



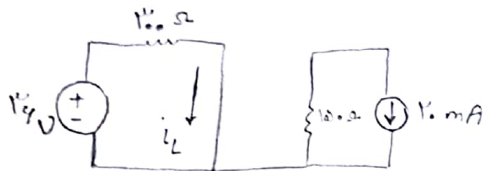
دانشگاه امیرکبیر

موعد تحویل: ۱۴ آبان ۱۳۹۷

درس مدارهای الکتریکی و الکترونیکی

تمرین سری پنجم

$t < 0$

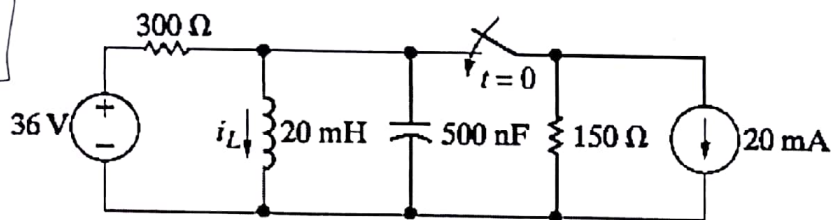


$$i_L(0^-) = \frac{36}{150} = 0.24 \text{ A}$$

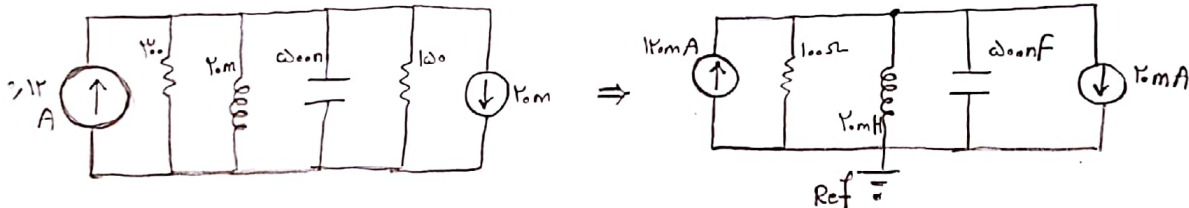
بخش اول) سوالات اختیاری<sup>۱</sup>  
(۱) سوالات ۲۰ و ۳۷ و ۴۷ و ۵۱ و ۶۶ از فصل نهم کتاب هیت (Hayt 8<sup>th</sup> edition)

بخش دوم) سوالات اجباری<sup>۲</sup>

(۲) در مدار شکل زیر،  $i_L(t)$  را برای زمانهای  $t > 0$  بدست آورید



$t > 0$



$$\text{KCL: } -0.24 + \frac{V}{150} + \left( \frac{1}{300} \int V dt + i_L(0) \right) + 500n \frac{dV}{dt} + 20mA = 0$$

$$\rightarrow \frac{d^2 V}{dt^2} + 2 \times 10^4 \frac{dV}{dt} + 10^6 V = 0 \rightarrow S_1 = S_2 = -10^4$$

$$\rightarrow i_L(t) = k + e^{-10^4 t} (A_1 t + A_2) \rightarrow i_L(\infty) = 0.1 \text{ A} = k$$

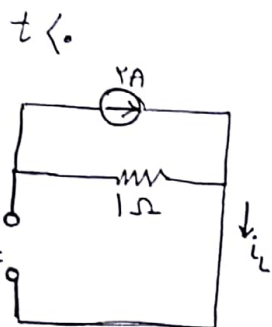
$$\frac{di_L}{dt}(0^+) = \frac{V_L(0^+)}{L} = 0 \rightarrow -10^4 A_2 + A_1 = 0$$

