

سوالات فرد تابستان ۹۷

۱. مقدار $f(4)$ چیست؟

```
initF(initn){
  if(n <= 1) return 1;
  else return F(n-1) * F(n-2);
}
```

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) پنج
پاسخ: گزینه ب،

$$\begin{aligned} f(4) &= f(3) \times f(2) = 1 \times 1 = 1 \\ f(3) &= f(2) \times f(1) = 1 \times 1 = 1 \\ f(2) &= f(1) \times f(0) = 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

۲. -

۳. مرتبه زمانی الگوریتمی با تابع زمانی زیر چیست؟

$$T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$$

۱) $\Theta(n)$ ۲) $\Theta(\log n)$ ۳) $\Theta(n \log n)$ ۴) $\Theta(n^2)$
پاسخ: گزینه ب،

$$\begin{aligned} a &= 1, b = \frac{3}{2}, k = 0 \\ 1 &= \left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow T(n) \in \theta(n^0 \log_2^n) \Rightarrow T(n) \in \theta(\log n) \end{aligned}$$

۴. -

۵. اگر $g(n) \in O(f(n))$ و $f(n) \in O(g(n))$ باشد، آنگاه:

۱) $f(n) \in \Omega(g(n))$
۲) $g(n) \in \Omega(f(n))$
۳) $f(n) \in \Theta(g(n))$
۴) همه ی موارد

پاسخ: گزینه د،

اگر $g(n) \in O(f(n))$ و $f(n) \in O(g(n))$ باشد، آنگاه $f(n) \in \Omega(g(n))$ ، $f(n) \in \Theta(g(n))$ ، $\Omega(f(n))$ در نتیجه گزینه ی د صحیح است.

۶. -

۷. کدام گزینه در مورد الگوریتم های مرتب سازی سریع و ادغامی صحیح است؟

- (۱) هر دو الگوریتم رویکرد تقسیم و غلبه دارند.
- (۲) مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت بهتر از الگوریتم ادغامی است.
- (۳) مرتبه زمانی الگوریتم سریع و ادغامی در بدترین حالت باهمم برابر است.
- (۴) الگوریتم سریع همیشه سریعتر از الگوریتم ادغامی عمل می کند

پاسخ: گزینه الف،

الف) هر دو الگوریتم رویکرد تقسیم و غلبه دارند پس گزینه ی یک صحیح است.

ب) مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت $O(n^2)$ و بهتر از الگوریتم ادغامی است.

ج) مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت $O(n^2)$ و مرتبه زمانی الگوریتم ادغامی در بدترین حالت $O(n \log n)$ است.

د) الگوریتم ادغامی همیشه به طور میانگین ۲ برابر بیشتر از الگوریتم سریع عمل انتساب را انجام می دهد.

۸. -

۹. برای حل یک مسئله به اندازه n با الگوریتم تقسیم و غلبه سه روش به شرح زیر امکان پذیر است:

الف) حل ۳ زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\Theta(n^2 \sqrt{n})$

ب) حل ۴ زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\Theta(n^2)$

ج) حل ۵ زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\Theta(n \log n)$

کدام روش دارای هزینه ی کمتری است؟

(۴) هر سه روش هزینه ی یکسانی دارند

(۳) ج

(۲) ب

پاسخ: گزینه ب،

از بین گزینه های فوق حل ۴ زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\Theta(n^2)$ هزینه ی کمتری دارد.

۱۰. -

۱۱. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) درخت پوشای کمینه ی بدست آمده از الگوریتم پریم و کروسکال کاملاً مشابه یکدیگرند.

(۲) الگوریتم پریم در درخت های خلوت سرعت بهتری از الگوریتم کروسکال دارد.

(۳) الگوریتم پریم رویکرد حریصانه و الگوریتم کروسکال تقسیم و غلبه دارد.

(۴) الگوریتم کروسکال در درخت های شلوع سرعت کمتری نسبت به پریم دارد.

