J$

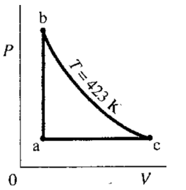
Om den inre energin i punkten A är $20J$ och den inre energin i punkten D är $60J$, hur stort är värmeutbytet med omgiveningen under processen $A \rightarrow D$?

$E_{int_A} = 20J$
$E_{int_D} = 60J$
$\Delta E_{int_{DA}} = 40J$
$W_{AD} = 10J$
$\Rightarrow Q_{AD} = 40 + 10 = 50J$

Hur stor är verkningsgraden om processen följer vägen $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$?

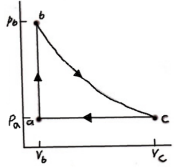
$e = \frac{70-20-40}{70} = \frac{1}{7}$
$Q_{BD} = E_{int_D} - E_{int_B}$
$= 60 - 80 = -20J$

PV-diagram för en värmemaskin som arbetar med 1 mol argon, dvs ideal enatomig gas. I punkt A har gasen temperatur 0 °C och trycket 1 atm. Punkterna B och C ligger längs en isoterm där temperaturen är 423 Kelvin. Processen $A \rightarrow B$ är en isokor och $C \rightarrow A$ är en isobar. Bestäm verkningsgraden för cykeln $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.



$T_a = 273K$
$T_b = T_c = 423K$
$P_aV_a = nRT_a$
$P_aV_c = nRT_c$
$\Rightarrow \frac{V_a}{V_c} = \frac{T_a}{T_c}$
$C_v = \frac{3}{2}R$, $C_p = \frac{5}{2}R$
$A \rightarrow B$: $Q_{ab} =$
$= nC_v\Delta T_a =$
$= n\frac{3}{2}R(423 - 273)$ J
$B \rightarrow C$: $Q_{bc} =$
$= nRT_b \ln\frac{V_c}{V_b} =$
$= nR423\ln\frac{423}{273}$ J
$C \rightarrow A$: $Q_{ca} =$
$= nC_p\Delta T_c =$
$= n\frac{5}{2}R(273 - 423)$ J
$e = \frac{Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}}{Q_{ab} + Q_{bc}}$

Volymen i punkt B är 10 liter, och trycket där är 10 atm. Volymen i punkt C är 80 liter. Bestäm kretsprocessens termiska verkningsgrad.



$V_a = V_b = 0.01$,
$V_c = 0.08$, $P_b = 101300$
$Q_{ab} = nC_v(T_b - T_a)$
$Q_{ca} = nC_p(T_a - T_c)$
$P_bV_b^\gamma = P_cV_c^\gamma$
$\Rightarrow P_c = P_b(\frac{V_b}{V_c})^{\frac{5}{3}}$
$P_c = P_a = 0.312$
$T_b = \frac{P_bV_b}{nR} = 1219K$
$\ldots T_a = 39.5K$
$\ldots T_c = 317K$

In med alla siffror i:
$e = \frac{Q_{ab} + Q_{ca}}{Q_{ab}} = 0.61$

Mikrovågsugn, värmer upp 250 gram vatten. Med viss effektinställning kan den höja vattnets temperatur från 20 till 100 °C på 1 min och 45 s. Hur många gram vatten kokas bort om man låter ugnen köra på samma effekt i 2 min?

Uppvärmningsfasen:
$P\Delta t_1 = mc\Delta T$
$\Rightarrow P = \frac{mc\Delta T}{\Delta t_1}$

Förångningsfasen:
$P\Delta t_2 = \Delta mL$
$\Rightarrow \Delta m = \frac{P\Delta t_2}{L}$
$\Rightarrow \Delta m = \frac{mc\Delta T\Delta t_2}{L\Delta t_1}$

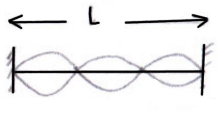
Kraftverk producerar energi med 900 MW och har en verkningsgrad på 25%. För att ta hand om värmemängden används vatten som urspungligen har temperaturn 15 grader Celsius, men vatten får inte släppas ut som är högre än 40 grader, hur stor är den minsta mängden vatten som behövs?

$e = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$
$e = 0.25 \Rightarrow Q_1 = 4W =$
$= 4 \cdot 900 = 3600 \cdot 10^6$ J
$\Rightarrow Q_2 = \frac{3}{4}Q_1 =$
$= 2700 \cdot 10^6$ J

Vattenåtgången per timme $\Rightarrow \frac{dm}{dt}$

$60 \cdot 60 \cdot Q_2 = \Delta Tc\frac{dm}{dt}$
$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{Q_2 \cdot 3600}{\Delta Tc} =$
$= \frac{2700 \cdot 3600 \cdot 10^6}{(40-15)4.19 \cdot 10^3} =$
$= 9.3 \cdot 10^7$ kg/h
$\ldots$typ 27 ton/s

Gitarrsträng 0.9 meter, spännkraft 150 N, massa 6.48 gram. Stående våg med tre bukar med maximal avvikelse från jämnvikt på 10 mm.



