



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
( پلی تکنیک تهران )

دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
( پلی تکنیک تهران )  
دانشکده مهندسی کامپیوتر

## تمرین سری اول آمار و احتمال مهندسی

## مقدمه

سلام!

با توجه به سوالات دوستان، یه سری مطلب اضافه شد. یه اصلاحیه هم تو قسمت اول تمرین برنامه نویسی داریم البته کد خواسته شده عوض نشده ولی تو بخش تئوری اش، یکم منظورمون رو بد گفتیم. شرمنده!

(توجه کنید که شما لازم نیست کدی رو عوض کنین یعنی این pdf جدید بهر توضیح اضافه شده توش.)

بخش هایی هم که اضافه شده به صورت هایلایت سبز هست.

این تمرین دارای دو بخش است. بخش اول سوالات حل کردنی و بخش دوم سوالاتی با عنوان آزمایش های کامپیوتری است. برای بخش اول یک PDF ازتون می خواهیم که توش سوالات حل شده باشه و اسم فایلش باید به فرم

**PS\_HW1\_PART1\_9231020.pdf**

باشه. اگه توی برگه دوست دارید بنویسید، باز در آخر یه فایل pdf بسازید و مثلاً یه سری فایل jpg آپلود نکنید.

برای بخش دوم هم، هم فایل های مربوط به برنامه تون رو می خواهیم و هم یک گزارش که اونم به صورت pdf باید باشه و فرمت اسمش هم به صورت **PS\_HW1\_CE\_9231020.pdf** بگذارید.

تاکید می کنم که هم گزارش باید باشه هم فایل برنامه! حالا دقیق ترش رو توی بخش مربوط به خودش توضیح دادیم.

ما فایل های شما رو فقط و فقط از طریق **مودل** دریافت می کنیم و ارسال آنها از طریق های دیگر به **هیچ وجه** مورد بررسی قرار نمی گیرد. در ضمن توی کانال تلگرامی ای که مربوط به این درس هست هم می تونید عضو شید.

Link: <https://t.me/PS9697>

در صورتی که نیاز باشه خبری در مورد تمرین ها، کلاس تی ای و ... بدهیم سعی می کنیم هم از طریق این کانال این خبر رو انتقال بدهیم هم از طریق مودل.

اگر سوالی در رابطه با تمرین ها داشتید می تونید از طریق این ایمیل از ما بپرسید.

Email Address: autps9697@gmail.com

## بخش اول، سوالات حل‌کردنی

### سوال ۱

(الف)

در کیسه ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. از آن کیسه یک مهره را به تصادف برمی‌دارم و خارج می‌کنیم. (رنگش رو نمی‌بینیم و میندازیم دور) سپس یک مهره دیگر بر می‌داریم. احتمال اینکه این مهره سفید باشد چقدر است؟

(ب)

در کیسه ای ۷ مهره سفید و ۸ مهره سیاه داریم. ۱۰ مهره به تصادف برمی‌داریم و خارج می‌کنیم. (رنگش رو نمی‌بینیم و میندازیم دور) سپس یک مهره دیگر بر می‌داریم. احتمال اینکه این مهره سفید باشد چقدر است؟

### سوال ۲

جعبه A شامل ۵ مهره سفید و ۵ مهره قرمز است. جعبه B شامل ۵ مهره سفید و ۲ مهره قرمز است. مهره‌ای به تصادف از جعبه A انتخاب کرده و درون جعبه B قرار می‌دهیم. سپس جعبه‌ای را به تصادف انتخاب کرده و دو مهره از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه هر دو مهره سفید باشد چقدر است؟

### سوال ۳

سه جعبه داریم. جعبه اول حاوی دو سکه طلا، جعبه دوم حاوی یک سکه طلا و یک سکه نقره و جعبه سوم حاوی دو سکه نقره است. بدون اینکه داخل جعبه‌ها را ببینیم، یک جعبه را انتخاب کرده و یک سکه از درون آن در می‌آوریم. اگر آن سکه طلا باشد، احتمال اینکه سکه دیگر آن جعبه نیز طلا باشد چقدر است؟

