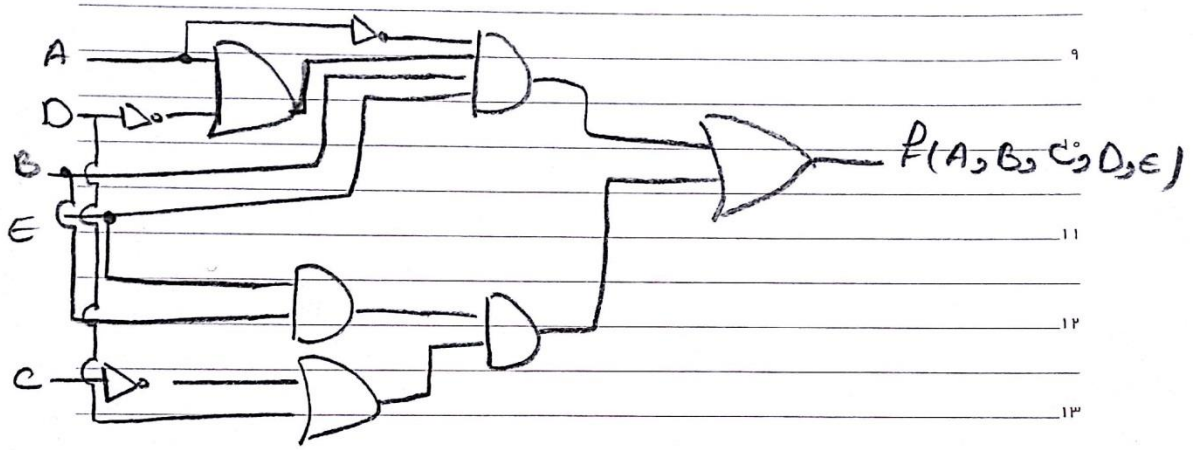
بسمه تعالی

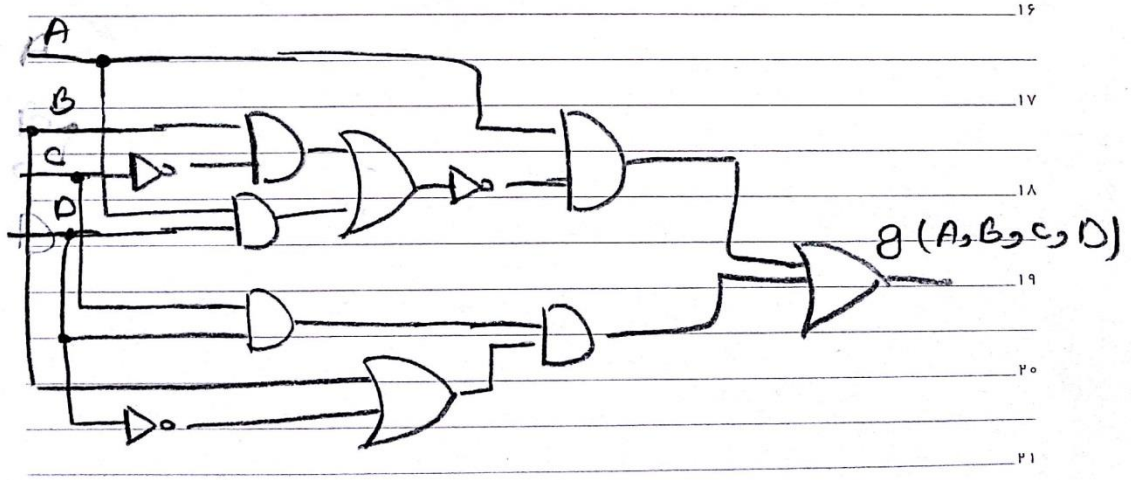
سؤال ۱) الف)

سؤال ۱) الف)

a) $F(A,B,C,D,E) = EB(\bar{C}+D)+(A+\bar{D})\bar{A}BE$



b) $g(A,B,C,D) = \overline{A(B\bar{C}+\bar{D}A)}+CD(B+\bar{D})$



ب)

a)

#	A	B	C	D	E	EB	C'+D	EB(C'+D)	A+D'	A'BE	(A+D')A'BE	f
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
9	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
14	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
15	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
16	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
17	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
18	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
19	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
20	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
21	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
22	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
23	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
25	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
26	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
29	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
30	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1

b)

#	A	B	C	D	BC'	AD'	BC'+AD'	(BC'+AD')'	A(BC'+AD')'	CD	B+D'	CD(B+D')	g
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
4	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
7	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
10	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
12	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
13	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
14	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
15	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1

سؤال ۲)

a) left side = right side

RightSide	AC'	BC	A'B'	LeftSide	B'C'	AB	A'C	D	C	B	A	#
1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	2
1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	5
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	6
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	7
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	8
1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	10
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	11
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	12
1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	13
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	14
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	15

b) left side ≠ right side

RightSide	AC	A'B	B'C'	LeftSide	AB'	BC	AC'	D	C	B	A	#
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	5
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	6
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	7
1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	8
1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	9
1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	10
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	11
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	12
0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	13
1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	14
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	15

۳) f سه بیت ورودی دارد و یک خروجی که مقدار خروجی بیانگر تعداد یک‌های ورودی است.