Från given data får vi ut att:

$\lambda = \frac{2}{3}L$
$k = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}L} = \frac{3\pi}{L}$
$v = \lambda f = \sqrt{\frac{F}{m/L}}$

Svängningsfrekvensen:
$f = \frac{3}{2L}\sqrt{\frac{F}{m/L}} = 240.5Hz$

Hur stor är den maximala avvikelsen från jämviktsläget för en punkt belägen 10 cm in på strängen:

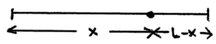
$s(x,t) = A\sin kx\cos\omega t$
$A = 10$ mm, $x_1 = 0.1$ m
$\Rightarrow \sin(\frac{3\pi}{0.9}0.1) = 0.866$
$\Rightarrow A\sin kx_1 = 8.66$ mm

Bestäm kvoten mellan hastigheterna för en punkt 10 cm in på strängen och en punkt 15 cm in på strängen:

$\frac{Vx_1}{Vx_2} = \frac{\frac{ds}{dx}x_1}{\frac{ds}{dx}x_2} =$
$= \frac{\omega A\sin kx_1}{\omega A\sin kx_2}\frac{-\sin\omega t}{-\sin\omega t} =$
$= \frac{\sin\frac{3\pi}{9}}{\sin\frac{3\pi}{6}} = = 0.866$

---

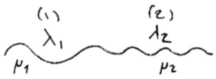
10 meter lång sträng med massan 152 gram har spänts med en kraft som är 355 N. En kort puls genereras i ena ändren av strängen och 20 ms senare genereras en puls i andra änden. Bestäm var de möts första gången.



$vt = x$
$v(t - \Delta t) = L - x$
$\Rightarrow x - v\Delta t = L - x$
$\Rightarrow x = \frac{1}{2}(L + \sqrt{\frac{T}{\mu}}\Delta t)$

En mycket lång sträng består av två delar, den ena delen (1) har en massa per längdenhet som är 5 gram/meter och den andra (2) har 10 gram/meter. Figuren visar att en våg infaller mot skarven. I område (1) kan vågen skrivas:

$y(x,t) =$
$0.005\sin(7.5x - 12t)$

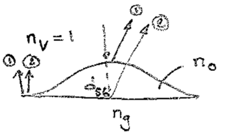


Med hur stor kraft har man spänt strängen samt hur stor våglängden är i område (1) och hur stor den är i områden (2)?

$\lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{7.5} = 0.84$ m
$v_1 = \frac{\omega}{k_1} = 1.6$ m/s

Samma ω ger:
$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{T/\mu_1}}{\sqrt{T/\mu_2}} = \sqrt{2}$
$\Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{2}} = 1.13$ m/s
$\Rightarrow k_2 = \frac{\omega}{v2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2} =$
0.59 m
$T = \mu v^2 = 0.005 \cdot 1.6^2 =$
0.013 N

Oljedroppe på horisontell glasyta. Belysning uppifrån med blått ljus (455 nm) synliggör 56 koncentriska blå cirklar i det reflekterade ljuset, inklusive en blå ring längst ute i perfierin samt en blå fläck i mitten av ringmönstret. När man istället belyser med rött ljus (637 nm) syns en röd fläck samt ett antal röda ringar, hur många?



Ute i perferin konstateras interferens:

$\Rightarrow n_v < n_0 < n < g$

λ_{blue}: 1:a ringen fås för $d_0 = 0$

2:a ringen fås för:
$2d_2n_0 = \lambda_{blue}$

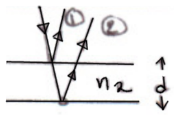
3:a ringen fås för:
$2d_3n_0 = 2\lambda_{blue}$

56:a ringen fås för:
$2d_{56}n_0 = 56\lambda_{blue}$

$\Rightarrow d_{56} = 56\frac{\lambda_{blue}}{2n_0}$

λ_{red}: $d_{56} = x\frac{\lambda_{red}}{2n_0}$
$\Rightarrow 56\lambda_{blue} = x\lambda_{red}$
$\Rightarrow x = 56\frac{\lambda_{blue}}{\lambda_{red}} = 40$

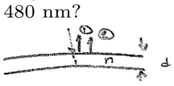
Tunn film aceton, brytindex $n = 1.25$, täcker glasplatta, $n = 1.5$. Vitt ljus infaller vinkelrätt mot filmen. Det reflekterade ljuset får ett interferensminimum för 600 nm, och ett interferensmax för 700 nm. Inga våglängder mellan dessa ger några extremvärde, beräkna filmens tjocklek.



Båda strålarna reflekterar en gång mot ett tätare medium:

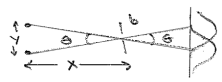
Min: $2n_2d = (m + \frac{1}{2})\lambda_1$
Max: $2n_2d = m\lambda_2$
$\Rightarrow (m + \frac{1}{2})\lambda_1 = m\lambda_2$
$\Rightarrow m = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 3$
$\Rightarrow d = \frac{m\lambda_2}{2n_2} = 840$ nm

Såphinna, $n = 1.33$, vilken är den minsta tjocklek som den kan ha om reflekterat ljus ska ha ett minimum när den belyses vinkelrätt med 480 nm?



