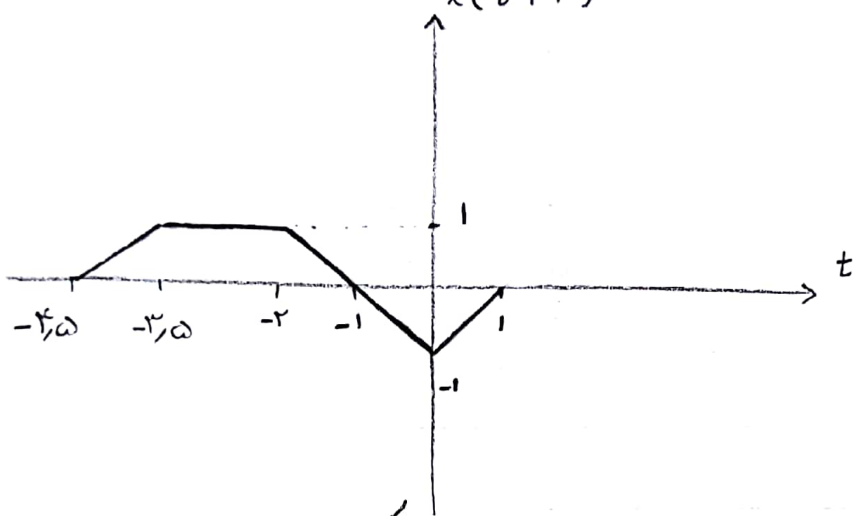
تمرین ۱   علی نظری ۹۶۳۱۰۷۵

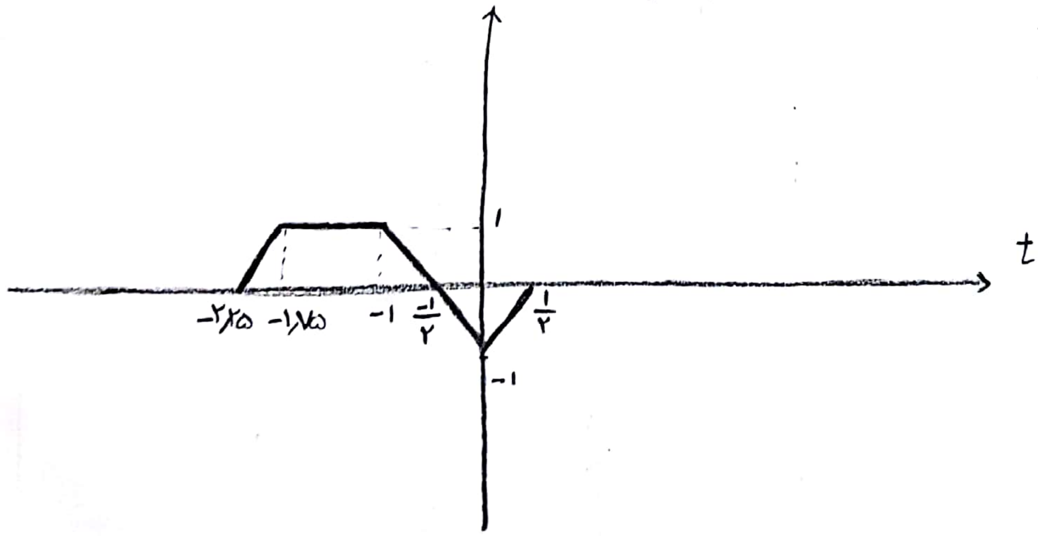
①

a) $x(2t+3)$

ابتدا ۳ واحد در راستای محور t به چپ منتقل می‌کنیم:



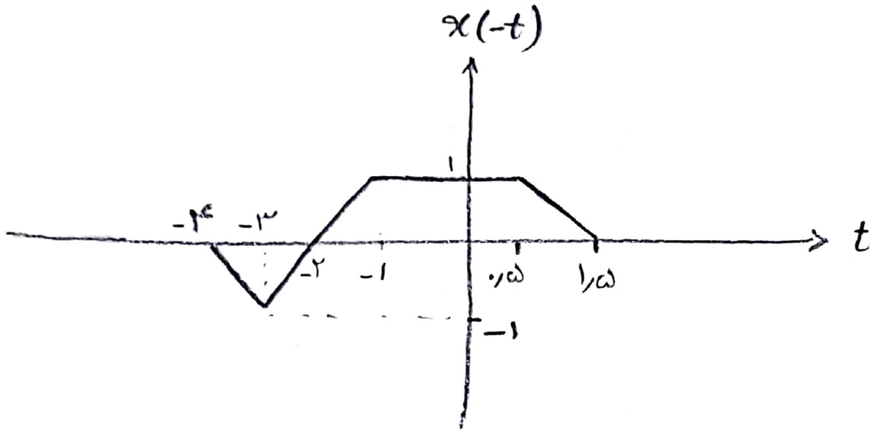
سپس در راستای محور t با ضریب $\frac{1}{2}$ جمع می‌کنیم:



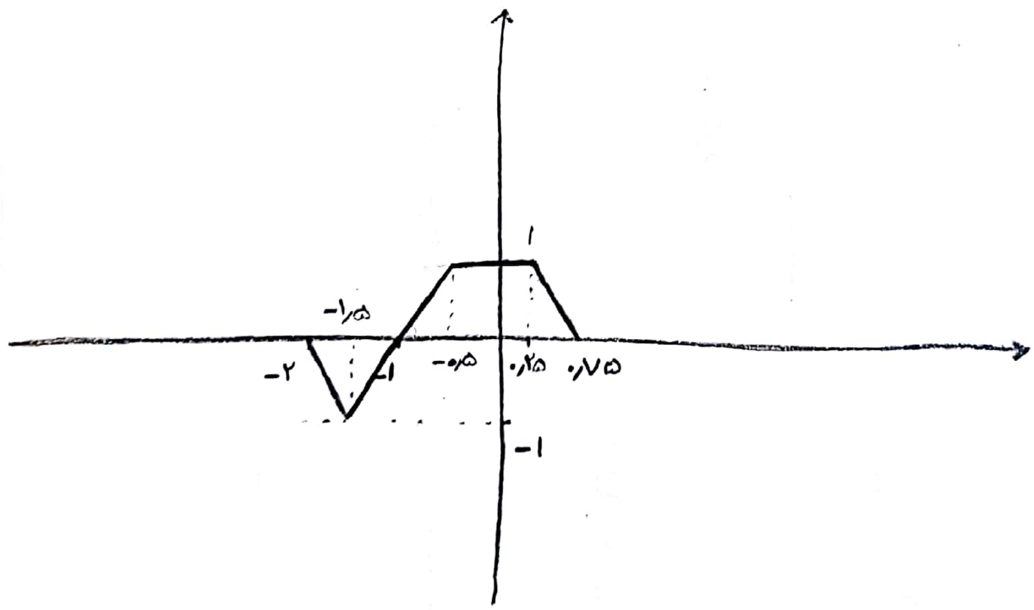
علی تقوی ۹۶۲۳۱۰۷۵ تمرین ۱

b) $x(-2t)$

ابتدا نسبت به محور عمودی قرینه می‌کنیم:



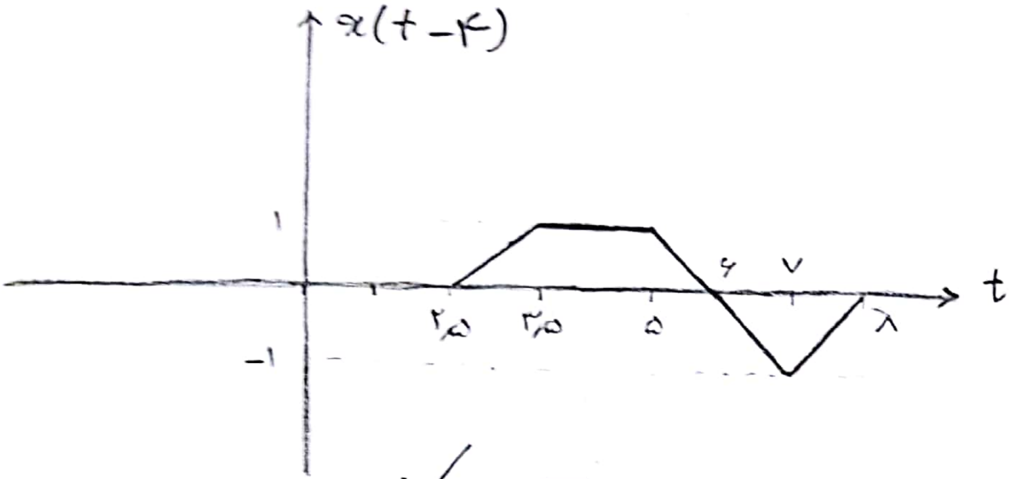
سپس در راستای محور t با ضریب $\frac{1}{2}$ جمع می‌کنیم:



