

تمرین شبیه سازی آیزینگ علی قبله ۹۹۷۱۰۹۹۱

گزارش این سری تنها به شبیه سازی مدل آیزینگ دو بعدی با روش متروپولیس اختصاص دارد. روش متروپولیس به صورت کامل در کتاب توضیح داده شده است و مدل آیزینگ نیز یک مدل شناخته شده می باشد. به صورت کلی برنامه به تولید یک کلاس به نام آیزینگ و بخش های توضیح توابع تقسیم شده است.^۱

برای تولید کلاس آیزینگ بایستی یک Object بسازیم و پارامترها را داخل آن قرار دهیم. متغیرها به دو بخش پیش و پس از تعادل تقسیم می شوند. داده گیری های این مدل پس از پیدا کردن Relaxation time یا همان tau انجام خواهند گرفت.

اندازه فضا به عنوان L انتخاب شده است و بتا های متفاوتی از ۰.۱ تا ۰.۶ به برنامه داده شده است.

در این فضا تولید رندوم اعداد ۰ و ۱ را داریم که نمایانگر اسپین های بالا و پایین هستند.

نحوه تولید اعداد به صورت کاتوره ای، روش متروپولیس می باشد. با استفاده از این روش می توانیم توزیعی برای انرژی ها تعریف کنیم و در معادله $Z = \sum_i e^{-i\beta E_i}$ به کار ببریم.

همانطور که پیش تر ذکر شد، برای به دست آوردن داده ها می بایست که در ابتدا چک کنیم که آیا سیستم به تعادل رسیده است یا خیر که برای این موضوع تابع equilibrium check قرار داده شده است. با استفاده از این تابع در صورت نبودن در حالت تعادل، تابع χ precision ۱۰ برابر خواهد شد و با استفاده از این تابع در equilibrium check میتوانیم تعادل را مشخص کنیم. برنامه آنقدر تکرار می شود که به حالت تعادل برسیم.

دو تابع Correlation برای محاسبه همبستگی و کشیدن نمودار های آن نیز در کد حضور دارند.

لازم به ذکر است که این برنامه برای بتا های ۰.۱ که نماینده یک دمای بالاست تا ۰.۶ اجرا شده است.

تمامی داده ها برای طول های ۵۰ و ۱۰۰ اندازه گیری شده اند و نمودار های آن ها کشیده شده و در فایل قرار دارد.

برای محاسبه نماهای بحرانی از خود کتاب استفاده می کنیم و با بررسی داده ها اطراف نقطه تکینگی که از $c = c_0 * \log(|T - T_c|)$ به دست می آید و استفاده از فرمول های زیر (۲)، متغیر های خواسته شده بدست خواهند آمد.
 $m \sim (T_c - T)^\beta$

در ادامه این گزارش نمودارهای ظرفیت گرمایی سیستم در حالت تعادل، مغناطش تعادلی،

$$\chi \sim |T_c - T|^{-\gamma}$$

انرژی تعادلی سیستم و پذیرفتاری مغناطیسی برای انتخاب فضای $L=50, 100$ می باشد.

که با استفاده از این نمودار ها می توان توان های رو به رو را بدست آورد.

زمان اجرای این کد برای هر طول تقریباً ۹ ساعت بوده است که زمان زیاد است. برای کاهش

$$C_v \sim |T_c - T|^{-\alpha}$$

این زمان تلاش شد که از @jit استفاده شود و به جای استفاده از CPU از GPU استفاده شود

که متأسفانه انجام نگرفت.