پاسخ: گزینه د،

الف) درخت پوشای کمینه ی حاصل از این دو الگوریتم روی تمام گراف های همسان لزوماً یکسان نیست ولی وزن آنها برابر است.

ب) اگر یال های درخت کم باشد از الگوریتم کروسکال استفاده می کنیم.

ج) برای درخت با یال های زیاد از الگوریتم پریم استفاده می کنیم.

د) الگوریتم کروسکال در درخت های شلوع سرعت کمتری نسبت به پریم دارد پس این گزینه صحیح است.

۱۲. -

۱۳. معیار انتخاب در الگوریتم حریصانه مسئله کوله پشتی کسری (غیر صفر و یک) که منجر به یافتن جواب بهینه می شود، کدام گزینه است؟

- ۱) انتخاب کالا با بیشترین ارزش
- ۲) انتخاب کالا با کمترین وزن
- ۳) انتخاب کالا با بیشترین ارزش در هر واحد
- ۴) انتخاب کالا با بیشترین وزن

پاسخ: گزینه ج،

در انتخاب اشیا برای قرار گرفتن در کوله پشتی باید بیشترین $\frac{P_i}{w_i}$ را انتخاب کنیم پس گزینه ی ج صحیح است.

۱۴. -

۱۵. کدام گزینه در خصوص روش برنامه نویسی پویا صحیح است؟

- ۱) رویکرد بالا به پایین
- ۲) عدم نیاز به ذخیره ی جواب های بدست آمده
- ۳) وجود یک رابطه بازگشتی جهت یافتن پاسخ مسائل بزرگ تر
- ۴) یافتن پاسخ مسائل کوچک تر از روی جواب مسائل بزرگ تر

پاسخ: گزینه ج،

الف) برنامه نویسی پویا رویکرد پایین به بالا (جز به کل) دارد.

ب) در این الگوریتم جواب ها ذخیره می شوند و در هنگام نیاز دوباره استفاده می شوند.

ج) در این روش یک رابطه بازگشتی جهت یافتن پاسخ مسائل بزرگ تر وجود دارد و این گزینه صحیح است.

د) در این روش جواب مسئله های بزرگ تر از روی مسائل کوچک تر پیدا می شود.

۱۶. -

۱۷. کدام روش برای محاسبه ضریب دو جمله $\binom{n}{k}$ مناسب تر است؟

- ۱) تقسیم و غلبه
- ۲) حریصانه
- ۳) برنامه نویسی پویا
- ۴) بازگشت به عقب

پاسخ: گزینه ج،

بهترین روش برای محاسبه مقدار $\binom{n}{k}$ روش برنامه نویسی پویا است که مرتبه اجرایی آن از روش تقسیم و

حل کمتر است زیرا در روش تقسیم و حل به جای استفاده از آرایه و ذخیره نمودن زیر ترکیبات $\binom{n}{k}$ هر بار محاسبه میشود.

۱۸. -

۱۹. کدام گزینه در خصوص روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید صحیح است؟

۱) هر دو روش برای مسائل بهینه سازی استفاده می شوند.

۲) اکثر مسائلی که به این دو روش حل می شوند مسائل با مرتبه زمانی چند جمله ای هستند.

۳) در هر دو روش درخت فضای حالت به صورت عمقی ایجاد و پیمایش می‌شود.
۴) زمان اجرای این دو الگوریتم در بدترین حالت زمان نمایی یا بدتر است.

پاسخ: گزینه د،

فقط روش انشعاب و تحدید برای مسائل بهینه سازی استفاده می‌شود پس گزینه یک غلط است و در روش انشعاب و تحدید از الگوی جستجوی عرضی استفاده می‌شود پس گزینه ج هم غلط است و همانطور که می‌دانیم زمان اجرای این دو الگوریتم در بدترین حالت زمانی نمایی یا بدتر است پس گزینه د صحیح است.

- ۲۰.

