

طراحی الگوریتم (کد درس : 10- 1115142)

مریم میرزایی 970148283

پاسخ سوال های زوج نیمسال دوم 94-95

(2) زمان اجرای الگوریتم زیر کدام است؟

```
l=1;
While (i<=n) {
l= i×2;
}
```

1. $T(n) \in \theta(\log n)$ 2. $T(n) \in \theta(n^2)$ 3. $T(n) \in \theta(n)$ 4. $T(n) \in (n \log n)$

پاسخ : گزینه 1 صحیح است

در حلقه while اگر شمارنده با دستور $i = i \times k$ تغییر کند مرتبه اجرایی آن $\theta(\log_k n)$ خواهد شد پس در این سوال مرتبه $\theta(\log n)$ است

4. حاصل $f(5)$ با توجه به الگوریتم زیر کدام است ؟

```
int f(n) {
if (n==1)
return 1 ;
else
return f(n-1) +2n;
```

}

23 .4

13 .3

19 .2

29.1

پاسخ : گزینه 1 صحیح است

$$f(5) = f(4) + 10 = 29$$

$$f(4) = f(3) + 8 = 11 + 8 = 19$$

$$f(3) = f(2) + 6 = 5 + 6 = 11$$

$$f(2) = f(1) + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$f(1) = 1$$

6. مرتبه زمانی رابطه بازگشتی $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log n$ کدام است ؟

$\theta(n \log \log n)$.4

$\theta(n^2 \log n)$.3

$\theta(n \log n)$.2

$\theta(n)$.1

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

$$T(n) = a T\left(\frac{n}{b}\right) + C_n \Rightarrow a = 1, b = 2, k = 1$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + C_n \Rightarrow T(n) = \theta(n \log n)$$

8. اگر 10 عنصر در یک لیست از اندیس 1 تا 10 به صورت مرتب شده قرار گرفته باشند با توجه به درخت تصمیم دودوئی میانگین تعداد مقایسه ها در جستجوی ناموفق کدام است ؟

3.93 .4

3.78 .3

3.54 .2

3.21 .1

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

$$جستجوی موفق = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 = 29$$

$$جستجوی ناموفق - n = جستجوی موفق$$

$$جستجوی ناموفق - 10 = 20$$

$$جستجوی ناموفق = 39$$

$$میانگین زمان جستجوی ناموفق = \frac{39}{11} = 3/54$$

10. تعداد ضرب های انجام شده توسط الگوریتم استراسن برای ضرب دو ماتریس 4×4 کدام است ؟

1. 196 2. 49 3. 343 4. 56

پاسخ : گزینه 4 صحیح است

$$n^{\log_2 7} = 7^{\log_2 n} = 7$$

$$7 \times 8 = 56$$

12. اگر مجموعه سکه های در مساله خرد کردن پول به صورت $\{1, 2, 5, 10, 15, 12\}$ باشد و از هر سکه به تعداد دلخواه موجود باشد . در الگوریتم حریصانه برای خرد کردن 17 ریال کدام مجموعه از سکه ها انتخاب می شود ؟

1. $\{15, 2\}$ 2. $\{12, 5\}$ 3. $\{15, 1, 1\}$ 4. $\{10, 5, 2\}$

پاسخ : گزینه 1 صحیح است .

مجموعه ای که دارای کمترین تعداد سکه باشد که مجموع آن ها 17 است انتخاب ماست . ابتدا بزرگترین سکه را انتخاب می کنیم و توجه می کنیم مجموع کوچکتر از 17 باشد و سپس دوباره بزرگترین سکه موجود که شرط مسئله را رعایت کند انتخاب می کنیم

14. در کد گزاری رشته *abaabacadcade* با استفاده از روش هافمن کد حاصل برای هر کدام از نویسه ها کدام است ؟

$$(1) \quad a = 1, b = 01, c = 001, d = 0001, e = 0000$$

$$(2) \quad a = 0, b = 101, c = 110, d = 111, e = 100$$

$$(3) \quad a = 000, b = 001, c = 010, d = 011, e = 100$$

$$(4) \quad a = 00, b = 01, c = 10, d = 11, e = 100$$

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

ابتدا فراوانی هر کرکتر را پیدا می کنیم و به ترتیب صعودی می نویسیم و درخت هافمن آن را رسم می کنیم کدهای آن طبق گزینه 2 بدست می آید

