

به نام خدا

بی‌تا راه‌دار

کارشناسی پیام نور کرج

شماره دانشجویی: 970085551

حل سوالات زوج نیم سال دوم 97-98

2) مرتبه زمانی قطعه کد زیر چیست؟

```
For(i=1; i<=n; i+=2)
```

```
For(j=1; j>I; j++)
```

```
X++;
```

$O(n^2)$.4

$O(n \log n)$.3

$O(n)$.2

$O(n^3)$.1

پاسخ: گزینه 4

در بدترین حالت شرط حلقه دوم به صورت $j > n$ خواهد بود. لذا حلقه اول ۲ بار حلقه دوم را تکرار خواهد کرد از طرفی حلقه دوم در بدترین حالت n بار دستور خود را اجرا می‌کند لذا $n * n = n^2$ بار آخرین دستور اجرا خواهد شد پس مرتبه زمانی برابر است با $O(n^2)$

4) تابع پیچیدگی زمانی تابع زیر کدام است؟

```
Void f(int a[], int n){
```

```
If (n==1)return a[0];
```

```
F(a,n-2);
```

```
A[n-1]=a[n-2];
```

```
F(a,n-2);
```

```
}
```

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T(n-2) + T(n-1) & n > 1 \end{cases} \quad 1.$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T(n-2) + 1 & n > 1 \end{cases} \quad 2.$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(n-2) + T(n-1) + 1 & n > 1 \end{cases} \quad 3.$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(n-2) + & n > 1 \end{cases} \quad 4.$$

پاسخ: گزینه 2

همانطور که در کد مشاهده میشود در تابع f، دوبار تابع با پارامتر n-2 فراخوانی میشود و ما بین آن یک دستور اجرا خواهد شد لذا میتوان نوشت $T(n)=2T(n-2)+1$

6) کدام گزینه صحیح است؟

$$T(n)=3T\left(\frac{n}{5}\right)+n^2 \in \theta(n^{\log_5 3}).2$$

$$(n)=2T(n-1)+1 \in \theta(2^n/2).1$$

$$T(n)=T\left(\frac{n}{2}\right)+n \in \theta(n \log n).4$$

$$T(n)=T(n-1)+1 \in \theta(n).3$$

پاسخ: گزینه 3

$$T(n)=aT\left(\frac{n}{b}\right)+F(n) \quad (F(n) \in n^k)$$

در صورتی که n یک عدد طبیعی و $a \geq 1$ و $b > 1$ باشد به صورت زیر بیان میشود:

$$T(n) = \begin{cases} \theta(n^{\log_b a}) & a > b^k \\ \theta(n^k \log n) & a = b^k \\ \theta(n^k) & a < b^k \end{cases}$$

در گزینه 2) $a=3$ ، $b=5$ ، و $f(n)=n^2$ ، لذا $a < b^k$ پس $\theta(n^2)$

در گزینه 4) $a=1$ ، $b=2$ ، و $f(n)=n$ ، $k=1$ ، لذا $a < b^k$ پس $\theta(n)$

$$T(n)=aT(n-b)=\theta(A^{n/b})$$

$$\text{If } (a=1) = \theta(n)$$

در گزینه 1) $a=2$ ، $b=1$ ، لذا $\theta(2^n)$

در گزینه 3) $a=1$ ، لذا $\theta(n)$

8) ارایه نه عنصری a مفروض است. اگر این ارایه به روش مرتب سازی سریع مرتب شود خروجی تابع partition در مرحله اول چیست؟

14	25	7	18	5	32	41	2	9
----	----	---	----	---	----	----	---	---

5	9	7	2	14	32	41	19	25
---	---	---	---	----	----	----	----	----

 1.

7	5	2	9	14	25	18	32	41
---	---	---	---	----	----	----	----	----

 2.