### سوال ۴

سه سکه داریم با رنگ های آبی، قرمز و سیاه. که هریک با احتمال  $\frac{3}{5}$  و مستقل از بقیه رو می‌آید. سکه‌ی اول در صورت رو آمدن ۱۰ امتیاز دارد و در صورت زیر آمدن ۲ امتیاز. سکه‌ی دوم در هر دو صورت ۴ امتیاز دارد و سکه‌ی سوم در صورت رو آمدن ۳ امتیاز و در صورت زیر آمدن ۲۰ امتیاز دارد. شما و حریفان این بازی را انجام می‌دهید. بازی به این صورت است که نفر اول یک سکه را انتخاب می‌کند و نفر دوم یکی از سکه‌های باقی‌مانده را بر می‌دارد. سپس هر کدام سکه خود را پرتاب می‌کنند. هرکسی که امتیاز بیشتری بیاورد، ۱ میلیون تومان جایزه می‌گیرد. شما ترجیح می‌دهید نفر اول باشید یا دوم؟

یه توضیح اضافه:

فرض کنیم نفر اول میدونه اگه قرمز برداره با احتمال  $a$  برنده میشه، اگه آبی برداره با  $b$  و اگه سیاه با  $c$ .

حالا نفر اول  $d = \max(a, b, c)$  رو ترجیح میده. پس جواب شما برای احتمال برنده شدن نفر اول  $d$  خواهد بود.

واسه نفر دوم هم  $1-d$

(احتمال برنده شدن نفر اول و دوم در این بازی را بدست بیاورید.)

## سوال ۵

یکی از روش‌های اولیه در یادگیری ماشین استفاده از Naïve Bayes Classifier برای دسته‌بندی داده‌ها است. یکی از مثال‌های آن دسته‌بندی ایمیل‌ها به دو دسته‌ی Spam و Not Spam است. در این سوال قصد داریم به بررسی این روش بپردازیم.

در واقع سیستم ما یک ایمیل می‌گیرد و باید تشخیص بدهد که آیا آن ایمیل Spam است یا خیر. در این حالت باید با توجه به ویژگی‌های ایمیل، احتمال Spam بودن را بیان کند اگر این احتمال بیش از 0.5 بود، آن را Spam در نظر می‌گیریم.

یکی از ویژگی‌های یک ایمیل وجود کلمه 'free' در آن ایمیل است.

فرض کنید پیشامد  $X$  یعنی اینکه کلمه 'free' در یک ایمیل آمده باشد.

و پیشامد  $\sim X$  یعنی کلمه 'free' در ایمیل نیامده باشد.

در این صورت، با دانستن اینکه پیشامد  $X$  و یا پیشامد  $\sim X$  رخ داده است، می‌خواهیم حدس بزنیم که آیا ایمیل دریافتی Spam است یا نه.

برای محاسبه این احتمالات از قانون بیز استفاده می‌کنیم.

فرض کنید می‌دانیم که احتمال Spam بودن یک ایمیل بدون داشتن هیچ اطلاعی برابر با 0.8 است.

$$P(\text{Spam}) = 0.8$$

$$P(\text{Not Spam}) = 1 - 0.8 = 0.2$$

همچنین می‌دانیم که در 0.9 ایمیل‌های Spam، کلمه free وجود دارد. و در 0.15 از ایمیل‌های سالم (غیر Spam) کلمه free وجود دارد. یعنی:

$$P(X|\text{Spam}) = 0.9, P(\sim X|\text{Spam}) = 0.1$$

$$P(X|\text{Not Spam}) = 0.15, P(\sim X|\text{Not Spam}) = 0.85$$

حال یک Email دریافت می‌کنیم که در آن Email کلمه 'free' وجود دارد.

در این صورت می‌خواهیم احتمال Spam بودن آن را تشخیص دهیم. ما باید دو احتمال را بدست آوریم و با هم مقایسه کنیم.

احتمال  $P(\text{Spam}|X)$  و  $P(\text{Not Spam}|X)$ . (البته این دو در این حالت خاص مکمل همدیگر هستند).

این احتمال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P(\text{Spam}|X) = \frac{P(\text{Spam}) * P(X|\text{Spam})}{P(X)}$$

$$P(\text{Not Spam}|X) = \frac{P(\text{Not Spam}) * P(X|\text{Not Spam})}{P(X)}$$

که  $P(X)$  احتمال آمدن کلمه free به طور کلی در یک متن است. که البته محاسبه آن لزومی ندارد. زیرا میخواهیم دو احتمال بالا را باهم مقایسه کنیم و ببینیم کدام یک بزرگتر است. با توجه به یکسان بودن مخرج این دو احتمال، می توان از محاسبه آن صرف نظر کرد.