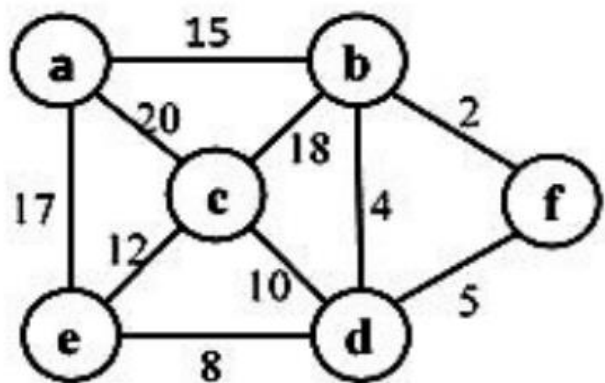
16. برای یافتن درخت پوشای کمینه گراف زیر به کمک الگوریتم ترتیب انتخاب یال ها با شروع از راس a کدام گزینه است ؟ (از چپ به راست)

$$(1) \quad (a, b), (b, f), (b, d), (e, d), (c, d), (a, b)$$

$$(2) \quad (a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (e, c)$$

$$(3) \quad (a, b), (b, f), (b, d), (d, e), (d, c)$$

$$(4) \quad (a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (d, c)$$



پاسخ : گزینه 3 صحیح است

از راس a شروع می کنیم $y = a$, $f = \theta$ رئوس مجاور a شامل b , c , d است که طول یال آنها به ترتیب زیر است

$$eab = 15, eac = 20, eae = 17$$

در نتیجه راس b را انتخاب می کنیم , $y = \{a, b\}$, $f = \{(a, b)\}$

18. اگر یک مسئله هم به روش برنامه نویسی پویا و هم به روش تقسیم و حل قابل

حل باشد . آنگاه کدام گزینه صحیح است ؟

- 1 . استفاده از روش تقسیم و حل بهتر است، چون پیاده سازی آن آسان است.
- 2 . استفاده از روش برنامه نویسی پویا بهتر است چون حافظه مصرفی آن کمتر است.
- 3 . روش برنامه نویسی پویا ممکن از نسبت به روش تقسیم و حل مسئله را در زمان کمتری حل کند.
- 4 . روش تقسیم و حل همواره نسبت به روش برنامه نویسی پویا مسئله را در زمان کمتری حل می کند

پاسخ : گزینه 3 صحیح است

در برنامه نویسی پویا نمونه های کوچک محاسبه شده و نتیجه شان در مکانی ذخیره می شود و در صورت لزوم مورد استفاده قرار می گیرد در حالی که در روش حل و تقسیم جواب ها ذخیره نمی شوند و هر بار دوباره محاسبه می گردد در نتیجه روش برنامه نویسی پویا نسبت به روش حل و تقسیم زمان کمتری نیاز دارد

20. میزان حافظه ی مصرفی در روش برنامه نویسی پویا برای مسئله ی فروشنده ی دوره گرد بازای n راس کدام است ؟

1. $\theta(n)$ 2. $\theta(n^2)$ 3. $\theta(n 2^n)$ 4. $\theta(n^2 2^n)$

پاسخ : گزینه 3 صحیح است

میزان حافظه مصرفی در مسئله فروشنده دوره گرد از مرتبه $\theta(n 2^n)$ است .

22. در چند مورد از مسائل زیر جواب های مساله در گره های موجود در پایین ترین سطح درخت فضای حالت قرار دارند ؟

مورد 1 : حاصل جمع زیر مجموعه ها

مورد 2 : مدارهای هامیلتونی

مورد 3 : n -وزیر

1. 2 2. 3 3. 4 4. 0

پاسخ : گزینه 1 صحیح است

در موارد بالا فقط در حاصل جمع زیر مجموعه ها و مدار های هامیلتونی است که گره های موجود در پایین ترین سطح درخت فضای حالت قرار دارند.

