HW2 ۹۵۳۱۴۰۲۳ رضا بابایی

Subject:

۱ـ الف) نامساوی مارکوف $P(X \geq a) \leq \frac{E[X]}{a}$

$$E[X] = \sum_{x>0} x p(x) \geq \sum_{x \geq a} x p(x)$$

$$\geq \sum_{x \geq a} a p(x)$$

$$= a \sum_{x \geq a} p(x)$$

$$= a P(X \geq a)$$

ب) نامساوی چبیشف $P(|X-\mu| \geq a) \leq \frac{var[X]}{a^2}$

چون $(X-\mu)^2$ یک متغیر تصادفی نامنفی است در نامساوی مارکوف قرار میدهیم: $a = a^2$

$$P((X-\mu)^2 \geq a^2) \leq \frac{E[(X-\mu)^2]}{a^2}$$

چون $(X-\mu)^2 \geq k^2$ فقط در صورتی که $|X-\mu| \geq a$ با آن برابر است پس:

$$P(|X-\mu| \geq a) \leq \frac{E[(X-\mu)^2]}{a^2} = \frac{var[X]}{a^2}$$

ج) با توجه به فرمول چبیشف در قسمت ب داریم:

$var[X] = ۴ = \sigma^2$

$P(۵ - ۰ \geq a) \leq \frac{۴}{a^2} \rightarrow a = ۵ \rightarrow P(۵) \leq \frac{۴}{۲۵}$

$P(۵) \leq ٪۱۶$

IDEA

Scanned by CamScanner

Subject:

$$E(aX+b) = aE[X]+b$$ (۲_الف

$$E(aX+b) = \sum_x (ax+b)\,P(x)$$

$$= \sum_x (ax.P(x) + b.P(x))$$

$$= \sum_x ax\,P(x) + \sum_x b.P(x)$$

$$= a\underbrace{\left(\sum_x x\,P(x)\right)}_{E[X]} + b\underbrace{\left(\sum_x P(x)\right)}_{1}$$

$$= aE[X] + b$$

ب) فرض: X و Y مستقل باشند

حکم: $E(XY) = E(X)E(Y)$

$X \to g(x)$, $Y \to h(y)$

$$E[g(x)h(y)] = \iint_{R^2} g(x)h(y)\,f(x,y)\,dy\,dx$$

$$= \underbrace{\left(\int_R g(x)\,f_X(x)\,dx\right)}_{E[g(x)]}\underbrace{\left(\int_R h(y)\,f_Y(y)\,dy\right)}_{E[h(y)]}$$

$$= E[X]E[Y]$$ (✓)

Subject:............................ Date:............................

ج)

$$\sigma^2_{ax+by+c} = a^2\sigma^2_x + b^2\sigma^2_y + 2ab\sigma_{xy}$$

$$var[ax+by+c] = E[(ax+by+c)^2] - E[ax+by+c]^2$$

$$= E[a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2axc + 2byc + 2abxy] - E[ax+by+c]^2$$

داریم

$$= E[a^2x^2] + E[b^2y^2] + E[c^2] + E[2acX] + E[2bcy] +$$

$$E[2abxy] - (aE[x] + bE[y] + c)^2 =$$

$$a^2E[x^2] + b^2E[y^2] + \cancel{c^2} + \cancel{2acE[x]} + \cancel{2bcE[y]} +$$

$$2abE[xy] - (a^2E[x]^2 + b^2E[y]^2 + \cancel{c^2} + 2abE[x]E[y]$$

$$+ \cancel{2acE[x]} + \cancel{2bcE[y]})$$

$$a^2(E[x^2] - E[x]^2) + b^2(E[y^2] - E[y]^2) +$$

$$2ab(E[xy] - E[x]E[y])$$

$$= a^2var[x] + b^2var[y] + 2ab\,\sigma_{xy} =$$

$$a^2\sigma^2_x + b^2\sigma^2_y + 2ab\,\sigma_{xy}$$

Subject:............................ Date:............................