پس:

$$P(\text{Spam}|X) = \frac{1}{P(X)} * P(\text{Spam}) * P(X|\text{Spam}) = \frac{1}{P(X)} * 0.8 * 0.9 = \frac{1}{P(X)} * 0.72$$

$$P(\text{Not Spam}|X) = \frac{1}{P(X)} * P(\text{Not Spam}) * P(X|\text{Not Spam}) = \frac{1}{P(X)} * 0.2 * 0.15 = \frac{1}{P(X)} * 0.03$$

همانطور که می بینید،  $P(\text{Spam}|X) > P(\text{Not Spam}|X)$  پس می توان گفت احتمال Spam بودن این ایمیل بیشتر است. با توجه به اینکه

$$P(\text{Spam}|X) + P(\text{Not Spam}|X) = 1 \rightarrow P(X) = 0.75$$

البته نیازی به محاسبه اش نداشتیم.

حال می خواهیم یک ایمیل که در آن کلمه free وجود ندارد را بررسی کنیم و احتمال Spam بودنش را تشخیص دهیم. در این حالت:

$$P(\text{Spam}|\sim X) = \frac{1}{P(\sim X)} * P(\text{Spam}) * P(\sim X|\text{Spam}) = \frac{1}{P(\sim X)} * 0.8 * 0.1 = \frac{1}{P(\sim X)} * 0.08$$

$$\begin{aligned} P(\text{Not Spam}|\sim X) &= \frac{1}{P(\sim X)} * P(\text{Not Spam}) * P(\sim X|\text{Not Spam}) = \frac{1}{P(\sim X)} * 0.2 * 0.85 \\ &= \frac{1}{P(\sim X)} * 0.17 \end{aligned}$$

در این حالت  $P(\text{Spam}|\sim X) < P(\text{Not Spam}|\sim X)$  پس ایمیل Not Spam است.

حال یک سوال پیش می آید. اینکه این احتمالات را از کجا بدست بیاوریم.

برای این کار باید با توجه به مجموعه داده هایی که توسط سرویس های ایمیل وجود دارند این کار را انجام داد.

در این مساله از شما میخواهیم که احتمال

فرض کنید با توجه به ایمیل های زیر می خواهیم احتمالات را بدست بیاوریم.

(الف)

داده های مربوط به این مساله به این صورت است که در صورت رخ دادن کلمات جدول در متن ایمیل، مقدار آن عدد ۱ و در غیر این صورت ۰ است.

Data	Free	Money	Credit	Inference	Description	Traditional	The	Class
------	------	-------	--------	-----------	-------------	-------------	-----	-------

1	1	1	0	0	1	0	1	Spam
2	0	1	1	0	0	1	1	Spam
3	1	0	0	0	0	0	1	Spam
4	1	0	1	1	0	0	1	Spam
5	1	1	1	0	0	1	1	Spam
6	1	1	1	0	1	0	1	Spam
7	1	0	0	0	0	0	1	Spam
8	1	0	1	0	1	1	1	Not Spam
9	0	0	0	1	0	1	1	Not Spam
10	0	1	1	1	1	0	1	Not Spam

جدول ۱ داده های آموزش

Data	Free	Money	Credit	Inference	Description	Traditional	The	Spam Probability
11	1	1	1	0	0	0	1	
12	1	1	0	0	0	1	1	
13	0	0	0	1	1	1	1	
14	0	0	1	0	1	1	1	
15	1	0	0	1	1	1	1	

جدول ۲ داده تست

با توجه به جدول اطلاعات مربوط به ایمیل‌ها در مجموعه داده آموزش جدول ۱، احتمالات زیر را حساب کنید.

$$P(\text{Spam})$$

$$P(\text{Not Spam})$$

$$P(X|\text{Spam}), P(\sim X|\text{Spam})$$

$$P(X|\text{Not Spam}), P(\sim X|\text{Not Spam})$$

راهنمایی:

برای محاسبه  $P(\text{Spam})$  می‌توان تعداد Spam ها به کل را حساب کرد که برابر با ۰.۷ است.

برای محاسبه  $P(X|\text{Spam})$  به صورت زیر عمل کنید:

$$P(X|\text{Spam}) = \frac{\#(X, \text{Spam})}{\#(\text{Spam})}$$

و سپس احتمال Spam بودن و Not Spam بودن را برای مجموعه داده تست جدول ۲، حساب کنید.

(ب)

در این قسمت، می‌خواهیم ویژگی‌های بیشتری را برای تصمیم‌گیری در نظر بگیریم. برای مثال فرض کنید

پیشامد  $Y$  به معنی رخداد کلمه Description در متن یک ایمیل باشد و  $\sim Y$  نیز به معنی عدم رخداد آن کلمه.