24. اگر در مسئله حاصل جمع زیر مجموعه ها داشته باشیم $s = \{510, 12, 13, 15, 18\}$ و $w = 30$ آنگاه چند راه حل وجود دارد ؟

1. 1 2. 3 3. 4 4. 1

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

$$18 + 12 = 35, 5 + 10 + 15 = 35, 12 + 13 + 5 = 35$$

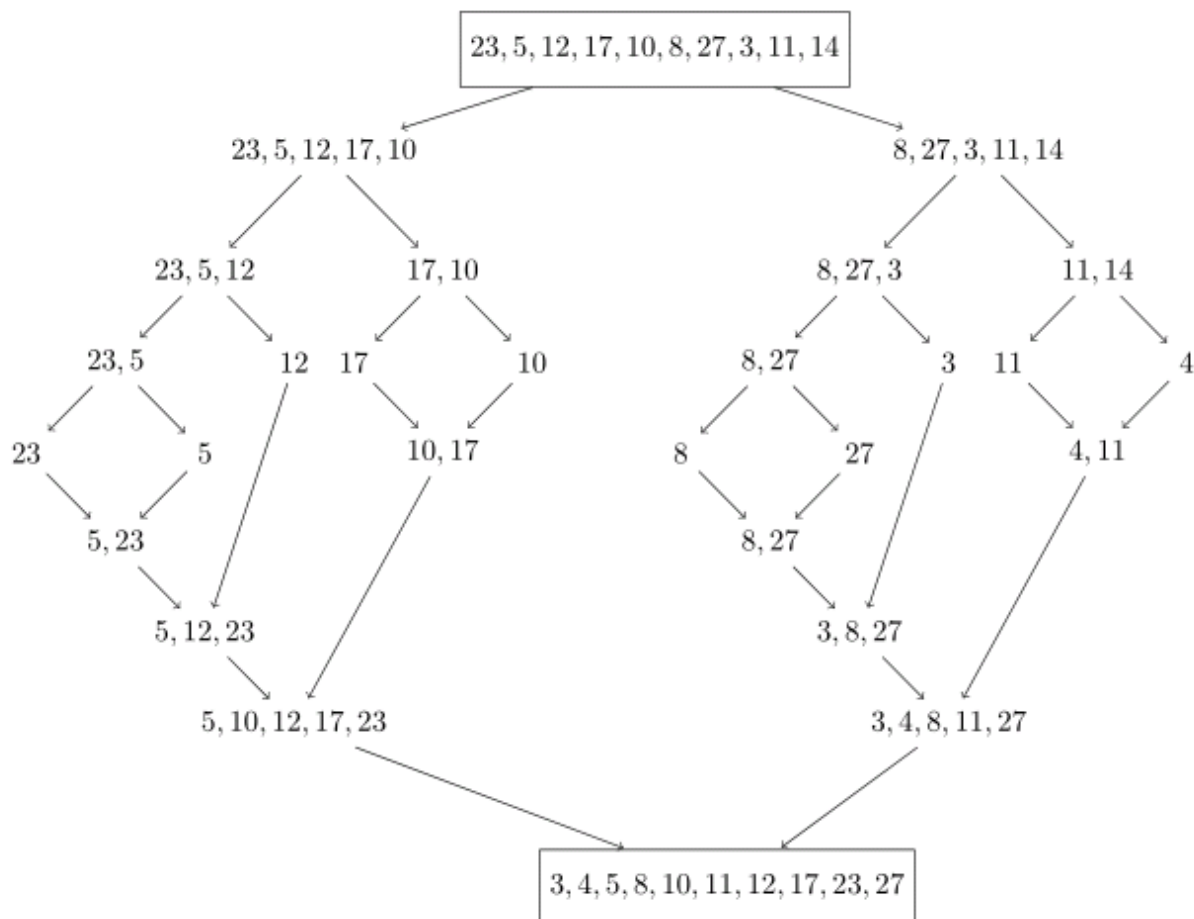
3 راه حل وجود دارد

سوالات تشریحی :

2. عناصر زیر مربوط به لیست S را در نظر بگیرید . با استفاده از روش مرتب سازی ادغامی لیست را مرتب نموده و درخت فراخوانی آن را رسم کنید ب) پیچیدگی زمانی این الگوریتم را محاسبه کنید .

۲۳	۵	۱۲	۱۷	۱۰	۸	۲۷	۳	۱۱	۱۴
----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

حل:



4. در مسئله فروشنده ی دوره گرد، در صورتی که ماتریس وزن گراف به صورت زیر باشد، با استفاده از روش برنامه نویسی پویا تور بهینه را برای این گراف به دست آورید.