۲۱. استفاده از روش بازگشت به عقب برای کدام یک از مسائل زیر مناسب تر است؟

- ۱) بافتن بزرگترین زیررشته مشترک
- ۲) رنگ آمیزی گراف
- ۳) کوله پشتی کسری
- ۴) خرد کردن سکه

پاسخ: گزینه ب،

زیرا روش بازگشت به عقب روشی است که برای حل مسائل که در آن دنباله ای از اشیا از یک مجموعه مشخص انتخاب می‌شود به طوری که این دنباله ملاکی را در بر دارد و از بین گزینه ها فقط رنگ آمیزی گراف است که دارای ویژگی های فوق می‌باشد.

- ۲۲.

۲۳. کدام یک از روش های طراحی الگوریتم بیشتر برای حل مسائل عضو کلاس NP مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

- ۱) برنامه نویسی پویا ۲) بازگشت به عقب ۳) انشعاب و تحدید ۴) موارد ۲ و ۳

پاسخ: گزینه د،

روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید بیشتر برای حل مسائل NP مورد استفاده قرار می‌گیرند.

- ۲۴.

۲۵. کدام گزینه در خصوص کلاس P و NP صحیح است؟

- ۱) کلاس P و NP با هم برابر هستند.
- ۲) کلاس P و NP با هم برابر نیستند.
- ۳) کلاس NP زیر مجموعه کلاس P است.
- ۴) هنوز در مورد برابر بودن یا نبودن کلاس P و NP چیزی اثبات نشده است.

پاسخ: گزینه د،

هنوز در مورد برابر بودن یا نبودن کلاس P و NP چیزی اثبات نشده است.

سوالات تشریحی

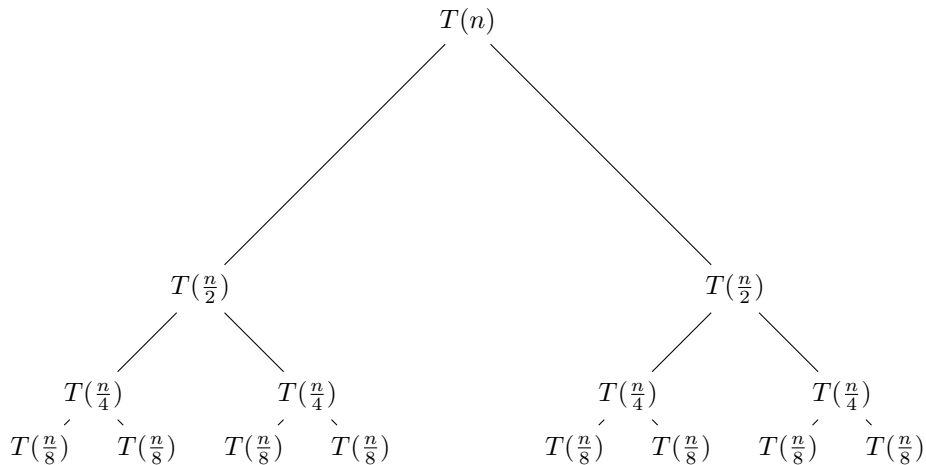
۱. مرتبه زمانی الگوریتم با تابع زمانی $T(n)$ را بدست آورید؟

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$

$$T(0) = 1$$

پاسخ :

$T(n)$ را در نظر میگیریم جمله غیر قابل بازگشتی آن n^2 می باشد. $T(n)$ را ریشه درخت قرار می دهیم. از آنجایی که دو بازگشت $T(\frac{n}{2})$ در $T(n)$ وجود دارد، یک درخت دودویی می سازیم و به همین ترتیب $T(\frac{n}{4})$ ، $T(\frac{n}{8})$ ، ... را اضافه می کنیم و در نهایت مقدار را محاسبه مینماییم.



$$T(n) = n^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{4} + \dots + \frac{n^2}{2^{\log n}} \rightarrow n^2(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^i} + \dots + \frac{1}{2^{\log n}}) \leq 2n^2 \rightarrow T(n) \in O(n^2)$$

۲. -

۳. با استفاده از الگوریتم هافمن فشرده شده عبارت $AABCC$ را بدست آورید. جدول فراوانی به شرح زیر است.