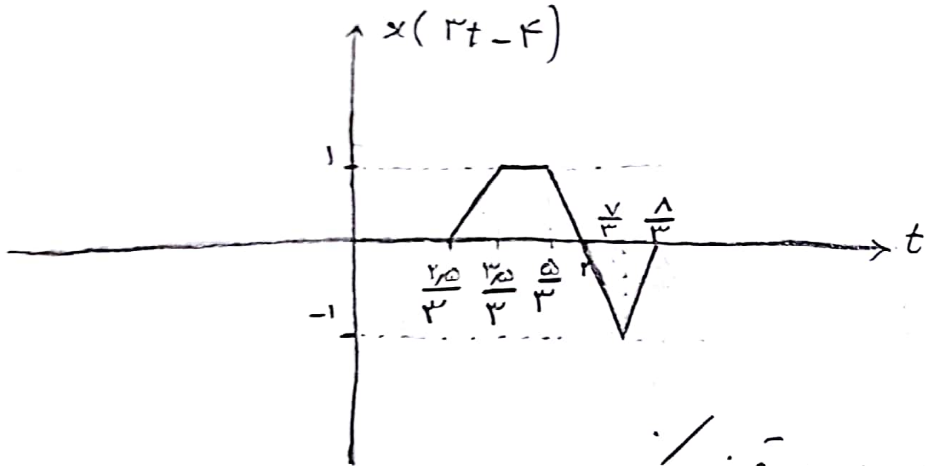
علی نظری ۹۶۲۳۶۱۰۷۵ تمرین ۱

c) $x(-3t-4)$

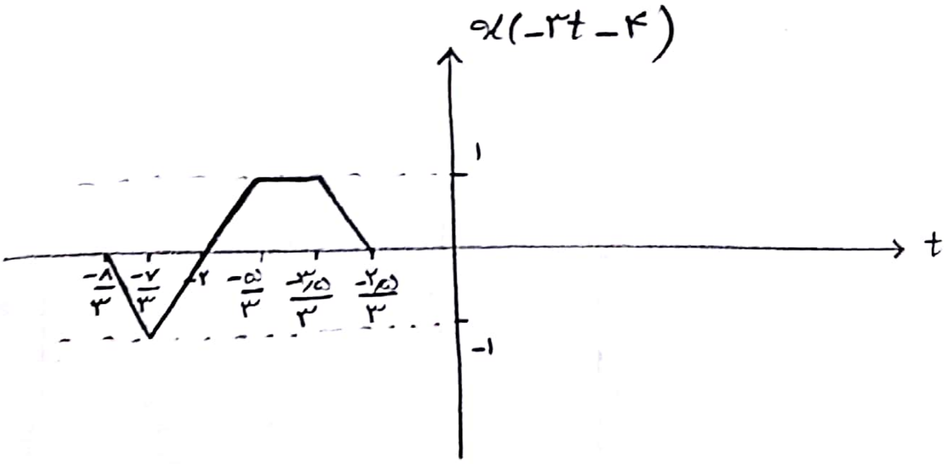
ابتدا ۴ واحد در راستای محور t به سمت راست منتقل می‌کنیم:



سپس با ضریب $\frac{1}{3}$ در راستای محور t آن را جمع می‌کنیم:



سپس نسبت به محور عمودی قرینه می‌کنیم:

