# مجموعه سوالات

درس

## سیگنال ها و سیستم ها

به نام...؟؟؟

مجموعه سوالات موجود حاصل گلچین کردن و به گزینی سوالات منابع مختلف درس سیگنال ها و سیستم هاست. هدف از تهیه این مجموعه، ایجاد یک بانک سوال مفید و جامع می باشد که تمام نیازهای دانشجویان این درس را بطور کامل برطرف کند و با تنوع تعبیه شده، دانشجویان عزیز با انواع مختلف و ممکن سوالات امتحانی آشنا شوند.امید است دانشجویان عزیز حداکثر بهره برداری مفید را از این مجموعه به عمل آورند.

در پایان، این مجموعه را به عنوان تحفه ای ناچیز به پاس زحمات ارزشمند استاد عزیز،

**آقای دکتر راستی**، به ایشان تقدیم میکنم.

با تقدیم احترام

**جلال خوهک**

دانشجوی ورودی ۸۹ دانشکده مهندسی پزشکی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر ( پلی تکنیک تهران )

" زمستان ۱۳۹۱ "

**Email: jkhouhak@gmail.com**

## انرژی و توان سیگنال :

۱) انرژی و توان سیگنال های زیر را محاسبه کنید؟

( انرژی و توان بی نهایت )

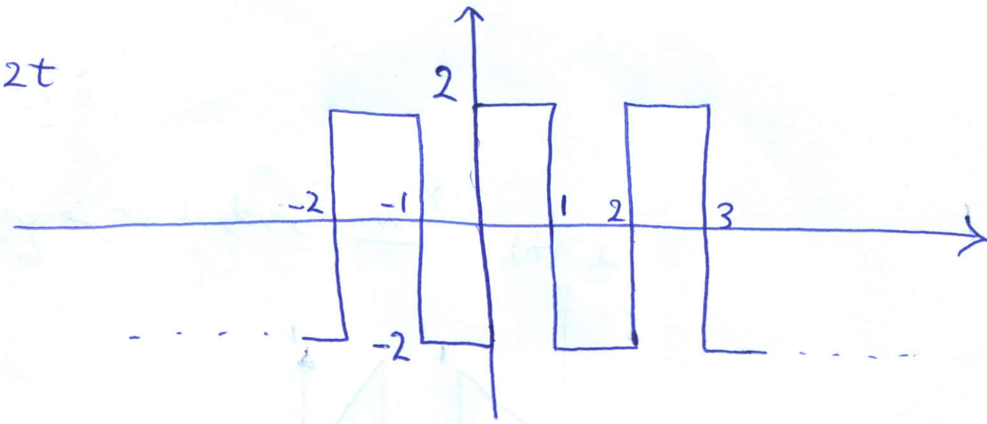
الف) $x(t) = \cos 2t$

ب) $x(t) = e^{-t} u(t)$

ج) $x(t) = \sin t + 4\cos 2t$

د) سیگنال شکل ① $\longrightarrow$

شکل ①



## سیگنال های متناوب و تعیین دوره تناوب :

2) تعیین کنید آیا هر یک از سیگنال های زیر متناوب است یا خیر! درصورت متناوب بودن دوره تناوب اصلی را بدست آورید!

الف) $x[n] = \sin(n)$

ب) $x(t) = \sin \frac{\pi}{3} t$

ج) $x[n] = u[n] + u[-n]$

د) $x(t) = \sin(\frac{\pi}{3} t^2)$

هـ) $x[n] = \cos(\frac{\pi}{8} n^2)$

و) $x(t) = \sin t + \cos 2t$

ز) $x(t) = [\cos(2t - \frac{\pi}{6})]^2$

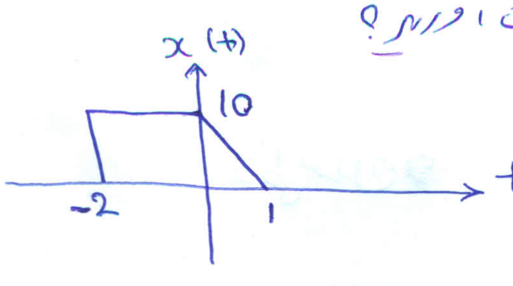
ح) $x(t) = \mathcal{E}v(\cos(t) u(t))$

ط) $x[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-(2t-n)}$

ی) $x[n] = 1.5$

## تبدیلات متغیر مستقل :

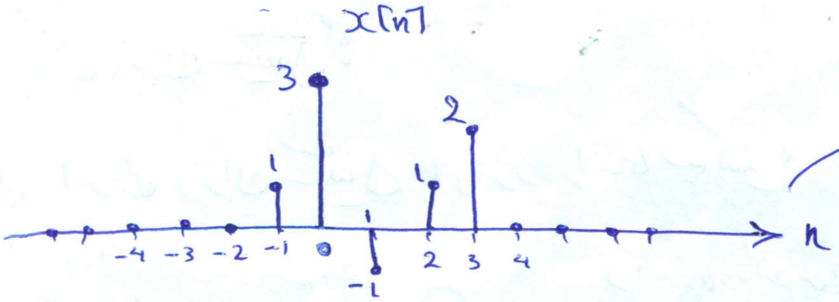
3) با فرض سیگنال $x(t)$ ، سیگنال های خواسته شده را بدست آورید؟



$\longrightarrow x(2t) , x(-2t-3) , x(3-t) , x(-t)$

② ص

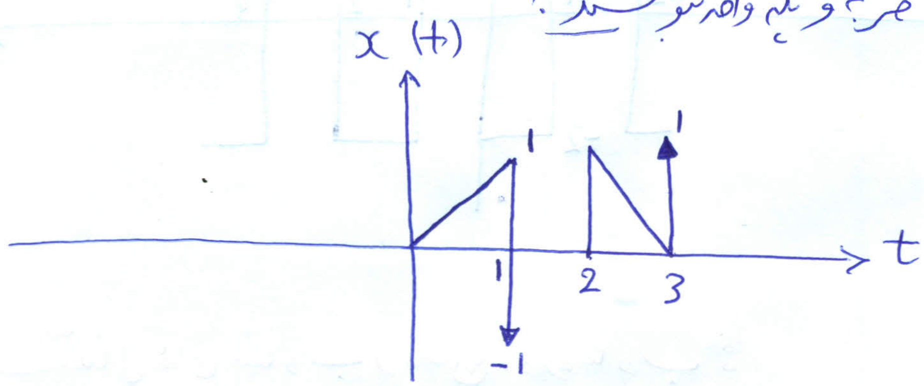
4) با توجه به سیگنال $x[n]$، سیگنال های خواسته شده را به دست آورید؟



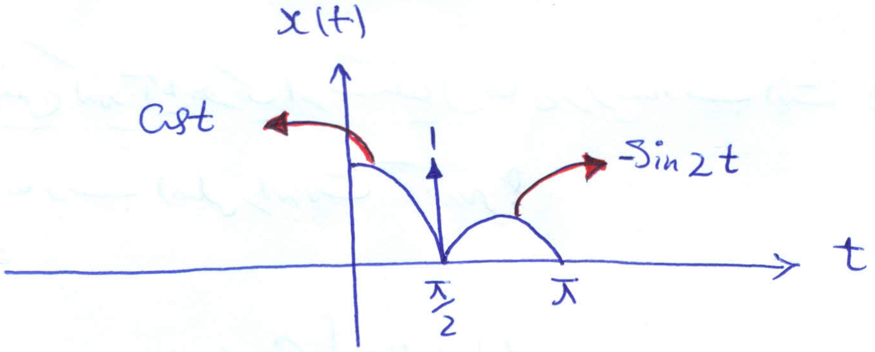

① $x[\frac{n}{2}]$ ، ② $x[2n]$ ، ③ $x[-2n-1]$ ،
④ $x[3n+4]$ ، ⑤ $x[n-1]$

* نوشتن یک سیگنال بر حسب توابع پایه:

5) ضابطه سیگنال های زیر را بر حسب توابع ضربه و پله واحد بنویسید؟




$x(t) = ?$




$x(t) = ?$

خواص سیستم ها:

6) ویژگی های خواسته شده برای هر سیستم را تعیین کنید؟

الف) $y[n] = (x[n] - x^2[n])$ → خطی بودن - نامتغیر با زمان بودن

ب) $y(t) = x(\cos t)$ → علی بودن

ج) $y(t) = \cos(x(t))$ → علی بودن

د) $y(t) = x(t) + \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$ → خطی بودن

③

ث) $y(t) = \begin{cases} t & t<2 \\ x^2(t) & t>2 \end{cases}$ → حافظه دار بودن

ج) $y(t) = \dfrac{x(t)}{x(t-1)}$ → علی بودن، تغییرناپذیر با زمان بودن، خطی بودن، حافظه دار بودن

چ) $y(t) = \dfrac{1}{1+x^2(t)}$ → پایداری

ح) $y[n] = x[0] + \sum_{-\infty}^{n} x[k]$ → خطی بودن و علّی بودن

خ) $y(t) = \begin{cases} x(t^2) & 0\leq t<1 \\ x(t) & \text{otherwise} \end{cases}$ → علیت و معکوس پذیری

د) $y(t) = x(0)\, x(t)$ → علیت و معکوس پذیری

ذ) $y[n] = \begin{cases} x[n] & n \to \text{زوج} \\ x[n-3] & n \to \text{فرد} \end{cases}$ → وارون پذیری و تغییرپذیری با زمان