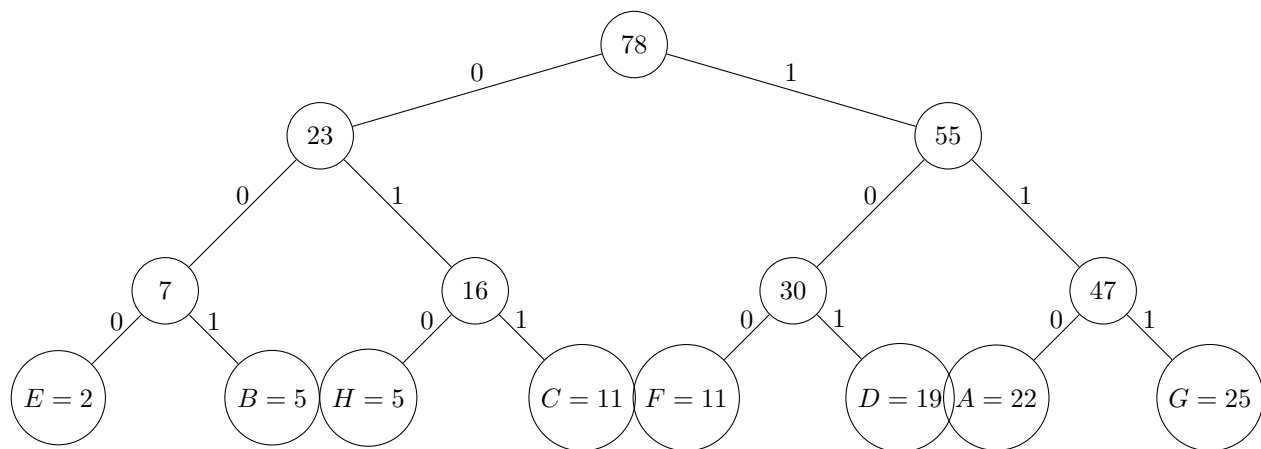
اطلاعات عناصر	A	B	C	D	E	F	G	H
وزن	۲۲	۵	۱۱	۱۹	۲	۱۱	۲۵	۵

پاسخ:

ابتدا حروف را به ترتیب وزن مرتب می کنیم:

$$E = 2, B = 5, H = 5, C = 11, F = 11, D = 19, A = 22, G = 25$$

و سپس درخت را طبق شکل زیر رسم میکنیم.



در نتیجه :

$A = 110, B = 001, C = 011, D = 101, E = 000, F = 100, G = 111, H = 011$

$AABCC = 110110001011011$

۴. -

۵. مسئله کوله پشتی صفر و یک زیر را با استفاده از روش انشعاب و تحدید حل کنید.

سوالات زوج نیمسال دوم ۹۵-۹۴

۱. -

۲. زمان اجرا برای الگوریتم زیر کدام است؟

```
i = 1;
while(i <= n){
i = i × 2;
}
```

۱) $T(n) \in \theta(\log n)$

۲) $T(n) \in \theta(n^2)$

۳) $T(n) \in \theta(n)$

۴) $T(n) \in \theta(n \log n)$

پاسخ: گزینه ب،

در حلقه $while$ اگر شمارنده یا دستور $i = i \times k$ تغییر کند، مرتبه اجرایی آن $\theta(\log_k^n)$ خواهد شد پس در این سوال مرتبه $\theta(\log n)$ است.

۳. -

۴. حاصل $f(5)$ با توجه به الگوریتم زیر کدام است؟

```

init f(n){
if(n == 1)
return 1;
else
return f(n - 1) + 2n
}

```

۲۹ (۱) ۱۹ (۲) ۱۳ (۳) ۲۳ (۴)

پاسخ: گزینه الف،

$$\begin{aligned}
 f(5) &= f(4) + 10 = 29 \\
 f(4) &= f(3) + 8 = 11 + 8 = 19 \\
 f(3) &= f(2) + 6 = 5 + 6 = 11 \\
 f(2) &= f(1) + 4 = 1 + 4 = 5 \\
 f(1) &= 1
 \end{aligned}$$