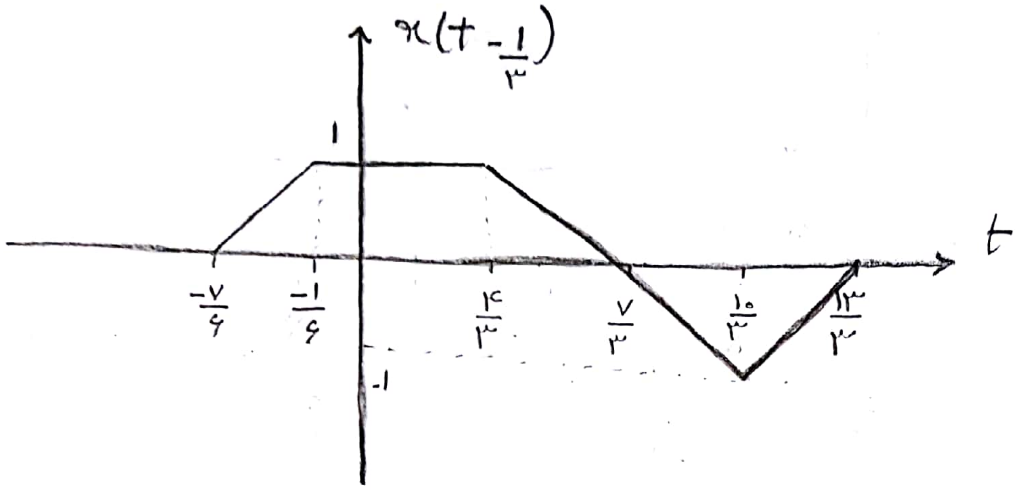


علی نظری ۹۶۳۱۰۷۵ تمرین ۱

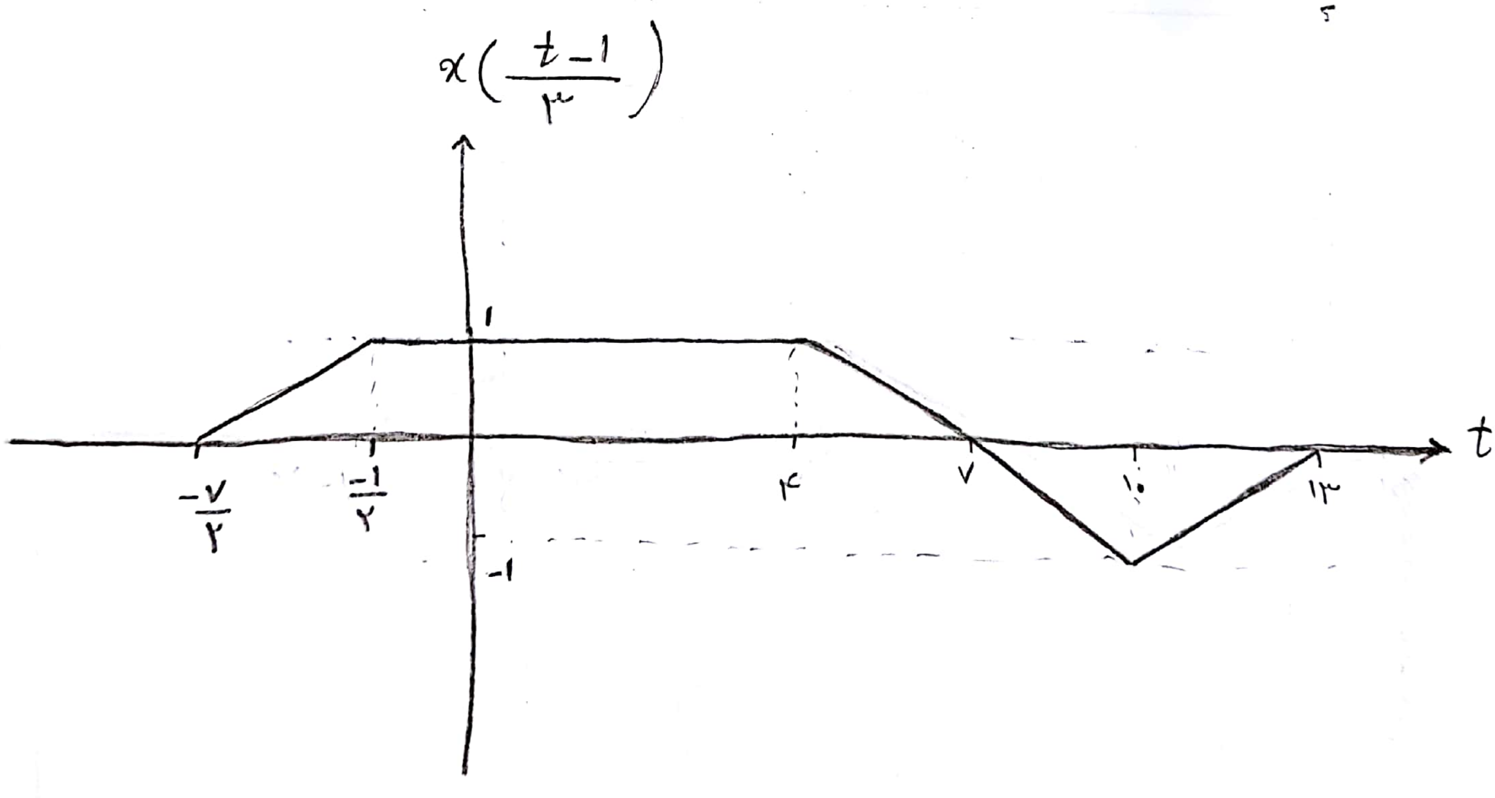
---

d) $x\left(\frac{t-1}{3}\right)$

ابتدا در راستای محور t ، $\frac{1}{3}$ واحد به راست انتقال می‌دهیم:



سپس در راستای محور t ، با ضریب 3 بزرگ می‌کنیم:



علی تقوی ۹۶۳۱۰۷۵ تمرین ۱

۲

$$x(t) = \underbrace{\frac{x(t)+x(-t)}{2}}_{\text{زوج}} + \underbrace{\frac{x(t)-x(-t)}{2}}_{\text{فرد}}$$

a) $x(t) = e^{-\omega t}\cos(t)u(t)$

زوج : $\dfrac{e^{-\omega t}\cos(t)u(t) + e^{\omega t}\cos(-t)u(-t)}{2}$

$$= \begin{cases} t>0 \longrightarrow \dfrac{e^{-\omega t}\cos(t)}{2} \\ t=0 \longrightarrow \dfrac{e^{-\omega t}\cos t + e^{\omega t}\cos(t)}{2} \\ t<0 \longrightarrow \dfrac{e^{\omega t}\cos(t)}{2} \end{cases}$$

فرد : $\dfrac{e^{-\omega t}\cos(t)u(t) - e^{\omega t}\cos(-t)u(-t)}{2}$

$$= \begin{cases} t>0 \longrightarrow \dfrac{e^{-\omega t}\cos(t)}{2} \\ t=0 \longrightarrow \dfrac{e^{-\omega t}\cos(t) - e^{\omega t}\cos(t)}{2} \\ t<0 \longrightarrow \dfrac{-e^{\omega t}\cos(t)}{2} \end{cases}$$

علی نظری ۹۶۳۱۰۷۵   تمرین ۱