$$\sigma^2_{ax-by} = a^2\sigma^2_x + b^2\sigma^2_y$$ ۱)

$$\sigma^2_{ax-by} = var[ax-by] = E[(ax-by)^2] - E[ax-by]^2$$

$$= E[a^2x^2 + b^2y^2 - 2ab\,xy] - (aE[X] - bE[y])^2 =$$

$$a^2E[x^2] + b^2E[y^2] - 2ab\,\underbrace{E[xy]}_{\substack{\text{چون } x,y \text{ مستقل اند} \\ \Rightarrow\ -2abE[x]E[y]}} - a^2E[X]^2 - b^2E[y]^2 + 2abE[X]E[y]$$

$$= a^2(E[x^2] - E[x]^2) + b^2(E[y^2] - E[y]^2) =$$

$$a^2\,var[X] + b^2\,var[y] = a^2\sigma^2_x + b^2\sigma^2_y$$

$$cov(x,y) = E[(x - E(x))(y - E(y))]$$ ۳ـ

$$\rho = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x\sigma_y}$$

$$var\left(\frac{x}{\sigma_x} + \frac{y}{\sigma_y}\right) = 2 + 2\rho(x,y)$$ الف)

$$var\left(\frac{x}{\sigma_x} + \frac{y}{\sigma_y}\right) = \sigma^2\left(\frac{x}{\sigma_x} + \frac{y}{\sigma_y}\right) = \frac{1}{\sigma^2_x}\sigma^2[x] + \frac{1}{\sigma^2_y}\sigma^2[y]$$

$$+ \frac{2}{\sigma_x\sigma_y}\sigma_{xy} = 2 + 2\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y} = 2 + 2\frac{cov(xy)}{\sigma_x\sigma_y}$$

$$= 2 + 2\rho_{xy}$$ ✓

Subject:............................ Date:............................

$$var\left(\frac{X}{\sigma_x}-\frac{Y}{\sigma_y}\right)=۲-۲\rho(x,y)$$

$$var\left(\frac{X}{\sigma_x}-\frac{Y}{\sigma_y}\right)=\sigma^۲\left(\frac{X}{\sigma_x}-\frac{Y}{\sigma_y}\right)=$$

$$\frac{1}{\cancel{\sigma_x^۲}}\cancel{\sigma^۲_x}+\frac{1}{\cancel{\sigma^۲_y}}\cancel{\sigma^۲_y}-\frac{۲}{\sigma_x\sigma_y}\sigma_{xy}$$

$$=۲-۲\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}=۲-۲\rho_{xy}$$ (√)

ب) ثابت کنید $-1\leq\rho(x,y)\leq 1$

$$var\left(\frac{X}{\sigma_x}+\frac{Y}{\sigma_y}\right)=۲+۲\rho(x,y)$$

می دانیم $var[X]\geq 0 \Longleftarrow ۲+۲\rho(x,y)\geq 0$

$$۲\rho(x,y)\geq -۲\Rightarrow\boxed{\rho(x,y)\geq -1}$$ ①

$$var\left(\frac{X}{\sigma_x}-\frac{Y}{\sigma_y}\right)=۲-۲\rho(xy)$$

می دانیم $var[X]\geq 0 \Longleftarrow ۲-۲\rho(x,y)\geq 0$

$$۲\rho(x,y)\leq ۲\Rightarrow\boxed{\rho(x,y)\leq 1}$$ ②

① و ② $\Longleftarrow -1\leq\rho(x,y)\leq 1$

ج) اگر $a>0$ $Y=aX+b$ آنگاه $\rho(X,Y)=1$

$$\operatorname{cov}_{XY} = E[aX^2+bX] - E[X]\,E[aX+b]$$

$$\operatorname{var}[X] = E[X^2] - E[X]^2 = E[X-\mu_X] = \sigma_X^2$$

$$\operatorname{var}[Y] = E[Y^2] - E[Y]^2 = E[Y-\mu_Y]$$

$$\operatorname{var}[aX+b] = E[(aX+b)^2] - E[aX+b]^2$$

$$= a^2E[X^2] + b^2 + 2abE[X] - (aE[X]+b)^2 =$$

$$a^2E[X^2] \cancel{+b^2} \cancel{+2abE[X]} - a^2E[X]^2 \cancel{-b^2} \cancel{-2abE[X]}$$

$$a^2\left(E[X^2] - E[X]^2\right) = a^2\operatorname{var}[X] = a^2\sigma_X^2$$

$$\operatorname{var}\left(\frac{X}{\sigma_X} - \frac{Y}{\sigma_Y}\right) = \operatorname{var}\left[\frac{X}{\sigma_X} - \frac{aX+b}{a\sigma_X}\right] =$$

$$\operatorname{var}\left[\frac{X}{\sigma_X} - \frac{X}{\sigma_X} - \frac{b}{a\sigma_X}\right] = \operatorname{var}\left[\frac{-b}{a\sigma_X}\right] = \operatorname{var}[\text{عدد ثابت}] = 0$$

$$\longrightarrow 2 - 2\rho(X,Y) = 0 \Longrightarrow \boxed{\rho(X,Y) = 1}$$

Subject:............................ Date:............................