$$\xi \sim |T_c - T|^{-\nu}$$

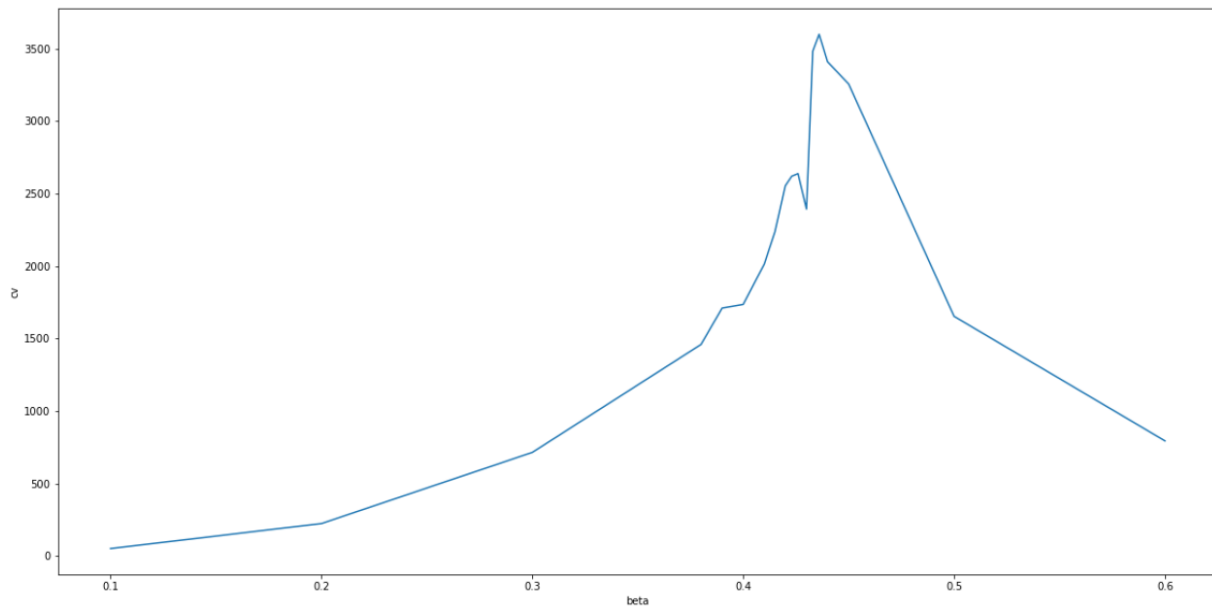
نمودار های پس از تعادل در فایل وجود دارند و برای بتا های زیادی کشیده شده اند.

^۱ حجم بسیار زیادی از کامنت ها در کد قرار داده شده است که تمام مسیر را به طور کامل توضیح داده است.

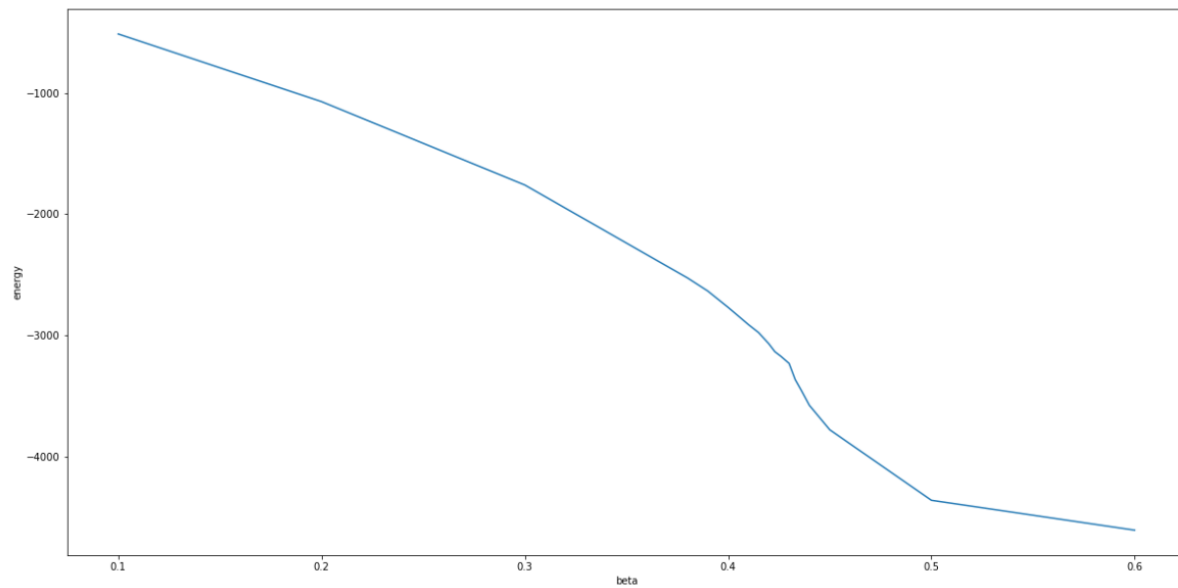
^۲ توضیح این تابع در کد وجود دارد.

