علی نظری

۹۶۳۱۰۷۵

تمرین سری اول گسسته

1.1 and 1.2

۳)

الف) طبق اصل ضرب: $4 \times 12 \times 3 \times 2 = 288$

ب) در اینجا رنگ اتومبیل مشخص است پس طبق اصل ضرب داریم: $4 \times 3 \times 2 = 24$

---

٤)

الف) از ترتیب استفاده میکنیم چون تکرار مجاز نیست و اجزا با هم فرق دارند: $p(10.4) = 10 \times 9 \times 8 \times 7$

ب)

۱) در اینجا مشخص است که رییس ، یک پزشک است پس: $3 \times 9 \times 8 \times 7$

۲) در اینجا ابتدا تکلیف یک پزشک را مشخص میکنیم و بعد با باقیمانده افراد کلر میکنیم: $\binom{4}{1} \times 3 \times 7 \times 6 \times 5$

۳) از متمم استفاده میکنیم: $p(10.4) - 7 \times 6 \times 5 \times 4$

(۱۰

باید جایگشت کتاب ها را بنویسیم و آنرا در تعداد حالاتی که میشود کتاب ها را دو طبقه قرارداد ، ضرب کنیم: $15! \times 14$

(۱۵

جایگشت بقیه حروف را مینویسیم و بعد e ها را بین آنها قرار میدهیم: $4!$

(۱۶

الف) چون تکرار مجاز است پس: 40^{25}

ب) اینجا یعنی حروف ابتدایی و انتهایی 40 حالت دارند و بقیه 30 حالت دارند پس:

$$30^{23} \times 40^{2}$$

(۲۴

۷ جایگاه برای اعداد داریم. جایگاه بزرگترین مرتبه 4 حالت دارد پس: $6! = \frac{4 \times 6!}{2! \times 2!}$

(۲۵

این هم نوعی جایگشت است که هر ستون آن حکم اشیای یکسان را دارند پس: $\frac{12!}{4! \times 3! \times 2! \times 3!}$

(۲۸

در هر دو مورد ، 7 پله به بالا و 7 پله به راست باید برویم پس: $\frac{14!}{7! \times 7!}$

به طور کلی تعداد راه های رسیدن از $(x.y)$ به $(x+a.y+b)$ برابر است با: $\frac{(a+b)!}{a!\times b!}$

البته باید توجه کنیم که a و b نامنفی اند.

---

۲۹)

الف) همانند سوال قبل داریم: $\frac{10!}{2!\times 7!}$

ب) $\frac{10!}{7!\times 2!}$

پ) همانند رابطه ی سوال قبل: $\frac{(a+b+c)!}{a!\times b!\times c!}$

البته باید توجه کنیم که a و b و c نامنفی اند.

---

۳۰)

الف) $12+2(6)+3(8)=48$

ب) جمع

---

۳۱)

الف) $12\times 6\times 8$

ب) ضرب

---

۳۸)

الف) میدانیم که جایگشت دوری برابر $(n-1)!$ میباشد و چون در این شکل علاوه بر دوری بودن باید به این توجه کنیم که هر جایگشت دوری هم با توجه به شکل های صورت سوال ، ۲ حالت دارد پس: $2 \times 7!$

ب) از متمم استفاده میکنیم: $(2 \times 7!) - (2 \times 2 \times 6!) = 7200$

پ) باز هم از متمم استفاده میکنیم: $7200 - (2 \times 6!) = 5760$

1.3

۴)

الف) هر نقطه ۲ حالت دارد پس: $2^6 - 1$

ب) $\binom{6}{3}$

پ) $\binom{6}{2} + \binom{6}{4} + \binom{6}{6}$

ت) $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$

---

۶)

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$
$$= \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = (n-1)^2$$

---

۷)

الف) $\binom{20}{12}$

ب) $\binom{10}{6} \times \binom{10}{6}$

پ) $\binom{10}{2}\binom{10}{10} + \binom{10}{4}\binom{10}{8} + \binom{10}{6}\binom{10}{6} + \binom{10}{8}\binom{10}{4} + \binom{10}{10}\binom{10}{2}$

ت) $\binom{10}{7}\binom{10}{5} + \binom{10}{8}\binom{10}{4} + \binom{10}{9}\binom{10}{3} + \binom{10}{10}\binom{10}{2}$

ث) $\binom{10}{8}\binom{10}{4} + \binom{10}{9}\binom{10}{3} + \binom{10}{10}\binom{10}{2}$

---

۱۳)

الف) $\binom{12}{3}\binom{9}{3}\binom{6}{3}\ \binom{3}{3}$

ب) $\binom{12}{4}\binom{8}{4}\binom{4}{2}\ \binom{3}{3}$

---

۱۷)