$y = ax + b$ $\rho(x,y) = 1$ فرض: ۳)

$\downarrow$ حکم   صدق است

$var\left(\frac{X}{\sigma_X} - \frac{Y}{\sigma_Y}\right) = 2 - 2\rho(x,y) = 0 \Rightarrow \frac{X}{\sigma_X} - \frac{Y}{\sigma_Y} = c$

$\frac{Y}{\sigma_Y} = \frac{X}{\sigma_X} - C \Rightarrow Y = \underbrace{\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}}_{a} X - \underbrace{C\sigma_Y}_{b} \Rightarrow y = aX + b$

$a = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$

$\sigma_Y = \sqrt{var(Y)}$

$\sigma_X = \sqrt{var(X)}$

$\Rightarrow \begin{matrix}\sigma_Y > 0 \\ \sigma_X > 0\end{matrix} \Rightarrow \boxed{a > 0}$

۴_ $P(X > Y) = 0{,}7$ $P(Y > Z) = 0{,}7$ $P(Z > X) = 0{,}7$

برهان خلف

$P(x > y \cup y > z) = \overset{0{,}7}{P(X > Y)} + \overset{0{,}7}{P(Y > Z)} - P(x > y \cap y > z) \leq 1$

$\Rightarrow P(\underbrace{x > y \cap y > z}_{x > y > z}) \geq 0{,}4$

$\Rightarrow P(x > y > z) \leq P(X > Z) \Rightarrow \underbrace{P(X > Z)}_{0{,}7} \geq 0{,}4$

$\Rightarrow \underbrace{0{,}4 + 0{,}7 + 0}_{\underbrace{1{,}1}_{}} \leq P(X > Z) + P(Z > X) + P(x = z)$

$\geq 1 \Rightarrow$ تناقض $\cancel{X}$

Subject:............................ Date:............................

۵_ الف) توزیع برنولی

$$f(k:p) = \begin{cases} p & \text{if } k=1 \\ 1-p & \text{if } k=0 \end{cases}$$

$$E[X] = 1\times p + 0\times(1-p) = p$$

$$Var[X] = E[X^2] - E[X]^2 = p - p^2 = p(1-p) = pq$$

ب) توزیع binomal

$$pr(k;n,p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{for } k=0,1,2,\dots,n$$

$$E[X] = \sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} k \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{n(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= np \sum_{k=1}^{n} \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} p^{k-1} (1-p)^{n-k}$$

$$= np \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(j)!\,(n-1-j)!} p^{j} (1-p)^{n-1-j}$$

$$= np \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n-1}{j} p^{j} (1-p)^{n-1-j}$$

عبارت جلوی Σ آخرین خط خودش یک توزیع دو جمله ای است. و چون می‌دانیم جمع احتمال‌ها باید یک باشد
پس کل عبارت بعد از Σ برابر یک است بنابراین: $E[X] = np$

Subject:............................ Date:............................

$$E[x^2] = \sum_{k=1}^{n} k^2 \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= np[(n-1)p+1]$$

$$\Rightarrow var[X] = E[x^2] - E[x]^2$$

$$= n^2p^2 - np^2 + np - (np)^2$$

$$= np(1-p)$$

$$\Rightarrow var[X] = np(1-p)$$

ج) توزیع پواسون

$$f(k;\lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$E[X] = \sum_{k=0}^{\infty} k e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= e^{-\lambda} \lambda e^{\lambda} = \lambda$$

$$E[x^2] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

بجای $k\lambda^{k-1}$ می توانیم $\frac{d\lambda^k}{d\lambda}$ قرار دهیم :

$$= \lambda e^{-\lambda} \frac{d}{d\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \frac{d}{d\lambda} \lambda e^{\lambda} = \lambda e^{-\lambda}(e^{\lambda} + \lambda e^{\lambda}) = \lambda + \lambda^2$$

$$var[X] = E[x^2] - E[x^2] = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

Note book SEVAN

Subject:............................ Date:............................

د) توزیع نمایی

$$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-x\lambda} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$$E[X]=\int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x}\,dx \xrightarrow{\text{انتگرال جزء به جزء}} -xe^{-\lambda x}\Big|_0^\infty+\int_0^\infty e^{-\lambda x}\,dx=\frac{1}{\lambda}$$

$$E[X^2]=\int_0^\infty x^2\lambda e^{-\lambda x}\,dx=-x^2e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty+\int_0^\infty 2x e^{-\lambda x}\,dx$$

$$=\frac{2}{\lambda^2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{var}[X]=\frac{2}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