2	5	7	9	14	18	25	32	41
---	---	---	---	----	----	----	----	----

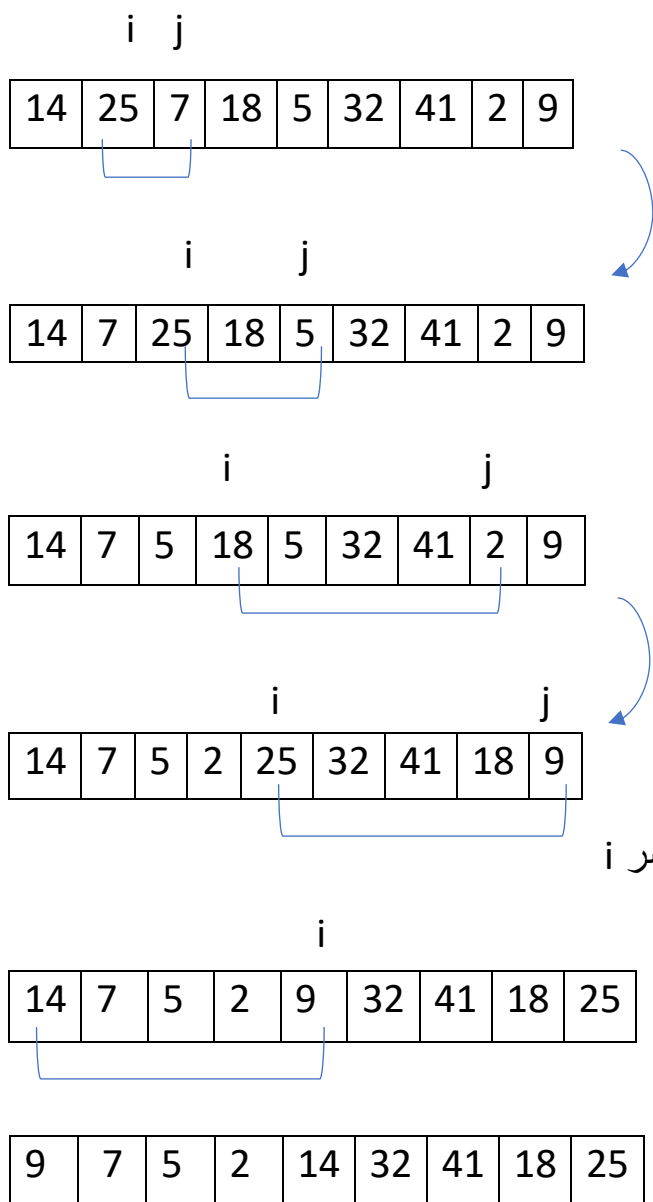
 3.

9	7	5	2	14	32	41	18	25
---	---	---	---	----	----	----	----	----

 4.

پاسخ: گزینه 4

i در عنصر بزرگتر از 14 و j در عنصر کوچکتر از 14 متوقف شده و عناصر تعویض می شوند.



زمانی که j پیمایش خود را به اتمام می رساند محل عنصر i با اولین خانه جابه جا میشود.

10) پیچیدگی زمانی الگوریتم mergesort چقدر است؟

o(log n).1 o(nlog n).2 o(n²log n).3 o(n²).4

پاسخ: گزینه 2

الگوریتم داده شده از ارایه برای نگهداری نتایج استفاده میکند و چون برای بدست آوردن نتیجه سطح i از سطوح قبلی استفاده میکند (i-2 و i-1) لذا متناظر با روش برنامه نویسی پویاست.

12) اگر برای یافتن بیشترین و کمترین مقدار یک ارایه 10 عنری از الگوریتم زیر استفاده شود تعداد مقایسه ها چقدر است؟

```
Void MaxMin(int a[],int low,int high,int & min,int &max){
    If(low==high) min =max =a[low];
```

```

else If(low==high-1){
If(a[low]<a[high]){
    max = a[high]; min = a[low];}
else{
    max =a[low]; min=a[high];}
else{
int mid =(low+high)/2,max1,min1;
MaxMin(a,low,mid,min,max);
MaxMin(a,mid+1,high,min1,max1);
If(min1<min)min=min1;
If(max1>max)max=max1;
}

```

13.4

12.3

10.2

5.1

پاسخ:گزینه 4

الگوریتم مربوط به پیدا کردن ماکزیمم و مینیمم در لیست مربوط به minmax می باشد که رابطه ان به صورت $T(n)=3n/n - 2$ میباشد بنابراین برای 10 عنصر $T(n)=30/2 - 2 = 13$ مقایسه خواهیم داشت.