#	A B C	f
0	0 0 0	0
1	0 0 1	1
2	0 1 0	1
3	0 1 1	0
4	1 0 0	1
5	1 0 1	0
6	1 1 0	0
7	1 1 1	1

۴) درنوشتن صفر به یک و یک به صفر AND و OR را عکس می‌کنیم.

a) $f = \overline{(a+b)\cdot(\bar{a}+\bar{c})(b)+0}$

$f_{dual} = (ab)+(\bar{a}\bar{c})+b\cdot 1$

b) $G = (B\bar{E})1+(\bar{C}E)+(\overline{\bar{A}CD\bar{E}}) \rightsquigarrow G_{dual} = \left((B+\bar{E})+1\right)\cdot(\bar{C}+E)\left(\overline{\bar{A}+C+D+\bar{E}}\right)$

c) $H = \overline{(x+\bar{y}+w+1)(x+\bar{y}+\bar{z})(\bar{x}+z\cdot 0+w+z)}$

$H_{dual} = \overline{(x\bar{y}w\cdot 1)+(x\bar{y}\bar{z})+(\bar{x}\cdot(z+1)wz)}$

سوالات امتیازی:

۱) طبق تعریف universal یک مجموعه universal تابع گویا است که توانایی پیاده‌سازی هر تابع گویا دلخواه دودویی را با آن پیاده‌سازی کرد.

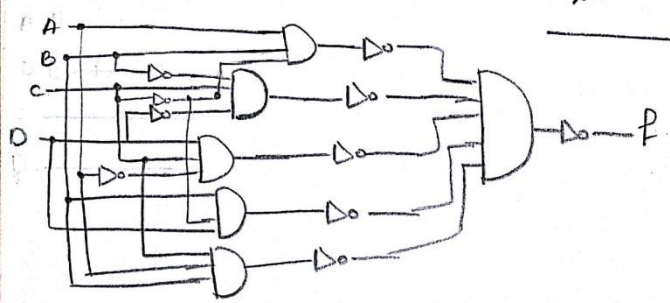
حال در مورد universal بودن هر یک از مجموعه‌های خواسته شده:

$f(A,B,C,D) = \bar{B}C\bar{D}+AB\bar{C}+\bar{A}CD+B\bar{C}D+ABC$

۹) مجموعه {AND, Not} را در نظر می‌گیریم. چون مجموعه اصلی {AND, Not, OR} است باید بتوانیم OR را با این مجموعه پیاده‌سازی کنیم.

برای پیاده‌سازی OR با مجموعه {AND و Not} از قانون دمورگان استفاده می‌کنیم:

$(\overline{\bar{a}\cdot\bar{b}}) = (\overline{\overline{a+b}}) = (a+b) \rightarrow \overline{\overset{n}{\underset{i=1}{AND}}\ \bar{a}_i} = \overset{n}{\underset{i=1}{OR}}\ a_i$



پیاده‌سازی تابع f با مجموعه {AND و Not}

ب) مجموعه گیت OR و Not

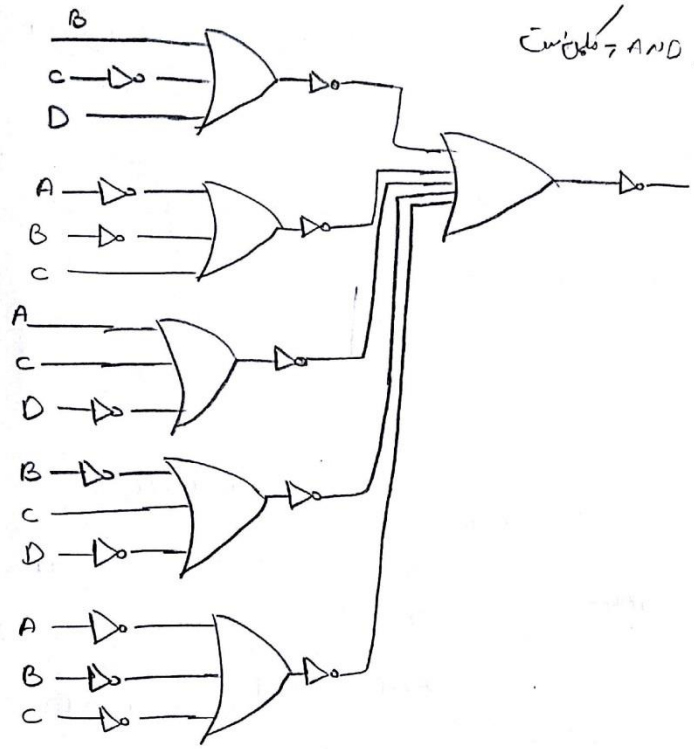
باز هم مشابه قسمت قبل از قانون دمورگان نتیجه می‌گیریم:

$\overline{(\bar{a}+\bar{b})} = \overline{\bar{a}\,\bar{b}} = a.b \rightarrow$ گیت AND هم ساخته می‌شود $\rightarrow \boxed{\underset{i=1}{\overset{n}{OR}}(\bar{a}_i) = \underset{i=1}{\overset{n}{AND}}(a_i)}$

$$f = \bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C} + \bar{A}CD + B\bar{C}D + ABC$$

$$\Rightarrow \bar{f} = \overline{(B+\bar{C}+D)} + \overline{(\bar{A}+\bar{B}+C)} + \overline{(A+\bar{C}+\bar{D})} + \overline{(\bar{B}+C+\bar{D})} + \overline{(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})}$$

دقت کنید که یک گیت OR با ورودی مکمل برابر AND مکمل است



ج) مجموعه گیت AND و OR

با این دو گیت نمی‌توان Not را تولید کرد ← universal نیستند.

2) رأی‌گیری با سه نفر و در صورتی خروجی یک است که حداقل دو نفر موافق باشند.

A	B	C	Voter
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$f = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$