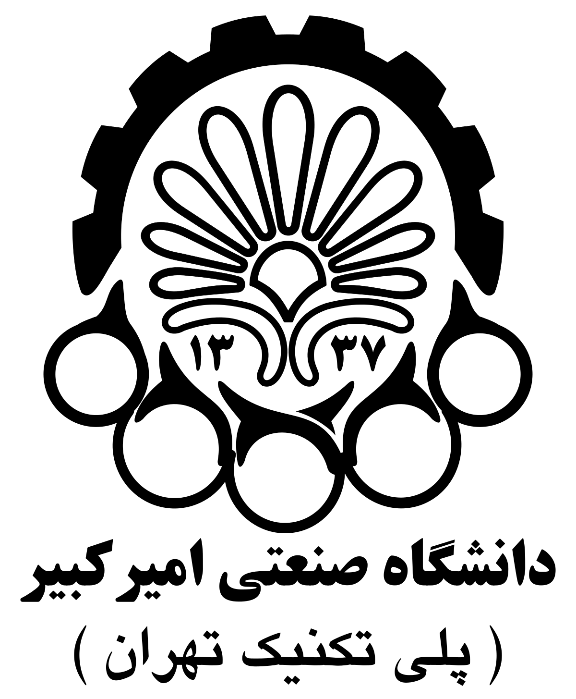
به نام خدا

استاد:

فلاح



ص 219

تمرینات 4.1

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

2)

الف)

مشاهده می شود اگر به جای k در عبارت اول k+1 بگذاریم به همین عبارت می رسیم.

ب)

مشاهده می شود اگر به جای k در عبارت اول k+1 بگذاریم به همین عبارت می رسیم.

پ)

مشاهده می شود اگر به جای k در عبارت اول k+1 بگذاریم به همین عبارت می رسیم.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

10)

درنتیجه :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

13)

الف)

*در نتیجه :*

ب)

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*14)*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*16)*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*18)*

: P(n)*برای مرتب کردن مجموعه بالا تعداد مقایسه ها از* n. *بیشتر نمی شود.*

: P(0)*برای مرتب کردن مجموعه با 1 عضو تعداد مقایسه ها از 0 بیشتر نمی شود.(درست)*

: P(k)*برای مرتب کردن مجموعه تعداد مقایسه ها از* k. *بیشتر نمی شود.*

*از آن جا که می دانیم P(k) برقرار است پس می دانیم برای هر یک از این دو زیر مجموعه برای ایجاد ترتیب افزایشی تعداد مقایسه ها از* k. *بیشتر نمی شود از آن جا که می دانیم S حاصل اجتماع این دو است و برای مرتب کردن دو مجموعه با ترتیب افزایشی به همین صورت برای اجتماع آن ها حداکثر جمع تعداد اعضای آنها منهای یک مقایسه لازم است پس برای مجموعه S داریم :*

*تعداد مقایسه های لازم را ابتدا برای دو زیرمجموعه سپس برای اجتماع آن ها انجام می دهیم :*

*پس*P(k+1) *برقرار است.*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*23)*

*برای حل سوال از استقرای قوی استفاده می کنیم :*

*با توجه به اصل استقرای قوی داریم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*24)*

*الف)*

*ب)*

*برای حس سوال از استقرای قوی استفاده می کنیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

ص 232

تمرینات 4.2

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

1)

الف)

ب)

پ)

ت)

ث)

ج)

چ)

ح)

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

3)

الف)

*با توجه به قانون توزیع پذیری برای این عبارت صحیح است حال با اصل اسقرای ریاضی عبارت را اثبات می کنیم :*

ب)

*با توجه به قانون توزیع پذیری برای این عبارت صحیح است حال با اصل اسقرای ریاضی عبارت را اثبات می کنیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

8)

الف)

به ازای n=2 این حاصل برابر است و برای و و ... و داریم :

*پس می توان به صورت بازگشتی بیان کرد که این عبارت برابر حاصل جمع آخرین عدد حقیقی و مجموع تمام اعداد حقیقی قبل از آن است تا جایی که مجموع دو رقم اول بدست آید.*

*ب)*

*به ازای هر 3 عدد حقیقی این قانون برقرار است پس به ازای k≥3 و اصل استقرای قوی با فرض صحیح بودن به ازای هر 1≤r<k*

*برای k+1 اثبات می کنیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*10)*

*به ازای n=2 این عبارت صحیح است حال به کمک اصل استقرای ریاضی به اثبات می پردازیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*12)*

*با توجه به دو جمله اول به عنوان پایه نتیجه می گیریم 0 ≤≤ 1 حال با اصل استقرای قوی داریم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*14)*

*به ازای n=0 عبارت برقرار است پس به کمک اصل استقرای ریاضی به اثبات می پردازیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*15)*

*عبارت بالا به ازای n=1 برقرار است*() *پس به کمک اصل استقرای ریاضی به اثبات می پردازیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*16)*

*به ازای n=1 می بینیم که پس پایه برقرار است حال برای اثبات استقرایی داریم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

17)

برای n=1 داریم که 0=1- که صحیح است پس با فرض پایه و اصل استقرای ریاضی داریم :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

18)

به ازای n=1 داریم 1=2\*1 – 1 که صحیح است پس با فرض پایه و اصل استقرای ریاضی داریم :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

19)

به ازای n=1 داریم :

پس پایه استقرا صحیح می باشد حال به کمک اصل استقرای تعمیم یافته و اینکه عبارت بالا برای nا از 0 تا k برقرار باشد داریم :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

ص 268

تمرینات تکمیلی

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

6)

الف)

ب)

پ)

ت)

با توجه به الف عبارت برای n=1 برقرار است پس با استقرای ریاضی داریم :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

11)

به ازای n=2 داریم :

حال با فرض برقراری عبارت برای k≥2 به اثبات استقرایی می پردازیم :

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*13)*

*الف)*

*پس فرض به ازای حالت پایه برقرار است حال برای اثبات به کمک استقرای قوی داریم :*

*عبارت* k+1 *را به* (k-4)+5 *تبدیل می کنیم چون از استقرای قوی استفاده کردیم و به ازای* 64≤n≤k *عبارت صحیح است پس به این نتیجه می رسیم :*

*ب)*

*عبارت* k+1 *را به* (k-9)+10 *تبدیل می کنیم چون از استقرای قوی استفاده کردیم و به ازای* 108≤n≤k *عبارت صحیح است پس به این نتیجه می رسیم :*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

*14)*

*برای حالت پایه* n=1 *را بررسی می کنیم سپس به اثبات استقرایی می پردازیم :*

*پس با توجه به اصل استقرای ریاضی این عبارت برای* برقرار است.