Subject:
Year. Month. Date.

باسمه تعالی

تمرین سری سوم - [illegible] ۹۸۲۴۱۰۲۱

۱) الف)

$$P(21, 600, x, 0.02) = \frac{e^{-12}(12)^{21}}{21!}$$

$$\int_{20.5}^{21.5} \frac{1}{\sqrt{22.539}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-12}{\sqrt{11.76}}\right)^2}$$

$$\mu = 600 \times 0.02 = 12 = np$$

$$\sigma^2 = npq = 12 \times 0.98 = 11.76$$

$$\int_{20.5}^{21.5} \frac{1}{\sqrt{22.539}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-12}{\sqrt{11.76}}\right)^2} dx = CDF\left(\frac{21.5-12}{\sqrt{11.76}}\right) - CDF\left(\frac{20.5-12}{\sqrt{11.76}}\right)$$

$$= 0.00498 - 0.0028 = 0.002$$

ب)

$$\lambda t = np \Rightarrow \lambda t = 12 \qquad \sum_{10}^{25} \frac{e^{-12}(12)^n}{n!}$$

$$\int_{10.5}^{25.5} \frac{1}{\sqrt{22.5521}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-12}{\sqrt{11.76}}\right)^2} dx$$

$$= CDF\left(\frac{25.5-12}{\sqrt{11.76}}\right) - CDF\left(\frac{10.5-12}{\sqrt{11.76}}\right) = 1 - 0.334$$

$$= 0.666$$

۲)

$$\mu = 10 \quad P(x > 20) = 0.2 \quad var[x] = \sigma^2$$

$$\int_{20}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-10}{\sigma}\right)^2} dx = 1 - CDF(20) = 0.2$$

$$CDF(20) = 0.8 \Rightarrow CDF\left(\frac{20-10}{\sigma}\right) = 0.8 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} = 0.85 \Rightarrow \sigma = \frac{1000}{85} = 11.76 \Rightarrow var[x] = 138.297$$

۳) الف)

$$\beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \int_2^{+\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} = -e^{-\frac{x}{2}}\Big|_2^{+\infty} = -e^{-\infty} + e^{-1} = e^{-1} = 0.367$$

ب) توزیع نمایی بی حافظه است پس طبق:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} = -e^{-\frac{x}{2}}\Big|_1^{+\infty} = -e^{-\infty} + e^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}}$$

۴) الف) توزیع نمایی بی حافظه است پس طبق:

$$\lambda = 8 \quad \beta = \frac{1}{8}$$

$$\int_8^{+\infty} \frac{1}{8} e^{-\frac{x}{8}} = -e^{-\frac{x}{8}}\Big|_8^{+\infty} = -e^{-\infty} + e^{-1} = e^{-1}$$

ب) توزیع نمایی بی حافظه است پس طبق:

$$\int_8^{\infty} \frac{1}{8} e^{-\frac{x}{8}} = e^{-1}$$

(۵)

$y = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{y} \quad x = 0,1,2,3$

$$f(y) = \begin{cases} \binom{3}{\sqrt{y}}\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}}\left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}} & y = 0,1,4,9 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

$x=0 \rightarrow y=0 \;/\; x=1 \rightarrow y=1 \;/\; x=2 \rightarrow y=4 \;/\; x=3 \rightarrow y=9$

(۶)

$X_1 = Y_1 \xrightarrow{x_1 = 1,2} y_1 = 1,2$

$Y_2 = X_2 Y_1 \longrightarrow X_2 = \frac{Y_2}{Y_1} \xrightarrow[y_1 = 1,2]{x_2 = 1,2,3} y_2 = 1,2,3,4,6$

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{y_2}{18} & y_1 = 1,2 ;\; y_2 = 1,2,3,4,6 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

(۷)

$\left(f_x(-\sqrt{y}) + f_x(+\sqrt{y})\right)\frac{1}{2\sqrt{y}}$

$$f(y) = \begin{cases} \left(\left(\frac{1+\sqrt{y}}{2}\right) + \left(\frac{1-\sqrt{y}}{2}\right)\right)\frac{1}{2\sqrt{y}} & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

غیر یک به یک است و پیوسته

(۸)

