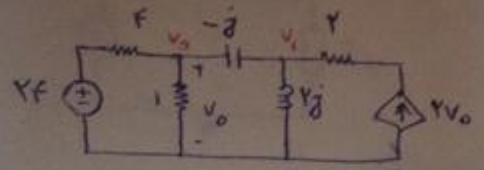
جواب تمرینات سری ششم

(۲



$(kcl)_{V_0} \Rightarrow \frac{V_0-۲۴}{۴}+\frac{V_0}{۱}+\frac{V_0-V_1}{-j}=0 \quad (۱)$

$(kcl)_{V_1} \Rightarrow \frac{V_1}{۲j}+\frac{V_1-V_0}{-j}-۲V_0=0 \longrightarrow V_1=(۲-۴j)V_0 \quad (۲)$

$۱,۲ \Rightarrow ۲۴=(۵+۴j)V_0-۴jV_1$

$۲۴=(۵+۴j-۸j-۱۶)V_0$

$V_0=\frac{۲۴}{۱۱+۴j} \qquad V_1=\frac{(-۲۴)(۲-۴j)}{۱۱+۴j}$

جریان شاخه ۱ $I=\frac{۲۴}{۱۱+۴j}$

توان مختلط $\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}VI^*$

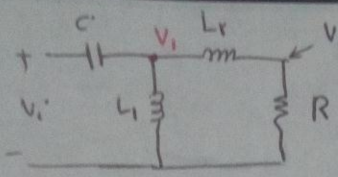
$S=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۴}{۱۱+۴j}\times\frac{۲۴}{۱۱-۴j}=\frac{۲۸۸}{۱۲۱+۱۶}=۲,۱$

توان مختلط = توان اکتیو + j توان راکتیو

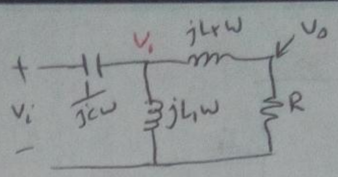
توان اکتیو $\Rightarrow P_{av}=۲,۱^{w}$

توان راکتیو $\Rightarrow Q=0$

۳)



$\Rightarrow$



kcl در گره v_1 $\Rightarrow$ $$\frac{V_1 - V_i}{\frac{1}{jC\omega}} + \frac{V_1}{jL_1\omega} + \frac{V_1 - V_o}{jL_2\omega} = 0 \qquad (1)$$

kcl در گره ۲ $\Rightarrow$ $$\frac{V_o}{R} + \frac{V_o - V_1}{jL_2\omega} = 0 \rightarrow V_1 = \frac{R + jL_2\omega}{R} V_o \qquad (2)$$

از ۱ و ۲ $$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-\omega^2 R L_1 C}{R(1-\omega^2 L_1 C) + j\omega(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)}$$

صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

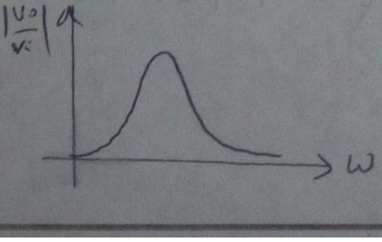
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-\omega^2 R L_1 C \left[R(1-\omega^2 L_1 C) - j\omega(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)\right]}{R^2(1-\omega^2 L_1 C)^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)^2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-\omega^2 R^2 L_1 C(1-\omega^2 L_1 C) + j\omega^3 R L_1 C(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)}{R^2(1-\omega^2 L_1 C)^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)^2}$$

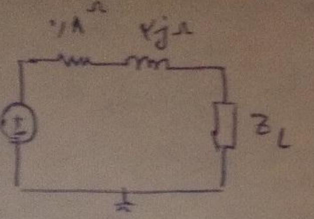
$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{\sqrt{\left[-\omega^2 R^2 L_1 C(1-\omega^2 L_1 C)\right]^2 + \left[\omega^3 R L_1 C(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)\right]^2}}{\sqrt{\left[R^2(1-\omega^2 L_1 C)^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C)^2\right]^2}}$$

$\omega \to 0 \quad \left|\frac{V_o}{V_i}\right| = 0$

$\omega \to \infty \quad \left|\frac{V_o}{V_i}\right| = 0$



۴)