در این صورت در حالتی که در یک متن کلمه free آمده باشد و کلمه Description نیامده باشد، احتمال Spam بودن آن متن چقدر است؟

$$P(\text{Spam}|X, \sim Y) = \frac{P(\text{Spam}) * P(X, \sim Y|\text{Spam})}{P(X, \sim Y)} = \frac{1}{P(X, \sim Y)} * P(\text{Spam}) * P(X, \sim Y|\text{Spam})$$

$$\begin{aligned} P(\sim \text{Spam}|X, \sim Y) &= \frac{P(\text{Not Spam}) * P(X, \sim Y|\text{Not Spam})}{P(X, \sim Y)} \\ &= \frac{1}{P(X, \sim Y)} * P(\sim \text{Spam}) * P(X, \sim Y|\text{Not Spam}) \end{aligned}$$

در این بخش نیازی به محاسبه دوباره  $P(\text{Spam})$  نداریم.

برای محاسبه  $P(X, \sim Y|\text{Not Spam})$  چه راهی به ذهنتان می‌رسد؟

یکی از راه‌ها شمردن تمام حالت‌ها است.

$$P(X, \sim Y|\text{Not Spam}) = \frac{\#(X, \sim Y, \text{Not Spam})}{\#(\text{Not Spam})}$$

اما در صورتی که فرض کنیم پیشامد های  $X$  و  $\sim Y$  از هم مستقل هستند، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$P(X, \sim Y|\text{Not Spam}) = P(X|\text{Not Spam}) * P(\sim Y|\text{Not Spam}) = \frac{\#(X, \text{Not Spam})}{\#(\text{Not Spam})} * \frac{\#(\sim Y, \text{Not Spam})}{\#(\text{Not Spam})}$$

روش Naïve Bayes از این فرض استفاده می‌کند که پیشامدها از هم مستقل هستند.

در این قسمت با استفاده از این دو ویژگی (free, description) دوباره مقادیر احتمال Spam بودن را برای جدول ۲ بدست بیاورید و گزارش کنید.

(ج)

در این قسمت از تمام ویژگی‌ها برای تعیین Spam بودن یا نبودن یک میل استفاده کنید. و نتایج را برای جدول ۲ بدست بیاورید.

(د)

در این قسمت مقادیر سه قسمت قبل را باهم مقایسه کنید. در این قسمت Label داده‌های تست نیز به شما داده شده است.

(یعنی مثلاً به چیزی شبیه جدول ۳ درست کنید و احتمال های بدست آمده رو کنار هم بذارید)

به نظر شما کدام یک از این سه مجموعه ویژگی‌ها مناسب‌تر است و به طور کلی چگونه می‌توان یک زیرمجموعه مناسب از ویژگی‌ها انتخاب کرد؟

Data	{free}	{free, description}	Complete set	Real Label (Spam)
11				1
12				1
13				0
14				0
15				0

جدول ۳ مقایسه حالت های مختلف

## سوال ۶

(الف)

در صورتی که A, B, C سه پیشامد دلخواه باشند، با استفاده از تعریف نشان دهید:

$$P(A, B, C) = P(A) * P(B|A) * P(C|A, B)$$

(البته با فرض اینکه  $P(B|A), P(C|A, B)$  تعریف شده باشند.)

(ب)

در این قسمت به حل یک مثال ساده از شبکه‌های بیز<sup>۱</sup> می‌پردازیم. فرض کنید می‌خواهیم با توجه به دانستن ویژگی‌های یک دانشجو، در مورد احتمال ریکام خوب گرفتن نظر بدهیم.

فرض کنید یک دانشجو هستید و می‌خواهید از یکی از استادان دانشگاه امیرکبیر recommendation letter بگیرید. اما نمی‌دانید که از استاد کدام درس با توجه به شرایط شما، recommendation letter بهتری برای شما می‌نویسد.

از این رو، می‌خواهید احتمال اینکه استاد برای شما recommendation letter خوب بنویسد را با توجه به داده‌های سال‌های گذشته پیش بینی کنید.

