



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

تمرین سری اول آمار و احتمال مهندسی

برای تحویل تمرین به نکات زیر توجه فرمایید.

- پاسخ سوالات بخش تشریحی به همراه گزارش مختصری از سولات قسمت بخش آزمایشات کامپیوتری را در فایل pdf در تحت عنوان HW1_StudentNumber.pdf قرار دهید.
- پاسخ سوالات تشریحی می تواند به صورت تاییپی و یا عکس خوانا از نسخه دستنویس باشد.
- گزارش برای سوالات بخش کامپیوتری، شامل شرح مختصر و نتیجه گرفته شده به همراه تصویری از اجراست.
- کدهای مربوط به بخش کامپیوتری را در در فولدری جداگانه قرار داده و و همراه با فایل pdf با نام HW1_StudentNumber.zip فشرده سازی کرده و بارگذاری نمایید.
- تمرین خود را قبل از زمان مشخص شده در مودل یا lms آپلود کنید.
- نمره تمرین های مشابه نمره ای بر تعداد افراد دیگر در کپی تقسیم خواهد شد .
- در صورت وجود هرگونه ابهام می توانید از طریق ایمیل با تدریس یارهای درس در ارتباط باشید .

۱- معمولاً آسفالت کشی جاده‌ها به پیمانکار سپرده می‌شود و در پایان اگر آزمایش کیفیت قابل قبول باشد کار پذیرفته می‌شود. از تجربه گذشته پیمانکاری می‌دانیم ۹۵٪ مواقع کار پذیرفته خواهد شد. اگر بدانیم نتیجه آزمایش کیفیت ما تنها ۷۵٪ قابل اعتماد است (یعنی در این حالت واقعا جاده خوب ساخته شده است) و ۲۵٪ احتمال می‌رود که آزمایش نتیجه نادرست داشته باشد. احتمال آن که جاده خوب ساخته شده پذیرفته شود، چقدر است؟ احتمال این جاده خوب ساخته شده مورد پذیرش قرار نگیرد چه قدر است؟

۲- فرض کنید ۳ کیسه یکسان داریم که اولی شامل a گوی سفید، b گوی سیاه و c گوی قرمز و دومی شامل d گوی سفید و e گوی سیاه و سومی تنها شامل گوی سفید است.

گویی را با چشمان بسته از یکی از این ۳ کیسه بیرون می‌آوریم احتمال بیرون آوردن گوی سفید چقدر است؟

۳- تعداد آرایش‌های ممکن برای کلمه BOB به سه صورت: BOB, BOB و OBB است. تعداد آرایش‌های ممکن برای کلمه DISTRIBUTIONS را بیابید.

۴- فرض کنید پیراهن‌های ۱۸ بازیکن یک تیم کامل فوتبال با شماره پیراهن ۱ تا ۱۸ را به صورت تصادفی به هریک داده‌ایم. به چند طریق می‌تواند پیراهن‌های شماره زوج به بازیکنان با شماره زوج اختصاص یافته باشد؟ احتمال این رخداد چقدر است؟

۵- فرض کنید A و B دو پیشامد با احتمال $0 < P(A) < 1$ و $0 < P(B) < 1$ باشند.

الف) اگر A و B ناسازگار باشند آیا می‌توانند مستقل نیز باشند؟

ب) اگر A و B مستقل باشند آیا می‌توانند ناسازگار نیز باشند؟

ج) اگر $A \subset B$ باشد آیا می‌توانند از هم مستقل باشند؟

برای هریک دلیل یا مثالی ذکر کنید.

۶- نشان دهید :

$$P(ABC) = P(A|BC)P(B|C)P(C)$$

۷ - نشان دهید اگر شرایط زیر برقرار باشد :

$$P(A|C) \geq P(B|C), P(A|C^c) \geq P(B|C^c)$$

آنگاه خواهیم داشت: $P(A) \geq P(B)$

۸- دو نسخه از یک برنامه وجود دارد؛ نسخه ویروسی و نسخه سالم، در هر بار اجرای نسخه سالم زمان اجرا با احتمال ۸۰٪ زیر یک دقیقه و با احتمال ۲۰٪ بالای یک دقیقه است؛ در حالیکه در نسخه ویروسی زمان اجرا با احتمال ۷۰٪ زیر یک دقیقه و با احتمال ۳۰٪ بالای یک دقیقه است. شخصی می‌خواهد با چند بار اجرا سعی بر تشخیص نسخه سالم از ویروسی کند .