برای بتاهای زیر و طول های ۵۰ و ۱۰۰ نمودار ها بدین صورت خواهد بود:

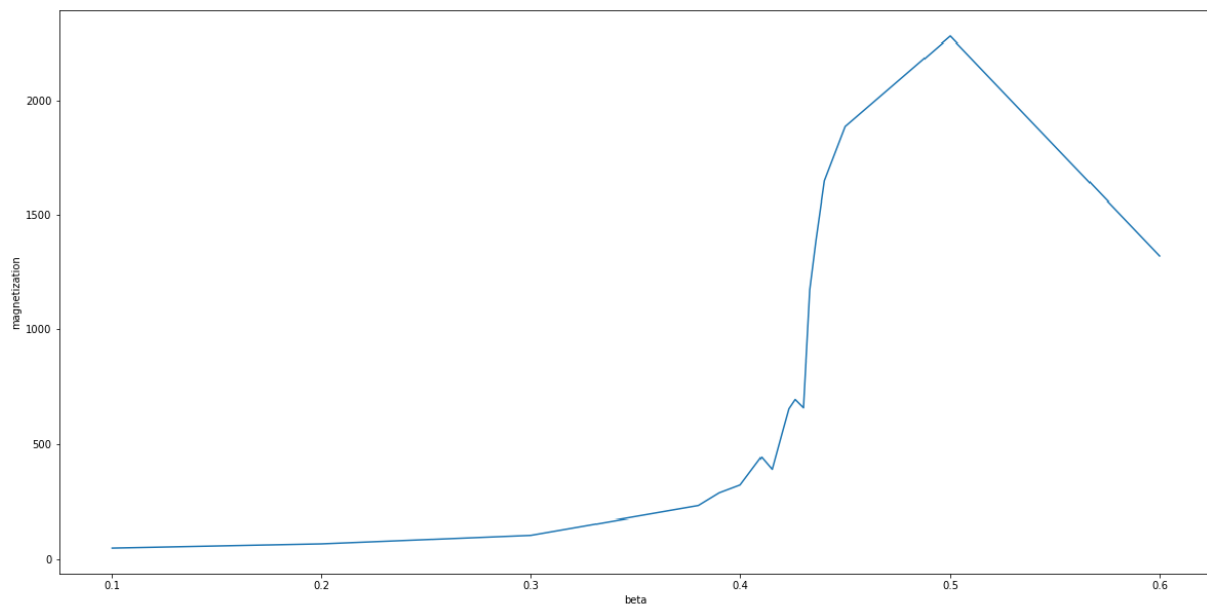
$[0.1, 0.2, 0.3, 0.38, 0.39, 0.4, 0.41, 0.415, 0.42, 0.423, 0.426, 0.43, 0.433, 0.436, 0.44, 0.45, 0.5, 0.6]$