فرض کنید ما اطلاعات دانشجویان امیرکبیر در ۱۰ سال گذشته را جمع‌آوری کردیم. مانند جدول ۴:

Student ID	Intelligence	Exam Difficulty	Grade	Recommendation Letter for that course
8431001	Smart	Easy	Good	R <sub>3</sub>
8431001	Smart	Hard	Good	R <sub>3</sub>
8431002	Normal	Easy	Good	R <sub>3</sub>

<sup>۱</sup> Bayesian Networks



8431002	Normal	Hard	Bad	R <sub>1</sub>
...				
9331999	Smart	Easy	Good	R <sub>2</sub>

جدول ۴ اطلاعات دانشجویان در ۱۰ سال گذشته

توجه کنید که هر سطر مربوط به یک درس و یک دانشجو است. اطلاعات هر سطر به ترتیب، هوش فرد، میزان سختی درس، نمره آن درس و توصیه‌نامه‌ای که استاد آن درس بر اساس نمره آن درس داده است را نشان می‌دهد. برای مثال دانشجوی با شماره دانشجویی 8431001 در دو درس دو توصیه‌نامه خیلی خوب گرفته است و دانشجوی با شماره دانشجویی 8431002 یک توصیه‌نامه خیلی خوب و یک توصیه‌نامه بد گرفته است.

مقادیر متغیرها به صورت زیر است:

Recommendation Letter for that course	معنا
R <sub>3</sub>	خیلی خوب
R <sub>2</sub>	معمولی
R <sub>1</sub>	بد

Intelligence	Exam Difficulty	Grade
Normal=I <sub>0</sub>	Easy=D <sub>0</sub>	Good=G <sub>2</sub>
Smart=I <sub>1</sub>	Hard=D <sub>1</sub>	Normal=G <sub>1</sub>
		Bad=G <sub>0</sub>

حال می‌خواهیم حدس بزنیم برای یک دانشجو با اطلاعات (برای مثال) زیر:

Student ID	Intelligence	Exam Difficulty	Grade	Recommendation Letter for that course
9531020	Smart=I <sub>1</sub>	Easy=D <sub>0</sub>	Good=G <sub>2</sub>	?

جدول ۵ یک داده تست

احتمال اینکه پس از درخواست به استاد مربوطه، توصیه‌نامه خوب (R<sub>3</sub>) بگیرد را بدست آوریم.

در واقع هدف ما محاسبه مقدار زیر است:

$$P(R = R_3 | I = I_1, D = D_0, G = G_2) = \frac{P(R = R_3, I = I_1, D = D_0, G = G_2)}{P(I = I_1, D = D_0, G = G_2)}$$

حال به محاسبه آن می‌پردازیم:

با توجه به قسمت الف می‌دانیم که رابطه زیر برقرار است.

$$P(R, I, D, G) = P(D) * P(I|D) * P(G|I, D) * P(R|I, D, G)$$

رابطه ۱

همچنین می‌دانیم که میزان هوش یک فرد به میزان سختی امتحان ندارد. در نتیجه

$$P(I) = P(I|D)$$

همچنین با توجه به بررسی‌ها متوجه شدیم که استادها برای دادن برگه توصیه نامه، تنها به نمره فرد توجه می‌کنند. در نتیجه توصیه‌نامه از دو پیشامد D و G مستقل است.

$$P(R|I, D, G) = P(R|G)$$

در نتیجه رابطه ۱ به صورت زیر ساده می‌شود.

$$P(R, I, D, G) = P(D) * P(I) * P(G|I, D) * P(R|G)$$

رابطه ۲

برای محاسبه‌ی  $P(I, D, G)$  نیز می‌توانید از قواعد بالا استفاده کنید. در نتیجه

$$P(I, D, G) = P(I) * P(D) * P(G|D, I)$$

جداول مربوط به احتمالات با توجه به داده‌های مربوط به ۱۰ سال بدست آمده است و به صورت زیر است:

Intelligence	Probability
I <sub>0</sub>	0.7
I <sub>1</sub>	0.3

Exam Difficulty	Probability
D <sub>0</sub>	0.6
D <sub>1</sub>	0.4

	Go Probability	G <sub>1</sub> Probability	G <sub>2</sub> Probability
I <sub>0</sub> , D <sub>0</sub>	0.3	0.4	0.3
I <sub>0</sub> , D <sub>1</sub>	0.7	0.25	0.05
I <sub>1</sub> , D <sub>0</sub>	0.02	0.08	0.9
I <sub>1</sub> , D <sub>1</sub>	0.5	0.3	0.2

برای مثال با توجه به جدول بالا:

$$P(G = G_0 | I = I_0, D = D_0) = 0.3$$

$$P(G = G_1 | I = I_0, D = D_0) = 0.4$$

Grade	R1 Probability	R2 Probability	R3 Probability
G0	0.7	0.29	0.01
G1	0.2	0.6	0.2
G2	0.01	0.19	0.8

برای مثال با توجه به جدول بالا:

$$P(R = R_1 | G = G_0) = 0.7$$

$$P(R = R_2 | G = G_0) = 0.29$$

حال با توجه به جداول مربوط به احتمالات، احتمال توصیه نامه مختلف را برای داده جدول ۵ حساب کنید.