Villkor för minimum:
$2nd = m\lambda$
$\Rightarrow d = m\frac{\lambda}{2n}$, där minsta tjocklek $m = 1$
$\Rightarrow d = \frac{480}{2 \cdot 1.33} = 180$ nm

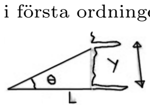
Två strålkastare (560 nm), 2 meter ifrån varandra. Vilket är största maximala avstånd på vilket du fortfarande kan vara säker på att det är två strålkastare? Pupill förenklat till smal spalt med bredden 6 mm.



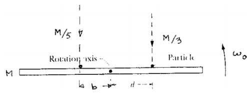
På stort avstånd kan man anta att:

$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y}{x}$
$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\lambda}{b}$
$\Rightarrow x = \frac{yb}{\lambda} \approx 21.5$ km

Gult ljus ($\lambda_0 = 589$ nm) infaller vinkelrätt mot ett gitter (med bredden 1 cm) och ger ett första ordningens maxima (på en skärm 66 cm bort) som infaller 3.32 cm från centralmaximat. Antag att det finns en annan linje, λ_1, som ligger i närheten av λ_0. Hur stor måste skillnaden i våglängd mellan dem vara för att kunna lösa upp de två våglängderna i första ordningen?



$\sin\theta \approx \frac{y}{L}$, $d\sin\theta_0 = \lambda_0$
$\Rightarrow d = \frac{\lambda_0 L}{y_0}$, $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = Nm$
$m = 1$, N antal spalter, samt $B = 1$ cm
$N = \frac{B}{d} \Rightarrow$
$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{N} = \frac{\lambda_0^2 L}{By_0}$



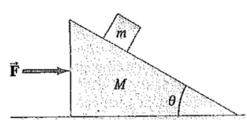
$\omega_0 = 80m/s$, partikel A (högra) och B(vänstra) träffar pinnen samtidigt

$L_i = L_f \Rightarrow$
$L_{i,B} - L_{i,A} + L_{i,p} = L_f$ där $L = r*p, r \perp p, L =$
$I*\omega \Rightarrow \frac{bMv_B}{5} - \frac{dMv_A}{3} + \frac{ML^2\omega_0}{12} = I_{alla}*$
$\omega_f, I_{alla} = I_A + I_B + I_p =$
$\frac{Md^2}{3} + \frac{Mb^2}{5} + \frac{ML^2}{12}$

Grundton given för G och B: $f_G = 392Hz$
$f_B = 494Hz$

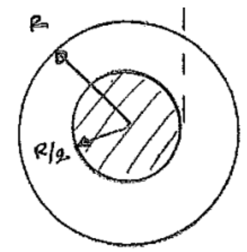
a) Frekvens 3:e överton?
$\lambda = \frac{2L}{n}, n: etonen.$ 3:e övertonen = 4:e tonen
$\Rightarrow \lambda = L/2$
$v = \lambda * f \Rightarrow v =$
$f_{grund} * 2L = f_{3:e} * \frac{L}{2} \Rightarrow$
$f_{3:e} = 4 * f_{grund}$

b,c,d) 2 givna av m,L,T räkna ut tredje. OBS! om L samma $\lambda_G = \lambda_B$
$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \mu = \frac{m}{L}$



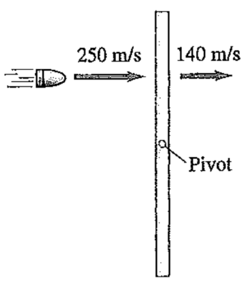
Vill att m ska glida upp. Så söker kraft för vilo-läge.

Frilägg m $\Rightarrow y - led$:
$Ncos\theta - fsin\theta = mg$
$x - led : ma =$
$Nsin\theta + fcos\theta$
Vet $f = \mu_s * N$
$F = (M+m)a$
$\Rightarrow a = \frac{N}{m} * (sin\theta + \mu_s cos\theta) = \frac{F}{m+M}$ samt
$N = \frac{mg}{cos\theta - \mu_s sin\theta}$



Söker vertikal a. Frilägg jo-jo $\Rightarrow ma = mg - T$ där T är spännkraften.

$\tau = r * F$ om
$r \perp F. \Rightarrow \tau = \frac{R}{2} * T =$
$\alpha * I_{cylinder} = \alpha * \frac{mR^2}{2}$
$a = \alpha * \vec{r} \Rightarrow a = \alpha * \frac{R}{2} \Rightarrow$
$\alpha = \frac{2a}{R} \Rightarrow T = 2ma$



L bevaras. l=1.2m, M_p=0.27kg, m_k=0.003kg, $L_i = L_f$ där $L = r * p = \omega * I$

$L_i = L_k + L_p = L_k =$
$0.003 * 0.3 * 250$
$L_f = L_{k,f} + L_{p,f} =$
$0003 * 0.3 * 140 + \omega * I$
där $I = \frac{ML^2}{12} \Rightarrow \omega = \frac{L_i - L_{k,f}}{I}$ används
$\theta = \omega * t$