$$i_L(0^+) = A_2 + k = A_2 + 0.1 = 0.24 \rightarrow A_2 = 0.14$$

$$\rightarrow A_1 = 200$$

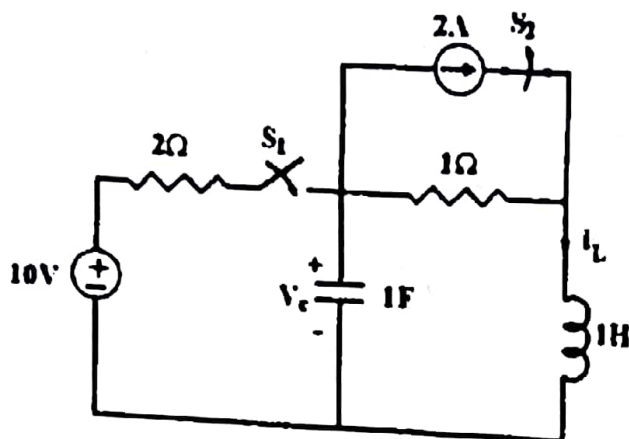
$$\Rightarrow i_L(t) = 0.1 + 0.14 e^{-10^4 t} (10^4 t + 1)$$

۳) در مدار زیر کلید  $S_1$  برای مدت طولانی باز و کلید  $S_2$  برای مدت طولانی بسته بوده است. در  $t=0$  کلید  $S_1$  را بسته و  $S_2$  را باز می‌کنیم. مقادیر  $\frac{dv_c}{dt}(0^+)$  و  $\frac{di_L}{dt}(0^+)$  را بدست آورید.



$$v_c(0^-) = -2V$$

$$i_L(0^-) = 0A$$



$$i_L(0^+) = 0A$$

$$v_c(0^+) = -2V$$

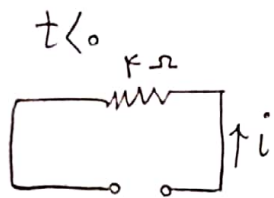
$$\frac{dv_c}{dt}(0^+) = ? = \frac{i_c}{C}(0^+) \quad \textcircled{I}$$

$$\frac{di_L}{dt}(0^+) = ? = \frac{v_L}{L}(0^+) \quad \textcircled{II}$$

$$v_c = v_{R=1\Omega} + v_L \xrightarrow[t=0^+]{i_L=0} v_L(0^+) = v_c(0^+) = -2 \xrightarrow{\textcircled{II}} \frac{di_L}{dt}(0^+) = -2$$

$$i = i_c + i_L \xrightarrow{t=0} i = i_c$$

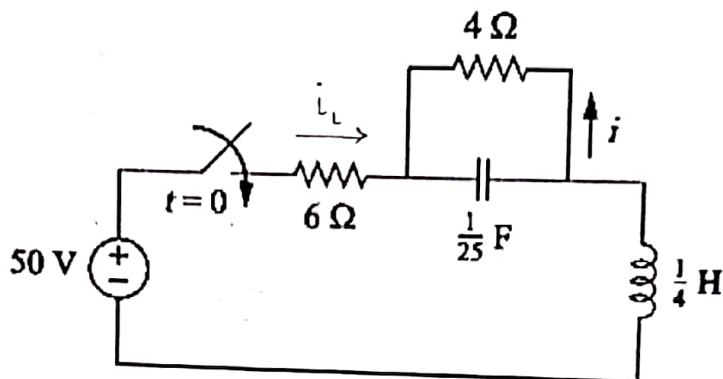
$$\text{KVL: } -10 + 2i + v_c = 0 \xrightarrow[v=0]{v_c(0^+) = -2} i = 4 = i_c \xrightarrow{\textcircled{I}} \frac{dv_c}{dt}(0^+) = 4$$



$$i_L(0^-) = 0$$

$$V_C(0^-) = 0$$

۴ در مدار شکل زیر،  $i(t)$  را برای زمانهای  $t > 0$  بدست آورید.



$$V_C(t) = \int i(t) dt = \int (i + i_L) dt \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = i + i_L$$