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 9 & \infty \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ \infty & 7 & 0 & 8 \\ 6 & 3 & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

ابتدا A را همه مجموعه های تک عضوی در نظر می گیریم و پس از حل این مرحله وارد مرحله بعد می شویم و A را همه ی مجموعه دو عضوی در نظر می گیریم و به همین ترتیب تا زمانی که A مجموعه n-1 عضوی را به خود اختصاص می دهد و جواب نهایی به دست آید ادامه می دهیم .

$$D [V_3] [\{V_2\}] = \min (W [3][2] + D [V_2] [0] = 7 + 1 = 8$$

$$D [V_4] [\{V_2\}] = \min (W [4][2] + D[V_2] [0] = 3 + 1 = 4$$

$$D [V_2] [\{V_3\}] = \min (W [2][3] + D[V_3] [0] = 6 + \infty = \infty$$

$$D [V_4] [\{V_3\}] = \min (W [4][3] + D[V_3] [0] = \infty + \infty = \infty$$

$$D [V_2] [\{V_4\}] = \min (W [2][4] + D[V_4] [0] = 4 + 6 = 10$$

$$D[V_3] [\{V_4\}] = \min (W [3][4] + D[V_4] [0] = 8 + 6 = 14$$

$$: A = \{V_2, V_3\}$$

$$D [V_4] [\{V_2, V_3\}] = \min (W [4] [j] + D [V_j] [\{V_2, V_3\} - V_j]) =$$

$$\min (W [4][2] + D [V_2] [V_3] , W [4][3] + D [V_3] [V_2]) = \min(3 + \infty, \infty + 8) = \infty$$

$$: A = \{V_3, V_4\}$$

$$D [V_2] [\{V_3, V_4\}] = \min (W [2] [j] + D [V_j] [\{V_3, V_4\} - V_j]) =$$

$$\text{Min} (W [2][3] + D[V_3] [V_4] , W [2] [4] + D[V_4] [V_3]) = \min(6 + 14, 4 + \infty) = 20$$

$$: A = \{V_2, V_4\}$$

$$D[V_3] [\{V_2, V_3\}] = \min (W [3] [j] + D [V_j] [\{V_2, V_4\} - V_j]) =$$

$$\text{Min} (W [2] [3] + D [V_3] [V_4] , W [3] [4] + D [V_4] [V_2]) = \min (7 + 10, 8 + 4) = 12$$

در نهایت تور بهینه را محاسبه می کنیم:

$$D [V_1] [\{V_2, V_3 , V_4\}] = \min (W [1] [j] + D [V_j] [A - V_j]) = \min (W [1][2] +$$

$$D [V_2] [\{V_3 , V_4\}], W [1] [3] + D [V_3] [\{V_2, V_4\}], W [1] [4] + D [V_4] [\{V_2, V_3\}])$$

$$=$$

$$\text{Min} (2 + 20, 9 + 12 , \infty + \infty) = 21$$

در نهایت تور بهینه برابر 21 است.

سوالات فرد سال 97

1. مقدار $f(4)$ چیست ؟

```
Init f(initn) {
  If ( n <= 1) return 1 ;
  Else return f( n-1) × f ( n-2) ;
}
```

1. صفر 2. یک 3. دو 4. پنج

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

$$F (4) = f (3) \times f (2) = 1 \times 1 = 1$$

$$F (3) = f (2) \times f (1) = 1 \times 1 = 1$$

$$F(2) = f(1) \times f(0) = 1 \times 1 = 1$$

3. مرتبه زمانی الگوریتمی با توابع زمانی زیر چیست؟

$$T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$$

$$\theta(n^2) \quad 4. \quad \theta(n \log n) \quad 3. \quad \theta(\log n) \quad 2. \quad \theta(n) \quad 1.$$

پاسخ: گزینه 2 صحیح است

$$a = 1, b = \frac{3}{2}, k = 0$$

$$1 = \left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow T(n) \in \theta(n^0 \log_2 n) \rightarrow T(n) \in \theta(\log n)$$

5. اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $g(n) \in o(f(n))$ باشد آنگاه

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \quad 1. \quad g(n) \in \Omega(f(n)) \quad 2.$$

$$f(n) \in \theta(g(n)) \quad 3. \quad 4. \text{ همه موارد}$$

پاسخ: گزینه 4 صحیح است

7. کدام گزینه در مورد الگوریتم های مرتب سازی سریع و ادغامی صحیح است؟

1. هر دو الگوریتم رویکرد تقسیم و غلبه دارند.
2. مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت بهتر از الگوریتم ادغامی است.
3. مرتبه زمانی الگوریتم سریع و ادغامی در بدترین حالت باهمم برابر است.
4. الگوریتم سریع همیشه سریعتر از الگوریتم ادغامی عمل می کند