۶ـ الف)

$$P(x,y)=P(y)P(x|y)$$

اثبات کنید

$$E[X]=E(E(X|Y))$$

$$E[X|Y=y]=g(y)\Rightarrow E[X|Y]=g(Y)=(g\circ Y)$$

$$E(E[X|Y])=\int_{y=-\infty}^{\infty}g(y)f_Y(y)\,dy$$

$$g(y)=\int_{x=-\infty}^{\infty}x f_{X|Y}(x|y)\,dx=\int_{x=-\infty}^{\infty}x\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}\,dx$$

$$E(E(X|Y))=\int_{y=-\infty}^{\infty}\int_{x=-\infty}^{\infty}x\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}\,dx\,f_Y(y)\,dy$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x f(x,y)\,dx\,dy=E[X]\ \checkmark$$

Subject:

ب) میانگین تعداد غلط‌های کتاب احتمال $\overset{A}{=} ۲$
کتاب تاریخ $\underset{B}{=} ۵$
توزیع پواسون

احتمال برداشتن هر یک $= \frac{۱}{۲}$

$$E[E[A|B']] + E[E[B|A']] =$$

$$E[A] + E[B] = ۲+۵ = ۷$$

۹- الف) x : تعداد روزهایی که زندانی آزاد شود.

$$E[X] = \frac{۵}{۱۰}(E[X]+۲) + \frac{۳}{۱۰}(E[X]+۳)$$

$$\frac{۸}{۱۰}E[X] + \underbrace{۱ + \frac{۹}{۱۰}}_{\frac{۱۹}{۱۰}} = E[X]$$

$$\frac{۲}{۱۰}E[X] = \frac{۱۹}{۱۰} \longrightarrow E[X] = ۹,۵$$

ب)
دالان : y
تونل : z

$$E[X] = \frac{۱}{۳}(۲ + E(x|y)) + \frac{۱}{۳}(۳ + E(x|z)) =$$

$$\frac{۱}{۳}\left(۲ + \frac{۱}{۲} \times ۳ + \cancel{\frac{۱}{۲} \times ۰}\right) + \frac{۱}{۳}\left(۳ + \frac{۱}{۲} \times ۲ + \cancel{\frac{۱}{۲} \times ۰}\right) = \frac{۱۵}{۶} = \frac{۵}{۲}$$

ج) الف)

$$E[x^۲] = \frac{۵}{۱۰}(\underbrace{E[X]+۲}_{۱۱,۵})^۲ + \frac{۳}{۱۰}(\underbrace{E[X]+۳}_{۱۲,۵})^۲$$

$$= \frac{۵}{۱۰} \times ۱۳۲,۲۵ + \frac{۳}{۱۰} \times ۱۵۶,۲۵ = ۱۱۳$$

$$Var[X] = E[X^۲] - E[X]^۲ = ۱۱۳ - ۹۰,۲۵ = ۲۲,۷۵$$

Subject:

ب

$$E[X^2] = \frac{1}{3}\left(\left(2+\tfrac{1}{2}\times 3^2\right)^2\right) + \frac{1}{3}\left(\left(3+\tfrac{1}{2}\times 2^2\right)^2\right)$$

(۴,۵)

$$= \frac{1}{3}\left(\cancel{6,5}\right)^2 + \frac{1}{3}(5)^2 = \frac{269}{12}$$

(۴۲,۲۵)

$$var[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \frac{269}{12} - \frac{25}{4} = \frac{269-75}{12}$$

$$= \frac{194}{12} = \frac{97}{6}$$

۷- $\frac{1}{\lambda} = 5 = E[X]$ میانگین تابع توزیع نمایی

$E[T] = E(t_1) + E(t_2) = 10$ به صورت میانگین

هزینه ۲۰ می کند

اسنپ: ساعتی ۲۰ تومان + آنی به محل کار می رسد + ۱۰ دقیقه کار دیرتر ؛ $-20 + \frac{20}{6}$

$$= \frac{-120+20}{6} = \frac{-100}{6} = \frac{-5}{6} \times 20$$

تاکسی: $T+10$ دقیقه به محل کار می رسد + ۵ هزینه می کند ؛ -5

پس با اسنپ هزینه بیشتری از دست می دهد $\Longleftarrow$ $-\frac{5}{6}\times 20 > -5$

پس با تاکسی بروید بهتر است.

