#### تابستان ۸ ۹

۱) تعداد گره ها در درخت فضای حالت برای الگوریتم عقبگرد برای مسئله رنگ آمیزی m کدام است؟

(mتعداد رنگ ها و n تعداد رئوس گراف میباشد)

$$\frac{m^{n+1}-1}{m-1}$$
.

$$\frac{m^{m+1}-1}{n-1}.\mathfrak{T}$$

$$\frac{m^{n+1}+1}{m+1}.$$

 $\frac{m^{n+1}}{m}$ .

\_پاسخ) گزینه د

تعداد گره های درخت فضای حالت در این الگوریتم برابر است با:

$$1+m+m^2+...+m^n=\frac{m^{n+1}-1}{m-1}$$

۳) پیچیدگی زمانی حاصل ضرب دو ماتریس n\*n کدام است؟

$$\theta(n^3)$$
.  $\theta(\log n)$ .  $\nabla$ 

 $\theta(n^2)$ .

 $\theta(n)$ .

\_پاسخ) گزینه د

حافظه مورد نیاز از  $o(n^3)$  است. و هر به روز رسانی نیز از o(n) است. پس پیچیدگی زمانی از  $o(n^3)$  است.

۵) دو مرحله روش حدس و استقرا كدام است؟

۱ حدس جواب،به کار گیری استقرا ریاضی برای یافتن متغییرها

۲. حدس جواب،به کار گیری استقرا ریاضی برای یافتن ثابت ها

٣. يافتن قطعي جواب، به كار گيري استقرا رياضي براي يافتن متغييرها

۴. یافتن قطعی جواب، به کار گیری استقرا ریاضی برای یافتن ثابت ها

\_پاسخ) گزینه ب

١. حدس جواب

٢. بكار گيري استقراي رياضي براي يافتن ثابت ها و نشان دادن صحت حدس اوليه.

۷) یکی از روش های خوب برای حل یا حدس روابط بازگشتی از طریق تکرار ، استفاده از کدام روش است؟

۲ روش مرتب سازی سریع

۱ روش مرتب سازی اقدامی

۴ روش بهینه سازی

۳ روش درخت بازگشت

\_پاسخ) گزینه ج

در این روش نحوه جایگذاری یک عبارت بازگشتی و نیز مقدار ثابتی را که در هر سطح از آن عبارت به دست می آید نشان داده میشود . با جمع کردن مقادیر ثابت تمام سطوح جواب به دست می آید.

٩) زمان جستجوی موفق در بدترین حالت در درخت تصمیم دودویی کدام است؟

 $O(\log n)$ .  $^{\varphi}$   $O(n \log n)$ .  $^{\varphi}$   $O(n^2)$ .  $^{\gamma}$ 

\_پاسخ) گزینه د

عملیات اصلی بر روی یک درخت جستجوی دودویی به زمانی متناسب با ارتفاع درخت احتیاج دارد. برای یک درخت دوخت درخت میلیات اور اورخت دوخت درخت میلیاتی در بدترین حالت در زمان (logn) اجرا میشود. بنابراین اگر درخت یک زنجیر خطی با n گره باشد همین عملیات در زمان بدترین حالت (o(n) اجرا میشود. امید ریاضی ارتفاع یک درخت جستجوی دودویی که به تصادف ساخته شده است برابر با (o(logn) است.بنابراین عملیات اصلی مجموعه پویا بر روی چنین درختی در حالت میانگین به زمان (logn) احتیاج دارد.

۱۱) پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتب سازی سریع در بدترین حالت و حالت متوسط به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

 $\theta(n \ln n), \theta(n \ln n)$  .  $\theta(n^2), \theta(n \ln n)$  .  $\theta(n^2), \theta(n^2)$  .  $\theta(n \log n), \theta(n^2)$  .

پیچیدگی زمانی اجرای الگوریتم در بهترین حالت  $\Theta(n \log n)$  و در بدترین حالت  $\Upsilon\Theta(n)$  است. با استفاده محاسبات ریاضی میتوان نشان داد در حالت متوسط نیز مرتبه اجرا  $\Theta(n \log n)$  است.

۱۳) در کدام الگوریتم زیر، برای یافتن کلیه کوتاهترین مسیرها از مبدا واحد به مقصد های متفاوت به کار میرود و همچنین طول یک مسیر را برابر مجموع وزن یال های آن مسیر در نظر میگیرد؟

١. الگوريتم پريم ٢. الگوريتم ديكسترا ٣. الگوريتم كروسكا ۴. الگوريتم فلويد

\_پاسخ) گزینه ب

دیکسترا الگوریتمی است که برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر بین دو گره در گراف به کار میرود. این گراف، ممکن است نشانگر شبکه جاده ها یا موارد دیگری باشد الگوریتم دایجسترا دارای انواع گوناگونی است. الگوریتم اصلی، کوتاهترین مسیر بین دو گره را پیدا میکند؛ اما نوع متداول تر این الگوریتم، یک گره یکتا را به عنوان گره مبدا (آغازین) در نظر میگیرد و کوتاهترین مسیر از مبدا به دیگر گره ها در گراف را با ساختن درخت کوتاهترین مسیر سدا میکند.

