



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

تمرین سری اول آمار و احتمال مهندسی

برای تحویل تمرین به نکات زیر توجه فرمایید.

- پاسخ سوالات بخش تشریحی به همراه گزارش مختصری از سولات قسمت بخش آزمایشات کامپیوتری را در فایل pdf در تحت عنوان HW1_StudentNumber.pdf قرار دهید.
- پاسخ سوالات تشریحی می‌تواند به صورت تاییبی و یا عکس خوانا از نسخه دست‌نویس باشد.
- گزارش برای سوالات بخش کامپیوتری، شامل شرح مختصر و نتیجه گرفته شده به همراه تصویری از اجراست.
- کدهای مربوط به بخش کامپیوتری را در در فولدری جداگانه قرار داده و و همراه با فایل pdf با نام HW1_StudentNumber.zip فشرده سازی کرده و بارگذاری نمایید.
- تمرین خود را قبل از زمان مشخص شده در مودل آپلود کنید.
- به تمرین‌های مشابه نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت .
- در صورت وجود هرگونه ابهام می‌توانید از طریق ایمیل با تدریس‌یارهای درس در ارتباط باشید .

مهلت تحویل: ۲ آبان ماه

۱- معمولاً آسفالت کشی جاده‌ها به پیمانکار سپرده می‌شود و در پایان اگر آزمایش کیفیت قابل قبول باشد کار پذیرفته می‌شود. از تجربه گذشته پیمانکاری می‌دانیم ۹۵٪ مواقع کار پذیرفته خواهد شد. اگر بدانیم نتیجه آزمایش کیفیت ما تنها ۷۵٪ قابل اعتماد است و ۲۵٪ احتمال می‌رود که آزمایش نتیجه نادرست داشته باشد. احتمال آن که جاده خوب ساخته شده پذیرفته شود، چقدر است؟ احتمال این که مورد پذیرش قرار نگیرد چه قدر است؟

۲- فرض کنید ۳ کیسه یکسان داریم که اولی شامل a گوی سفید، b گوی سیاه و c گوی قرمز و دومی شامل d گوی سفید و e گوی سیاه و سومی تنها شامل گوی سفید است. گویی را با چشمان بسته از یکی از این ۳ کیسه بیرون می‌آوریم احتمال بیرون آوردن گوی سفید چقدر است؟

۳- تعداد آرایش‌های ممکن برای کلمه BOB به سه صورت: BOB, BOB و OBB است. تعداد آرایش‌های ممکن برای کلمه DISTRIBUTIONS را بیابید.

۴- فرض کنید پیراهن‌های ۱۸ بازیکن یک تیم کامل فوتبال با شماره پیراهن ۱ تا ۱۸ را به صورت تصادفی به هریک داده‌ایم. به چند طریق می‌تواند پیراهن‌های شماره زوج به بازیکنان با شماره زوج اختصاص یافته باشد؟ احتمال این رخداد چقدر است؟

۵- فرض کنید A و B دو پیشامد با احتمال $0 < P(A) < 1$ و $0 < P(B) < 1$ باشند.

الف) اگر A و B ناسازگار باشند آیا می‌توانند مستقل نیز باشند؟

ب) اگر A و B مستقل باشند آیا می‌توانند ناسازگار نیز باشند؟

ج) اگر $A \subset B$ باشد آیا می‌توانند از هم مستقل باشند؟

برای هریک دلیل یا مثالی ذکر کنید.

۶- نشان دهید :

$$P(ABC) = P(A|BC)P(B|C)P(C)$$

۷- فرض کنید سه کارت مشابه داریم. اولی دو طرف آن به رنگ سبز، دومی دو طرف آن به رنگ قرمز و سومی یک طرف قرمز و طرف دیگر سبز است. یک کارت به تصادف انتخاب کرده و یک طرف آن را به تصادف می‌بینیم. اگر سمتی که مشاهده کردیم سبز باشد احتمال آن که طرف دیگر هم سبز باشد چقدر است؟

۸- فرض کنید احتمال آن که رنگ چشم فرزند یک خانواده آبی سبز باشد $1/4$ است. با فرض استقلال بین فرزندان، یک خانواده با ۵ فرزند را در نظر بگیرید:

الف) اگر بدانیم حداقل یک فرزند دارای چشمان سبز رنگ است. چقدر احتمال دارد که حداقل سه فرزند رنگ چشم سبز داشته باشند؟

ب) اگر بدانیم کوچکترین فرزند خانواده دارای چشمان سبز رنگ است احتمال این که حداقل سه فرزند رنگ چشم سبز داشته باشند چقدر است؟

۹- دو نفر با هم بازی مقابل را انجام می دهند: به ترتیب هر کدام دو تاس را پرتاب می کنند. هرکس زودتر مجموع ۱۰ را آورد برنده است. مطلوب است احتمال آنکه نفر دوم برنده شود.

