محمدرضا اخگری زیری
۹۶۳۱۰۰۱

گزارش مسائل پیاده سازی

تمرین سوم

ماتریس توپلیتس (Toeplitz):

در جبر خطی، یک ماتریس توپلیتس یا قطر-ثابت، یک ماتریس است که در آن هر زیر ماتریس دارای قطر ثابتی باشد. این ماتریس نخستین بار توسط ریاضی‌دان آلمانی **اتوتوپلیتس** معرفی و به کار گرفته شد.

یک ماتریس توپلیتس $n \times n$ به فرم زیر است:

$$M = \begin{bmatrix} c_1 & r_2 & r_3 & r_4 & \cdots & r_n \\ c_2 & c_1 & r_2 & r_3 & \cdots & r_{n-1} \\ c_3 & c_2 & c_1 & r_2 & \cdots & r_{n-2} \\ c_4 & c_3 & c_2 & c_1 & \cdots & r_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_n & c_{n-1} & c_{n-2} & c_{n-3} & \cdots & c_1 \end{bmatrix} \text{ and } M_{i,j} = M_{(i+1),(j+1)} \quad (1)$$

دو ماتریس توپلیتس را می‌توان در $O(n)$ جمع و در $O(n^2)$ ضرب کرد.

حل معادله Mx=b برای این ماتریس‌ها ساده تر است.

برای تولید ماتریس بالا کافیست تا دو بردار r و c را داشته باشیم و ستون اول ماتریس را برابر با c و سطر اول ماتریس را از درایه دوم به بعد برابر با r بگذاریم.

برای مابقی درایه ها کافیست یک حلقه تو در تو بزنیم و با رابطه ▯ درایه ها را تشکیل دهیم.

برای تبدیل به ماتریس پلکانی از کد تمرین قبل استفاده میکنیم ولی باید تعداد جابجایی سطرها را نیز نگه داریم.

برای محاسبه دترمینان کافیست تا درایه های قطر اصلی ماتریس پلکانی را در هم ضرب کنیم و برای علامت آن عدد منفی یک به توان تعداد جابجایی ها را در آن ضرب می‌کنیم. بدین ترتیب دترمینان بدست می‌آید.