پاسخ : گزینه 1 صحیح است

1. هر دو الگوریتم رویکرد تقسیم و غلبه دارند پس گزینه ی یک صحیح است.
2. مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت $O(n^2)$ و بهتر از الگوریتم ادغامی است.
3. مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت $O(n^2)$ و مرتبه زمانی الگوریتم ادغامی در بدترین حالت $O(n \log n)$ است
4. الگوریتم ادغامی همیشه به طور میانگین 2 برابر بیشتر از الگوریتم سریع عمل انتساب را انجام می دهد

9. برای حل یک مسئله به اندازه n با الگوریتم تقسیم و غلبه سه روش به شرح زیر امکان پذیر است:

1. حل 3 زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ ترکیب آنها با هزینه $\theta(n^2 \sqrt{n})$
 2. حل 4 زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\theta(n^2)$
 3. حل 5 زیر مسئله به اندازه ی $n/2$ و ترکیب آنها با هزینه $\theta(n \log n)$
- کدام روش دارای هزینه ی کمتری است ؟
4. هر سه روش هزینه یکسانی دارند

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

11. کدام گزینه صحیح است ؟

1. درخت پوشای کمینه ی بدست آمده از الگوریتم پریم و کروسکال کاملاً مشابه یکدیگرند.
2. الگوریتم پریم در درخت های خلوت سرعت بهتری از الگوریتم کروسکال دارد.
3. الگوریتم پریم رویکرد حریصانه و الگوریتم کروسکال تقسیم و غلبه دارد.
4. الگوریتم کروسکال در درخت های شلوغ سرعت کمتری نسبت به پریم دارد.

پاسخ : گزینه 4 صحیح است

1. درخت پوشاي کمينه ي حاصل از اين دو الگوريتم روي تمام گراف هاي همسان لزوما يکسان نيست ولی وزن آن ها برابر است
2. اگر يال هاي درخت کم باشد از الگوريتم کروسکال استفاده می کنیم.
3. براي درخت با يال هاي زياد از الگوريتم پريم استفاده می کنیم.
4. الگوريتم کروسکال در درخت هاي شلوغ سرعت کم تري نسبت به پريم دارد پس اين گزینه صحيح است.

13. معيار انتخاب در الگوريتم حريصانه مسئله کوله پشتی کسري (غير صفر و يک) که منجر به يافتن جواب بهينه می شود کدام گزینه است ؟

1. انتخاب کالا با بيشتريين ارزش
2. انتخاب کالا با کم تريين وزن
3. انتخاب کالا با بيشتريين ارزش در هر واحد
4. انتخاب کالا با بيشتريين وزن

پاسخ : گزینه 3 صحيح است

در انتخاب اشيا براي قرار گرفتن در کوله پشتی بايد بيشتريين $\frac{p_i}{w_i}$ را انتخاب کنیم پس گزینه 3 صحيح است

15. کدام گزینه در خصوص روش برنامه نویسی پويا صحيح است؟

1. رويکرد بالا به پايين
2. عدم نياز به ذخيره ي جواب هاي بدست آمده
3. وجود يک رابطه بازگشتی جهت يافتن پاسخ مسائل بزرگ تر
4. يافتن پاسخ مسائل کوچک تر از روي جواب مسائل بزرگ تر

پاسخ : گزینه 3 صحيح است

1. برنامه نویسی پويا رويکرد پايين به بالا جز به کل دارد.

2. در این الگوریتم جواب ها ذخیره می شوند و در هنگام نیاز دوباره استفاده می شوند.
3. در این روش یک رابطه بازگشتی جهت یافتن پاسخ مسائل بزرگ تر وجود دارد و این گزینه صحیح است.
4. در این روش جواب مسئله های بزرگتر از روی مسائل کوچکتر پیدا می شود.