۵. -

۶. مرتبه زمانی رابطه بازگشتی $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n \log n$ کدام است؟
 $\theta(n \log \log n)$ (۴) $\theta(n^2 \log n)$ (۳) $\theta(n \log n)$ (۲) $\theta(n)$ (۱)
 پاسخ: گزینه ب،

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + C_n \Rightarrow a = 1, b = 2, k = 1$$

بنابراین $a = b^k$:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + C_n \Rightarrow T(n) = \theta(n \log n)$$

۷. -

۸. اگر ۱۰ عنصر در یک لیست از اندیس ۱ تا ۱۰ به صورت مرتب شده قرار گرفته باشند، با توجه به درخت تصمیم دودویی، میانگین تعداد مقایسه ها در جستجوی ناموفق کدام است؟

۳.۲۱ (۱) ۳.۵۴ (۲) ۳.۷۸ (۳) ۳.۹۳ (۴)

پاسخ: گزینه ب،

$$\text{جستجوی موفق} = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 = 29$$

$$\text{جستجوی ناموفق} = n - \text{جستجوی موفق}$$

$$\text{جستجوی ناموفق} = 29 - 10 = 19$$

$$\text{جستجوی ناموفق} = 39$$

$$\text{میانگین زمان جستجوی ناموفق} = \frac{39}{11} = 3\frac{5}{11}$$

۹. -

۱۰. تعداد ضرب‌های انجام شده توسط الگوریتم استراسن برای ضرب دو ماتریس 4×4 کدام است؟

(۱) 196 (۲) 49 (۳) 343 (۴) 56

پاسخ: گزینه د،

$$n^{\log_2 7} = 7^{\log_2 n} = 7$$

در این مثال از روش معمولی می‌رویم و به جای 7×7 می‌گوییم: $7 \times 8 = 56$

۱۱. -

۱۲. اگر مجموعه سکه‌های موجود در مساله خرد کردن پول به صورت $\{1, 2, 5, 10, 15, 12\}$ باشد و از هر سکه به تعداد دلخواه موجود باشد. در الگوریتم حریصانه برای خرد کردن 17 ریال کدام مجموعه از سکه‌ها انتخاب می‌شود؟

(۱) $\{15, 2\}$ (۲) $\{12, 5\}$ (۳) $\{15, 1, 1\}$ (۴) $\{10, 5, 2\}$

پاسخ: گزینه الف،

مجموعه‌ای که دارای کمترین تعداد سکه باشد که مجموع آنها 17 است انتخاب ماست. ابتدا بزرگترین سکه را انتخاب می‌کنیم و توجه می‌کنیم مجموع کوچکتر از 17 باشد و سپس دوباره بزرگترین سکه موجود که شرط مسئله را رعایت کند انتخاب می‌کنیم به این ترتیب گزینه الف صحیح است.

۱۳. -

۱۴. در کد گذاری رشته *abaabacadcade* با استفاده از روش هافمن، کد حاصل برای هر کدام از نویسه‌ها کدام است؟

(۱) $a = 1, b = 01, c = 001, d = 0001, e = 0000$

(۲) $a = 0, b = 101, c = 110, d = 111, e = 100$

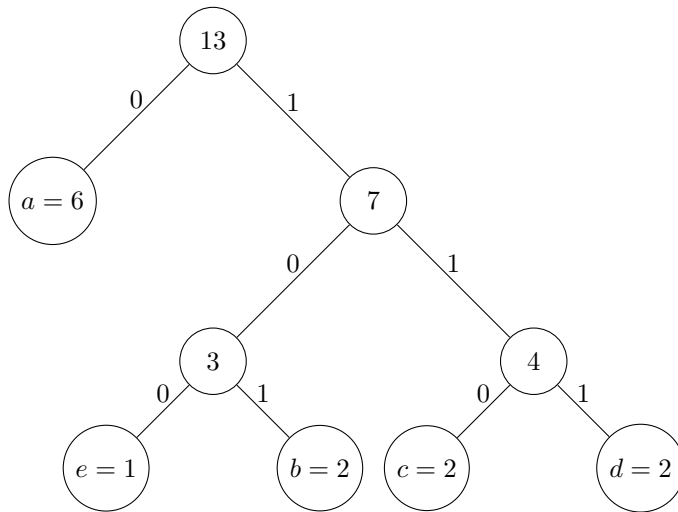
(۳) $a = 000, b = 001, c = 010, d = 011, e = 100$

