

به نام خدا

بی‌تا راه‌دار

دانشجوی کارشناسی پیام نور کرج

شماره دانشجویی: 970085551

حل سوالات فرد تابستان 94

1. از میان سه رابطه زیر چه تعدادشان درست است؟

$$5n + 10\log n^4 \in o(n^2)$$

$$n^3 2^n + 6n^2 3^n \in o(n^4 2^n)$$

$$\log 2^n \in \Omega(\log n^{\sqrt{n}})$$

3.4

2.3

1.2

1. صفر

پاسخ: گزینه 3

3. مرتبه اجرای قطعه کد زیر کدام است؟

i=n;

while (i ≥ 1){

j=i;

while (j ≤ n){

j=j*2;

}

i=i-2;

}

$\theta(n + \log n)$.4

$\theta(n^2)$.3

$\theta(n \log n)$.2

$\theta((\log n)^2)$.1

پاسخ:

گزینه 3

5. مرتبه اجراي الگوریتم بازگشتي زیر چیست؟

```
int func(int n, int m){  
    if (n==2)  
        return n-m;  
    else  
        return m×func(n-2, m-1) + 1;  
}
```

1. $o(\sqrt{n})$

2. $o(n)$

3. $o(n^2)$

4. $o(n \log n)$

پاسخ: گزینه 2

7. مرتبه رابطه بازگشتي زیر چیست؟

$$T(n) = T(2n/3) + 1$$

4. $\theta(n \log n)$

3. $\theta(\log n)$

2. $\theta(n^{3/2})$

1. $\theta(n^{2/3})$

پاسخ:

$$n=1 \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$n=2 \rightarrow \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$$

$$n=3 \rightarrow \frac{6}{3} + \frac{3}{3} = \frac{9}{3}$$

$$n=4 \rightarrow \frac{8}{3} + \frac{3}{3} = \frac{12}{3}$$

گزینه 3

9. اگر برای مرتب سازی آرایه زیر از الگوریتم Sort Quick استفاده کرده و عنصر اول را به عنوان عنصر محور انتخاب کنیم، خروجی مرحله اول الگوریتم چه خواهد بود؟

| | | | | | | | | |
|----|----|---|----|----|----|----|---|----|
| 15 | 20 | 7 | 12 | 22 | 16 | 10 | 3 | 20 |
|----|----|---|----|----|----|----|---|----|

10 , 7 , 12 , 3 , 15 , 22 , 20 , 16 , 20.1

3 , 7 , 12 , 10 , 15 , 20 , 16 , 22 , 20.2

10 , 7 , 3 , 12 , 15 , 16 , 20 , 22 , 20.3

3 , 7 , 12 , 10 , 15 , 16 , 20 , 22 , 20.4

پاسخ: گزینه 4

| | | | | | | | | |
|----|----|---|----|----|----|----|---|----|
| 15 | 20 | 7 | 12 | 22 | 16 | 10 | 3 | 20 |
|----|----|---|----|----|----|----|---|----|

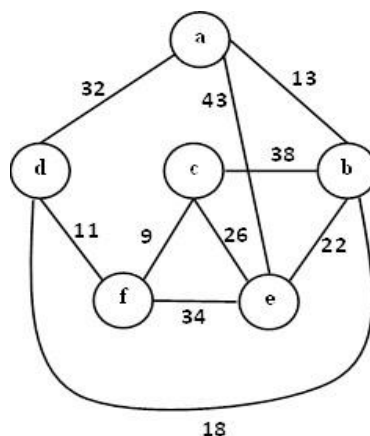
| | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|
| 15 | 7 | 20 | 12 | 22 | 16 | 10 | 3 | 20 |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|

| | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|
| 15 | 7 | 12 | 20 | 22 | 16 | 10 | 3 | 20 |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|

| | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|
| 15 | 7 | 12 | 10 | 22 | 16 | 20 | 3 | 20 |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|

| | | | | | | | | |
|----|---|----|----|---|----|----|----|----|
| 15 | 7 | 12 | 10 | 3 | 16 | 20 | 22 | 20 |
|----|---|----|----|---|----|----|----|----|

11. اگر در استفاده از الگوریتم پریم برای به دست آوردن درخت پوشای بهینه گراف زیر، راس a را به عنوان راس شروع در نظر بگیریم، ترتیب انتخاب راس ها به ترتیب از چپ به راست چه خواهد بود؟



a , b , d , f , c , e.2

a , b , d , c , f , e.1

a , b , e , c , f , d.4

a , b , d , e , f , c.3

پاسخ:گزینه 2

برای ترتیب راس ها در درخت پوشا اگر a را راس قرار دهیم بین راس های مجاور راسی را انتخاب میکنیم که یال آن کوچکتر است یعنی راس b و بعد راس d ، حالا در راس d آن راس مجاوری را انتخاب میکنی که کوچکتر است یعنی f و بعد c ، حال کوچکترین راس مجاور c یعنی راس e را انتخاب میکنیم.