$P_{\text{منبع}} = 13.5\ kw$

$P_{\text{بار}} = 13\ kw$

ما می‌دانیم توان متوسط توسط بخش های مقاومتی مصرف می شوند و سلف و خازن مصرف کننده ی توان متوسط نیستند پس توان متوسط در این سوال توسط مقاومت ۰٫۸Ω و بخش مقاومتی Z_L به مصرف رسیده است.

$$P_{R=0.8\Omega} = 13.5 - 13 = 0.5\ kw$$

$$P_{R=0.8\Omega} = \frac{1}{2} R|I|^2 \Rightarrow 500 = \frac{1}{2} \times 0.8\,|I|^2$$

$$|I|^2 = \frac{500}{0.4} = 1250$$

از طرفی کل توان ۱۳٫۵ kw در بخش های مقاومتی (یعنی ۰٫۸Ω و بخش مقاومتی (Z_L) به مصرف رسیده است:

$$13.5\ kw = \frac{1}{2}(R_L + 0.8) \times |I|^2 \qquad 13.5\ kw = \frac{1}{2}(R_L + 0.8)(1250)$$

$$R_L = 20.8$$

از طرفی:

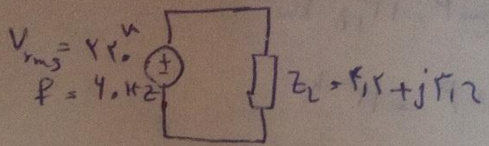
$$|Z_L| = 26\ \Omega \qquad Z_L = jX_L + R_L$$

$$\sqrt{X_L^2 + R_L^2} = 26$$

$$\sqrt{X_L^2 + (20.8)^2} = 26$$

$$\underline{X_L = 15.6}$$

(۵



الف)

$$\text{توان مختلط } S = \frac{V_{rms}^2}{Z^*} = \frac{۲۲۰^2}{۴٫۲ - ۳٫۶j} = ۶۶۴۳ + j۵۶۹۴$$

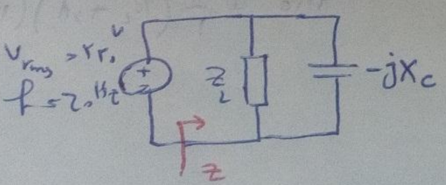
$P = ۶۶۴۳\ W$

$Q = ۵۶۹۴\ Var$

$$tg\theta = \frac{Q}{P} = \frac{۵۶۹۴}{۶۶۴۳} \Rightarrow \theta = ۴۰٫۶$$

$$\cos ۴۰٫۶ = ۰/۷۵۹۲$$

ب) اگر Z_L ها دارای مقاومت سلفی باشند باعث می‌شوند که توان راکتیو بالا رود برای حذف این مورد خازنی را موازی با Z_L قرار می‌دهند که $Q=0$ شود (یعنی $Q=0$)



$$X_C = \frac{1}{C\omega}$$

$$Z = Z_L \parallel (-jX_C) = \frac{(۴٫۲ + j۳٫۶)(-jX_C)}{۴٫۲ + j(۳٫۶ - X_C)} = \frac{۳٫۶X_C - j۴٫۲X_C}{۴٫۲ + j(۳٫۶ - X_C)}$$

$$S = \frac{V_{rms}^2}{Z^*} \text{ حقیقی}$$

برای اینکه S مقدار موهومی (توان راکتیو) نداشته باشد باید فاز Z برابر صفر شود پس داریم:

$$\text{فاز } Z = \frac{\text{فاز صورت}}{\text{فاز مخرج}} = \text{فاز صورت} - \text{فاز مخرج} = 0$$

$$Z : \varphi = tg^{-1} \frac{-۴٫۲ X_C}{۳٫۶ X_C} - tg^{-1} \frac{۳٫۶ - X_C}{۴٫۲} = ۰$$