ر) $y(t) = e^{\frac{j}{|x(t)|}}$ → وارون پذیری، علیت، پایداری، خطی بودن

ز) $y(t) = \begin{cases} x(t) & t \leq |x(t)| \\ \dfrac{x(-t)}{t} & t > |x(t)| \end{cases}$ → حافظه دار بودن

س) $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ → حافظه دار بودن

ش) $y[n] = x\left[\dfrac{n}{8}\right]$ → خطی بودن ـ علیت ـ حافظه دار بودن

خطی بودن ـ معکوس پذیری

ص) $y(t) = \dfrac{t+1}{t-1}\, x(t)$ →

خطی بودن ـ علیت

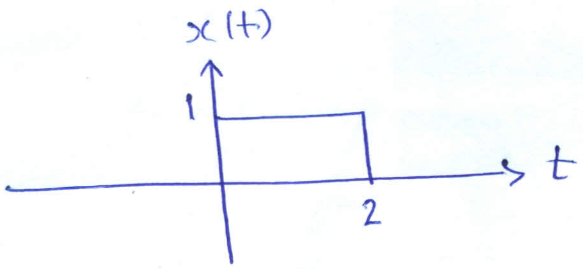
ض) $y(t) = e^{\frac{1}{x(t)}}$ → پایداری

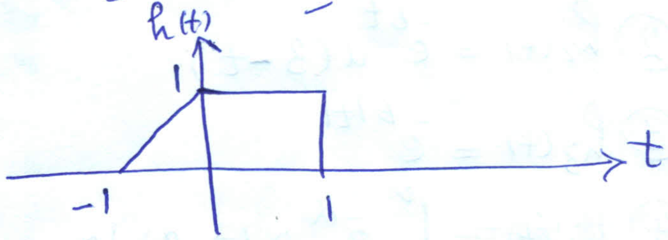
J.kh والسلام

## انتگرال و جمع کانولوشن:

۱) کانولوشن های زیر را محاسبه کنید.

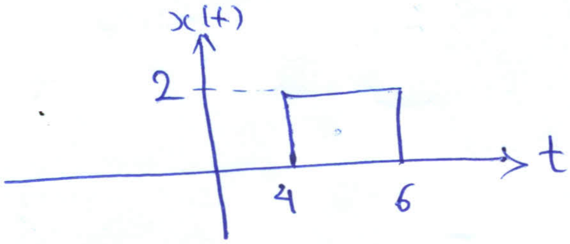
الف)

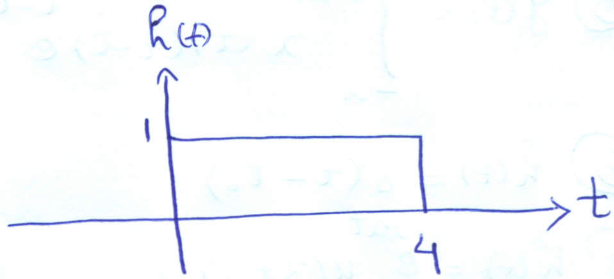



$$y(t) = x(t) * h(t) = ?$$

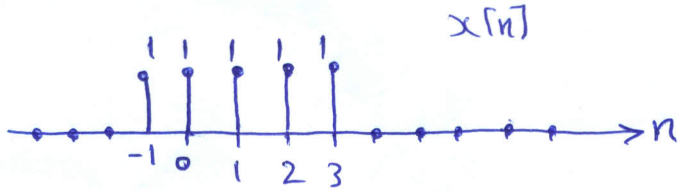
ب)

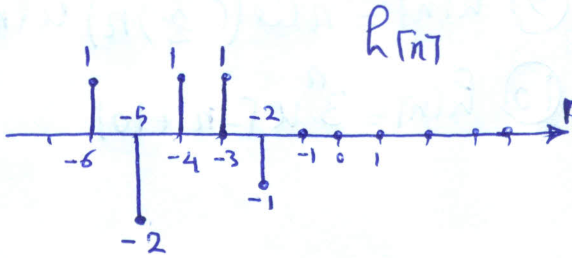



$$y(t) = x(t) * h(t) = ?$$

ج)




$$y[n] = x[n] * h[n]$$

د)

$$x(t) = e^{-\alpha t} u(t)$$
$$h(t) = e^{-\beta t} u(t)$$

$$\longrightarrow \quad y(t) = x(t) * h(t) \quad \begin{cases} \alpha = \beta \\ \text{و} \\ \alpha \neq \beta \end{cases}$$ در هر دو حالت

ه)

$$x[n] = u[n]$$

$$h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 1 \\ -2 & 2 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad y[n] = x[n] * h[n]$$

② ص

# ویژگی های سیستم های LTI :

② کدام یک پایدار است؟

① $h_1(t) = e^{-t}\cos(2t)\,u(t)$

② $h_2(t) = e^{-6t}\,u(3-t)$

③ $h_3(t) = e^{-6|t|}$

④ $y(t) = \int_{-1}^{\infty} e^{-\alpha}\, x(t-\alpha)\, d\alpha$

⑤ $y(t) = \int_{-\infty}^{t+1} x(\tau)(t-\tau)\, e^{\tau-t}\, d\tau$

⑥ $h(t) = \delta(t-t_0)$

⑦ $h(t) = e^{jat}\, u(3t+1)$

⑧ $h[n] = \delta[n-n_0]$

⑨ $h[n] = n\cos\left(\left(\frac{\pi}{4}\right)n\right)u[n]$

⑩ $h[n] = 3^n u[-n+10]$

③ کدام یک علی است؟

① $h(t) = e^{2t}\, u(-t-1)$

② $h(t) = t\, e^{-t}\, u(t)$

③ $h(t) = e^{-2t}\, u(t+50)$

④ $y(t) = \int_{-1}^{\infty} e^{-\alpha}\, x(t-\alpha)\, d\alpha$

⑤ $y(t) = \int_{-\infty}^{t+1} x(\tau)(t-\tau)\, e^{\tau-t}\, d\tau$

⑥ $y(t) = \begin{cases} x(t) & -1 < \frac{x(t)}{t} < 1 \\ 1 & \text{others} \end{cases}$

⑦ $h[n] = n\,u[-n-1]$

⑧ $h[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

⑨ $h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + (1.01)^n u[n-1]$

⑩ $h[n] = n\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-1]$

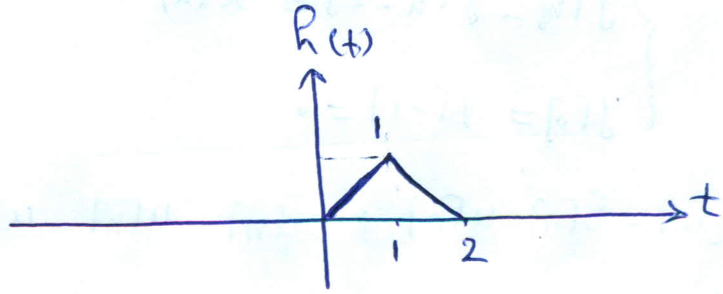
④ کدام یک حافظه دار است؟

① $h[n] = u[n]$

② $h(t) = u(t)$

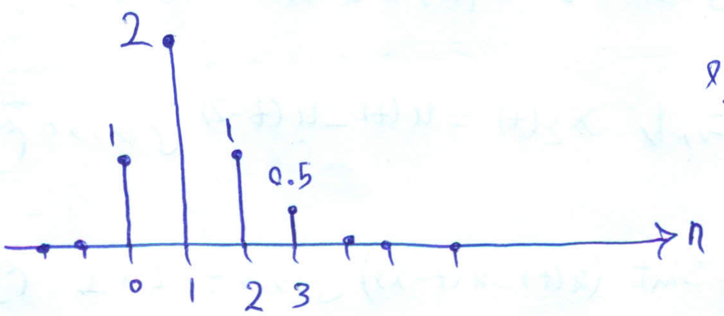
③ $h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 3 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$

④ $h(t) \Rightarrow$ شکل ①




⑤ پاسخ یک سیستم LTI به ضربه لغزش یافته $x[n] = \delta[n-1]$ به صورت زیر است. آیا این سیستم علی، حافظه دار، و پایدار است؟

$y[n] \rightarrow$




⑥ یک سیستم LTI دارای پاسخ ضربه $h(t)$ می باشد. چنانچه به این سیستم ورودی $x(t)$ اعمال شود، خروجی کدام است؟

1) $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau$

2) $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau$

3) $y(t) = x(t)\,h(t)$.

4) گزینه 1 و 2 صحیح است.

7) سیستم LTI S و سیگنال $x(t)=e^{-3t}u(t-1)$ را در نظر بگیرید. اگر $x(t)\to y(t)$ و $\frac{dx(t)}{dt}\to -3y(t)+e^{-2t}u(t)$، پاسخ ضربه $h(t)$ را برای S تعیین کنید.