13. چنانچه مجموعه قطعات شامل هفت قطعه با وزن و قیمت زیر باشد. در مساله کوله پشتی کسری با حداکثر ظرفیت برابر با 10 ، سود بهینه چقدر است؟

| | | | | | | | |
|------|----|---|----|---|---|----|---|
| وزن | 2 | 2 | 5 | 7 | 1 | 4 | 1 |
| قیمت | 10 | 6 | 15 | 7 | 6 | 18 | 3 |

43.4

49.3

53.2

34.1

پاسخ:گزینه 4

15. اگر زنجیره ضرب ماتریس ها شامل چهار ماتریس به شکل زیر باشد، پرانتزگذاری بهینه به چه صورت خواهد بود؟

$$A_{5 \times 10} \times B_{10 \times 8} \times C_{8 \times 2} \times D_{2 \times 20}$$

$$A \times ((B \times C) \times D).2$$

$$(A \times B) \times (C \times D).1$$

$$(A \times (B \times C)) \times D.4$$

$$((A \times B) \times C) \times D.3$$

پاسخ:گزینه 4

ترتیب بهینه به ابعاد ماتریس بستگی دارد

$$1.(A * B) * (C * D) = 5 * 10 * 8 + 8 * 2 * 20 + 5 * 8 * 20 = 1520$$

$$2.A * ((B * C) * D) = 10 * 8 * 2 + 10 * 2 * 20 + 5 * 10 * 20 = 1560$$

$$3.((A * B) * C) * D = 5 * 10 * 8 + 5 * 8 * 2 + 5 * 2 * 20 = 680$$

$$4.(A * (B * C)) * D = 10 * 8 * 2 + 5 * 10 * 2 + 5 * 2 * 20 = 480$$

چون گزینه 4 حاصلش از بقیه کمتر است پس بهینه تر است.

17. اگر ماتریس مجاورت (W) برای یک گراف به صورت زیر باشد در محاسبه کوتاه ترین مسیرها به کمک الگوریتم فلوید مقادیر اولین سطر ماتریس $D^{(4)}$ کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

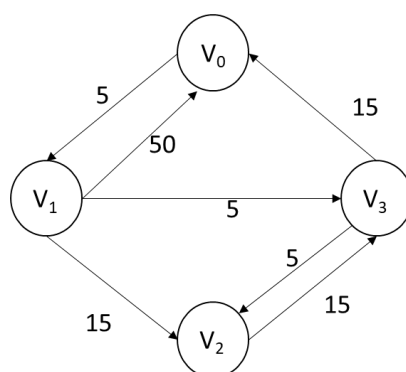
2. [0 5 15 10].

1. [0 5 ∞ ∞].

4. [0 5 ∞ 10].

3. [0 5 20 10].

پاسخ: گزینه 4



19. مرتبه هزینه زمانی $T(n)$ و مرتبه هزینه حافظه مصرفی $M(n)$ برای مسئله فروشنده دوره گرد در یک گراف n راسی کدام است؟

1. $T(n) \in \theta(n2^n)$ و $M(n) \in \theta(n2^n)$.2 $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n2^n)$

3. $T(n) \in \theta(n2^n)$ و $M(n) \in \theta(n^2 2^n)$.4 $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n^2 2^n)$

پاسخ: گزینه 2

مرتبه هزینه زمانی $T(n)$ و مرتبه هزینه حافظه مصرفی $M(n)$ برای مسئله فروشنده در گراف n راسی برابر است با $T(n) \in \theta(n^2 2^n)$ و $M(n) \in \theta(n2^n)$

21. کدام یک از عبارات زیر در مورد راهبرد پویا درست است؟

1. اغلب مسائل راهبرد پویا مسائل بهینه سازی هستند.
2. راهبرد برنامه نویسی پویا یک راهبرد بالا به پایین است.
3. میزان حافظه مصرفی در الگوریتم های راهبرد پویا کمتر از راهبرد تقسیم و حل است.
4. زمان اجرای الگوریتم محاسبه جمله n ام سری فیبوناچی در راهبرد پویا بیشتر از راهبرد تقسیم و حل است.

پاسخ: گزینه 1

2. یک راهبرد از پایین به بالا است.

3. برخلاف روش تقسیم و حل که برای حل هر مسئله سطح L تنها از مسائل سطح $L-1$ استفاده میکند در روش برنامه نویسی پویا برای حل هر مساله سطح L ما میتوانی از کلیه مسائل سطوح پایین تر که لازم باشد استفاده کنیم.