اگر عنصر فرد باشد تعداد مقایسه ها برابر است با $T(n)=3n/2 - 3/2$

14)در صورتی که متن زیر به روش هافمن کدگذاری شود،کد حرف b کدام خواهد بود؟

Abaacbdbabcaccc

101.4

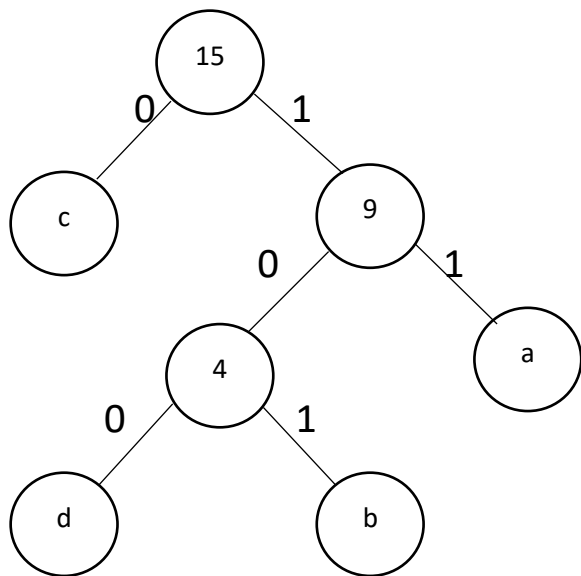
01.3

001.2

100.1

پاسخ:گزینه 4

در کد هافمن دو کارکتر با نعداد کمتر با هم تشکیل گره ای را داده و مجموع تعداد انها در ان گره ثبت میشود سپس عدد این گره در لیست تعداد کارکترها قرار میگیرد این روند را تا ریشه درخت ادامه میدهیم بعد از تشکیل درخت ،از ریشه یال های سمت چپ را 0 و یال های سمت راست را 1میگذاریم پس از ان برای هرکارکتر از ریشه شروع کرده عدد بدست آمده تا ان کارکتر را از روی یالها مینویسیم : تعداد: d=1 c=6 a=5



$a = 11, b = 101, c = 0, d = 100$

16) تعداد حالات مختلف ضرب زنجیره ای 5 ماتریس کدام است؟

10.4 30.3 5.2 14.1

پاسخ: گزینه 1

تعداد حالت ممکن برای ضرب زنجیره ای ماتریس ها از رابطه زیر بدست می آید:

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i)T(n-i) = \frac{1}{n} \binom{2(n-1)}{n-1} = \frac{1}{5} \binom{2(5-1)}{5-1} = \frac{1}{5} \frac{8!}{4!4!} = 14$$

18) مرتبه زمانی مساله کوله پشتی صفر و یک با استفاده از روش برنامه نویسی پویا چقدر است؟

$\theta(n^2)$.4 $\theta(2^n)$.3 $\theta(n^n)$.2 $\theta(n)$.1

پاسخ: گزینه 3

مرتبه زمانی کوله پشتی صفر و یک در بدترین حالت $\theta(2^n)$ میباشد.

20) دو رشته $A = ABCBDAB$ و $Y = BDCABA$ را در نظر بگیرید. اگر برای یافتن طولانی ترین زیر رشته مشترک بین X و Y از روش برنامه نویسی پویا استفاده شود، $B[3][3]$ چقدر است؟

3.4 2.3 1.2 0.1

پاسخ: گزینه 3

اول باید تک تک خانه های جدول پر کنیم. در گام اول خانه هایی که دارای $i=0$ یا $j=0$ میباشد، با عدد صفر پر میشوند. در گام بعدی اگر در خانه ای $x_i = y_j$ بود مثل خانه $c[4,5]$ طبق فرمول

$$C[3,4]+1=2+1=3$$

و اگر در خانه ای $x_i=y_i$ بود مثل خانه های $c[6,3]$ و $c[2,6]$

$$C[6,3]=\max(c(5,4),c(6,2))=\max(2,2)=2$$

$$C[2,6]=\max(c(1,6),c(2,5))=\max(1,2)=2$$

		J →	0	1	2	3	4	5	6
i ↓	Y _i								
			B	D	C	A	B	A	
0	X		0	0	0	0	0	0	
1	A		0	← 0	← 0	↖ 0	← 1	↖ 1	
2	B		0	↖ 1	← 1	← 1	↖ 2	← 2	
3	C		0	↑ 1	↑ 1	↖ 2	← 2	← 2	
4	B		0	↖ 1	↑ 1	↑ 2	↑ 2	↖ 3	← 3
5	D		0	↑ 1	↖ 2	↑ 2	↑ 2	↑ 3	↑ 3
6	A		0	↑ 1	↑ 2	↑ 2	↖ 3	↑ 3	↖ 4
7	B		0	↖ 1	↑ 2	↑ 2	↑ 3	↖ 4	← 4

22. گرافی با ماتریس مجاورت زیر مفروض است. برای رنگ آمیزی این گراف با سه رنگ چند پاسخ وجود دارد؟

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

0.4 1.3 2.2 3.1

پاسخ: گزینه 4

چون همه رئوس برهم منطبق هستند و وزن یال بین رئوس 0 است لذا نمیتوان گراف را طوری رنگ آمیزی کرد که هیچ دو راس مجاور هم رنگ نباشد.

24. در مساله کوله پشتی صفرو یک مقدار weight، profit، bound در یک گره مفروض به ترتیب معادل کدام گزینه است؟

1. حد بالایی از بهره قابل دستیابی حاصل جمع ارزش قطعات و حاصل جمع اوزان قطعات

2. حاصل جمع ارزش قطعات حد بالایی از بهره قابل دستیابی و حاصل جمع اوزان قطعات

3. حد بالایی از بهره قابل دستیابی حاصل جمع اوزان قطعات و حاصل جمع ارزش قطعات

4. حاصل جمع اوزان قطعات حد بالایی از بهره قابل دستیابی و حاصل جمع ارزش قطعات

پاسخ: گزینه 1

Profit: حاصل جمع ارزش قطعات

Bound: حد بالا از بهره قابل دستیابی

Weight: حاصل جمع اوزان قطعات

تشریحی:

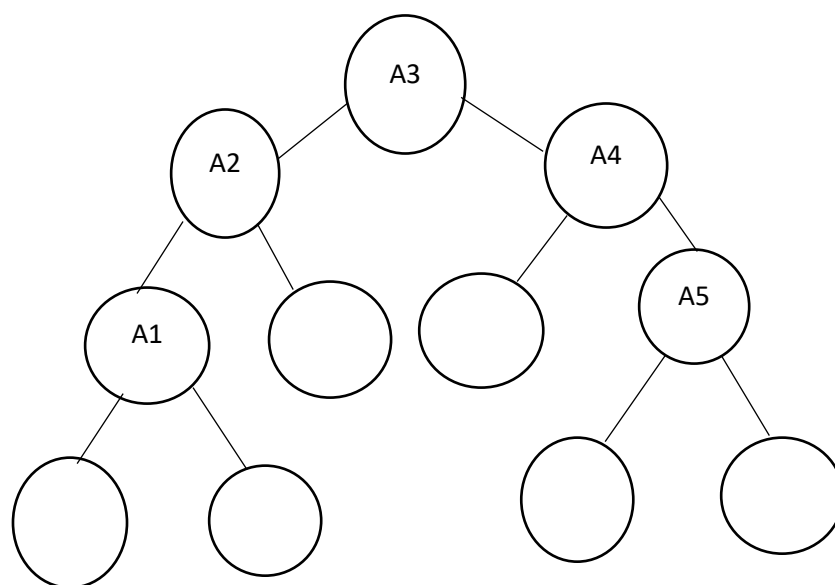
2. در الگوریتم جستجوی دودویی متوسط تعداد مقایسه ها در جستجوی موفق و ناموفق برای یک ارایه 5 عنصری را به کمک درخت تصمیم گیری بدست آورید.

پاسخ:

در صورتی که الگوریتم جستجوی دودویی را برای جستجوی عناصر ارایه

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ به کار ببریم میانگین تعداد مقایسه ها در جستجوی موفق و ناموفق را بدست می آوریم.

برای محاسبه میانگین جستجوی موفق تعداد گره های بر هر سطح را در شماره سطح ان ضرب می کنیم و جمع می نماییم سپس بر تعداد گره های پر تقسیم می کنیم:



$$\text{میانگین مقایسه های جستجوی موفق} = \frac{1+2*2+2*3}{5} = \frac{11}{5}$$

برای محاسبه ی میانگین جستجوی ناموفق تعداد گره های خالی هر سطح را در شماره سطح ان ضرب میکنیم و جمع مینماییم سپس بر تعداد گره های پر تقسیم میکنیم:

$$\text{میانگین تعداد مقایسه های جستجوی ناموفق} = \frac{2*3+4*4}{5+1} = \frac{22}{6}$$

از فرمول های زیر استفاده کردیم:

$$\text{مجموع گره داخلی} \frac{\sum d(x)}{\text{تعداد کل گره } n}$$

4. در مساله حاصل جمع زیر مجموعه ها اگر $n=5$ و $w=12$ باشد برای w_i های داده شده زیر با استفاده از تکنیک عقبگرد چند جواب وجود دارد؟ درخت فضای حالت ان را رسم کنید.

$$w_1=2, w_2=5, w_3=7, w_4=10, w_5=12$$

پاسخ:

در مسئله حاصل جمع زیر مجموعه ها n عدد مثبت و صحیح w_i (وزن) و یک عدد صحیح مثبت w داده شده و هدف یافتن همه ی زیر مجموعه هایی از این اعداد صحیح است که حاصل جمع ان ها برابر w بشود. اگر $weight$ مجموع وزن های جمع اوری شده تا کنون و w_{i+1} وزن قطعه بعدی $total$ مجموع وزن های پیمایش نشده (باقی مانده) باشد داریم:

$\{weight + w_{i+1} \leq w$ شروط امید بخش بودن مسئله حاصل جمع زیر مجموعه ها

$$\{weight + total \geq w$$

$\{Weight + w_{i+1} > w$ شروط ناامید بخش بودن مسئله حاصل جمع زیر مجموعه ها

$$\{weight + total < w$$

برای رسم درخت فضای حالت: اگر از ریشه به طرف چپ برویم یعنی w_i را انتخاب کرده ایم و اگر به طرف راست برویم یعنی w_1 انتخاب نشده است به طریق مشابه اگر از یک گره در سطح 1 به سمت چپ رفتیم به این معنی خواهد بود که w_2 را انتخاب کرده ایم و اگر به طرف راست رفتیم ان را انتخاب نکرده ایم و هر مسیر از ریشه به برگ معرف یک زیر مجموعه است.