8) اگر $x(t)*h(t)=y(t)$ ، $x(t-1)*h(t-1)=?$

9) اگر $y(t)=x(t)*h(t)$ ، $x(2t)*h(2t)=?$

10) سیستم گسسته در زمان با ورودی - خروجی و شرایط اولیه زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} y[n]-y[n-2]=x[n] \\ y[0]=y[-1]=0 \end{cases}$$

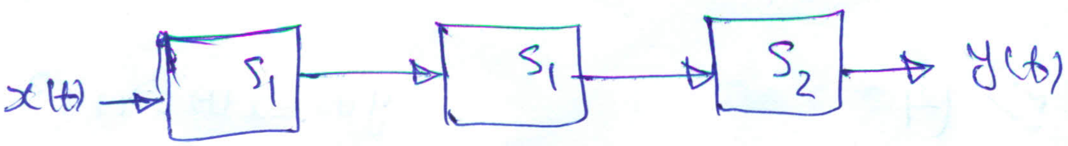
این سیستم به ازای کدام یک از ورودی های $x_1[n]=u[n]-u[n-4]$ و $x_2[n]=\delta[n]-u[n]$ LTI و علی است؟

11) یک سیستم LTI، به $x_1(t)=u(t)-u(t-1)$ ، خروجی $y_1(t)=r(t)$ را می دهد. پاسخ این سیستم به ورودی $x_2(t)=u(t)-u(t-2)$ را بدست آورید.

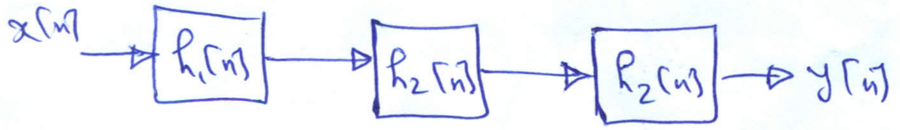
12) اگر پاسخ سیستم LTI به ورودی $x(t)=\sin t\,(u(t)-u(t-\pi))$ برابر با $y(t)=e^{-t}u(t)$ ، پاسخ به $x_e(t)$ (قسمت زوج سیگنال $x(t)$) را بدست آورید.

13) سیستم $S_1 \leftarrow h_1(t)=u(t)-u(t-1)$ و $S_2 \leftarrow h_2(t)=\delta(t+1)$

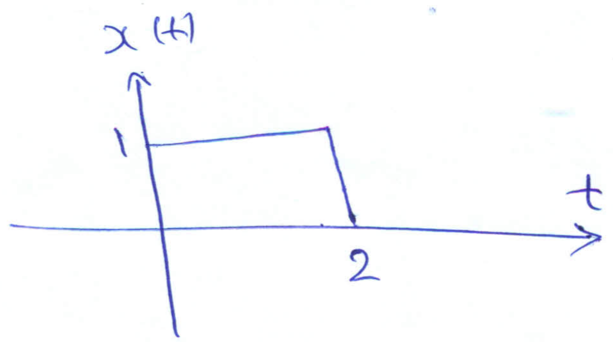
اگر $x(t)=e^{-t}u(t)$ ، $y(0)$ را بدست آورید.

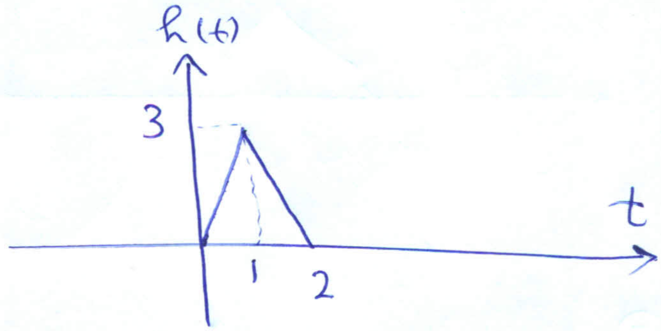


(14) اتصال متوالی ۳ سیستم علی LTI را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. پاسخ ضربه $h_2[n]$ برابر است با $h_2[n]=u[n]-u[n-2]$ و پاسخ ضربه کلی سیستم بصورت زیر است. $h_1[3]$ را بدست آورید؟

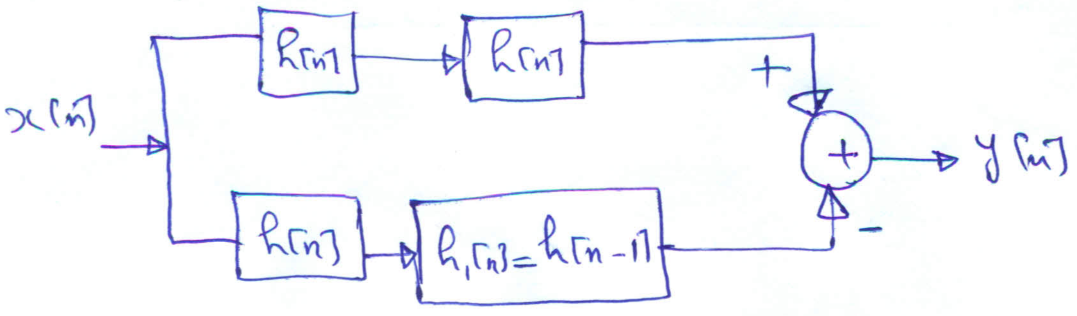



(15) فرض کنید ورودی $x(t)$ و پاسخ ضربه $h(t)$ یک سیستم LTI بصورت زیر باشند. در صورتیکه خروجی این سیستم را $y(t)$ بنامیم، $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)\,dt$ را بدست آورید.

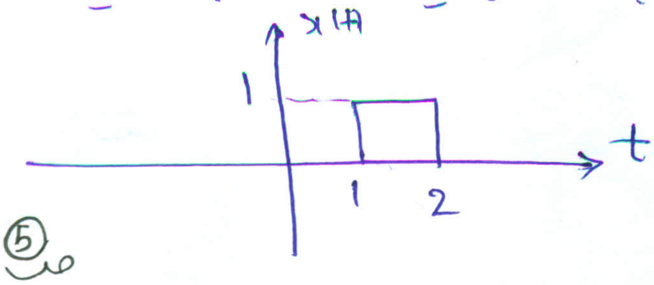


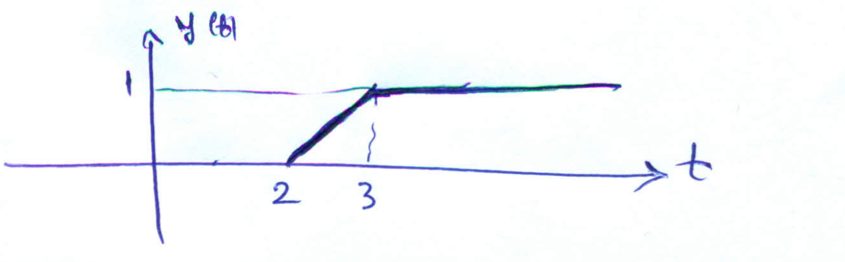




(16) اگر $h[n]=(n+1)u[n]$ باشد، پاسخ ضربه کلی سیستم مقابل را بدست آورید؟



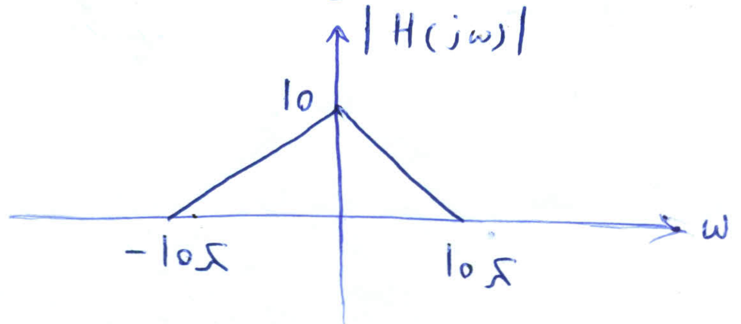

(17) ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ یک سیستم LTI مطابق شکل های زیر است. $h(t)$ را بدست آورید؟

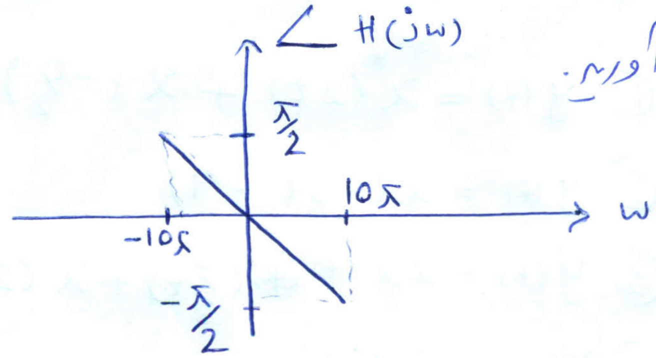


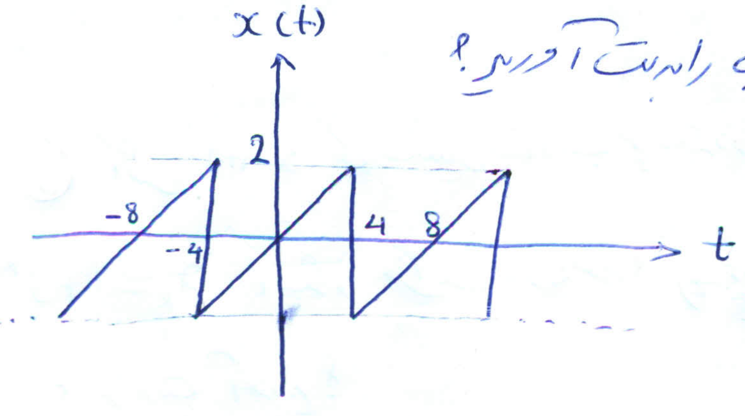
## کاربرد سری فوریه در تحلیل سیستم های پیوسته-زمان LTI :

① فرض کنید $x(t)$ یک سیگنال متناوب با دوره تناوب اصلی $T_0 = 1/2$ و ضرایب سری فوریه $a_0 = 1$ ، $a_1 = a_{-1} = 1/2$ ، $a_{-2} = a_2 = 1/4$ و $|k|>2$ $a_k = 0$ می باشد. این سیگنال به یک سیستم با پاسخ فرکانسی $H(j\omega)$ مطابق با شکل زیر اعمال می شود. ضرایب سری فوریه و معادله خروجی را بدست آورید.