(۴) $a = 00, b = 01, c = 10, d = 11, e = 100$

پاسخ: گزینه ب،

ابتدا فراوانی هر کاراکتر را پیدا می‌کنیم و به ترتیب صعودی می‌نویسیم: $e = 1, b = 2, c = 2, d = 2, a = 6$

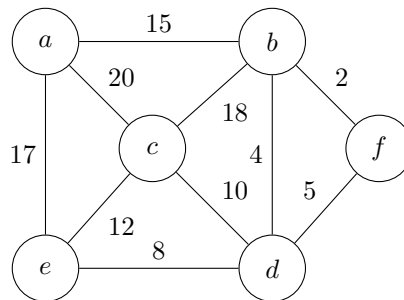
و درخت هافمن آن را به صورت زیر رسم می‌کنیم و کدهای آن طبق گزینه ب به دست می‌آید:



در نتیجه : $a = 0, b = 101, c = 110, d = 111, e = 100$

۱۵. -

۱۶. برای یافتن درخت پوشای کمینه گراف زیر به کمک الگوریتم پریم، ترتیب انتخاب یال‌ها با شروع از راس a کدام گزینه است؟ (از چپ به راست)



- ۱) $(b, f), (b, d), (e, d), (c, d), (a, b)$
- ۲) $(a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (e, c)$
- ۳) $(a, b), (b, f), (b, d), (d, e), (d, c)$
- ۴) $(a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (d, c)$

پاسخ: گزینه ج،

از راس a شروع میکنیم $F = \emptyset, Y = a \Leftarrow$ رئوس مجاور a شامل b, c, d است که طول یال آنها ه ترتیب زیر است .

$$e_{ab} = 15, e_{ac} = 20, e_{ae} = 17$$

در نتیجه راس b را انتخاب می‌کنیم و $F = \{(a, b)\}, Y = \{a, b\}$ و با همین روش به ترتیب راس های c, d, e, f را انتخاب می‌کنیم.

۱۷. -

۱۸. اگر یک مسئله هم به روش برنامه‌نویسی پویا و هم به روش تقسیم و حل قابل حل باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) استفاده از روش تقسیم و حل بهتر است، چون پیاده‌سازی آن آسان است.
- (۲) استفاده از روش برنامه‌نویسی پویا بهتر است چون حافظه مصرفی آن کمتر است.
- (۳) روش برنامه‌نویسی پویا ممکن از نسبت به روش تقسیم و حل مسئله را در زمان کمتری حل کند.
- (۴) روش تقسیم و حل همواره نسبت به روش برنامه‌نویسی پویا مسئله را در زمان کمتری حل می‌کند.

پاسخ: گزینه ج،

در برنامه نویسی پویا نمونه های کوچک محاسبه شده و نتیجه‌شان در مکانی ذخیره می‌شود و در صورت لزوم مورد استفاده قرار می‌گیرد در حالی که در روش حل و تقسیم جواب ها ذخیره نمی‌شود و هر بار دوباره محاسبه میگردد در نتیجه روش برنامه نویسی پویا نسبت به روش حل و تقسیم زمان کمتری نتياز دارد پس جواب گزینه ج است.

۱۹. -

۲۰. میزان حافظه‌ی مصرفی در روش برنامه‌نویسی پویا برای مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد بازای n راس کدام است؟

$$(۱) \theta(n) \quad (۲) \theta(n^2) \quad (۳) \theta(n2^n) \quad (۴) \theta(n^2 2^n)$$

پاسخ: گزینه ج،

میزان حافظه مصرفی در مسئله فروشنده دوره‌گرد از مرتبه $\theta(n2^n)$ است.