Student ID	Intelligence	Exam Difficulty	Grade	Probability of R1	Probability of R2	Probability of R3
9531020	Smart=I1	Easy=Do	Good=G2	?	?	?

جدول ۶ نتیجه خواسته شده

## بخش دوم، سوالات آزمایش‌های کامپیوتری

در این بخش می‌توانید از زبان‌های python، matlab و R استفاده کنید.

فایل گزارش به ازای این دو سوال را در یک pdf به فرم [PS\\_HW1\\_CE\\_9231020.pdf](#) بنویسید.

فایل‌های غیر pdf مورد نیاز برای هر بخش در خود سوال گفته شده‌است.

### سوال اول

کیهان و ایمان داشتند برای امتحان میانترم آمارشون تمرین می‌کردند که به این سوال مواجه شدند.

"مهناز دو سکه‌ی متقارن را همزمان پرتاب می‌کند. یکی از سکه‌ها را به تصادف بر میداریم و میبینیم که شیر آمده‌است." احتمال اینکه هردو سکه شیر آمده باشند، چقدر است؟"

کیهان به این سوال این پاسخ را می‌دهد.

"می‌دونیم که حداقل یکی از پرتاب‌ها شیر اومده. دونستن این موضوع برای اینکه در مورد سکه دیگه نظر بدیم تاثیری نداره. زیرا سکه دوم مستقلاً از سکه اول پرتاب شده پس به احتمال  $\frac{1}{2}$  شیر و به احتمال  $\frac{1}{2}$  رو می‌آد."

اما ایمان پاسخ دیگری داشت:

(در این قسمت هم تغییرات جزئی‌ای داشته ایم)

"وقتی دوبار سکه رو بالا می‌ندازیم فضای رخدادهای ما به صورت  $\{HH, HT, TH, TT\}$  هست. (T: خط، H: شیر) می‌دونیم یکی از سکه‌ها شیر است. پس فضای حالت می‌شود  $\{HT, TH, HH\}$ . با توجه به اینکه هرکدام از این حالت‌ها احتمال  $\frac{1}{4}$  دارن، پس احتمال این حالت میشه  $\frac{3}{4}$ . احتمال این که هردو سکه شیر بیان توی مسئله‌ی ما برابر  $\frac{1}{4}$  هست چون فقط یک حالت از فضای پیش‌آمدهای ما رو شامل می‌شه.

بنابراین جواب سوال به صورت زیر می‌شه:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

شما با کدام جواب موافقید؟ برای فهمیدن جواب درست، می‌خواهیم از آزمایش کامپیوتری استفاده کنیم.

آزمایش کامپیوتری ما شامل دو قسمت است.

## آزمایش اول

فایل برنامه آزمایش اول را به صورت HW1\_CE\_1\_a نامگذاری کنید.  
(برای مثال در صورتی که از زبان پایتون استفاده می کنید: HW1\_CE\_1\_a.py)

ابتدا چند متغیر به صورت زیر تعریف کنید:

```
number_of_experiment = 1000  
exp1_n = 0  
exp1_f = 0  
a = b = None
```

این کار را تا زمانی که number\_of\_experiment صفر نشده است، انجام دهید:  
به طور تصادفی (به احتمال 0.5 مقدار ۱ و به احتمال 0.5 مقدار صفر بدهید) یک مقدار به متغیر a بدهید. و سپس به طور تصادفی یک مقدار به متغیر b بدهید.  
در صورتی که متغیر a=0 بود:  
به ازای این مرحله هیچکاری انجام ندهید.  
در غیر این صورت (در صورتی که a=1 بود):  
number\_of\_experiment را یک واحد کم کرده ، exp1\_n را یک واحد زیاد بکنید.  
سپس به متغیر b نگاه کنید.  
در صورتی که b=1 بود:  
مقدار exp1\_f را یک واحد زیاد کنید.  
در غیر این صورت (در صورتی که b=0 بود):  
هیچ مقداری را تغییر ندهید.

در نهایت نسبت  $\frac{exp1-f}{exp1-n}$  را چاپ کنید. (برنامه رو اجرا کنیم این مقادیر رو چاپ کنه)

این آزمایش را به ازای {10, 100, 1000, 10000} number\_of\_experiment انجام داده و جدول زیر را پر کنید.