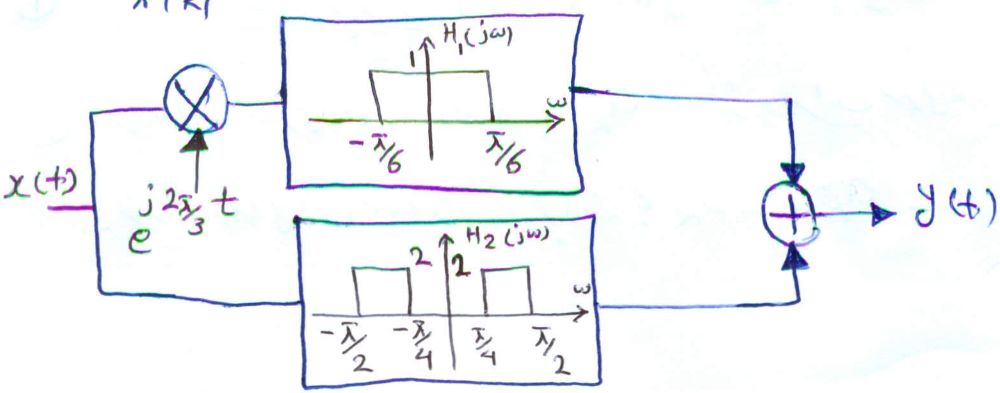

② یک سیستم با پاسخ فرکانسی $H(j\omega) = \frac{10\sin(4\omega)}{\omega}$ را در نظر بگیرید. اگر به این سیستم موج دندانه اره ای شکل زیر را اعمال کنیم، ضرایب سری فوریه خروجی را بدست آورید؟




③ اگر $x(t)$ ، یک سیگنال متناوب پیوسته با $T_0 = 6$ باشد، و ضرایب سری فوریه آن

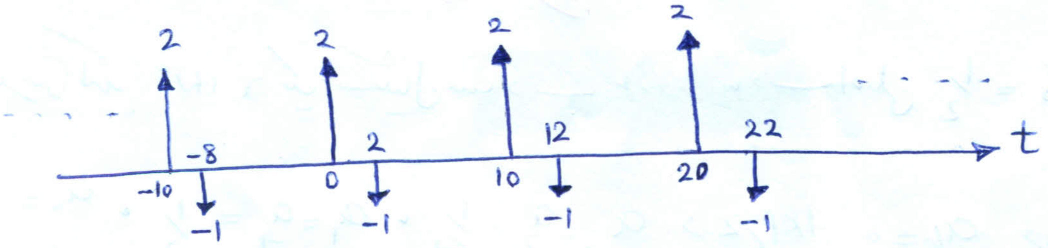
$$a_k = \begin{cases} 1 & k=0 \\ \frac{1}{\pi|k|} & k \neq 0 \end{cases}$$

با سامانه خروجی $y(t)$ را بدست آورید.



# سری فوریه پیوسته در زمان و خواص آن :

④ ضرایب سری فوریه سیگنال نشان داده شده را بدست آورید.




⑤ ضرایب سری فوریه سیگنال های زیر را برحسب ضرایب سری فوریه سیگنال $x(t)$ یعنی $a_k$ بدست آورید.

① $y(t) = x^*(2t) + x(-t/2)$

② $y(t) = x(-3t-4)$

③ $y(t) = 2x(t)\cos(\frac{\pi}{3}t) + x(2t)$

④ $y(t) = \mathcal{E}v(x(t))$ (قسمت زوج سیگنال $x(t)$)

⑤ $y(t) = x(1-t) + x(t-1)$

⑥ $y(t) = x(t) + x(\frac{2}{3}t)$

⑦ $y(t) = 2 + x^*(-t)$

⑥ اگر $x(t)$ یک سیگنال متناوب پیوسته در زمان با دوره تناوب اصلی $T_0 = 16$ و ضرایب سری فوریه $a_k = 1 + j^k$ باشد و ضرایب سری فوریه $y(t) = x(t)\cos(\frac{\pi}{2}t) + x(t)\sin(\frac{3\pi}{8}t)$ را $b_k$ بنامیم، $b_3$ را بدست آورید؟

⑦ کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟ چرا؟

① جمع دو سیگنال پریودیک $x(t)$ و $y(t)$ حتماً پریودیک است.

② اگر ضرایب سری فوریه $x(t)$، $a_k$، باشد و ضرایب سری فوریه $y(t)$، $b_k$، آنگاه ضرایب سری فوریه $x(t) + 2y(t)$ برابر است با $a_k + 2b_k$.

8) ضرایب سری فوریه قطار ضربه $x(t)=\sum 3\delta(2t-kT_0)$ را بدست آورید.

9) اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x(t)$ داده شده است. این سیگنال را نقش کنید.

1) $x(t)$ یک سیگنال حقیقی است.

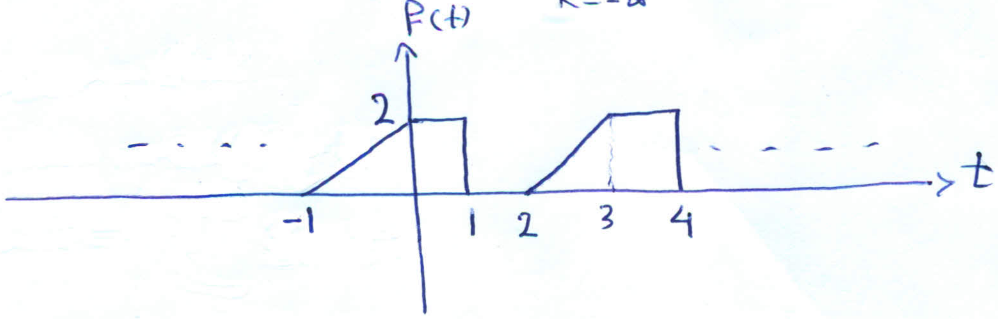
2) $x(t)$ با دوره $T=4$ متناوب است و ضرایب سری فوریه آن $a_k$ است.

3) برای $|k|>1$ داریم $\longleftarrow$ $a_k=0$

4) سیگنالی که ضرایب سری فوریه آن $b_k=a_{-k}e^{-jk\frac{\pi}{2}}$ است، فرد می باشد.

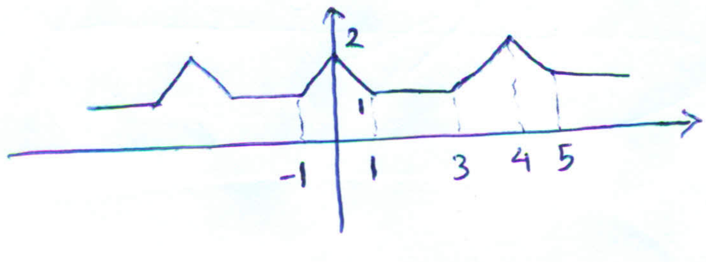
5) $\frac{1}{4}\int_{4}|x(t)|^2dt=\frac{1}{2}$

10) برای تابع نشان داده شده در زیر اگر $f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k e^{jk\frac{2\pi}{3}t}$ ، $a_3$ را بدست آورید.




11) ضرایب سری فوریه سیگنال $x(t)=1+\sin(t/3)+\cos(t/2)$ را بدست آورید.

12) ضرایب سری فوریه سیگنال روبرو را بدست آورید.




★

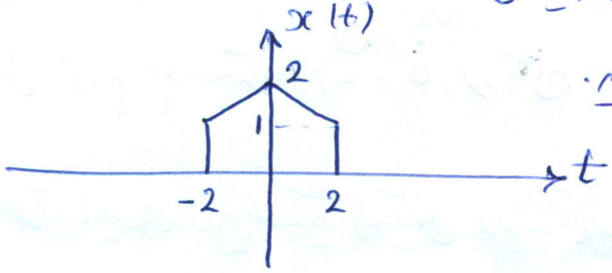
13) $x(t)$ یک سیگنال پیوسته با دوره تناوب T است و دارای ضرایب سری فوریه

$$a_k=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k u[k]+A\delta[k+2]$$

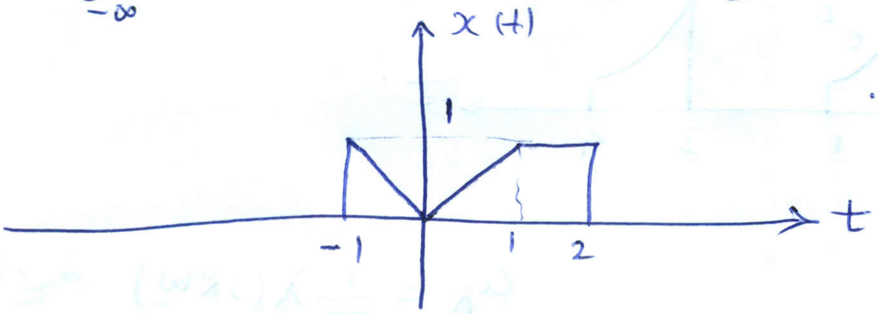
می باشد. چنانچه توان سیگنال $y(t)=x(t)+\sqrt{2}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ برابر با $\frac{4}{3}$ باشد، $|A|$ را بیابید.

