

بسمه تعالی

تمرین سری سوم ساختمان داده ها و مبانی الگوریتم ها

نکات :

- پاسخ تمرین ها را تایپ شده یا اسکن شده در قالب pdf با نام HW3_StudentNumber.pdf ارسال نمایید.
- مهلت ارسال این سری تمرین تا سه شنبه ۲۴ مهر ساعت ۲۳:۵۵ است.

سوال یک :

یک **MaxHeap** با N عنصر متمایز را در نظر بگیرید که با یک آرایه پیاده سازی شده است. چهارمین بزرگترین عنصر در کدام یک از درایه ها می تواند قرار بگیرد؟

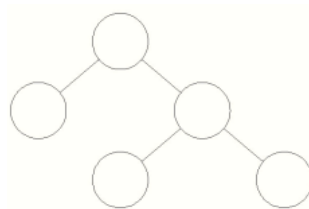
سوال دو :

با ورود مقادیر زیر به ترتیب یک **MinHeap** بسازید.

۲, ۵۰, ۴۵, ۷۰, ۷۵, ۲۲, ۴۰, ۵۵, ۴۵

توجه کنید که اعداد به ترتیب وارد می شوند و فقط یک درخت **MinHeap** است که از این ترتیب بدست می آید.

سوال سه : به چند طریق میتوان اعداد ۱ تا ۵ را در درخت زیر قرار داد به طوریکه مقدار هر عنصر پدر بزرگتر از فرزندانش باشد.



سوال چهار: آرایه زیر یک **MaxHeap** است، برای اضافه کردن عدد ۹۵ به این آرایه چند عمل **swap** (جابه جایی دو کمیت) نیاز است تا آرایه تولید شده **MaxHeap** بماند؟

[۱۰۰, ۹۰, ۸۲, ۸۵, ۷۴, ۷۵, ۷۳, ۶۸, ۷۰]

سوال پنج : یک درخت قرمز-سیاه در نظر بگیرید.

حداکثر تعداد **rotation** موقع **insert** ؟

حداکثر تغییر رنگ موقع **delete** از چه **order** ای است ؟

هزینه سورت روی این درخت چه هزینه ای دارد؟

سوال شش : بوسیله‌ی تغییر در یک درخت قرمز-سیاه ساختمان داده‌ای بسازید که اعمال زیر را با این هزینه‌ها انجام دهد:

$O(1)$: $Init()$ ایجاد ساختمان داده
$O(\log n)$: $Insert(x)$ اضافه کردن
$O(\log n)$: $Delete(x)$ حذف کردن
$O(\log n)$: $Find(x)$ بازگردانی پوینتری که دارای این مقدار است
$O(\log n)$: $Count(x)$ تعداد اعضای که کوچک تر از x هستند

سوال هفت:

m آرایه مرتب از اعداد هر کدام با n عنصر داریم. الگوریتم از مرتبه $O(mn \log(mn))$ ارائه کنید که همه mn عنصر را در یک آرایه مرتب کند.

سوال هشت :

آیا عمل حذف از BST جابه جایی پذیری دارد؟ به عبارت دیگر، آیا حذف x و سپس حذف y از یک BST همان تاثیر حذف y و سپس x را دارد؟ اثبات کنید یا مثال نقض بزنید.

سوال نه:

چه تعداد از $7!$ جایگشت از عناصر A تا G را اگر در یک BST به ترتیب درج کنیم، همان درخت ایجاد می شود که دنباله‌ی درج های زیر (از چپ به راست) تولید می کند؟
 A, E, F, G, B, D, C

سوال ده:

الف:

یک هرم کمینه با n عنصر متمایز از اعداد و یک عدد x داده شده است. الگوریتم از $O(k \log k)$ ارائه دهید که مشخص کند که k امین کوچک ترین عنصر موجود در هرم را پیدا کند.

ب:

یک هرم کمینه با n عنصر متمایز از اعداد و یک عدد x داده شده است. الگوریتم از $O(k)$ ارائه دهید که مشخص کند که آیا k امین کوچک ترین عنصر موجود در هرم از x کوچک تر است یا خیر.