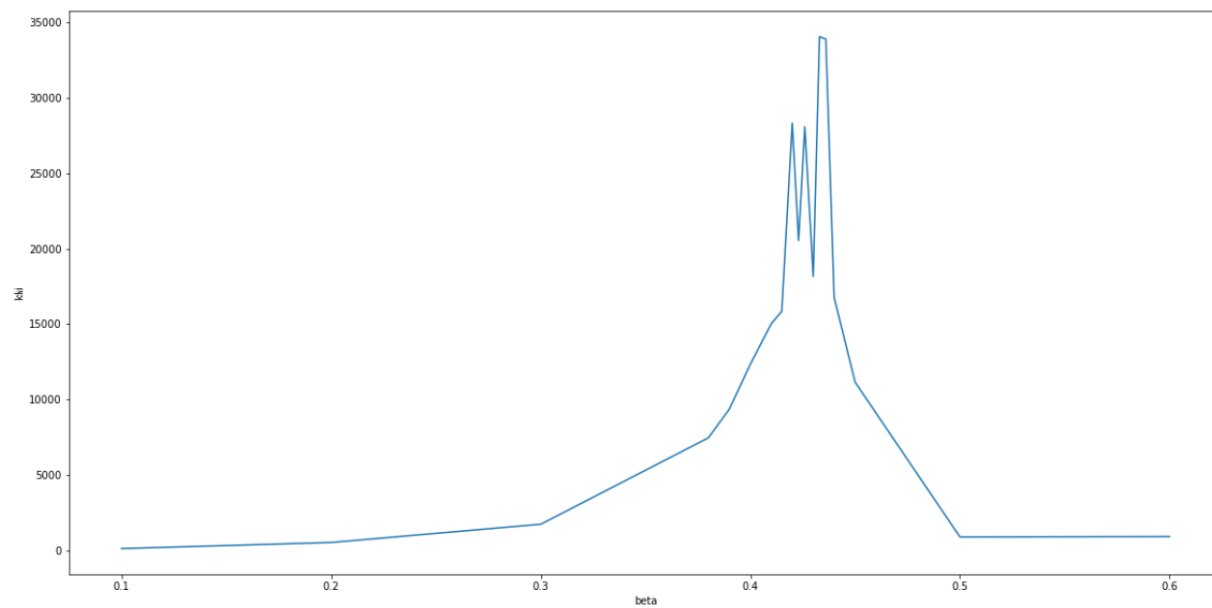
نمودار ظرفیت گرمایی سیستم در حالت تعادل بر حسب بتا برای $L = 50$



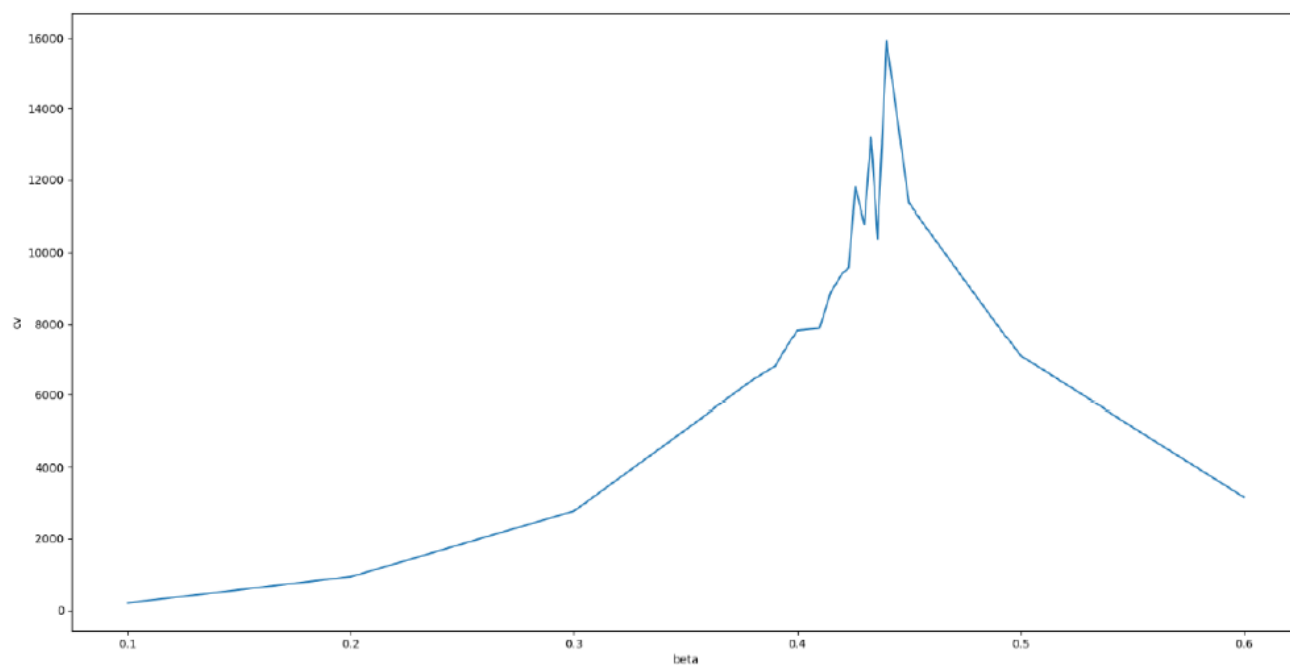
نمودار مغناطش تعادلی سیستم بر حسب بتا برای $L = 50$