J.kh «والسلام»

⑦ به یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t)=e^{-2t}u(t)$ ورودی زیر اعمال شده است. اگر $Y(j\omega)$ تبدیل فوریه خروجی باشد $Y(j0)$ (مقدار آن در مبدأ) را بدست آورید.

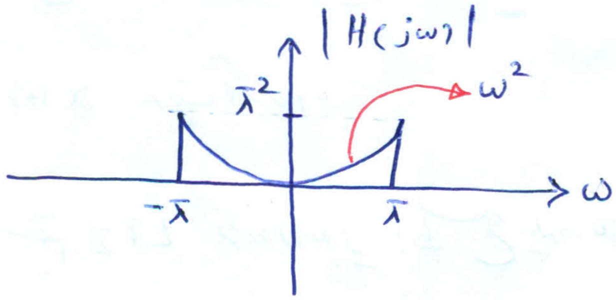


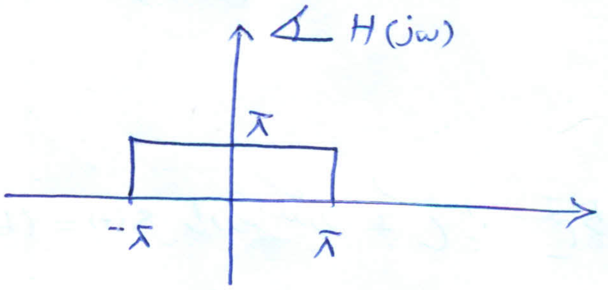

⑧ اگر تبدیل فوریه سیگنال داده شده در شکل زیر $X(j\omega)$ باشد، مقادیر $\int_{-\infty}^{+\infty}|X(j\omega)|^2 d\omega$ و $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, d\omega$ را بدست آورید.



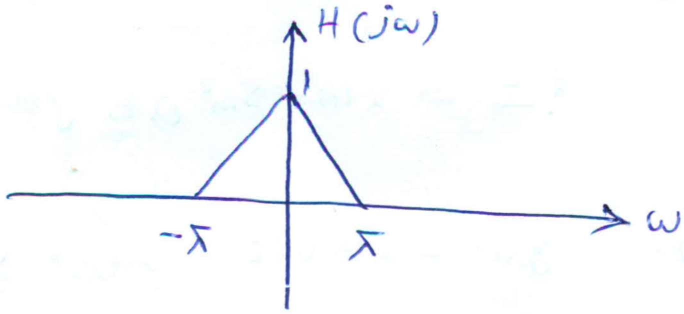

★

⑨ پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI به شکل زیر است. پاسخ پله سیستم را بدست آورید.




⑩ سیگنال $x(t)=\cos\frac{\pi}{3}t+\sin\frac{2\pi}{3}t$ وارد یک سیستم LTI با پاسخ فرکانسی شکل زیر می‌شود. خروجی را بدست آورید.



③ ص

(۱۱) تبدیل فوریه سیگنال‌های زیر را بدست آورید؟

① $x(t) = e^{t} u(-t)$

② $x(t) = \sin(1/t)$

③ $x(t) = \dfrac{t^2}{t^2+1}$ ★

④ $x(t) = t \sin t$

⑤ $x(t) = \sin|t|$ ★

⑥ $x(t) = \begin{cases} e^{-2t} & t>0 \\ e^{t} & t<0 \end{cases}$

⑦ $x(t) = \begin{cases} \cos t & |t|<\frac{\pi}{2} \\ 0 & |t|>\frac{\pi}{2} \end{cases}$

⑧ $x(t) = e^{-2|t-1|}$

⑨ $x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t-n|}$

⑩ $x(t) = \dfrac{t}{t+1}$

⑪ $x(t) = \dfrac{\sin \pi t}{\pi t} \cdot \dfrac{\sin 2\pi (t-1)}{\pi (t-1)}$

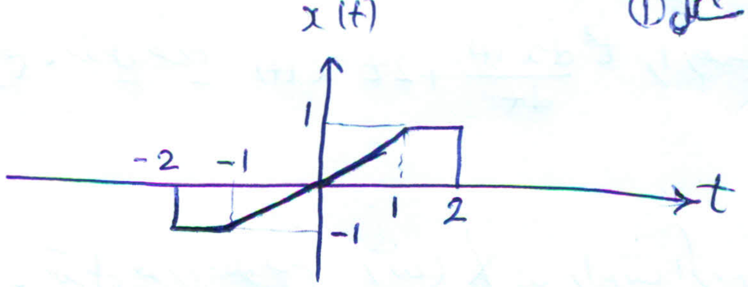
⑫ $x(t) = e^{-3|t|} \sin 2t$

⑬ $x(t) \rightarrow$ شکل ①

⑭ $x(t) = e^{-t} u(t) + 3\delta(t)$

⑮ $x(t) = \cos 2t + \sin \frac{\pi}{3} t$

شکل ①



(12) اگر تبدیل فوریه $x(t)$ را $X(f)$ بنامیم، تبدیل فوریه $y(t)$ را برحسب $X(f)$ بدست آورید.

$$y(t) = x(t-2)\,e^{j4\pi t}$$

(13) عکس تبدیل فوریه $Cos(\omega)$ و $Sin(\omega)$ را بدست آورید.

(14) یک سیستم LTI علی با معادله دیفرانسیل ورودی - خروجی

$$\frac{d^3y}{dt^3}+\frac{d^2y}{dt^2}=2\frac{d^2x}{dt^2}+x$$

موجود است. پاسخ فرکانسی، پاسخ ضربه و پاسخ این سیستم به ورودی $x(t)=10e^{-t}u(t)$ را بدست آورید.

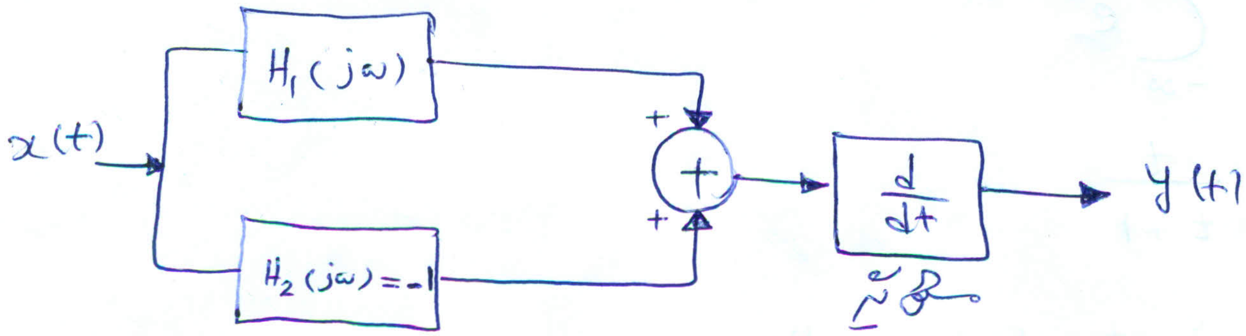
(15) سیستم LTI توصیف شده با معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+3y=\frac{dx}{dt}+2x$$

پاسخ این سیستم به ورودی $x(t)=e^{-t}u(t)$ را بدست آورید.

★

(16) تابع تبدیل کل سیستم را بدست آورید اگر $H_1(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega}$.




(17) اگر تبدیل فوریه $x(t)$ را با $X(f)$ بنامیم، تبدیل فوریه $t^2\frac{dx(t)}{dt}+2t\,x(t)$ را برحسب $X(f)$ بدست آورید.

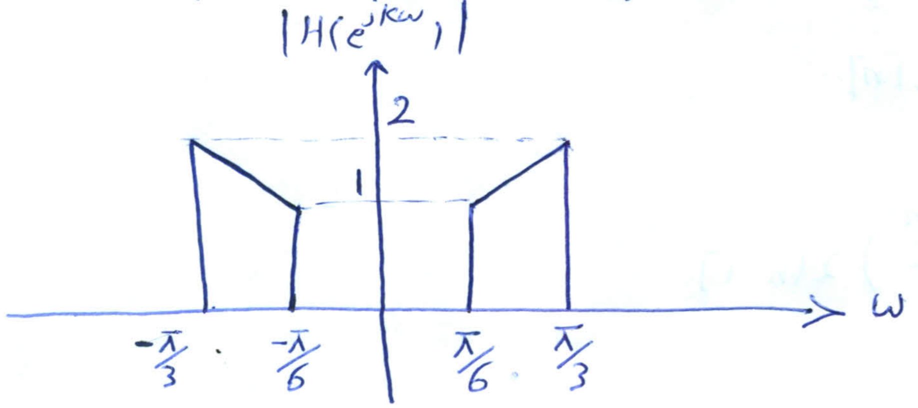
(18) اگر تبدیل فوریه $x(t)$ را با $X(\omega)$ نمایش دهیم، تبدیل فوریه معکوس $\omega X'(\omega)$ را بدست آورید.