4. زمان اجرای الگوریتم محاسبه جمله n ام سری فیبوناچی در راهبرد پویا کمتر از راهبرد تقسیم و حل است.

23. الگوریتم عقبگرد برای مسئله مدارهای همیلتونی از کدام مرتبه زمانی است؟

1. $\theta(2^n)$ 2. $\theta(n2^n)$ 3. $\theta(n^n)$ 4. $\theta(n!)$

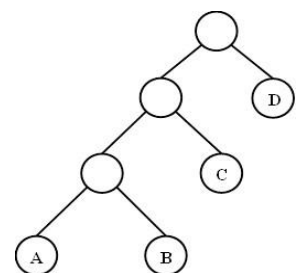
پاسخ: گزینه 3

تعداد گره ها در درخت مدارهای همیلتونی برابر است با

$$1+(n-1)+(n-1)^2+\dots+(n-1)^{n-1}=\frac{(n-1)^2-1}{n-1}$$

با توجه به رابطه بدست آمده مرتبه زمانی الگوریتم برابر است با $o(n^n)$

25. در حل مسئله کوله پشتی صفر و یک در راهبرد انشعاب و تحدید، اگر بخشی از درخت فضایی حالت به صورت زیر باشد، با توجه به قطعات داده شده، در مرحله بعد کدام گره باید توسعه یابد؟ (ظرفیت کوله پشتی = 16)



| | | | | |
|------|----|----|---|---|
| قطعه | 1 | 2 | 3 | 4 |
| وزن | 2 | 5 | 1 | 5 |
| | | | 0 | |
| قیمت | 40 | 30 | 5 | 1 |
| | | | 0 | 0 |

D.4

C.3

B.2

A.1

پاسخ: گزینه 3

سوالات تشریحی:

1. رابطه بازگشتی زیر را حل کنید.

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\sqrt{n}) + n^2 & n > 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases}$$

پاسخ:

$$T(2^k) = 2T(2^{k/2}) + 4^k$$

$$S(k) = 2S\left(\frac{k}{2}\right) + 4^k$$

$$S(K) \in \theta(4^k)$$

$$T(n) \in \theta(n^2)$$

3. چنانچه متنی شامل کاراکترهای A ، B ، C ، D ، E ، F و G با نرخ تکرار زیر باشد، پس از رسم درخت هافمن، کد مربوط به هر کاراکتر را به دست آورده و طول فایل کد شده را نیز محاسبه کنید.

| کاراکتر | A | B | C | D | E | F | G |
|-----------|---|----|----|----|----|----|----|
| نرخ تکرار | 8 | 14 | 28 | 35 | 10 | 12 | 23 |

5. الف) در مساله n وزیر، شرط اینکه دو وزیر مورد حمله یکدیگر قرار گیرند چیست؟
ب) الگوریتم عقبگرد برای مسئله n وزیر را نوشته و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل نمایید؟
پ) تابع امیدبخشی این الگوریتم آن را نیز بنویسید.

پاسخ:

الف: نباید هیچ یک از این سه شرط برقرار باشد

1. دو وزیر در یک ستون باشند $|z|$

2. یا $i+j=k-l$

3. یا $i+j=k+l$

ب: الگوریتم عقبگرد برای مساله a وزیر

ورودی عدد صحیح مثبت n که نشان دهنده تعداد وزیر است.

خروجی کلیه جواب هاب ممکن در ارایه ای از اعداد صحیح x .

Void queens (k , n)

```
{  
    int i;  
    for (i=1 ; i<=n ; i++)  
        if( promising(k,i))  
        {  
            X[k]=i ;  
            if(k==n)  
                print (x);  
            else  
                queens(k+1,n);  
        }  
}
```


برای مساله n وزیر الگوریتم برای مثال $n=8$ به صورت $queens(1,8)$ فراخوانی میشود
 این الگوریتم همه جواب های مسئله n وزیر را تولید میکند تحلیل الگوریتم به لحاظ تئوری
 مشکل است برای انجام این کار باید تعداد گره های چک شده را به عنوان تابعی از n یعنی
 تعداد وزیر ها تعیین کنیم حد بالای تعداد گره های درخت فضای حالت عبارت است از:
 یک گره در سطح صفر در سطح یک n گره در سطح دو n^2 گره... و در سطح n ، n^n
 گره وجود دارد بنابراین تعداد گل گره ها عبارت است از:

$$1+n+n^2+n^3+...+n^n=\frac{n^{n+1}-1}{n-1}$$

پ:تابع امید بخش این الگوریتم برابر است با:

$$1+n+n(n-1)+n(n-1)(n-2)+...+n!$$