b) $x(t) = e^{-۶|t|} \cos(t)$

زوج: $\dfrac{e^{-۶|t|}\cos(t) + e^{-۶|-t|}\cos(-t)}{۲} = e^{-۶|t|}\cos(t)$

فرد: $\dfrac{e^{-۶|t|}\cos(t) - e^{-۶|-t|}\cos(-t)}{۲} = ۰$

c) $x(t) = \Pi(t-۳٫۵) = u(t-۳) - u(t-۴)$

زوج: $\dfrac{u(t-۳)-u(t-۴)+u(-t-۳)-u(-t-۴)}{۲} = \begin{cases} t \leq -۴ \rightarrow ۰ \\ -۴ < t \leq -۳ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ -۳ < t < ۳ \rightarrow ۰ \\ ۳ \leq t < ۴ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ t \geq ۴ \rightarrow ۰ \end{cases}$

$= \begin{cases} -۴ < t \leq -۳ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ ۳ \leq t < ۴ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ o.w \rightarrow ۰ \end{cases}$

فرد: $\dfrac{u(t-۳)-u(t-۴)-u(-t-۳)+u(-t-۴)}{۲} = \begin{cases} t \leq -۴ \rightarrow ۰ \\ -۴ < t \leq -۳ \rightarrow \frac{-۱}{۲} \\ -۳ < t < ۳ \rightarrow ۰ \\ ۳ \leq t < ۴ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ t \geq ۴ \rightarrow ۰ \end{cases}$

$= \begin{cases} -۴ < t \leq -۳ \rightarrow \frac{-۱}{۲} \\ ۳ \leq t < ۴ \rightarrow \frac{۱}{۲} \\ o.w \rightarrow ۰ \end{cases}$