الف) اگر این شخص یکی از نسخه‌های برنامه را اجرا کند و بیش از یک دقیقه طول بکشد، باور او بر اینکه این نسخه، نسخه‌ی ویروسی است چقدر تقویت می‌شود؟

ب) اگر این شخص دو بار یکی از برنامه‌ها را اجرا کند و هر دو بار زمان اجرا بیش از یک دقیقه طول بکشد چطور؟
ج) اگر برای نسخه سالم بدانیم، زمان اجرا ۶۰ ثانیه با انحراف معیار ۱۰ است. اگر برنامه یک بار اجرا شود و زمان اجرا ۱۱۰ ثانیه شود، چقدر احتمال دارد برنامه ویروسی باشد؟

۹- فرض کنید سه کارت مشابه داریم. اولی دو طرف آن به رنگ سبز، دومی دو طرف آن به رنگ قرمز و سومی یک طرف قرمز و طرف دیگر سبز است. یک کارت به تصادف انتخاب کرده و یک طرف آن را به تصادف می‌بینیم. اگر سمتی که مشاهده کردیم سبز باشد احتمال آن که طرف دیگر هم سبز باشد چقدر است؟

۱۰- فرض کنید احتمال آن که رنگ چشم فرزند یک خانواده سبز باشد ۱/۴ است. با فرض استقلال بین فرزندان، یک خانواده با ۵ فرزند را در نظر بگیرید:

الف) اگر بدانیم حداقل یک فرزند دارای چشمان سبز رنگ است. چقدر احتمال دارد که حداقل سه فرزند رنگ چشم سبز داشته باشند؟

ب) اگر بدانیم کوچکترین فرزند خانواده دارای چشمان سبز رنگ است احتمال این که حداقل سه فرزند رنگ چشم سبز داشته باشند چقدر است؟

۱۱- دو نفر با هم بازی مقابل را انجام می‌دهند: به ترتیب هر کدام دو تاس را پرتاب می‌کنند. هرکس زودتر مجموع ۱۰ را آورد برنده است. مطلوب است احتمال آنکه نفر دوم برنده شود.

۱۲- با فرض

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x+y^2) & 0 \leq x \leq 1 \text{ and } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار $P(X < 1/2 \mid Y = 1/2)$ را بیابید.

۱۳- تابع توزیع چگالی احتمال مختصات X نقطه‌ای را که به تصادف (به صورت یکنواخت) داخل رئوس مثلث که رئوس آن نقاط $(-3,0)$ ، $(2,0)$ و $(0,4)$ افتاده است را بیابید.

۱۴- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی به صورت زیر باشد.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x < 0 \\ x^2, & \text{if } 0 \leq x < 1/2 \\ \alpha, & \text{if } x = 1/2 \\ 1 - 2^{-2x}, & \text{if } x > 1/2 \end{cases}$$

الف) $P(X > 3/2)$ را بیابید

ب) $P(1/4 < X \leq 3/4)$ را بیابید.

ج) مقدار α را تعیین کنید.

آزمایشات کامپیوتری

از زبان‌های برنامه نویسی پایتون و یا متلب استفاده نمایید.

۱- فرض کنید سکه ای با احتمال شیر آمدن p داشته باشیم. اگر سکه را به تعداد زیاد پرتاب کنیم انتظار داریم نسبت تعداد شیرها به تعداد کل پرتاب ها نزدیک به p باشد.
 p را برابر ۰٫۷ فرض کنید و آزمایش پرتاب سکه را برای تعداد ۱۰۰۰ پرتاب شبیه سازی نمایید. نمودار نسبت تعداد شیرها به تعداد پرتاب را رسم نمایید.
 قدر مطلق اختلاف نسبت تعداد شیرها با p را برای پرتاب ۵۰، ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ گزارش کنید.

۲- فرض کنید یک شبکه اجتماعی داریم که در آن افراد میتوانند به محتوای موجود روی این شبکه (نظیر اخبار) رای دهند. تعداد ۱۵۹۳ خبر مختلف از روی این شبکه به منظور بررسی جهت گیری مختلف افراد جمع آوری شده است. هر یک از افراد داخل این شبکه میتواند برای هر خبر ارائه شده با یک عدد گسسته با شروع از ۱ امتیازدهی انجام دهد. در صورتی که فرد خبر را مشاهده نکرده باشد یا مشاهده کرده ولی امتیازی نداده باشد، مقدار صفر به عنوان امتیاز فرد به آن خبر در نظر گرفته می شود. کلیه افراد شبکه به دو دسته قابل تفکیک هستند. شرکت X برای پخش محتوای خود روی شبکه قصد دارد تا بنابر دسته ای که یک عضو از شبکه در آن قرار دارد اخبار متناسب با علایق و نظرات وی به او ارائه نماید. برای این منظور این شرکت با استفاده از اطلاعات و امتیازدهی های موجود به دنبال شناسایی دسته ای متناظر با یک فرد می باشد.

میخواهیم از مدل بیز ساده برای مسئله بالا استفاده کنیم. برای این منظور بایستی فرض نماییم که امتیاز یک فرد به یک خبر مستقل از امتیاز وی به سایر اخبار میباشد. این دسته بند را پیاده سازی کرده و خطای آموزش و تست را گزارش نمایید.
 توجه فرمایید در قسمت آموزش اطلاعات مربوط ۱۶۰۰ نفر موجود است. بعد ۱۵۹۴ ام که ۱ یا ۱- است دسته آن فرد را مشخص می کند.
 داده ها مربوط به قسمت آموزش و تست پیوست شده اند.

کلاس تدریس یار می تواند راهنمای مناسبی برای حل این سوال باشد.

از اسلایدهای پیوست نیز میتوانید کمک بگیرید

موفق باشید.