Number of Experiment	$\frac{exp1 - f}{exp1 - n}$
10	
100	
1000	
10000	

## آزمایش دوم

فایل برنامه آزمایش اول را به صورت **HW1\_CE\_1\_b** نامگذاری کنید.  
(برای مثال در صورتی که از زبان پایتون استفاده می کنید: HW1\_CE\_1\_b.py)  
این آزمایش بسیار شبیه به آزمایش اول است، اما در قسمتی با آن متفاوت است.

ابتدا چند متغیر به صورت زیر تعریف کنید:

```
number_of_experiment = 1000
exp2_n = 0
exp2_f = 0
a = b = a_prime = b_prime = None
```

این کار را تا زمانی که `number_of_experiment` صفر نشده است، انجام دهید:  
به طور تصادفی (به احتمال 0.5 مقدار ۱ و به احتمال 0.5 مقدار صفر بدهید) یک مقدار به متغیر `a` بدهید. و سپس به طور تصادفی یک مقدار به متغیر `b` بدهید.  
به احتمال 0.5 متغیرهای `a_prime`, `b_prime` را اینگونه مقدار دهی کنید:  
`a_prime=a`, `b_prime=b`  
و به احتمال 0.5 متغیرهای `a_prime`, `b_prime` را اینگونه مقدار دهی کنید:  
`a_prime=b`, `b_prime=a`  
در صورتی که متغیر `a_prime=0` بود:  
به ازای این مرحله هیچکاری انجام ندهید.  
در غیر این صورت (در صورتی که `c=1` بود):  
`number_of_experiment` را یک واحد کم کرده ، `exp2_n` را یک واحد زیاد بکنید.  
سپس به متغیر `b_prime` نگاه کنید.  
در صورتی که `b_prime=1` بود:  
مقدار `exp2_f` را یک واحد زیاد کنید.  
در غیر این صورت (در صورتی که `b_prime=0` بود):  
هیچ مقداری را تغییر ندهید.

در نهایت نسبت  $\frac{exp2-f}{exp2-n}$  را چاپ کنید. (برنامه رو اجرا کنیم این مقادیر رو چاپ کنه)

این آزمایش را به ازای `number_of_experiment={10, 100, 1000, 10000}` انجام داده و جدول زیر را پر کنید.

Number of Experiment	$\frac{exp2 - f}{exp2 - n}$
10	
100	

1000	
10000	

با توجه به مقادیر بدست آمده در دو آزمایش بالا، بگویید نظر کیهان (احتمال  $\frac{1}{2}$ ) درست است یا نظر ایمان (احتمال  $\frac{1}{3}$ )

این آزمایش کاملاً اختیاری است و خروجی آن را در گزارش ها از شما نمی‌خواهیم و هیچ نمره اضافی‌ای هم ندارد!

ابتدا چند متغیر به صورت زیر تعریف کنید:

```
number_of_experiment = 1000
exp3_n = 0
exp3_f = 0
a = b = None
```

این کار را تا زمانی که `number_of_experiment` صفر نشده‌است، انجام دهید:  
به طور تصادفی (به احتمال 0.5 مقدار ۱ و به احتمال 0.5 مقدار صفر بدهید) یک مقدار به متغیر `a` بدهید. و سپس به طور تصادفی یک مقدار به متغیر `b` بدهید.  
`a+b=c` را در نظر بگیرید.  
در صورتی که متغیر `c=0` بود:  
به ازای این مرحله هیچکاری انجام ندهید.  
در غیر این صورت (می‌دانیم حداقل یکی از آن‌ها شیر آمده است):  
`number_of_experiment` را یک واحد کم کرده ، `exp3_n` را یک واحد زیاد بکنید.  
در صورتی که `c=2` بود(هر دو سکه شیر آمده باشد):  
مقدار `exp3_f` را یک واحد زیاد کنید.

در نهایت نسبت  $\frac{exp3-f}{exp3-n}$  را چاپ کنید.



کد این آزمایش ۳ هم به صورت زیر است:

```
In [3]: import random
        random.seed(0.2)
        number_of_experiment = 100000
        exp3_f=0
        exp3_n=0
        a=b=None
        while number_of_experiment >0:
            if random.uniform(0,1) >= 0.5:
                a=1
            else:
                a=0
            if (random.uniform(0,1) >= 0.5):
                b=1
            else:
                b=0
            c = a+b
            if (c>0):
                number_of_experiment-=1
                exp3_n+=1
                if (c==2):
                    exp3_f+=1

        print ("Probability:", exp3_f/exp3_n)
```

Probability: 0.33284

توضیح در مورد آزمایش‌ها

(این بخش هم جدید اضافه شده)

فرض کنید مهناز در یک مسابقه شرکت می‌کند. در یک مرحله، باید دو سکه بیندازد. در صورتی که هردو سکه شیر بیاید یک میلیون تومان برنده می‌شود.