تمرین ۱ علی نوری ۹۴۳۱۰۷۸۵

۳

a) $x(t) = \sin^2\left(4t - \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$$= \frac{1 - \cos\left(8t - \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}\left(1 - \sin(8t)\right)$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \longrightarrow f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{4}{\pi}$$

$$\frac{1}{2}\left(1 - \sin\left(8\left(t + \frac{\pi}{4}\right)\right)\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \sin(8t + 2\pi)\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \sin(8t)\right)$$

b) $x(t) = e^{-2|t|}\sin(t) = \begin{cases} t \geq 0 \rightarrow e^{-2t}\sin(t) \\ t < 0 \rightarrow e^{2t}\sin(t) \end{cases}$

نامتناوب است چون اصلا این ۲ تابع باهم برابر نیستند.

c) $x(t) = e^{3j\left(8t + \frac{\pi}{3}\right)} = e^{\pi j} \times e^{3 \times 8tj} = -e^{24tj}$

متناوب است

$$T_0 = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} \rightarrow f_0 = \frac{12}{\pi}$$

$$-e^{24\left(t + \frac{\pi}{12}\right)j} = -\left(e^{2\pi j} \times e^{24tj}\right) = -e^{24tj}$$

تمرین ۱   علی نقوی ۹۶۳۱۰۷۵

d) $x(t) = \sin^{3}(5t)$ $\longrightarrow$ $\sin$ مانند

متناوب است

$T_0 = \frac{2\pi}{5} \longrightarrow f_0 = \frac{5}{2\pi}$

---

e) $x[n] = 3\sin(4\pi n)$

$\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} = \frac{N}{m} \Rightarrow N = 1 \longrightarrow f_0 = 1$

---

f) $x[n] = 3\sin(4n)$

$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ گویا نیست $\Rightarrow$ متناوب نیست

---

g) $x[n] = e^{\frac{jn}{2}} + e^{\frac{jn}{3}}$

$\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$

12π

گویا نیست

نامتناوب است

تمرین ۱   علی تنظری ۹۶۲۳۱۰۷۸

h) $x[n] = e^{\frac{jn\pi}{2}} + e^{\frac{jn\pi}{3}}$ متناوب است

$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ $\xrightarrow{\text{ک.م.م}} 12 = N \rightarrow f_0 = \frac{1}{12}$

---

i) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{8} n^2\right)$ متناوب است

$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{8}} = 16 = N^2 \Rightarrow \cancel{N = 4}$

$\xrightarrow{\text{بررسی}} \cos\left(\frac{\pi}{8}(n+4)^2\right) = \cos\left(\frac{\pi}{8}n^2 + 2\pi + n\pi\right) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{8}n^2\right) & \text{زوج } n \\ -\cos\left(\frac{\pi}{8}n^2\right) & \text{فرد } n \end{cases}$

$\xRightarrow{\text{۲ برابر}} \boxed{N = 8} \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{1}{8}}$

---

j) $x[n] = (-1)^n \cos\left(\frac{2\pi}{5} n\right)$

$= \cos(n\pi)\cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right) = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{7\pi}{5}n\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{5}n\right)\right)$

$\frac{2\pi}{\frac{7\pi}{5}} = \frac{10}{7} \longrightarrow N_1 = 10$ $\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{5}} = \frac{10}{3} \rightarrow N_2 = 10$

$\xRightarrow{\text{ک.م.م}} \boxed{N = 10} \longrightarrow f_0 = \frac{1}{10}$

متناوب است

علی تولی ۹۶۳۱۰۷۸۵ تمرین ۱

k) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-(2t-n)} = \dots + e^{-2} e^{-2t} + \dots + e^{2} e^{-2t} + \dots$

پریود $\frac{2\pi}{2} = \pi \xrightarrow{\text{پریود}} \pi = T_0$

$\sum_{\text{جواب}} = e^{-2} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{n} = \infty$

۴

	Memoryless	Causal	Stable	Time-Invariant	Linear
a	1	1	1	1	0
b	1	1	1	0	1
c	0	0	0	0	1
d	1	1	1	1	0
e	0	0	1	0	1
f	1	1	0	0	1
g	1	1	1	0	1
h	0	0	0	1	1