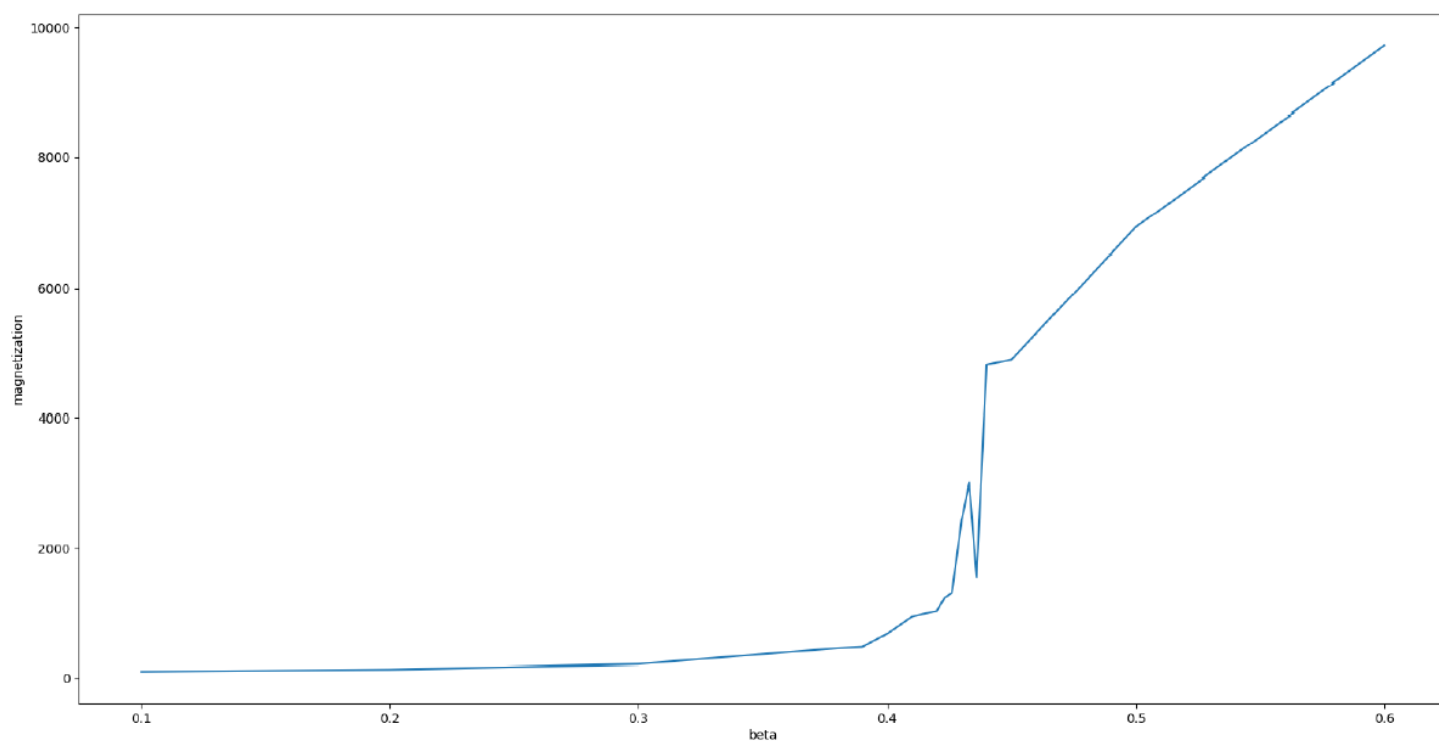
نمودار انرژی تعادلی سیستم بر حسب β برای $L = 50$



