Метод SIMPLE

1 Задача

Исследовать параметры, влияющие на решение задачи Стокса для круглой области использованием метода SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, Patankar & Spalding, 1972).

Течение несжимаемой вязкой жидкости в единичном квадрате Ω описывается нестационарными уравнениями Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \text{ B } \Omega \tag{2}$$

Нормальные компоненты скорости на границе равны нулю. На верхней границе области задана постоянная скорость $\mathbf{u} = (1,0)$. В начальный момент времени $\mathbf{u} = 0$.

В качестве дискретизации использовалась явная схема метода конечных объемов.

2 Изменяемые параметры

В процессе анализа подходящих параметров, изменялся шаг по времени (τ) , количество узлов в дискретизации сетки (N) и кинематическая вязкость (ν) .

```
L = 1 # length of the square
N = 32 # amount of nodes along axis
tau = 0.1 # step by time [s]
T = 1 # full time [s]
h = L / N # step by axis
nu = 0.01 # viscosity [m^2 / s]
eps = 0.01 # epsilon (const)
```

Кинематическая вязкость в свою очередь связана с числом Рейнольдса и поэтому влияет на турбулентность потока:

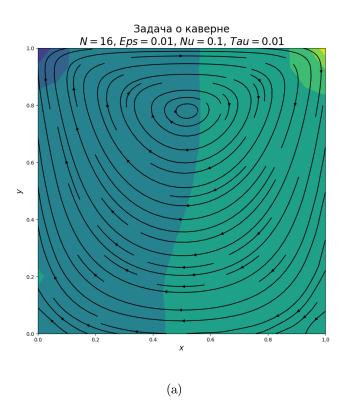
$$Re = \frac{\omega \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{\omega \cdot d}{\nu} \tag{3}$$

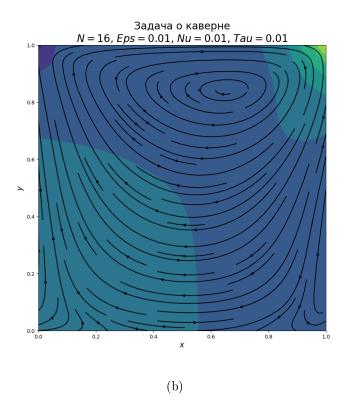
3 Результаты на сетке 16х16

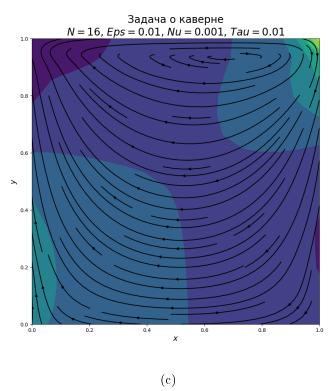
При увеличении вязкости число Рейнольдса падает, поэтому поток переходит из турбулентного состояния в ламинарное.

Из литературы [Bruneau C. H., Saad M. The 2D lid-driven cavity problem revisited //Computers & fluids. -2006. - T. 35. - N. 3. - C. 326-348.]:

Для малых чисел Рейнольдса линии тока становятся почти параллельными. Ядро вихря развивается при больших числах Рейнольдса.

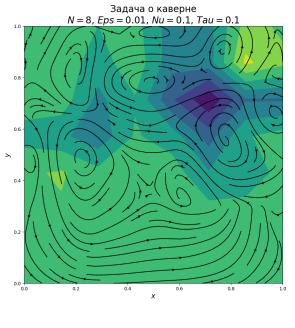


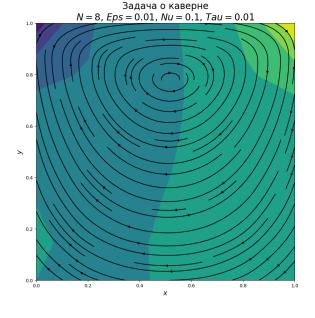




4 Устойчивость схемы при больших шагах

Было замечено, что при попытке расчетов при $\tau=0.1$ решение часто разваливалось в неестественное, так как шаг являлся слишком большим для данной схемы.



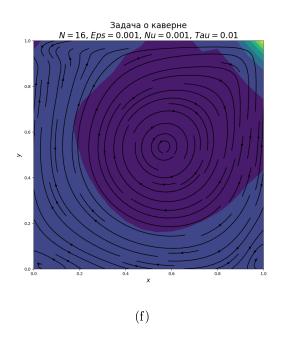


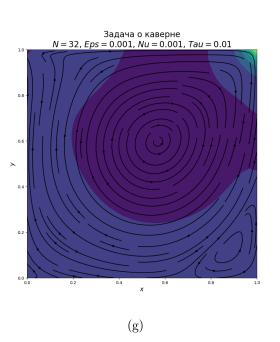
(d) Большой шаг по времени

(е) Более мелкий шаг на той же сетке

5 Сравнение с литературой

Полученные визуальные изображения согласуются с опубликованными ранее. Ниже пример при большом количестве шагов по времени.





Похожие изображение в литературе:

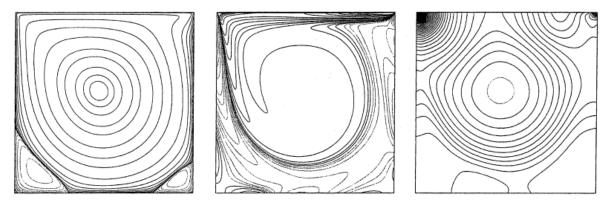


Fig. 2. Steady solution at Re = 1000 computed with present scheme on grid 1024×1024 . From left to right streamfunction, vorticity and pressure fields.

(h) Bruneau C. H., Saad M. The 2D lid-driven cavity problem revisited //Computers & fluids. -2006. - T. 35. - M. 3. - C. 326-348.