تمرین ۱ — علی نظری ۹۶۲۳۱۰۷۸

a) $y(t)=e^{x(t)}$

① خروجی به ورودی های قدیمی ارتباطی ندارد ← بی حافظه

② خروجی به ورودی های آینده ارتباطی ندارد ← علی است

③ به ازای ورودی محدود حتما خروجی محدود است ← پایدار

$y_1(t)=e^{x_1(t)}$

④

$x_2(t)=x_1(t-t_0) \rightarrow y_2(t)=e^{x_1(t-t_0)}$

$y_1(t-t_0)=e^{x_1(t-t_0)} \Rightarrow$ T.I هست

⑤ خطی نیست

$$e^{x_1(t)+x_2(t)} \neq e^{x_1(t)}+e^{x_2(t)}$$

---

b) $y(t)=\cos(3t)x(t)$

① خروجی به ورودی ها قدیمی ربطی نداره ← بی حافظه

② خروجی به ورودی آینده ارتباطی نداره ← علی

③ ورودی محدود خروجی محدوده ← پایدار

$y_1(t)=\cos(3t)x_1(t)$

④

$x_2(t)=x_1(t-t_0) \rightarrow y_2(t)=\cos(3t)x_1(t-t_0)$

$y_1(t-t_0)=\cos(3t-3t_0)x(t-t_0) \Rightarrow$ T.I نیست

⑤

$$\cos(3t)\big(x_1(t)+x_2(t)\big)=\cos(3t)x_1(t)+\cos(3t)x_2(t)$$ خطی

علی نوری ۹۶۳۱۰۷۵ تمرین ۱

---

c) $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau$

۱) خروجی به ورودی های قبلی مربوط ← با حافظه

۲) به ورودی های آینده ربط داره ← علی نیست

۳) معلوم نیست به ازای یک ورودی معلوم این انتگرال هم محدود باشد ← ناپایدار

۴) $\int_{-\infty}^{2t} x(\tau - t_0)\, d\tau \neq \int_{-\infty}^{2t-2t_0} x(\tau - t_0)\, d(\tau - t_0)$ T.I نیست

۵) $\int_{-\infty}^{2t} \left[x_1(\tau) + x_2(\tau)\right] d\tau = \int_{-\infty}^{2t} x_1(\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{2t} x_2(\tau)\, d\tau$ خطی

---

d) $y(t) = \sin(x(t))$

۱) به ورودی های قبلی ربطی نداره ← بی حافظه

۲) به ورودی های بعدی ربطی نداره ← علی

۳) کلا ورودی محدود باشه خروجی محدوده ← پایدار

۴) $\sin(x(t-t_0)) = \sin(x(t-t_0))$ T.I هست

۵) دیگه سینوسیه، خطی نیست

$\sin(x_1(t) + x_2(t)) \neq \sin(x_1(t)) + \sin(x_2(t))$

تمرین 1 — علی نظری ۹۶۳۱۰۷۵

e) $y[n] = x[4n+1]$

۱) خروجی به ورودی‌های دیگر نیاز مندند ← با حافظه

۲) به ورودی های بعدی مرتبط است ← علّی نیست

۳) به ازای ورودی محدود ، خروجی محدود است ← پایدار

۴) $x[4n - n_0 + 1] \neq x[4(n-n_0)+1]$

T.I نیست

۵) $x_1[4n+1] + x_2[4n+1]$ ✓ خطی

f) $y[n] = (n-2)x[n]$

۱) به ورودی های دیگر نیاز ندارد ← بی‌حافظه

۲) به ورودی های بعدی نیاز ندارد ← علّی

۳) به ازای ورودی محدود ، معلوم نیست که $(n-2)$ محدود باشد ← ناپایدار

۴) $(n-2)x[n-n_0] \neq (n-n_0-2)x[n-n_0]$

T.I نیست

۵) $(n-2)x_1[n] + (n-2)x_2[n] = (n-2)(x_1[n]+x_2[n])$

خطی است

علی نظری ۹۶۳۱۰۷۵ تمرین 1

---

g) $y[n] = x[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-(2k+1)]$

۱) به ورودی های دیگر بستگی ندارد ← بی حافظه

۲) به ورودی های آینده بستگی ندارد ← علی

۳) با ورودی محدود خروجی محدود دارد ← پایدار

۴)

$$x[n-n_0] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-n_0-(2k+1)]$$

$$\neq x[n-n_0] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-(2k+1)]$$

T.I نیست

۵)

$$x_1[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-(2k+1)] + x_2[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-(2k+1)]$$

$$= \left(x_1[n]+x_2[n]\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-(2k+1)]$$