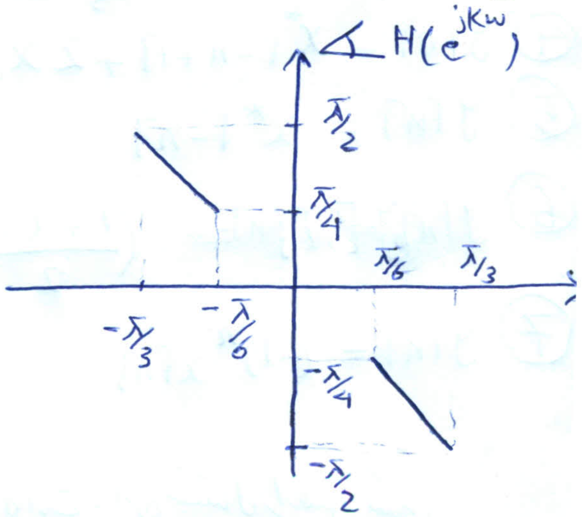
(19) اگر تبدیل فوریه $x(t)$، $X(j\omega)$ باشد تبدیل فوریه $Re(x(t))$ و $Im(x(t))$ را بدست آورید.

«والسلام»

## کاربرد سری فوریه در تحلیل سیستم های گسسته در زمان:

① فرض کنید $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-8k]$ به یک سیستم با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ اعمال می‌شود. دامنه و فاز پاسخ این سیستم روی یک دوره تناوب $(2\pi)$ در شکل نشان داده شده‌اند. خروجی $y[n]$ را بدست آورید.




② وقتی قطار ضربه $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-4k]$ ورودی یک سیستم LTI خاص با پاسخ فرکانسی $H(e^{jk\omega})$ است، خروجی سیستم به صورت $y[n]=\cos(\frac{5\pi}{2}n+\frac{\pi}{4})$ است. مقادیر $H(e^{jk\frac{\pi}{2}})$ را به ازای $k=0,1,2,3$ تعیین کنید. ✱✱✱✱✱

③ ضرایب سری فوریه سیگنال های زیر را تعیین کنید.

① $x[n]=\sin(2n\pi/3)\cos(n\pi/2)$

② $x[n]=\sin(n\frac{\pi}{6})+\sin(5n\frac{\pi}{4})$

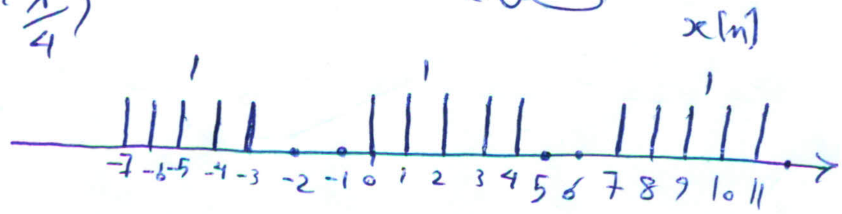
③ سیگنال شکل ①

④ $x[n]=\sin^2(\frac{\pi}{7}n)+\cos(n\pi)$

⑤ $x[n]=2+\cos(\frac{3\pi}{7}(n-1))$

⑥ $x[n]=(-1)^n$

شکل ①



④ اگر ضرایب سری فوریه سیگنال $x[n]$ ، $a_k$ باشد ضرایب سری فوریه سیگنال های زیر را برحسب $a_k$ بدست آورید.

① $y[n] = -\frac{1}{2} + x[n]$

② $y[n] = e^{j\frac{\pi}{2}n} x[n] + x^*[n]$

③ $y[n] = x[n] \cos(\frac{n\pi}{3})$

④ $y[n] = x^*[-n+1] + 2x_{(3)}[n]$

⑤ $y[n] = x^*[-n]$

⑥ $y[n] = \left(\frac{1+(-1)^n}{2}\right) x[n-1]$

⑦ $y[n] = (-1)^n x[n]$

⑤ فرض کنید اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x[n]$ داده شده است. این سیگنال را مشخص کنید.

① $x[n]$ با دوره تناوب $\underline{6}$ متناوب است.

② $\sum_{n=0}^{5} x[n] = 2$

③ $\sum_{n=2}^{7} (-1)^n x[n] = 1$

④ در میان تمام سیگنال هایی که سه شرط بالا را دارند $x[n]$ حداقل توان متوسط را داراست.

⑥ فرض کنید اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x[n]$ داده شده است. $x[n]$ را مشخص کنید.

① $x[n]$ حقیقی فرد است.

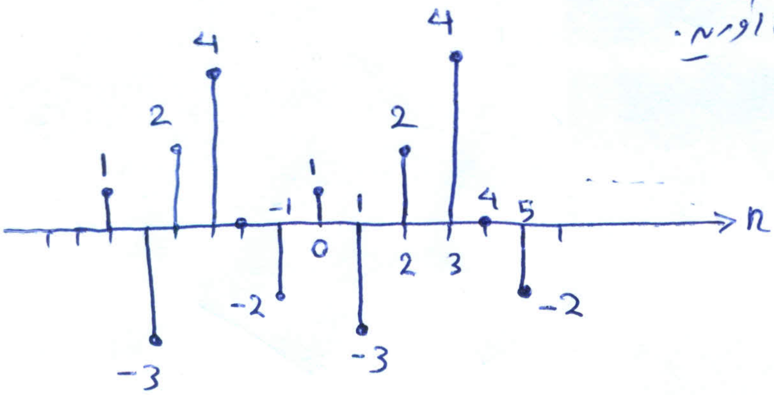
② دوره تناوب $x[n]$ ، 8 می باشد.

③ $a_9 = 5j$

④ $\frac{1}{8} \sum_{n=0}^{7} |x[n]|^2 = 50$

(7) سیگنال $x[n]=(-1)^n$ مفروض است. ضرایب سری فوریه این سیگنال را $a_k$ نامیده و سیگنال جدید $b_n=-\frac{1}{2}+a_n$ تعریف می‌کنیم. در این صورت حاصل ثابت $\frac{x[n]}{b_n}$ را به دست آورید.

(8) برای سیگنال شکل زیر مقدار $a_3$ را به دست آورید.




(9) برای کدام یک از سیگنال های زیر $a_1 \neq 0$ است؟

(1) $x[n]=\sin(2n)$

(2) $x[n]=(-1)^n$

(3) $x[n]=\sin(\frac{4\pi}{5}n+\phi)$

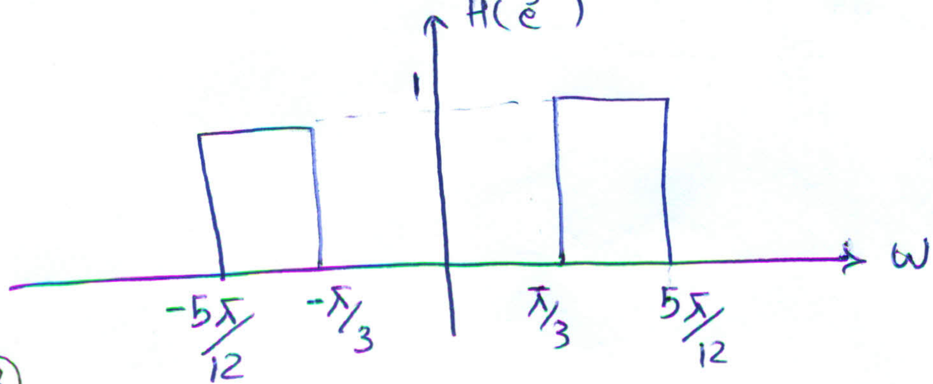
(4) $x[n]=\sin(\frac{3\pi}{7}n)$

(10) کدام یک از دو گزاره زیر صحیح می باشد؟

(1) ضرایب سری فوریه غیرصفر سیگنال $x[n]=\cos(\frac{\pi}{4}n)$ در یک دوره تناوب به ازای $k=\pm1$ است.

(2) ضرایب سری فوریه غیرصفر سیگنال $x[n]=\sin(\frac{3\pi}{5}n)$ در یک دوره تناوب به ازای $k=\pm1$ است.

(11) اگر $x[n]$ سیگنال متناوب $1+\sin(\frac{3\pi}{8}n+\frac{\pi}{4})$ باشد، فیلتر شده $x[n]$ با فیلتر زیر را بیابید.



## تبدیل فوریه گسسته در زمان و کاربرد آن در تحلیل سیستم‌های LTI:

① یک سیستم گسسته در زمان با پاسخ ضربه $h[n]=\alpha^n u[n]$ و با فرض $|\alpha|<1$ را در نظر بگیرید. پاسخ این سیستم به ورودی $x[n]=\beta^n u[n]$ و با فرض $|\beta|<1$ را بدست آورید.

② تبدیل فوریه سیگنال های زیر را بدست آورید؟

① $x[n]=u[n-2]-u[n-6]$

② $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-1]$

③ $x[n]=\sin\left(\frac{5\pi}{3}n\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{3}n\right)$

④ $x[n]=\frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi}\cdot\cos\left(\frac{7\pi}{2}n\right)$

⑤ $x[n]=(n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{|n|}$

⑥ $x[n]=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right)}{(n\pi)^2}$

⑦
$x[n]=\delta[n-4]+\delta[-n+2]$

⑧ $x[n]=2^{-n}u[n]+3^n u[-n]$

⑨ $x[n]=\begin{cases} n & -3\leq n\leq 3 \\ 0 & \text{others}\end{cases}$

③ به کمک عکس تبدیل فوریه، سیگنال های زیر را بدست آورید.