۲۱. -

۲۲. در چند مورد از مسائل زیر جواب‌های مسئله در گره‌های موجود در پایین‌ترین سطح درخت فضای حالت قرار دارند؟

مورد ۱: حاصل جمع زیرمجموعه‌ها

مورد ۲: مدارهای هامیلتونی

مورد ۳: n - وزیر

$$(۱) 2 \quad (۲) 3 \quad (۳) 1 \quad (۴) 0$$

پاسخ: گزینه الف،

در موارد بالا فقط در حاصل جمع زیر مجموعه ها و مدار های همیلتونی است که گره های موجود در پایین ترین سطح درخت فضای حالت قرار دارند.

۲۳. -

۲۴. اگر در مسئله حاصل جمع زیرمجموعه‌ها داشته باشیم $s = \{510, 12, 13, 15, 18\}$ و $w = 30$ آنگاه چند راه حل وجود دارد؟

$$(۱) 2 \quad (۲) 3 \quad (۳) 4 \quad (۴) 1$$

پاسخ: گزینه ب،

$$18 + 12 = 35, 5 + 10 + 15 = 35, 12 + 13 + 5 = 35$$

در نتیجه سه راه حل وجود دارد.

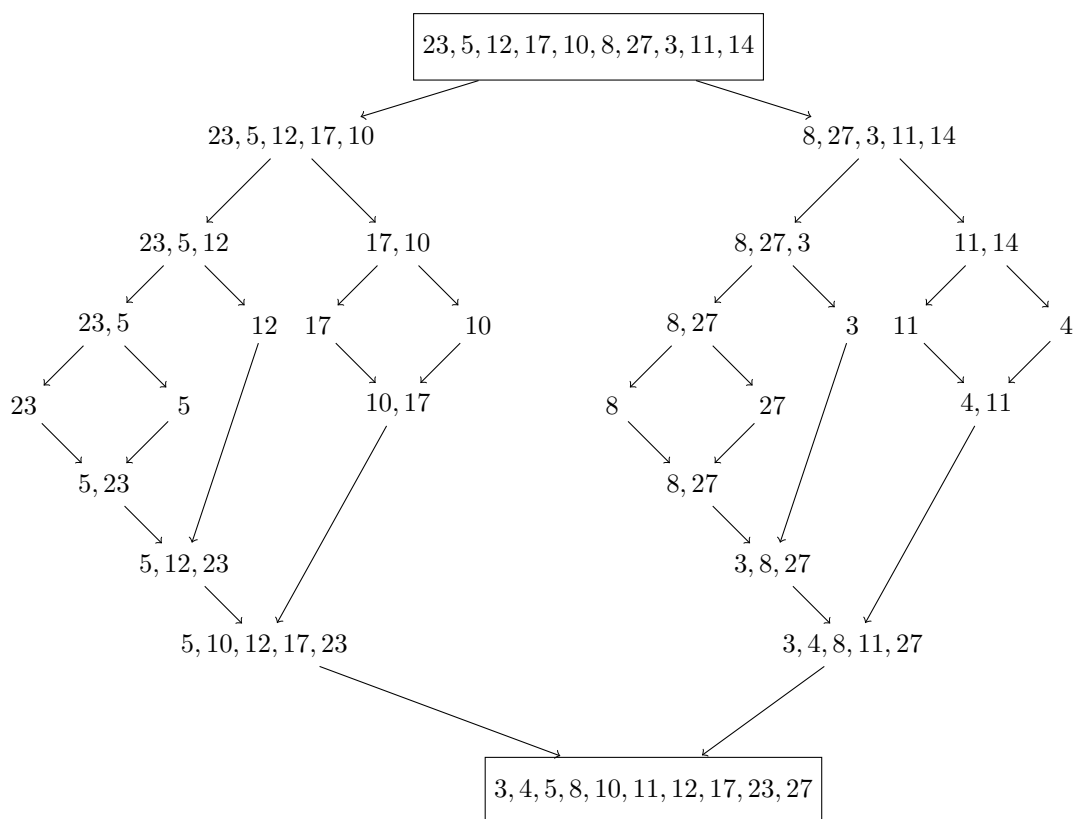
سوالات تشریحی

۱. -

۲. عناصر زیر مربوط به لیست 8 را در نظر بگیرید، با استفاده از روش مرتب‌سازی ادغامی لیست را مرتب نموده و درخت فراخوانی آن را رسم کنید. (ب) پیچیدگی زمانی این الگوریتم را محاسبه کنید.

