

۱- الف) از میان ۱۰۰۰ قطعه الکترونیکی که ۴۰۰ قطعه آن معیوب است، ۵۰ قطعه به تصادف و بدون جایگزاری انتخاب می نماییم. چقدر احتمال دارد از این ۵۰ قطعه، ۲ قطعه معیوب باشد.

ب) جواب قسمت الف را تا می توانید تقریب بزنید و مقدار احتمال را به دست آورید.

۲- تعداد درخواست هایی که در واحد زمان از یک موتور جستجوی ساده پرسیده می شود از توزیع پواسون پیروی می کند و به طور متوسط در هر دقیقه ۱۰۰ پرسش از این موتور پرسیده می شود. با توجه به مدل پردازشی این موتور اگر پرسشها را به صورت دسته ای پردازش نماید زمان پردازش کمتری نیاز خواهد بود. به این دلیل این موتور جستجو صبر میکند و پس از رسیدن ۱۰ پرسش همه آنها را باهم و ظرف ۵ ثانیه پردازش می نماید.

الف) چقدر احتمال دارد نفر اولی که از موتور جستجو سوال پرسیده است بیش از ۱۵ ثانیه منتظر دریافت پاسخ گردد.

ب) چقدر احتمال دارد نفر نوزدهمی که از موتور جستجو سوال پرسیده است بیش از ۷ ثانیه منتظر دریافت پاسخ گردد.

ج) چقدر احتمال دارد که در یک ساعت این موتور جستجو بیش از ۷۰۰ بار عملیات پردازش سوالات را انجام دهد.

۳- اگر دو متغیر تصادفی  $X_1$  و  $X_2$  از یکدیگر مستقل باشند و هر دو دارای توزیع نمایی با پارامتر یکسان باشند تابع توزیع  $Y = X_1 - X_2$  را بیابید.

۴) اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نمایی با پارامتر  $\beta$  باشد تابع توزیع متغیر تصادفی  $Y$  را که به صورت زیر برحسب  $X$  تعریف می شود به

$$Y = \begin{cases} 0.5X^3 & 0 < X < 2 \\ -X + 6 & 2 \leq X < 10 \\ 0.25X^2 - 29 & 10 \leq X \end{cases}$$

دست آورید.

۶) تولید کننده یک نوع قطعه الکترونیکی ادعا دارد که قطعه تولید آن به طور متوسط ۱۰۰۰ روز عمر می کند و انحراف معیار طول عمر آن برابر با ۱۰۰ روز است. اداره استاندارد در صورتی ادعای فرد را در مورد میانگین طول عمر قطعاتش می پذیرد که برای یک نمونه ۱۰ تایی از این قطعات میانگین طول عمر بیشتر از ۹۵۰ باشد.

الف) این شیوه ارزیابی عملاً معادل چه آزمون فرضیه ای است. (فرضیه های آن را بنویسید)

ب) خطای نوع اول و دوم را تعریف نمایید و بیان نمایید؟

ج) خطای نوع اول در این آزمون برابر با چه مقداری است؟

د) خطای نوع دوم را در حالتی که اگر میانگین طول عمر قطعات ۹۰۰ روز باشد این قطعه غیراستاندارد در نظر گرفته شود را به دست آورید؟

ه) آیا آزمون بالا آزمون منصفانه ای است؟ چرا؟ چگونه می توان کیفیت آزمون را بالا برد؟

۶- می خواهیم دو سیستم هوشمند پیش بینی قند خون بیماران دیابتی را می خواهیم بایکدیگر مقایسه نماییم بدین منظور هر کدام از این سیستم ها روی تعدادی بیمار تست نموده ایم و خطای هر سیستم را در پیش بینی قند خون بیماران در جدول زیر آورده ایم. آیا می توان نتیجه گرفت که سیستم هوشمند اول به طور متوسط عملکرد بهتری در پیش بینی قند خون بیماران دیابتی دارد؟ (از آزمون فرضیه دو طرفه مناسب استفاده نمایید و تمام جزئیات را بیان نمایید.  $\alpha = 0.05$ ) ب) بیان نمایید چر واریانس میانگین نمونه های n تایی از یک توزیع برابر با واریانس توزیع تقسیم بر n است؟

AI_SYS1	۱۰	۶	۱۴	۵	۱۱	۳	۸
AI_SYS2	۳	۵	۷	۲	۲۰	۶	-

توزیع	تابع چگالی	$\mu$	$\sigma^2$
پواسون	$p(x; \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$	$\lambda t$	$\lambda t$
دوجمله ای	$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$np$	$np(1-p)$
فوق هندسی	$h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$\frac{nk}{N}$	$\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{k}{N} (1 - \frac{k}{N})$
توزیع نمایی	$f(x; \beta) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{1}{\beta} x}$	$\beta$	$\beta^2$
توزیع	$f(x; \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\beta} x}}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha}$	$\alpha \beta$	$\alpha \beta^2$

$H_0$	Value of Test Statistic	$H_1$	Critical Region
$\mu = \mu_0$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}; \sigma \text{ known}$	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \text{ or } z > z_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}; v = n - 1, \sigma \text{ unknown}$	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2} \text{ or } t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}; \sigma_1 \text{ and } \sigma_2 \text{ known}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2} \text{ or } z > z_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}; v = n_1 + n_2 - 2, \sigma_1 = \sigma_2 \text{ but unknown, } s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2} \text{ or } t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}; v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{s_1^2/n_1}{n_1 - 1} + \frac{s_2^2/n_2}{n_2 - 1}}; \sigma_1 \neq \sigma_2 \text{ and unknown}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t' < -t_\alpha$ $t' > t_\alpha$ $t' < -t_{\alpha/2} \text{ or } t' > t_{\alpha/2}$