آزمایش اول برای حالت زیر درست است:

- مهناز ۲ سکه می‌اندازد. مجری سکه اول را می‌بیند و می‌گوید که شیر آمده است.

آزمایش دوم برای حالت زیر درست است:

- مهناز ۲ سکه می‌اندازد. مجری یکی از سکه‌ها را به تصادف نگاه می‌کند. و می‌گوید که شیر آمده است.

آزمایش سوم برای حالت زیر درست است:

- مهناز ۲ سکه می‌اندازد. مجری دو سکه را می‌بیند و می‌گوید که حداقل یک شیر در آن است.

حال مجری در هر کدام از حالت‌ها به مهناز این فرصت را می‌دهد که از جایزه ۱ میلیون تومانی دست بکشد و یک جایزه 400 هزارتومانی بگیرد. مهناز می‌تواند جایزه 400 هزارتومانی را بپذیرد و یا اینکه نتیجه سکه‌ها را ببیند. در صورتی که هردو شیر باشد ۱ میلیون تومان برنده می‌شود و در غیر این صورت هیچ!

حال می‌خواهیم احتمال برنده شدن مهناز در این سه سناریو را پیدا کنیم.

جواب‌ها به صورت زیر است.

0.5	آزمایش اول
0.5	آزمایش دوم
0.33	آزمایش سوم

پس باید تو آزمایش اول و دوم به عددی نزدیک به 0.5 برسی.

آزمایش سوم هم به 0.33 رسیدیم.

## سوال دوم

فایل برنامه آزمایش اول را به صورت HW1\_CE\_SPAM نامگذاری کنید.

(برای مثال در صورتی که از زبان پایتون استفاده می کنید: HW1\_CE\_SPAM.py)

علاوه بر این فایل، یک فایل با فرمت csv نیز برای این سوال از شما خواسته شده است که باید به فرم SPM\_9231020.csv باشد.

در این سوال می خواهیم با توجه به داده های مربوط به Spam detection، تشخیص دهیم یک داده آیا Spam است یا خیر. مساله ما همان مساله ای است که در سوال ۵ بخش حل کردنی توضیحات آن را گفتیم. البته با داده های بیشتر! شما در آن سوال به صورت دستی، تعداد رخداد را شمردید و احتمالات را بدست آوردید. حال در این بخش می خواهیم همانکار را به صورت برنامه نویسی انجام بدهید. و پس از آن، خروجی را در یک فایل ذخیره سازی کنید.

در این تمرین ۳ فایل به شما داده می شود. train.csv و test.csv و answers.csv.

شما باید با خواندن فایل train، احتمالات مربوط به

$$\forall 1 \leq i \leq 58: P(feature_i = 1|Spam), P(feature_i = 1|NotSpam)$$

را به ازای تمام ۵۸ ویژگی با استفاده از داده ها یاد بگیرید.

سپس در قسمت test، به ازای هر داده بگویید آیا این داده Spam است یا نه. (در صورتی که Spam بود عدد ۱ و در غیر این صورت عدد صفر را قرار دهید) و یک فایل خروجی مانند فایل answers به فرم SPM\_9231020.csv تحویل دهید.

برای مثال در زبان پایتون این برنامه ورودی را به درستی دریافت می کند و فرمت خروجی اش درست است. اما نمره ای ندارد!


```
import numpy as np
import pandas as pd
train = pd.read_csv('train.csv')
test = pd.read_csv('test.csv')
#Do something
cheat = pd.read_csv("answers.csv")
output = pd.DataFrame(cheat)
output.to_csv("SPM_9231020", index=False)
```


توجه کنید که ممکن است کد شما را با داده های جدید آموزش بدهیم و خروجی برنامه شما را با جواب واقعی مقایسه کنیم!


## فایل‌های خواسته شده از شما


فایل‌های خروجی شما باید اینطوری باشد:


Name


 HW1\_CE\_1\_a.py

 HW1\_CE\_1\_b.py

 HW1\_CE\_SPAM.py

 PS\_HW1\_CE\_9231020.pdf

 PS\_HW1\_PART1\_9231020.pdf

 SPM\_9231020.csv

و همچنین فایلی رو zip کرده و به فرم PS\_HW1\_9231020.zip در مودل آپلود نمایید.