۱- الف) تابع توزیع حاشیه‌ای $f_{X_1}(x_1)$:

$$f_{X_1}(x_1) = \int_0^{x_1} 6x_2\, dx_2 = 3x_2^2 \Big|_0^{x_1} = 3x_1^2 \qquad 0 < x_1 < 1 \quad \text{I}$$

چون :
1. این تابع نمی‌تواند مقادیر بزرگتر از یک داشته باشد (به ازای $0 < x_1 < 1$)
2. $f_{X_1}(x_1) \geq 0$
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1)\, dx_1 = \int_0^1 3x_1^2\, dx_1 = x_1^3 \Big|_0^1 = 1$

$\Rightarrow$ پس این تابع می‌تواند تابع توزیع حاشیه‌ای باشد

ب) $P(x_2 < 0{,}5 \mid x_1 = 0{,}7)$

$$= \int_0^{0{,}5} 6x_2\, dx_2 = 3x_2^2 \Big|_0^{0{,}5} = 3 \times 0{,}25$$

$$3x_1^2 \xrightarrow{x_1 = 0{,}7} 3 \times (0{,}7)^2 = 0{,}49 \times 3$$

$$\Longrightarrow P(x_2 < 0{,}5 \mid x_1 = 0{,}7) = \frac{3 \times 0{,}25}{3 \times 0{,}49} = \frac{25}{49} = 0{,}51$$

Subject:

۸ - الف)

$$E(T_F \mid start=A) = 1 + E(T_F \mid B) \quad (1)$$

$$E(T_F \mid B) = \frac{1}{3}E(T_F \mid C) + \frac{1}{3}E(T_F \mid A) + \frac{1}{3}E(T_F \mid D) + 1 \quad (2)$$

$$E(T_F \mid C) = \frac{1}{2}E(T_F \mid B) + \frac{1}{2}E(T_F \mid E) + 1 = E(T_F \mid D) \quad (3)$$

$$E(T_F \mid E) = \frac{1}{3}E(T_F \mid C) + \frac{1}{3}E(T_F \mid D) + \frac{1}{3}E(T_F \mid F) + 1 \quad (4)$$

$E(T_F \mid C)$ (2)

با جایگذاری (1) در (2) داریم:

$$E(T_F \mid A) - 1 = \frac{1}{3}E(T_F \mid C) + \frac{1}{3}E(T_F \mid A) + \frac{1}{3}\underbrace{E(T_F \mid D)}_{(3)\ E(T_F \mid C)} + 1$$

$$\frac{2}{3}E(T_F \mid A) = 2 + \frac{2}{3}E(T_F \mid C)$$

$$\Rightarrow E(T_F \mid C) = E(T_F \mid A) - 3 \quad (5)$$

همچنین با توجه به (3) و (1)

$$E(T_F \mid C) = \frac{1}{2}\left(E(T_F \mid A) - 1\right) + \frac{1}{2}E(T_F \mid E) + 1 \quad (6)$$

و (5) را در (4) قرار دهیم:

$$E(T_F \mid E) = \frac{2}{3}\left(E(T_F \mid A) - 3\right) + \frac{1}{3}E(T_F \mid F) + 1$$

$$= \frac{2}{3}E(T_F \mid A) - 1 + \frac{1}{3}\overset{0}{\cancel{E(T_F \mid F)}} \quad (7)$$

(5) و (6) را مساوی قرار دهیم. میدانیم $E(T_F \mid F) = 0$ چون روی مقصد هستیم و تعداد قدم‌ها ۰ است

$$E(T_F \mid A) - 3 = \frac{1}{2}E(T_F \mid A) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}E(T_F \mid E) + 1$$

$1 -$

Subject: Date:

$$\frac{1}{2} E(T_F | A) = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} E(T_F | E)$$

$$E(T_F | E) = E(T_F | A) - 7 \quad (8)$$

(7) و (8) را مساوی قرار دهیم

$$\frac{2}{3} E(T_F | A) - 1 = E(T_F | A) - 7$$

$$\frac{1}{3} E(T_F | A) = 6 \longrightarrow E(T_F | A) = 18$$

$$\Longrightarrow E(T_F | B) = 17 \qquad E(T_F | E) = 11$$

$$E(T_F | C) = 15 \qquad E(T_F | D) = 15.$$

$$E(T_F | C) + 2 = 15 + 2 = 17$$

ب)

ج) دو حالت دارد

$$A\ B\ C\ E\ F : 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

$$A\ B\ D\ E\ F : 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

$$\overset{+}{\Longrightarrow} \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

د) چنین حالتی وجود ندارد چون قبلاً ۴ قدم هایی که بالا شمردیم، برای اینکه بخواهد ۵ قدمی شود
باید از مثلاً C به B بازگردد و تا اینجا ۳ قدم رفته است (A B C B) و باید از B به سمت
F قدم بردارد که در این حالت جدا از اینکه هر مسیری را انتخاب کند باید حداقل ۳ قدم دیگر بردارد (B D E F)

پس دقیقاً ۵ قدم برای قدم زدن وجود ندارد.