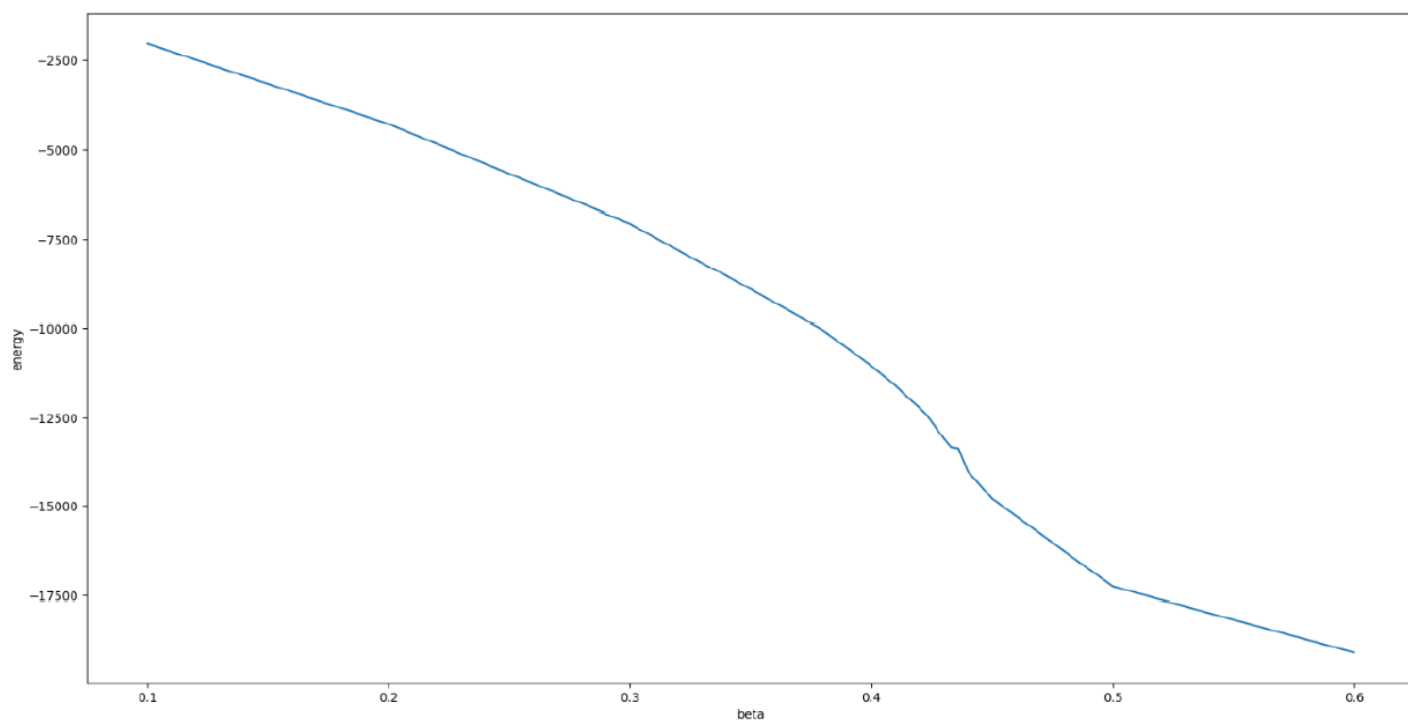
نمودار پذیرفتاری مغناطیسی سیستم در حالت تعادل بر حسب β برای $L = 50$