17. کدام روش برای محاسبه ضریب دو جمله $\binom{n}{k}$ مناسب تر است؟

1. تقسیم و غلبه
2. حریصانه
3. برنامه نویسی پویا
4. بازگشت به عقب

پاسخ : گزینه 3 صحیح است

بهترین روش برای محاسبه روش برنامه نویسی پویا است که مرتبه اجرایی آن از روش تقسیم و حل کمتر است زیرا در روش تقسیم و حل به جای استفاده از آرایه و ذخیره نمودن زیر ترکیبات آن $\binom{n}{k}$ هر بار محاسبه می شود

19. کدام گزینه در خصوص روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید صحیح است؟

1. هر دو روش برای مسائل بهینه سازی استفاده می شوند.
2. اکثر مسائلی که به این دو روش حل می شوند مسائل با مرتبه زمانی چند جمله ای هستند.
3. در هر دو روش درخت فضایی حالت به صورت عمقی ایجاد و پیمایش می شود.
4. زمان اجرای این دو الگوریتم در بدترین حالت زمان نمایی یا بدتر است.

پاسخ : گزینه 4 صحیح است

فقط روش انشعاب و تحدید برای مسائل بهینه سازی استفاده می شود پس گزینه یک غلط است و در روش انشعاب و تحدید از الگوریستجوی عرضی استفاده می شود پس گزینه ج هم غلط است و همانطور که می دانیم زمان اجرای این دو الگوریتم در بدترین حالت زمانی نمایی یا بدتر است پس گزینه 4 صحیح است.

21. استفاده از روش بازگشت به عقب برای کدام یک از مسائل زیر مناسب تر است؟

1. یافتن بزرگترین زیررشته مشترک
2. رنگ آمیزی گراف
3. کوله پشتی کسری
4. خرد کردن سکه

پاسخ : گزینه 2 صحیح است

زیرا روش بازگشت به عقب روشی است که برای حل مسائل که در آن دنباله ای از اشیا از یک مجموعه مشخص انتخاب می شود به طوری که این دنباله ملاکی را در بر دارد و از بین گزینه ها فقط رنگآمیزی گراف است که دارای ویژگی های فوق می باشد.

23. کدام یک از روشهای طراحی الگوریتم بیشتر برای حل مسائل عضو کلاس NP مورد استفاده قرار می گیرد؟

1. برنامه نویسی پویا
2. بازگشت به عقب
3. انشعاب و تحدید
4. موارد 2 و 3

پاسخ : گزینه 4 صحیح است

روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید بیشتر برای حل مسائل NP مورد استفاده قرار میگیرند.

25. کدام گزینه در خصوص کلاس NP, P صحیح است ؟

1. کلاس NP, P باهم برابر هستند
2. کلاس NP, P باهم برابر هستند
3. کلاس NP زیر مجموعه کلاس P است .
4. هنوز در مورد برابر بودن یا نبودن کلاس NP, P چیزی اثبات نشده است .

پاسخ : گزینه 4 صحیح است .