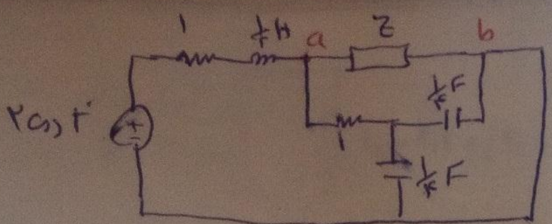
$$tg^{-1} \frac{۴٫۲}{۳٫۶} = tg^{-1} \frac{۳٫۶ - X_C}{۴٫۲}$$

$$\frac{۴٫۲}{۳٫۶} = \frac{۳٫۶ - X_C}{۴٫۲} \Rightarrow X_C = ۸٫۵$$

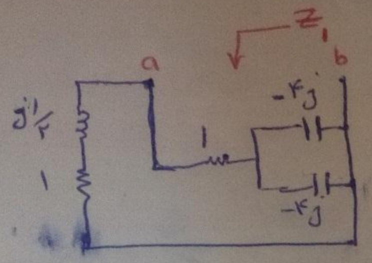
$$X_C = \frac{1}{C\omega} = ۸٫۵ \qquad \frac{1}{C \times ۲\pi \times ۶۰} = ۸٫۵$$

$$\underline{\underline{C = ۳۱۲\ \mu F}}$$

۶) برای انتقال توان ماکزیمم سود باید Z برابر باشد با مزدوج امپدانس دیده شده از دو سر a و b :



چون منبع وابسته در مدار نداریم با حذف منبع ولتاژ مستقل می‌توان امپدانس دو سر a و b را محاسبه کرد :



$$Z_1 = \left[1 + (-4j \parallel -4j)\right] \parallel \left[1 + j\tfrac{1}{2}\right]$$

$$Z_1 = \left[1 - 2j\right] \parallel \left[1 + \tfrac{1}{2}j\right]$$

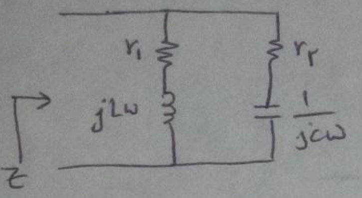
$$Z_1 = \frac{(1-2j)(1+\frac{1}{2}j)}{1-2j+1+\frac{1}{2}j} = \frac{1-2j+\frac{1}{2}j+1}{2-\frac{3}{2}j}$$

$$Z_1 = \frac{2-\frac{3}{2}j}{2-\frac{3}{2}j} = 1$$

پس برای انتقال توان ماکزیمم سود باید :

$$Z = Z_1^{*} = 1$$

(۷



$$Z = (r_1 + jL\omega) \,\|\, \left(r_2 + \frac{1}{jC\omega}\right) = \frac{(r_1 + jL\omega)\left(r_2 + \frac{1}{jC\omega}\right)}{r_1 + r_2 + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$Z = \frac{r_1 r_2 + \frac{r_1}{jC\omega} + jLr_2\omega + \frac{jL\omega}{jC\omega}}{r_1 + r_2 + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jCr_1r_2\omega + r_1 - LCr_2\omega^2 + jL\omega}{(r_1 + r_2)jC\omega - LC\omega^2 + 1}$$

$$Z = \frac{r_1 - LCr_2\omega^2 + j(Cr_1r_2\omega + L\omega)}{1 - LC\omega^2 + j(r_1C\omega + r_2C\omega)}$$

در حالت تشدید قسمت موهومی Z برابر صفر است (صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم)

$$Im(Z) = -(r_1 - LCr_2\omega^2)(r_1C\omega + r_2C\omega) + (1 - LC\omega^2)(Cr_1r_2\omega + L\omega)$$

$$= -r_1^2C\omega - \cancel{r_1r_2C\omega} + \cancel{LC^2r_1r_2\omega^3} + LC^2r_2^2\omega^3 + \cancel{Cr_1r_2\omega} + L\omega - \cancel{LC^2r_1r_2\omega^3} - L^2C\omega^3 = 0$$

$$Im(Z) = -r_1^2C\omega + L\omega + LC^2r_2^2\omega^3 - L^2C\omega^3 = 0$$

$$\omega^2 = \frac{r_1^2C - L}{LC^2r_2^2 - L^2C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{r_1^2C - L}{LC^2r_2^2 - L^2C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{r_1^2C - L}{Cr_2^2 - L}}$$