(۱)

$$\left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & -۲ & ۱ & ۰ & ۰ \\ -۳ & ۱ & ۴ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۲ & -۳ & ۴ & ۰ & ۰ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & -۲ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & -۲ & ۳ & ۱ & ۰ \\ ۰ & -۳ & ۸ & -۲ & ۰ & ۱ \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & -۲ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & -۲ & ۳ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۲ & ۷ & ۳ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۸ & ۳ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۱۰ & ۴ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ & \frac{۷}{۲} & \frac{۳}{۲} & \frac{۱}{۲} \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} ۸ & ۳ & ۱ \\ ۱۰ & ۴ & ۱ \\ \frac{۷}{۲} & \frac{۳}{۲} & \frac{۱}{۲} \end{array}\right]$$

---

(۲) الف

$$[A_۱ \; I] = \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۱ \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & -۱ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow A_۱^{-۱} = \left[\begin{array}{ccc} ۱ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{array}\right]$$

$$[A_۲ \; I] = \left[\begin{array}{cccccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۱ & ۰ & -۱ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۰ & ۱ \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۱ & ۰ & -۱ & ۰ & ۱ \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow A_۲^{-۱} = \left[\begin{array}{cccc} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۱ & ۱ \end{array}\right]$$

(ب)

$$A_{n\times n}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1\end{bmatrix} \Rightarrow B_{n\times n}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ -1 & 1 & 0 & \ddots & 0\\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

$$A_{ij}=\begin{cases}0 & i<j\\ 1 & i\geq j\end{cases} \qquad B_{ij}=\begin{cases}-1 & i=j+1\\ 0 & \text{در غیر اینصورت}\\ 1 & i=j\end{cases}$$

$$(AB)_{ij}=\sum_{k=1}^{n}A_{ik}B_{kj}=\sum_{k=1}^{i}A_{ik}B_{kj}+\sum_{k=i+1}^{n}A_{ik}B_{kj}=\sum_{k=1}^{i}B_{kj}=I_{ij}$$

$$(IBA)_{ij}=\text{سری بالا}=\sum_{k=j}^{n}B_{ij}=I_{ij}$$