۲۳	۵	۱۲	۱۷	۱۰	۸	۲۷	۳	۱۱	۱۴
----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

حل:



۳. -

۴. در مسئله فروشندگی دوره‌گرد، در صورتی که ماتریس وزن گراف به صورت زیر باشد، با استفاده از روش برنامه‌نویسی پویا تور بهینه را برای این گراف به دست آورید.

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 9 & \infty \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ \infty & 7 & 0 & 8 \\ 6 & 3 & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

حل: ابتدا A را همه‌ی مجموعه‌های تک عضوی در نظر می‌گیریم و پس از حل این مرحله وارد مرحله بعد می‌شویم و A را همه‌ی مجموعه‌های دو عضوی در نظر می‌گیریم و به همین ترتیب تا زمانی که A مجموعه $n - 1$ عضوی را به خود اختصاص دهد و جواب نهایی به دست آید ادامه می‌دهیم.
 $A = \{v_2\}$ را در نظر می‌گیریم:

$$D[V_3][\{V_2\}] = \min(W[3][2] + D[V_2][0]) = 7 + 1 = 8$$

$$D[V_4][\{V_2\}] = \min(W[4][2] + D[V_2][0]) = 3 + 1 = 4$$

$A = \{v_3\}$ را در نظر می‌گیریم:

$$D[V_2][\{V_3\}] = \min(W[2][3] + D[V_3][0]) = 6 + \infty = \infty$$

$$D[V_4][\{V_3\}] = \min(W[4][3] + D[V_3][0]) = \infty + \infty = \infty$$

$A = \{v_4\}$ را در نظر می‌گیریم:

$$D[V_2][\{V_4\}] = \min(W[2][4] + D[V_4][0]) = 4 + 6 = 10$$

$$D[V_3][\{V_4\}] = \min(W[3][4] + D[V_4][0]) = 8 + 6 = 14$$

A را مجموعه‌های دو عضوی در نظر می‌گیریم:

$$A = \{V_2, V_3\}$$

$$D[V_4][\{V_2, V_3\}] = \min(W[4][j] + D[V_j][\{V_2, V_3\} - V_j]) = \\ \min(W[4][2] + D[V_2][V_3], W[4][3] + D[V_3][V_2]) = \min(3 + \infty, \infty + 8) = \infty$$

$$A = \{V_3, V_4\}$$

$$D[V_2][\{V_3, V_4\}] = \min(W[2][j] + D[V_j][\{V_3, V_4\} - V_j]) = \\ \min(W[2][3] + D[V_3][V_4], W[2][4] + D[V_4][V_3]) = \min(6 + 14, 4 + \infty) = 20$$

$$A = \{V_2, V_4\}$$

$$D[V_3][\{V_2, V_4\}] = \min(W[3][j] + D[V_j][\{V_2, V_4\} - V_j]) = \\ \min(W[3][2] + D[V_2][V_4], W[3][4] + D[V_4][V_2]) = \min(7 + 10, 8 + 4) = 12$$

در نهایت تور بهینه را محاسبه می‌کنیم:

$$D[V_1][\{V_2, V_3, V_4\}] = \min(W[1][j] + D[V_j][A - V_j]) = \min(W[1][2] + \\ D[V_2][\{V_3, V_4\}], W[1][3] + D[V_3][\{V_2, V_4\}], W[1][4] + D[V_4][\{V_2, V_3\}]) = \\ \min(2 + 20, 9 + 12, \infty + \infty) = 21$$

در نهایت تور بهینه برابر ۲۱ است.