① $X(e^{j\omega})=\frac{1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}-\frac{1}{8}e^{-2j\omega}}$

② $X(e^{j\omega})=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^k$

③ $X(e^{j\omega})=\begin{cases} -\pi & 0\leq\omega<\pi \\ \pi & -\pi<\omega<0\end{cases}$

④ اگر تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ ، $X(e^{j\omega})$ باشد، تبدیل فوریه سیگنال‌های زیر را برحسب $X(e^{j\omega})$ بدست آورید.

① $y[n] = x[-n+1]$

② $y[n] = x^*[-n]$

③ $y[n] = 2x^*[-n+1] + 3x_{(3)}[-n]$

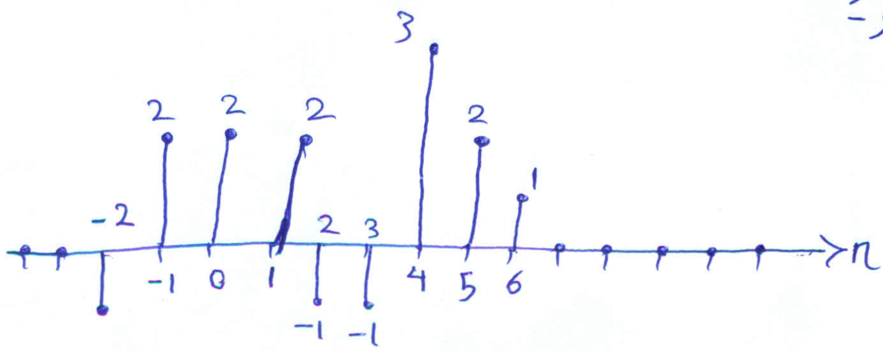
④ $y[n] = x[3n]$

*⑤ $y[n] = \begin{cases} x[n] & \frac{n}{3} \notin \mathbb{Z} \\ 0 & \frac{n}{3} \in \mathbb{Z} \end{cases}$

⑤ سیگنال $x[n]$ نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر $X(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه این سیگنال باشد، مطلوب است نقش مقادیر زیر:

① $X(e^{j0})$ ② $X(e^{j\pi})$ ③ $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})\, d\omega$

④ $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^2 d\omega$




*⑥ تبدیل فوریه سیگنال گسسته در زمان $x[n]$ به صورت $X(\omega) = tg(\omega)$ می‌باشد. مقدار

$$A = \sum_{-\infty}^{+\infty} (n-1)^2 x[n]$$

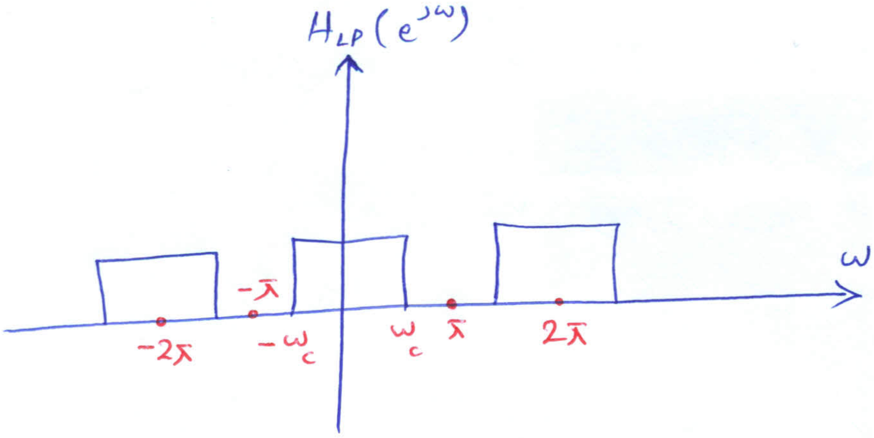
چقدر است؟

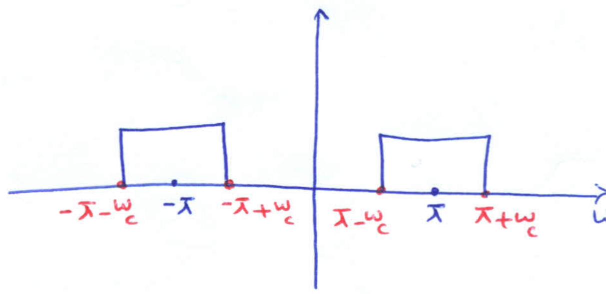
⑦ اگر تبدیل فوریه یک سیگنال زمان گسسته $x[n]$ به صورت

$$X(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{4} & |\omega| \le \frac{1}{4} \\ \frac{1-|\omega|}{3} & \frac{1}{4} < |\omega| \le \frac{1}{2} \end{cases}$$

باشد $\sum_{-\infty}^{+\infty} x[n]$ و $\sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n x[n]$ را بدست آورید؟

(8) پاسخ فرکانسی فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر ایده‌آل گسسته در شکل‌های زیر نشان داده شده‌اند. رابطه بین پاسخ ضربه‌های آنها را بدست آورید.




(9) در مورد سیگنال بخصوص $x[n]$ با تبدیل فوریه $X(\omega)$ چهار ویژگی زیر داده شده است:

1) برای $n>0$ ، $x[n]=0$

2) $x[0]>0$

3) $Im(X(e^{j\omega})) = \sin\omega - \sin 2\omega$

4) $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|X(e^{j\omega})|^2 d\omega = 3$

(10) سیستم LTI علّی و پایدار S را که ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ آن از طریق معادله تفاضلی مرتبه دوم زیر، به هم مربوط می‌شوند را در نظر بگیرید:

$$y[n] - \frac{1}{6}y[n-1] - \frac{1}{6}y[n-2] = x[n]$$

الف- پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ را برای سیستم S تعیین کنید.

ب- پاسخ ضربه $h[n]$ را برای سیستم S تعیین کنید.

(11) یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$ موجود است. پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = (-1)^n$ را بدست آورید.

« نمونه سؤالات فصل هفتم »    بنام ... ؟؟؟    « جلال خوشمک »

① تبدیل لاپلاس های زیر را حساب کنید.

① $x(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t)$

② $x(t) = e^{-t}\cos(3t)u(t)$

③ $x(t) = |t|e^{-2|t|}$

④ $x(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$

⑤ $x(t) = e^{2t}u(-t) + e^{3t}u(-t)$

⑥ $x(t) = \delta(3t) + u(2t) + \delta(t) + u(t)$

⑦ $x(t) = \sqrt{\pi}\, e^{-t^2}$

② عکس تبدیل لاپلاس های زیر را بدست آورید.

① $\dfrac{1}{s^2+4} = X(s) \qquad \sigma > 0$

② $X(s) = \dfrac{s}{s^2+4} \qquad \sigma < 0$

③ $X(s) = \dfrac{s^2}{s^2+4}$ $\longrightarrow$ برای تمامی نواحی همگرایی ممکن!

④ $X(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^2-s+1} \qquad \sigma > \frac{1}{2}$

⑤ $X(s) = \dfrac{s^2-s+1}{(s+1)^2} \qquad \sigma > -1$

⑥ $X(s) = \dfrac{s^2}{(s-1)^2(s^2+s+1)}$ $\longrightarrow$ برای تمامی نواحی ممکن

⑦ $X(s) = \dfrac{e^{s}}{s+1} \qquad \sigma > -1$

⑧ $X(s) = \dfrac{s+1}{(s+1)^2+9} \qquad \sigma < -1$

③ سیگنال $x(t)=e^{2t}$ وارد یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t)=-e^{3t}u(-t)$ می‌شود. $y(t)$ را بدست آورید.

④ پاسخ ضربه یک سیستم LTI بصورت $h(t)=te^{-t}u(t)+e^{2t}u(-t)$ است. پاسخ این سیستم به ورودی‌های $x_1(t)=2$ و $x_2(t)=e^{t}$ کدام است؟

⑤ یک سیستم LTI پایدار دارای تابع تبدیل $H(s)=\frac{s}{4-s^2}$ می‌باشد. پاسخ این سیستم به ورودی زیر را بدست آورید.

$$x(t)=\begin{cases}2 & t>0\\ 1 & t<0\end{cases}$$

⑥ پاسخ ضربه سیستم LTI زیر را که با معادله دیفرانسیل

$$\frac{d^2y}{dt^2}\quad\frac{dy}{dt}-2y=x$$

مشخص می‌شود، بدست آورید.

⑦ یک سیستم LTI پایدار دارای رابطه ورودی-خروجی $y''(t)-y(t)=x(t)$ است. پاسخ این سیستم به ورودی $x(t)=1+e^{t/2}$ را بدست آورید.

⑧ یک سیستم علی دارای معادله دیفرانسیل $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=9x(t)$ است که در آن ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ است. تابع تبدیل این سیستم را بدست آورید. ($H(s)$)

⑨ پاسخ ضربه یک سیستم LTI در رابطه $\frac{dh(t)}{dt}+4h(t)=u(t)+2\delta(t)$ صدق می‌کند. اگر خروجی سیستم به ازای تمام زمان‌ها به ورودی $x(t)=e^{t}$ برابر با $Ke^{t}$ باشد، $K$ را بیابید.