۱. KVL:  $-\omega_0 + 4i_L + \int (i + i_L) dt + \frac{1}{F} \frac{di_L}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt} \left( 4 \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{F} \frac{di_L}{dt} + \omega_0 (i + i_L) \right) = 0 \quad \textcircled{I}$$

۲. KVL:  $-\omega_0 + 4i_L - Fi + \frac{1}{F} \frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{4i_L + \frac{1}{F} \frac{di_L}{dt} - \omega_0}{F} \quad \textcircled{II}$

۱, ۲  $\rightarrow i_L'' + F i_L' + 1 \cdot (i_L + \frac{4i_L + \frac{1}{F} i_L' - \omega_0}{F}) = 0$

$$\Rightarrow i_L'' + F i_L' + 1 \cdot i_L + \omega_0 i_L + \frac{4}{F} \omega_0 i_L' - 1 \omega_0 = 0$$

$$\Rightarrow i_L' + \frac{4}{F} \omega_0 i_L' + \omega_0 i_L = 1 \omega_0 \rightarrow S_1, S_2 = -1\omega_0, 1\omega_0 \pm 9, 11j$$

$$\Rightarrow i_L(t) = \omega_0 + e^{-1\omega_0/17t} (A_1 \cos(9,11)t + A_2 \sin(9,11)t) \rightarrow i_L(0^+) = 0 = A_1 + \omega_0 \rightarrow \underline{A_1 = -\omega_0}$$

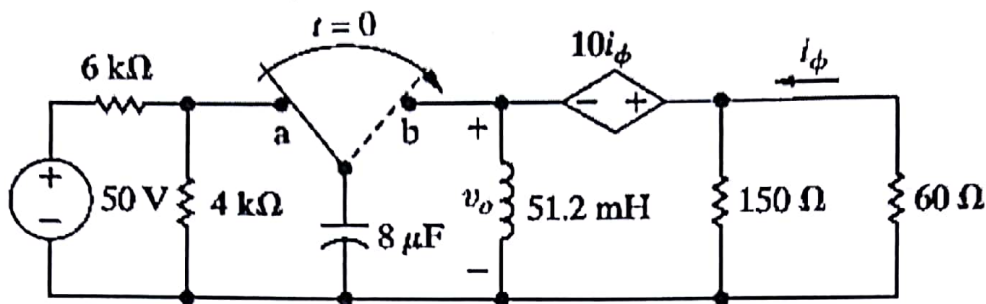
$$\frac{di_L}{dt}(0^+) = \frac{V_L(0^+)}{L} = \omega_0 \times F = 1\omega_0$$

$$i_L(t) = \omega_0 + e^{-1\omega_0/17t} (-\omega_0 \cos(9,11)t - 1,43 \sin(9,11)t)$$

$$\Rightarrow \underline{A_2 = -1,43}$$

۲  $\Rightarrow i(t) = \frac{F}{F} i_L + \frac{1}{F} i_L' - 1\omega_0 = -\omega_0 + e^{-1\omega_0/17t} (-\frac{F}{F} \omega_0 \cos(9,11)t + \frac{F}{F} \omega_0 \sin(9,11)t)$

(۵) در مدار شکل زیر فرض کنید که کلید برای مدت طولانی در موقعیت  $a$  قرار داشته است و در  $t=0$  به موقعیت  $b$  می‌رود.  $v_o(t)$  را برای  $t > 0$  بدست آورید:

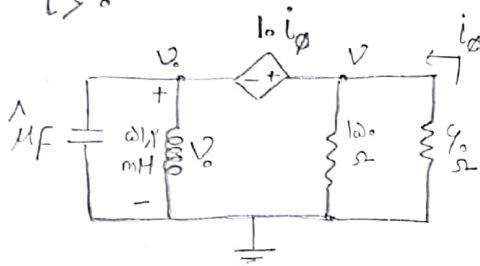


$t < 0$

$$v_o(0^-) = 20 \text{ V}$$

$$i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

$t > 0$



$$v - v_o = 10 i_\phi = 10 \left( \frac{-v}{60} \right) \Rightarrow v = \frac{9}{5} v_o$$

$$\text{KCL: } 1 \times 10^{-9} \frac{dv_o}{dt} + \left( \frac{10}{51.2} \int v_o dt + i_L(0^+) \right) + \frac{v}{150} + \frac{v}{60} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \rightarrow 1 \times 10^{-9} v_o'' + \frac{10}{51.2} v_o + \frac{v_o'}{50} = 0$$

$$\Rightarrow v_o'' + \frac{10}{1 \times 51.2} v_o + \frac{10}{50} v_o' = 0$$

$$\rightarrow S_1, S_2 = \frac{-10}{1} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{100}{14} - \frac{100}{1.024}} = -1250 \pm 937.5j$$

$$\Rightarrow S_1, S_2 = -1250 \pm 937.5j$$

$$v_o(t) = e^{-1250t} (A_1 \cos(937.5t) + A_2 \sin(937.5t))$$

$$\rightarrow v_o(0^+) = 20 = A_1 \quad \left\{ \rightarrow \frac{dv_o}{dt}(0^+) = \frac{dv_c}{dt}(0^+) = \frac{i_c(0^+)}{C} = 0 \right.$$

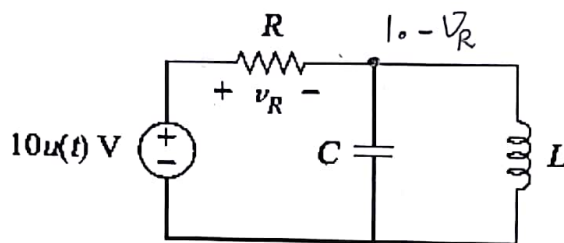
$$\Rightarrow -1250 A_1 + 937.5 A_2 = 0$$

$$\Rightarrow A_2 = 29.9$$

$$\Rightarrow v_o(t) = e^{-1250t} (20 \cos(937.5t) + 29.9 \sin(937.5t))$$

۶ در مدار شکل زیر برای  $t > 0$  ولتاژ  $v_R(t)$  را بدست آورید.

$$R = 3 \Omega, L = 2 \text{ H, and } C = 1/18 \text{ F.}$$



$t < 0 :$

$$i_L(0^-) = 0$$

$$v_C(0^-) = 0$$

$t > 0 :$

$$\text{KCL: } \left( \frac{1}{L} \int (1.0 - v_R) dt + i_L(0^+) \right) + C \frac{d(1.0 - v_R)}{dt} + \frac{-v_R}{R} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{(1.0 - v_R)}{L} - C \frac{d^2 v_R}{dt^2} - \frac{dv_R}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 v_R}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv_R}{dt} + \frac{v_R}{LC} = \frac{1.0}{LC}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 v_R}{dt^2} + 9 \frac{dv_R}{dt} + 9 v_R = 9.0$$

$$\rightarrow S_1, S_2 = -3 \pm 3j$$

$$i_f = \frac{1.0}{3} = i_R(\infty)$$

$$\Rightarrow i_R(t) = i_f + e^{-3t} (A_1 t + A_2) = \frac{1.0}{3} + e^{-3t} (A_1 t + A_2)$$

$$\rightarrow i_R(0^+) = 0 = A_2 + \frac{1.0}{3} \rightarrow A_2 = -\frac{1.0}{3}$$

$$\rightarrow \frac{di_R}{dt}(0^+) = \frac{d(i_C + i_L)}{dt}(0^+) = \frac{di_C}{dt}(0^+) + \frac{di_L}{dt}(0^+) = 0 + 0 = -3A_2 + A_1$$

$$\Rightarrow A_1 = -1.0$$

$$\Rightarrow v_R(t) = R i_R(t) = 1.0 + 3e^{-3t} \left( -1.0t - \frac{1.0}{3} \right)$$