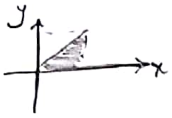
(1)

$$F(x \mid x>y) = \frac{\frac{x^2}{2}}{\frac{1}{2}} = x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} f(x) = 2x$$



$$E[X] = \int x f(x)\, dx = \int_0^1 x\,(2x)\, dx = \frac{2}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

---

(2)

$$\sigma_{xy} = E[XY] - E[X]E[Y] = E[AX^2] - E[Y]E[AX]$$

$$= \left(0 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{4} E[x^2]\right) - E[X]\left(\frac{3}{4} X_0 + \frac{1}{4} E[x]\right)$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{4\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}}\, dx = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_{xy} = \frac{1}{4} E[X^2] = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{4\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}}\, dx$$

---

(3)

$$f_X(x) = \int_0^2 \frac{1}{3}(x+y)\, dy = \frac{(x+y)^2}{6} \Big|_0^2 = \frac{1}{6}\left[(x+2)^2 - x^2\right] = \frac{x+2}{3}$$

$$f_Y(y) = \int_0^1 \frac{1}{3}(x+y)\, dx = \frac{(x+y)^2}{6} \Big|_0^1 = \frac{1}{6}(2y+1) = \frac{2y+1}{6}$$

$$V(2X - 3Y + 8) = \frac{2x+4}{3} - \left(\frac{2y+1}{2}\right) + 8$$

---

(4)

$$A = 1 - CDF(1) = 0.16$$

$$B = CDF(1) - CDF(0) = 0.34$$

$$C = CDF(0) - CDF(-1) = 0.35$$

$$D = CDF(-1) - CDF(-2) = 0.13$$

$$F = CDF(-2) = 0.02$$

۵) الف)

$$b(۳;\ ۶۰۰,\ ۰٫۰۲) = \binom{۶۰۰}{۳} (۰٫۰۲)^{۳} (۰٫۹۸)^{۵۹۷}$$

ب)

p به صفر میل می‌کند ⟸ با پواسون تقریب می‌زنیم:

$$\begin{cases} \lambda t = np = ۱۲ \\ \sqrt{\sigma^{۲}} = \sqrt{npq} = ۳٫۵ \\ \mu = np = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \quad \text{جواب} = P(۲۵;\ ۱۲) - P(۱۰;\ ۱۲)$$

$$= CDF\left(\frac{۲۵-۱۲}{۳٫۵}\right) - CDF\left(\frac{۱۰-۱۲}{۳٫۵}\right) = ۰٫۶۳$$

اگر بخواهیم با نرمال هم تقریب بزنیم:

نرمال: $CDF\left(\frac{۲۵٫۵-۱۲}{۳٫۵}\right) - CDF\left(\frac{۹٫۵-۱۲}{۳٫۵}\right)$

---

۶)

$$۱ - CDF(۲۰) = ۰٫۲ \longrightarrow CDF(۲۰) = ۰٫۸$$

$$\Rightarrow \frac{x-۱۰}{\sigma} = ۰٫۸۵ \longrightarrow \sigma \approx \frac{۱۰}{۰٫۸۵} \Rightarrow \sigma^{۲} = Var[x] = ۱۳۸$$

---

۷) الف)

نما: $\frac{1}{\beta} e^{\frac{-1}{\beta}x}$ $\Rightarrow P(X > ۴) = ۱ - \int_{0}^{۴} \frac{1}{۴} e^{\frac{-x}{۴}}\, dx = ۱ + e^{\frac{-1}{۴}x}\Big|_{0}^{۴} = e^{-1}$

ب)

احتمال بیش از ۱ ساعت طول کشیدن برابر:

$$۱ + e^{\frac{-1}{۴}x}\Big|_{0}^{۱} = e^{\frac{-1}{۴}x}$$

$$\Rightarrow ۱ - e^{\frac{-1}{۴}x}$$

۹

$$f_Y(y) = f_X(\sqrt{y}) = \begin{cases} \binom{3}{\sqrt{y}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}} \left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}} & y = 0, 1, 4, 9 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

یک به یک و گسسته

۱۰

$$\int f(-\sqrt{y}) + f(\sqrt{y}) \times \frac{1}{2\sqrt{y}}\, dy = \frac{1}{2\sqrt{y}}$$

$$\Rightarrow f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{y}} & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

۱۱

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1352 - 1400}{\frac{277}{\sqrt{500}}} = -3.8 \qquad \alpha = \frac{1}{100}$$

$\Rightarrow 3.8 > 2.36 \longrightarrow$ رد ادعا

$\nu = n - 1 = 499$

۱۲

$\mu_1 = 2.51 \qquad \sigma_1 = 1.39$

$\mu_2 = 2.4 \qquad \sigma_2 = 1.34$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = 0.16$$

$t = 1.812$

ادعا رد نمی‌شود

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 > \mu_2$