خطی

---

h) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k+3]$

۱) به ورودی های دیگر بستگی دارد ← با حافظه

۲) به ورودی آینده محتاج ← علی نیست

۳) معلوم نیست با ورودی محدود، این Σ نامحدود نشود ← ناپایدار

۴)

$$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k+3-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x[k+3]$$

T.I هست

۵)

$$\sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k+3] + x_2[k+3] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k+3] + \sum_{k=-\infty}^{n} x_2[k+3]$$

تمرین ۱ ۹۶۳۱۰۷۵ علی تقوی

۵

a) $y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$

مثال نقض : $x(t) = t \longrightarrow \frac{d}{dt} t = 1 \longrightarrow$ برای ورودی ها مختلف خروجی یکسان است

$\Leftarrow$ معکوس ناپذیر

---

b) $y[n] = x[2n]$

مثال نقض : $x[n] = \begin{cases} 0 & , n = 2k \\ 1 & , n \neq 2k \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y(1) = x[2] = 0 \\ y(0) = x[0] = 0 \end{cases} \Longrightarrow$ معکوس ناپذیر

---

c) $y(t) = x(2t)$

مثال نقض : $x(t) = \begin{cases} 1 & t > 1 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < -1 \end{cases} \Rightarrow$ معکوس ناپذیر

$\Rightarrow \begin{cases} y(2) = x(4) = 1 \\ y(4) = x(8) = 1 \end{cases} \Longrightarrow$ معکوس ناپذیر

تمرین ۱ علی تقوی ۹۶۳۱۰۷۵

---

(۴)

$$E_\infty = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} p(t)\,dt = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2\,dt$$

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} P(t)\,dt \quad \text{یا} \quad \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} P[n]$$

a) $x(t) = e^{-8t}u(t) \rightarrow E_\infty = \lim \int_{-T}^{T} e^{-16t} u^2(t)\,dt$

$$= \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{0} 0 + \lim_{T\to\infty} \int_{0}^{T} e^{-16t}\,dt$$

$$= -\frac{e^{-16t}}{16}\Big|_0^\infty = \frac{1}{16} \Rightarrow \underline{E_\infty = \frac{1}{16}}$$

$$\rightarrow P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} e^{-16t} u^2(t)\,dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{32T} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{P_\infty = 0}$$

تمرین ۱ ۹۶۳۱۰۷۵ علی تقوی

---

b) $x(t) = e^{j(۳t+\frac{\pi}{۸})} = Cos(۳t+\frac{\pi}{۸}) + j\, Sin(۳t+\frac{\pi}{۸})$

$$E_\infty = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} \left(Cos(۳t+\frac{\pi}{۸}) + jSin(۳t+\frac{\pi}{۸})\right)\left(Cos(۳t+\frac{\pi}{۸}) - jSin(۳t+\frac{\pi}{۸})\right)$$

$$= \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} Cos^{۲}(۳t+\frac{\pi}{۸}) + Sin^{۲}(۳t+\frac{\pi}{۸}) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} ۱\, dt$$

$$\Rightarrow \underline{E_\infty = \infty}$$

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{۱}{۲T} \int_{-T}^{T} Cos^{۲}(۳t+\frac{\pi}{۸}) + Sin^{۲}(۳t+\frac{\pi}{۸})$$

$$= \frac{۲T}{۲T} = ۱ \quad \Rightarrow \underline{P_\infty = ۱}$$

---

c) $x[n] = (\frac{۱}{۳})^n u[n]$

$$E_\infty = \lim_{N\to\infty} \sum_{-N}^{N} (\frac{۱}{۳})^{۲n} u^{۲}[n] = \lim_{N\to\infty} \sum_{۰}^{N} (\frac{۱}{۳})^{۲n} = \frac{۱}{۱-\frac{۱}{۹}} = \frac{۹}{۸}$$

$$\Rightarrow \underline{E_\infty = \frac{۹}{۸}}$$

$$P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{۱}{۲N+۱} \sum_{-N}^{N} (\frac{۱}{۳})^{۲n} u^{۲}[n] = \lim_{N\to\infty} \frac{\sum_{۰}^{N} (\frac{۱}{۳})^{۲n}}{۲N+۱} = ۰$$

$$\Rightarrow P_\infty = ۰$$