$H_0 : \mu_x = ۱۳۰۰$

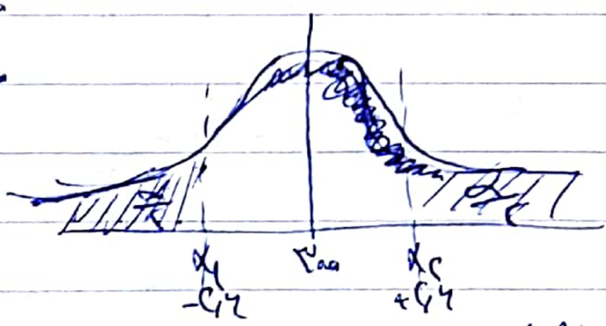
$H_1 : \mu_x \neq ۱۳۰۰$

$n = ۴۰۰$

$\sigma = ۲۵۷$

$\alpha = ۰/۰۱$

$\bar{X} = ۱۲۵۲$



$t = \frac{(۱۲۵۲ - ۱۳۰۰)}{\frac{۲۵۷}{۲۰}} = -۳/۷۳$

$v = ۳۹۹$ جدول $\rightarrow ۲/۶$

$-۳/۷۳ < -۲/۶$

نتیجه می‌گیریم قبول H_0 کافی نیست و H_0 رد می‌شود.

Subject:
Year. Month. Date.

(۹)

ALG1: $\bar{X}_1 = \frac{۲+۳+۱+۵+۱+۳+۳}{۷} = \frac{۱۸}{۷} = ۲٫۵۷$

$\sigma_1^2 = \frac{۱۸٫۵۷۱۴}{۶} = ۳٫۰۹۵۲ \rightarrow \sigma_1 = ۱٫۷۵۸$

$n_1 = ۷$

آزمون یک‌طرفه $H_0: \mu_1 - \mu_2 = ۰$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > ۰$

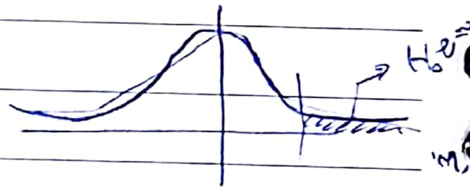
ALG2: $\bar{X}_2 = \frac{۳+۴+۱+۱+۳}{۵} = \frac{۱۲}{۵} = ۲٫۴$

$\sigma_2^2 = \frac{۷٫۲}{۴} = ۱٫۸ \rightarrow \sigma_2 = ۱٫۳۴۲$

$n_2 = ۵$

فرض کنید $\sigma_{X_1} = \sigma_{X_2}$ پس داریم: (چون $\sigma_2 \approx \sigma_1$)

$\sigma_p^2 = \frac{۶\times ۳٫۰۹۵۲ + ۴\times ۱٫۸}{۱۰} = ۲٫۵۷۲$



$v = ۱۰$ جدول $\rightarrow ۱٫۸۱۲ \rightarrow t_0 = \frac{(۲٫۵۷ - ۲٫۴) - ۰}{\sqrt{\frac{۲٫۵۷۲}{۷} + \frac{۲٫۵۷۲}{۵}}} = ۰٫۱۸۱ < ۱٫۸۱۲$

شواهد برای رد H_0 کافی نیست

(۱۰) الف) دو طرفه

$H_0: \mu = ۲۰۰$

$H_1: \mu \neq ۲۰۰$

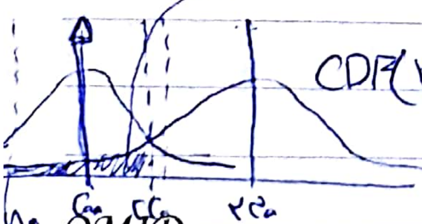
ب) خطای نوع اول (α): H_0 درست است ولی به اشتباه آن را رد کنیم.

خطای نوع دوم (β): H_0 نادرست است و به اشتباه آن را قبول کنیم.

خطای نوع دوم

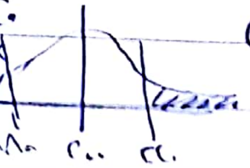
برای کاهش این دو خطا تعداد آزمایش‌ها را زیاد کنیم

ج) $\mu = ۲۰۰ \quad \sigma = ۱۵ \quad n = ۲۰$



$CDF\left(\frac{۲۴۰ - ۲۲۰}{\frac{۱۵}{\sqrt{۲۰}}}\right) - CDF\left(\frac{۱۸۰ - ۲۲۰}{\frac{۱۵}{\sqrt{۲۰}}}\right) = ۰٫۰۰۱۴$

$CDF\left(\frac{۱۸۰ - ۲۰۰}{\frac{۱۵}{\sqrt{۲۰}}}\right) \times ۲ = ۲(CDF(-۵٫۹۶)) = \alpha = ۰$



OMID

Scanned by CamScanner