

بسمه تعالی

تمرین سری ششم

طراحی الگوریتم

الگوریتم های مریضانه

تمرین اول

در این مساله ورودی، آرایه a و آرایه b به طول n هستند. به طوری که:

$$1) \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n b_i$$

$$2) 0 \leq a_i, b_i \leq n$$

$$3) a_i, b_i \in \mathbb{Z}$$

خروجی مساله ماتریس دو بعدی m است. به طوری که طول و عرض آن n باشد و

$$m[i][j] = 1 \text{ or } m[i][j] = 0$$

و

$$\forall j, 1 \leq j \leq n: \sum_{i=1}^n m[i][j] = a[j]$$

و

$$\forall i, 1 \leq i \leq n: \sum_{j=1}^n m[i][j] = b[i]$$

الگوریتم حریصانه ای ارائه دهید که m را بیابد.

مثال:

$$a = \{3, 3, 0, 0\}$$

$$b = \{2, 1, 1, 2\}$$

					b
	1	0	1	0	2
	0	0	1	0	1
	1	0	0	0	1
	1	0	1	0	2
a	3	0	3	0	

در این مثال، ماتریس آبی رنگ، جوابی مطلوب برای مساله ما است. زیرا شرایط گفته شده را دارد.

در این مثال، شرایط به شکل زیر خواهد بود:

$$1+0+1+0=b[1]=2$$

$$0+0+1+0=b[2]=1$$

$$1+0+0+0=b[3]=1$$

$$1+0+1+0=b[4]=2$$

$$1+0+1+1=a[1]=3$$

$$0+0+0+0=b[2]=0$$

$$1+1+0+1=b[3]=3$$

$$0+0+0+0=b[4]=0$$

در خط اول ورودی n ، تعداد عناصر آرایه های a و b داده میشود.

در خط بعدی عناصر آرایه a داده میشود.

در خط بعدی عناصر آرایه b داده میشود.

در خروجی مساله باید آرایه m را چاپ کنید.

در صورتی که این امکان وجود نداشته، Impossible را چاپ کنید.

ورودی نمونه:	4 3 0 3 0 2 1 1 2
خروجی نمونه:	1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0

دقت کنید در این مساله، ممکن است چند جواب وجود داشته باشد. در این صورت یکی از آنها را چاپ کنید.

ورودی نمونه:	4 4 0 0 0 1 1 1 1
خروجی نمونه:	1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0

ورودی نمونه:	4
--------------	---

4 0 0 0	
1 0 1 1	
Impossible	خروجی نمونه:

تمرین دوم

در ارتباطات رادیویی اختصاص فرکانس به هر ایستگاه از نکات بسیار مهم محسوب می‌شود. اگر دو یا چند ایستگاه که در فواصل کمی از هم قرار دارند روی یک فرکانس اقدام به ارسال اطلاعات کنند، امواج ارسالی روی هم اثر گذاشته و تمامی این امواج خراب می‌شوند. بنابراین باید به هر کدام از این ایستگاه‌ها، بازه‌ی فرکانسی مجزایی داده شود.

فرض کنید تعدادی ایستگاه رادیویی وجود دارد که در مناطق جغرافیایی مختلف وجود دارد. همچنین گرافی برای توصیف این ایستگاه‌ها و موقعیت آنها داده شده است. بدین صورت که اگر یالی بین دو ایستگاه وجود داشته باشد آنگاه این دو ایستگاه مجاورند.

برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از الگوریتمی حریصانه کمترین تعداد بازه‌های فرکانسی لازم برای اینکه هیچ تداخلی در امواج به وجود نیاید را پیدا کند و به هر ایستگاه بازه‌ای را اختصاص دهد.

توجه کنید که الگوریتم شما ممکن است لزوماً جواب بهینه را ندهد.

در دروس بعدی خواهیم دید خیلی از الگوریتم‌های حریصانه تقریبی به افزایش سرعت در مسائل branch and bound کمک میکند.

ورودی نمونه:	
5	
0 0 1 0 0	
0 0 1 1 0	
1 1 0 0 0	
0 1 0 0 1	
0 0 0 1 0	
خروجی نمونه:	
2	
0: 1	
1: 1	
2: 2	
3: 2	
4: 1	

در مثال بالا، سطر اول ورودی تعداد ایستگاه‌های رادیویی است. در سطرهای بعدی ماتریس مجاورت گرافی آمده که در آن هر راس مشخص کننده‌ی یک ایستگاه می‌باشد. مجاورت دو راس بدین معنی است که اگر این دو ایستگاه روی یک فرکانس اقدام به ارسال اطلاعات کنند، امواج ارسالی روی هم اثر خواهند داشت.

در خروجی نیز سطر اول نشان دهنده‌ی تعداد بازه‌های فرکانسی لازم است. و در سطرهای بعدی به هر ایستگاه بازه‌ای اختصاص داده شده است.