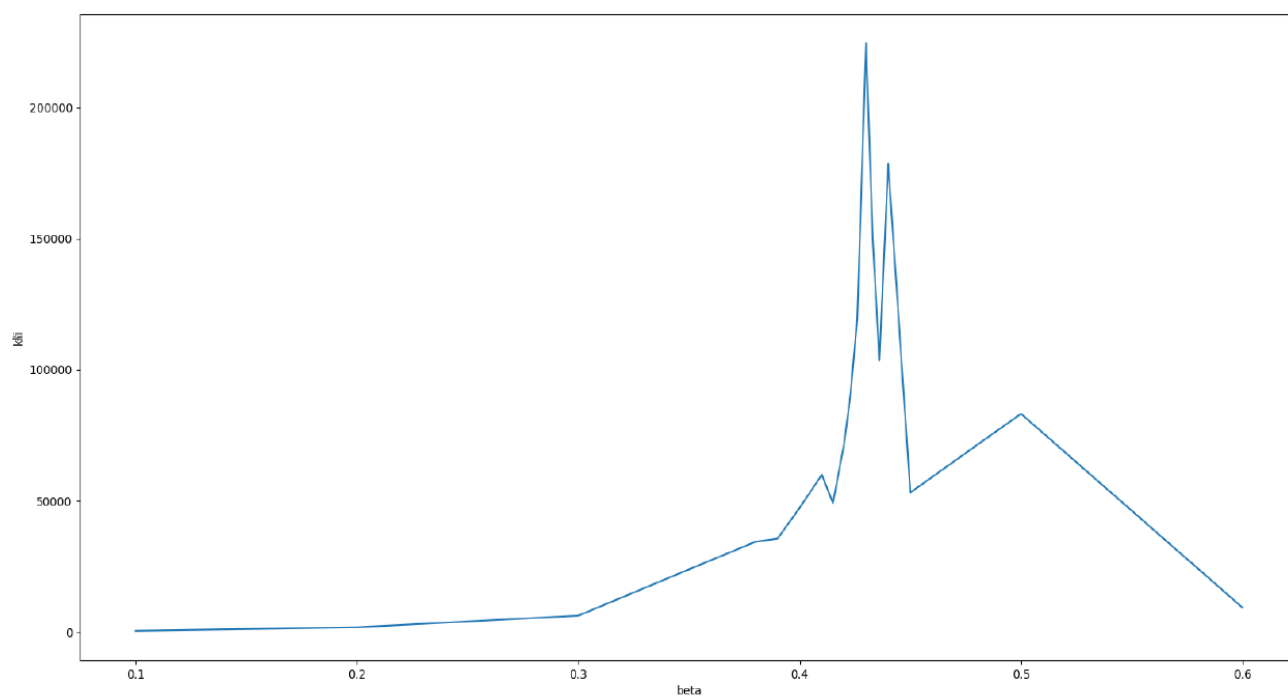
نمودار ظرفیت گرمایی سیستم در حالت تعادل بر حسب β برای $L = 100$



نمودار مغناطش تعادلی سیستم بر حسب β برای $L = 100$



نمودار انرژی تعادلی سیستم بر حسب بتا برای $L = 100$



نمودار پذیرفتاری مغناطیسی سیستم در حالت تعادل بر حسب بتا برای $L = 100$

حال به صورت دستی و به کمک نمودارها می‌توانیم به صورت دستی محاسبه هارا انجام دهیم:

	برای طول $L = 50$	برای طول $L = 100$
دمای بحرانی (T_C)	۲.۳۲	۲.۳۲
C_0	۵۱۶.۲۷۲۴۶۸۷۱۸۷۳۷۷	۲۱۹۴.۰۰۹۲۹۹۴۴۱۱۲۳
Alpha	-۰.۲۲۱۰۳۷۰۸۱۰۱۹۹۹۶۴۵	-۰.۱۶۶۹۶۰۶۴۹۸۰۸۹۸۵۴۸
Beta	۰.۶۰۵۹۹۳۲۶۷۶۰۵۲۵۵۸	۰.۵۹۲۹۱۵۱۷۴۴۵۳۳۲۷۴
Gamma	-۰.۳۲۷۳۹۵۷۸۶۸۵۵۵۷۴۲	-۰.۴۹۴۲۶۳۲۵۳۹۱۹۸۷۱۸

لازم به ذکر است که C_0 با استفاده از فرمول ۱ و ضرایب الف، بتا و گاما با استفاده از فرمول های ۲ بدست آمده اند.