۱۰- با فرض

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x+y^2) & 0 \leq x \leq 1 \text{ and } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار $P(X < 1/2 \mid Y = 1/2)$ را بیابید.

۱۱- فرض کنید (X, Y) داری توزیع یکنواخت بر روی دیسک واحد: $\{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ باشند.

تابع توزیع جرم احتمال و تابع توزیع تجمعی را برای $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ بیابید.

۱۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی به صورت زیر باشد .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x < 0 \\ x^2, & \text{if } 0 \leq x < 1/2 \\ \alpha, & \text{if } x = 1/2 \\ 1 - 2^{2x}, & \text{if } x > 1/2 \end{cases}$$

الف) $P(X > 3/2)$ را بیابید

ب) $P(1/4 < X \leq 3/4)$ را بیابید.

ج) مقدار α را تعیین کنید.

آزمایشات کامپیوتری

از زبان‌های برنامه نویسی پایتون و یا متلب استفاده نمایید.

۱- فرض کنید سکه ای با احتمال شیر آمدن p داشته باشیم. اگر سکه را به تعداد زیاد پرتاب کنیم انتظار داریم نسبت

تعداد شیرها به تعداد کل پرتاب ها نزدیک به p باشد.

p را برابر ۰٫۷ فرض کنید و آزمایش پرتاب سکه را برای تعداد ۱۰۰۰ پرتاب شبیه سازی نمایید. نمودار نسبت تعداد شیرها به تعداد پرتاب را رسم نمایید.

قدر مطلق اختلاف نسبت تعداد شیرها با p را برای پرتاب ۵۰، ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ گزارش کنید.

۲- فرض کنید یک شبکه اجتماعی داریم که در آن افراد میتوانند به محتوای موجود روی این شبکه (نظیر اخبار) رای دهند. تعداد ۱۵۹۳ خبر مختلف از روی این شبکه به منظور بررسی جهت گیری مختلف افراد جمع آوری شده است. هر یک از افراد داخل این شبکه میتوانند برای هر خبر ارائه شده با یک عدد گسسته با شروع از ۱ امتیازدهی انجام دهد. در صورتی که فرد خبر را مشاهده نکرده باشد یا مشاهده کرده ولی امتیازی نداده باشد، مقدار صفر به عنوان امتیاز فرد به آن خبر در نظر گرفته می شود. کلیه افراد شبکه به دو دسته قابل تفکیک هستند. شرکت X برای پخش محتوای خود روی شبکه قصد دارد تا بنابر دسته ای که یک عضو از شبکه در آن قرار دارد اخبار متناسب با علایق و نظرات وی به او ارائه نماید. برای این منظور این شرکت با استفاده از اطلاعات و امتیازدهی های موجود به دنبال شناسایی دسته ای متناظر با یک فرد می باشد.

میخواهیم از مدل بیز ساده برای مسئله بالا استفاده کنیم. برای این منظور بایستی فرض نماییم که امتیاز یک فرد به یک خبر مستقل از امتیاز وی به سایر اخبار میباشد. این دسته بند را پیاده سازی کرده و خطای آموزش و تست را گزارش نمایید. توجه فرمایید در قسمت آموزش اطلاعات مربوط ۱۶۰۰ نفر موجود است. بعد ۱۵۹۴ ام که ۱ یا ۱- است دسته آن فرد را مشخص می کند. داده ها مربوط به قسمت آموزش و تست پیوست شده اند.

کلاس تدریس یار می تواند راهنمای مناسبی برای حل این سوال باشد.
از اسلایدهای پیوست نیز میتوانید کمک بگیرید

موفق باشید.

a.mahdi@aut.ac.ir