

آخرین مهلت تحویل ۱۱ تیر ۹۷- دقت نمایید که فقط تا این تاریخ می توانید تمرین را ارسال نمایید.

(۱) در یک شهر احتمال قطعی برق در هر روز از روزهای دیگر مستقل و برابر ۰،۰۲ است، اگر ۶۰۰ روز این شهر مورد بررسی قرار گیرد، (الف) با چه احتمالی دقیقاً ۳ روز قطع برق وجود دارد؟ (ب) با چه احتمالی بیشتر از ۱۰ روز و کمتر مساوی ۲۵ روز قطعی برق رخ می دهد؟

×× با استفاده از هر دو توزیع نرمال و پواسون تقریب بزنید.

(۲) فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال و میانگین ۱۰ است، اگر $P(X > 20) = 0.2$ باشد، $Var(X)$ را به دست آورید؟

(۳) مدت زمانی (بر حسب ساعت) که لازم است تا یک قطعه تعمیر شود دارای توزیع نمایی با میانگین ۴ است.
(الف) احتمال اینکه مدت تعمیر بیش از ۴ ساعت طول بکشد چقدر است؟
(ب) احتمال شرطی اینکه مدت زمان تعمیر حداقل ۱۰ ساعت طول بکشد به شرط اینکه بیش از ۹ ساعت از زمان تعمیر گذشته باشد، چقدر است؟

(۴) طول عمر یک رادیو بر حسب سال دارای توزیع نمایی با میانگین ۸ سال است. (الف) اگر فردی یک رادیو دست دوم خریده باشد که تا الان ۱۰ سال کار کرده است، احتمال اینکه رادیو ۸ سال دیگر کار کند چقدر است؟ (ب) اگر رادیو دست دوم تا الان ۱۰۰ سال کار کرده باشد، احتمال اینکه ۸ سال دیگر کار کند چقدر است؟

(۵) اگر X دارای توزیع دو جمله ای به صورت زیر باشد، توزیع $Y = X^2$ را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} \binom{3}{x} \left(\frac{2}{5}\right)^x \left(\frac{3}{5}\right)^{3-x} & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

(۶) اگر X_1 و X_2 دارای توزیع توأم زیر باشند توزیع متغیر تصادفی $Y = X_1 X_2$ را بیابید.

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1 x_2}{18} & x_1 = 1, 2 \quad x_2 = 1, 2, 3 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

(۷) اگر X دارای توزیع زیر باشد، توزیع $Y = X^2$ را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{2} & -1 < x < 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

۸) ادعا شده است که میانگین برق مصرفی فروردین ماه یک ناحیه تهران دست کم ۱۳۰۰ کیلو وات ساعت بوده است. بدین منظور یک نمونه تصادفی به تعداد ۴۰۰ خانوار از منطقه انتخاب شده که میانگین و انحراف معیار برق مصرفی آن‌ها ۱۲۵۲ و ۲۵۷ کیلو وات ساعت است. سطح معناداری ۱٪ را در نظر گرفته و صحت ادعا را با توجه به یک آزمون دو طرفه بررسی کنید.

۹) می‌خواهیم دو الگوریتم جستجوی تصادفی گراف را به لحاظ زمان اجرا با یکدیگر مقایسه نماییم. این الگوریتم‌ها را چند بار اجرا نموده ایم. زمانهای اجرا بر حسب ثانیه در جدول زیر مشخص شده‌اند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم دوم به طور متوسط پیچیدگی زمانی کمتری دارد؟ (از آزمون فرضیه یک طرفه مناسب استفاده نمایید و تمام جزئیات را بیان نمایید. $\alpha = 0.05$)

ALG1	۲	۳	۱	۵	۱	۳	۳
ALG2	۳	۴	۱	۱	۳	-	-

۱۰) روی بردهای الکتریکی یک کارخانه قید شده است که توان مصرفی آنها به طور میانگین ۲۰۰ وات با انحراف معیار ۱۵ وات است. یک مرکز کنترل کیفیت نمونه‌های ۲۰ تایی از این بردها را تهیه می‌کند. اگر میانگین توان مصرفی این نمونه‌ها بین ۱۸۰ تا ۲۲۰ بود به کارخانه گواهی صحت اطلاعات می‌دهد و در غیر این صورت ادعای کارخانه تایید نمی‌شود.

الف) در اینجا عملاً از چه آزمون فرضیه‌ای استفاده شده است. (فرضیه‌های آن را بنویسید)

ب) خطای نوع اول و دوم را تعریف نمایید و بیان نمایید چگونه همزمان می‌توانید خطای نوع اول و دوم را کاهش دهید؟

ج) خطای نوع اول در این آزمون برابر با چه مقداری است؟

د) خطای نوع دوم را درحالتی که میانگین توزیع توان مصرفی برابر با ۲۳۰ وات برای مرکز کنترل کیفیت غیر قابل قبول باشد، به دست آورید.