⑩ تابع تبدیل غیرگویای $H(s)=\frac{e^{s}}{s+1}$ ، $\sigma>-1$ را در نظر بگیرید. با یافتن پاسخ ضربه آن در مورد علّی بودن سیستم بحث کنید.

⑪ تابع تبدیل یک سیستم LTI عبارت است از $H(s)=\frac{s+1}{s^2+(a-1)s-a}$. به ازای چه مقادیری از $a$ ($a$ عددی حقیقی است) این سیستم می‌تواند علی و پایدار باشد؟

③ ص

(12) کدام یک از توابع زیر مربوط به تابع تبدیل یک سیستم غیرعلّی و ناپایدار است؟

1) $-1 < 6 < -3$ 2) $-1 < 6$ 3) $6 > 2$ 4) موارد 1 و 2

(13) یک سیستم LTI با معادله دیفرانسیل

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{3dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} - 6x$$

توصیف شده است. آیا این سیستم می‌تواند علّی و پایدار باشد؟

(14) فرض کنید تبدیل لاپلاس ورودی یک سیستم LTI برابر $X(s) = \frac{S+2}{S-2}$ و $t>0$ ، $x(t)=0$

و خروجی آن به صورت $y(t) = \frac{-2}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$ است. پاسخ ضربه سیستم را بدست آورید.

(15) پاسخ ضربه سیستم معکوس سیستم توصیف شده با رابطه

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(\tau)\, d\tau$$

را بدست آورید.

(16) یک سیستم پایدار و علّی با پاسخ ضربه $h(t)$ و تابع سیستم $H(s)$ را در نظر بگیرید. $H(s)$ گویا است، یک قطب در $S=-2$ دارد و در مبدأ صفر ندارد. محل بقیه قطب‌ها و صفرها را نمی‌دانیم. مشخص کنید کدام یک از گزاره‌های زیر حتماً درست است، کدام یک حتماً نادرست و برای کدام یک اطلاعات کافی وجود ندارد.

الف- $F\{h(t)e^{3t}\}$ همگرا است.

ب- $\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\,dt = 0$

ج- $th(t)$ پاسخ ضربه یک سیستم علّی و پایدار است.

د- تبدیل لاپلاس $\frac{dh(t)}{dt}$ حداقل یک قطب دارد.

هـ- $h(t)$ عرض محدود است.

و- $H(s) = H(-S)$

ز- $\lim_{s\to\infty} H(s) = 2$

④ ص

17) اگر $X(s)$ تبدیل لاپلاس $x(t)$ باشد تبدیل لاپلاس توابع زیر را برحسب $X(s)$ بیابید.

① $y(t) = 2x(3t) + e^{2t}x^*(t) + 3x(-t+2)$

② $y(t) = x^*(-t) + \dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$

③ $y(t) = x^*(-jt+1)$

④ $y(t) = x(-\frac{t}{2}) + x^*(t-1)$

«نمونه سوالات فصل هشتم» بنام ...؟؟؟ «جلال خوهک»

## «تبدیل z»

① تبدیل z سیگنال های زیر را بدست آورید. (با ذکر ناحیه همگرایی)

① $x[n] = \delta[n+5] + \delta[n-5]$

② $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u[n+3]$

③ $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^{n} u[3-n]$

④ $x[n] = (-1)^{n} u[n]$

⑤ $x[n] = 2^{n} u[-n] + \left(\frac{1}{4}\right)^{n} u[n-1]$

⑥ $x[n] = n \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

⑦ $x[n] = |n| \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

⑧ $x[n] = 4^{n} \cos\left(\frac{\pi}{3} n + \frac{\pi}{4}\right) u[-n-1]$

⑨ $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \{ u[n+4] - u[n-5] \}$

② عکس تبدیل z سیگنالهای زیر را بدست آورید.

① $X(z) = \dfrac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}} \quad , \quad |z| > \frac{1}{2}$

② $X(z) = \dfrac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}} \quad , \quad |z| < \frac{1}{2}$

③ $X(z) = \dfrac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)^{2}} \quad , \quad |z| > \frac{1}{2}$

④ $X(z) = \dfrac{1}{1024} \left( \dfrac{1024 - z^{-10}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} \right) \quad , \quad |z| > 0$

②
ص

⑤ $x(z) = \dfrac{1-\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+2z^{-1})}$ , $|z|>2$

⑥ $x(z) = \dfrac{2z^{-2}}{(1-2z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{2}{3}z^{-1})}$ → برای تمامی نواحی همگرایی ممکن!

⑦ $x(z) = \ln(1+z^{-1})$ , $|z|>1$

⑧ $x(z) = \dfrac{3}{z-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}z^{-1}}$ , $|z|>\frac{1}{2}$

③ تبدیل z سیگنال $x[n]$، $X(z)$ است. تبدیل z سیگنال‌های زیر را برحسب $X(z)$ بدست آورید.

① $y[n] = \begin{cases} x[\frac{n-1}{2}] & n \to \text{فرد} \\ 0 & n \to \text{زوج} \end{cases}$

② $y[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n n x[n]$

③ $y[n] = x^*[-n+1]$

④ $y[n] = x_{(1)}[n] + x_{(4)}[n-2]$

⑤ $y[n] = x^*[n]\sin(n)$

④ اگر تبدیل z سیگنال $x[n]$ را با $X(z)$ نمایش دهیم و ROC آن $1<|z|<4$ باشد، تبدیل z سیگنال $y[n] = 2x^*[-n+3] + 4^n x_{(2)}[n-1]$ را برحسب $X(z)$ بدست آورید. البته با ذکر دقیق ناحیه همگرایی (ROC)!

(5) یک سیستم LTI گسسته در زمان با معادله تفاضلی $y[n]=x[n]+\frac{1}{2}y[n-1]-\frac{1}{4}y[n-2]$ را در نظر بگیرید. تابع تبدیل $H(z)$ این سیستم را بدست آورده و پاسخ این سیستم به ورودی $x[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]$ را بدست آورید.

(6) یک سیستم LTI و علّی توسط معادله تفاضلی زیر توصیف شده است:

$$y[n]=\frac{1}{4}y[n-1]-6x[n]+x[n-1]$$

درصورتیکه ورودی سیستم $x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n]$ باشد، خروجی را بدست آورید.

(7) یک سیستم LTI که با تابع تبدیل $H(z)=\dfrac{1-z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$ را در نظر بگیرید. به ازای نواحی همگرایی مختلف در مورد علی و پایدار بودن این سیستم بحث کرده و پاسخ ضربه آن را روی نواحی مختلف همگرایی بدست آورید.

(8) تابع تبدیل یک سیستم زمان گسسته بصورت $H(z)=\dfrac{z^{-1}}{1+Kz^{-1}+z^{-2}}$ است، که در آن $K$ یک عدد ثابت است. آیا این سیستم می‌تواند توأماً علی و پایدار باشد؟

(9) یک سیستم گسسته در زمان LTI و علّی با معادله $y[n]+\frac{1}{2}y[n-1]+Ky[n-2]=x[n-1]-2x[n-2]$ را در نظر بگیرید. محدوده $K$ را طوری تعیین کنید که اولاً این سیستم دارای دو قطب مزدوج با یکدیگر و ثانیاً پایدار باشد.

(10) پاسخ یک سیستم LTI و پایدار به ورودی $x[n]=10^n$ در چه صورت با ورودی برابر است؟ اگر $H(z)=\dfrac{a}{1-3z^{-1}}$ ، یعنی به ازای چه مقدار $a$ ؟

(11) سیگنال $x[n]=2^n$ وارد سیستم LTI و پایدار با پاسخ ضربه $h[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]+3^{n-1}u[-n-1]$ می‌شود. خروجی چیست؟

(12) به ازای چه مقادیری از $a$، پاسخ سیستم علی و LTI $H(z)=\frac{2-a}{1-az^{-1}}$ به ورودی $x[n]=2^n$ برابر با $y[n]=2^{n+1}$ خواهد شد؟

(13) یک سیستم علی و پایدار با پاسخ ضربه $h[n]$ و تابع سیستم گویای $H(z)$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم $H(z)$ قطبی در $z=1/2$ و صفری روی دایره واحد دارد. تعداد و محل بقیه صفرها و قطب‌ها معلوم نیست.
می‌خواهیم تعیین کنیم کدام یک از گزاره‌های زیر مطمئناً درست و کدام یک نادرست هستند و یا اینکه در مورد درستی و نادرستی آنها نمی‌توان اظهار نظر کرد.

الف- $F\{(1/2)^n h[n]\}$ همگراست.

ب- به ازای بعضی مقادیر $\omega$ داریم $\longrightarrow H(e^{j\omega})=0$

ج- $h[n]$ عرض محدودی دارد.

د- $h[n]$ حقیقی است.

هـ- $g[n]=n\{h[n]*h[n]\}$ پاسخ ضربه یک سیستم پایدار است.

(14) اگر ورودی یک سیستم LTI $x[n]=(1/2)^n u[n]$ و پاسخ ضربه آن $h[n]=(1/3)^n u[n]$ باشد، خروجی را به دست آورید.

والسلام ٪
J.Kh