الف) با هر ۲ نقطه ای میتوان یک خط ساخت پس: $\binom{15}{2}$

ب)

۱) $\binom{25}{3}$

۲) $\binom{25}{3}$

۳) $\binom{25}{4}$

---

۲۰)

الف) $\frac{10!}{4!\times 3!\times 3!}$

ب) $\binom{10}{10} + 2^1 \times \binom{10}{9} + 2^2 \times \binom{10}{8}$

پ) $\binom{8}{1}\binom{10}{2} + \binom{10}{2} + \binom{10}{4}$

---

۲۱)

الف) $\binom{9}{2}\binom{10}{1} + \binom{10}{3} + \binom{10}{1}$

ب) $\binom{10}{4} + \binom{10}{2} + \binom{9}{1}\binom{10}{1} + \binom{9}{2}\binom{10}{1}$

---

۲۵)

الف) $\binom{12}{3}$

ب) $\binom{12}{3} \times 2^3$

پ) $\binom{12}{3} \times 2^9 \times (-3)^3$

---

۲۸)

الف) $\frac{10!}{(2!)^5}$

ب) $\frac{12!}{(2!)^4 \times 4!} \times (2^2) \times (-1)^2 \times 3^2 \times (-2)^4$

پ) $\frac{12!}{(2!)^4 \times 4!} \times (5^2) \times (-2)^2 \times (3)^4$

---

۳۴)

$$(1+2)^n = 3^n$$

1.4

۱)

الف) $\binom{14}{10}$

ب) $\binom{9}{5}$

پ) $\binom{12}{8}$

---

۵)

الف) 2^5

ب) 2^n

---

۷)

الف) $\binom{35}{32}$

ب) $\binom{31}{28}$

پ) $\binom{11}{8}$

ت) 1

ث) $\binom{43}{40}$

ج) $\binom{6}{3} - \binom{31}{28}$

---

۱۲)

الف) $\binom{44}{39}$

ب) $\binom{59}{54}$

---

۱۴)

الف) $\left(\frac{8!}{2!\times 4!}\right) \times (3^2) \times (2^4)$

ب) $\binom{12}{8}$

---

۱۵)

حالات تعداد کتاب های هر طبقه را در جایگشت ضرب میکنیم پس: $\binom{23}{20} \times 24!$

---

۱۶)

$$\binom{n+18}{n} = \binom{n+63}{n} ==> n = 82$$

---

۱۹)

الف) $(5^3) \times \binom{29}{25}$

ب) $\left(4 \times \binom{23}{20} + 4^2 \times \binom{18}{15} + 4^2 \times \binom{13}{10} + 4^3 \times \binom{8}{5}\right) + \left(4^2 \times \binom{28}{25} + 4 \times \binom{18}{15} + 4^2 \times \binom{13}{10} + 4^2 \times \binom{8}{5} + 4^3\right)$

---

۲۱) $\binom{23}{4} = \binom{20+4-1}{4}$

---

۲۳)

در اینجا $\binom{12}{3}$ عدد متوالی را باید با هم جمع کنیم که برابر مقدار روبرو است: $\frac{220\times221}{2}$

---

۲۵)

الف) طبق مثال ، هر مرحله $\binom{i+2}{3}$ حالت دارد که در نهایت حکم اثبات میشود.

---

۲۷)

الف) ابتدا n شی را در n ظرف میگذاریم و بعد داریم : $\binom{n-(m-n)-1}{m-n} = \binom{m-1}{m-n} = \binom{m-1}{n-1}$

ب) ابتدا در هر ظرف r تا شی میگذاریم و حال همانند بالا داریم: $\binom{n+(m-nr)-1}{m-nr} = \binom{m-1+(1-r)n}{n-1}$

1.5

۲)

الف) 5^9

ب) 5×4^8

پ) 3×2^8

---

۴)

الف) $\binom{25}{2}\binom{25}{2}\binom{25}{2}$

ب) $3 \times \binom{25}{1}^2\binom{25}{4} + 3 \times 2 \times \binom{25}{1}\binom{25}{2}\binom{25}{3} + \binom{25}{2}^3$

---

۵)

الف) 10^{25}

ب) $\frac{34!}{9!}$

---

۶)

$$\binom{46}{15}$$

---

۸)

$$\binom{n}{r} \times (3^{n-r})$$

---

۱۱)

الف) 12

ب) $\binom{4}{2}$

---

۱۹)

الف) $5 \times 9!$

ب) $3 \times 8!$

---

۲۰)

الف) $\binom{8}{6}\binom{10}{9}$

ب) $\sum_{k=0}^{6}\binom{k+2}{k}\binom{17-k}{15-k}$