هنوز در مورد برابر بودن یا نبودن کلاس NP , P چیزی اثبات نشده است

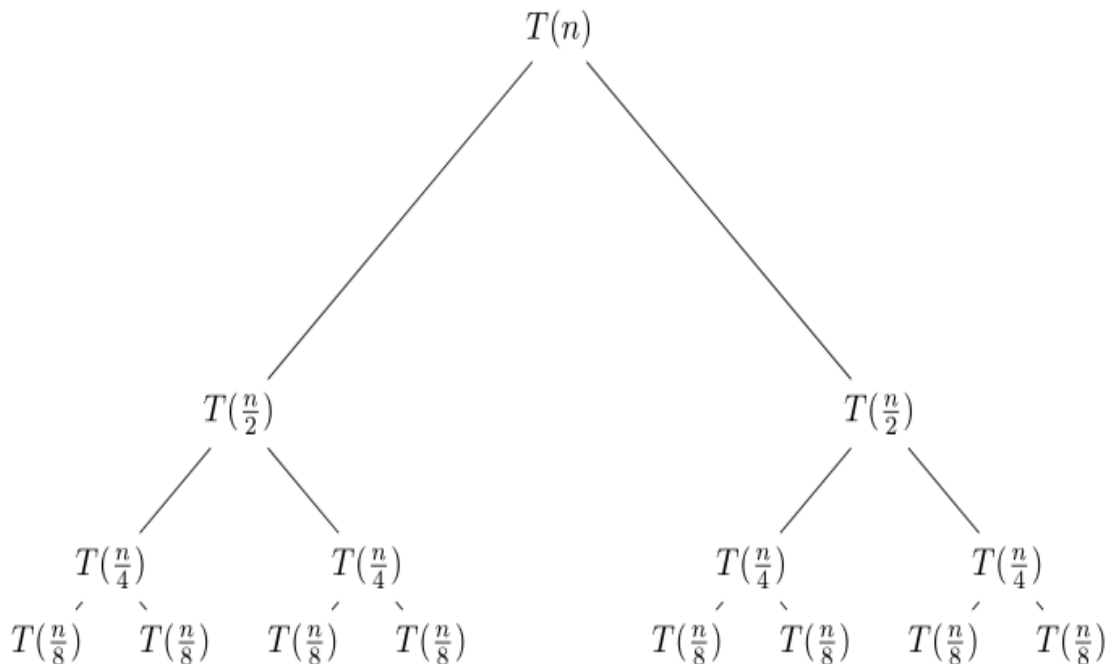
سوالات تشریحی

1. مرتبه زمانی الگوریتم با تابع زمانی $T(n)$ را بدست آورید؟

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$

$$T(0) = 1$$

$T(n)$ را در نظر میگیریم جمله غیر قابل بازگشتی آن n^2 می باشد . $T(n)$ را ریشه درخت قرار می دهیم از آنجایی که دو بازگشت $T\left(\frac{n}{2}\right)$ در آن وجود دارد یک درخت دودویی می سازیم و به همین ترتیب $T\left(\frac{n}{8}\right)$ و $T\left(\frac{n}{4}\right)$.. را اضافه می کنیم و در نهایت مقدار را محاسبه می کنیم



$$T(n) = n^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{4} + \dots + \frac{n^2}{2^{\log n}} \rightarrow$$
$$n^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^i} + \dots + \frac{1}{2^{\log n}}\right) \leq 2n^2 \rightarrow T(n) \in O(n^2)$$

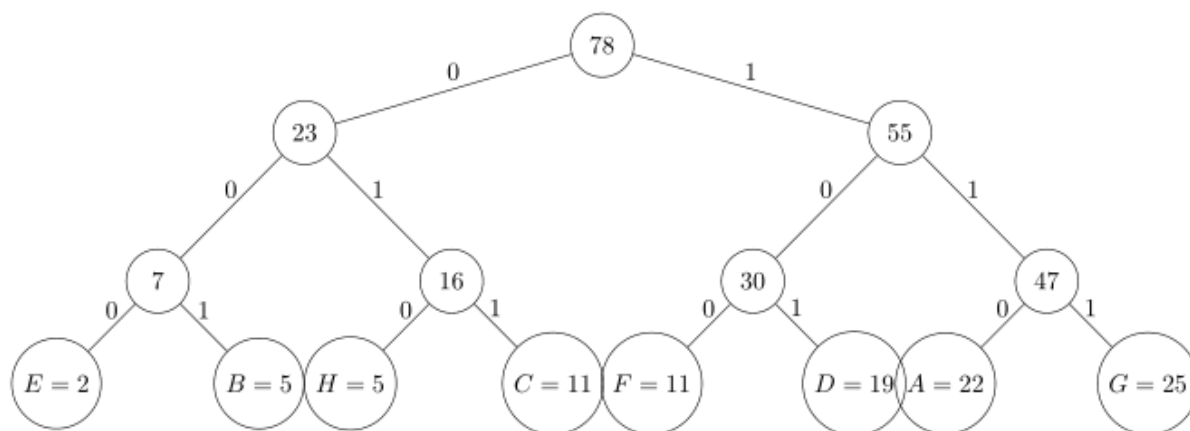
3. با استفاده از الگوریتم هافمن فشرده شده عبارت AABCC را بدست آورید. جدول فراوانی به شرح زیر است

اطلاعات عناصر	A	B	C	D	E	F	G	H
وزن	22	5	11	19	2	11	25	5

پاسخ: ابتدا حروف را به ترتیب وزن مرتب می کنیم:

$E = 2, B = 5, H = 5, C = 11, F = 11, D = 19, A = 22, G = 25$

و سپس درخت را رسم می کنیم



در نتیجه:

$A = 110, B = 001, C = 011, D = 101, E = 000, F = 100, G = 111, H = 011$
 $AABCC = 110110001011011$