۱۵) کدام ویژگی در خصوص مسائلی که به روش برنامه نویسی حل میشود، به درستی بیان شده است؟

١.در همه الكوريتم هاى برنامه نويسى يويا،مسئله بهينه سازى موضوعى كليدى است.

٢. مسائل را از بالاترين سطح به طرف پايين ترين سطح حل ميكند.

٣.در هر سطح، بعضى از مسائل آن سطح حل ميگردند و بقيه به سطح بعد منتقل ميشود.

۴ برای حل هر مسئله سطح L میتوانیم از کلیه مسائل سطوح پایین تر که لازم باشد،استفاده کنیم.

\_پاسخ) گزینه د

۱۷)پیچیدگی زمانی مسئله فروشنده دوره گرد،با استفاده از روش برنامه نویسی پویا کدام است؟

$$\theta(n^2)$$
.  $\theta(n^22^n)$ .  $\theta(n^22^n)$ .  $\theta(n^2)$ .

پاسخ) گزینه ج

این الگوریتم بهطور مستقیم در مرتبه زمانی(n!) حل می شود اما اگر به روش برنامه نویسی پویا برای حل آن استفاده کنیم مرتبه زمانی آن  $o(n^2*2^n)$  خواهد شد که جز مرتبه های نمایی است. باید توجه داشت علی غم آنکه مرتبه نمایی مذکور زمان بسیار بدی است اما همچنان بسیار بهتر از مرتبه فاکتوریل می باشد. شبه کد الگوریتم فوق به صورت زیر است که در آن تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه n عضوی n به توان n می باشد و for اول یک ضریب n را نیز حاصل می شود که به ازای تمام شهر های غیر مبدأ می باشد و حاصل n n n n n بیدمی آورد. بنابراین برای جستجوی کمترین مقدار نیاز به یک عملیات خطی از مرتبه n داریم که در زمان فوق نیز ضرب می شود و در نهایت زمان n n n n n این الگوریتم حاصل می کند. n

۱۹)الگوریتم های عقبگرد برای حل مسائلی از قبیل کوله پشتی صفر و یک، کدام پیچیدگی زمانی را دارد؟
۱. خطی ۲. نمایی ۳. بدتر از نمایی ۴. بهتر از نمایی پاسخ) گزینه ب

٢١) فضاى مسئله اى كه با استفاده از روش انشعاب و تحديد حل ميشود بايد چگونه نمايش داده شود؟

١ باید با یک درخت قابل نمایش باشد

۲ باید با یک پشته قابل نمایش باشد

٣ باید با یک گراف قابل نمایش باشد

۴ باید با یک لیست پیوندی قابل نمایش باشد

پاسخ) گزینه ج

روش انشعاب و تحدید یکی دیگر از روش های پیمایش و جستجوی درختها و گرافهاست. فضای حالت مسئله ای که قرار است به روش انشعاب و تحدید حل گردد باید با یک گراف قابل نمایش باشد.

۲۳) مسائلی که الگوریتم کارا(چند جمله ای) برای آنها ابداع نشده است ولی غیر ممکن بودن آن نیز هنوز به اثبات نرسیده،کدام مسائل هستند؟

Np.۴ Np-hard.۳ Np.۲ P.۱ کامل

یاسخ) گزینه د

در تئوری پیچیدگی NP-Complete دشوارترین مسائل کلاس NP هستند و جزء مسائلی میباشند که احتمال حضورشان در کلاس P خیلی کم است. علت این امر این میباشد که اگر یک رامحل پیدا شود که بتواندیک مسئله NP-Complete را حل کند، میتوان از آن الگوریتم برای حل کردن سریع همه مسائل NP-Complete استفاده کرد. به خاطر این مسئله و نیز بخاطر اینکه تحقیقات زیادی برای پیدا کردن الگوریتم کار آمدی برای حل کردن اینگونه مسائل با شکست مواجه شدهاند، وقتی که مسئلهای به عنوان NP-Complete معرفی شد، معمولاً اینطور قلمداد میشود که این مسئله در زمان Polynomial قابل حل شدن نمیباشد، یا به بیانی دیگر هیچ الگوریتمی وجود ندارد که این مسئله را در زمان Polynomial حل نماید. کلاس متشکل از مسائل NP-Complete با نام NP-C نیز خوانده میشود.

### ٢٥) الكوريتم رام نشدني كدام است؟

۱. الگوریتم هایی با مرتبه زمانی ۲n.n و ۳n را مسائل رام نشدنی می نامند.

٢. مسائلي كه نوشتن يك الكوريتم كارامد براي آنها غيرممكن است مسائل رام نشدني ميكويند.

٣. الگوريتم هايي كه مرتبه زماني آنها چند جمله اي باشد را مسائل رام نشدني مي نامند.

۴ الگوريتم هايي كه مرتبه زماني آنها long.nlogn باشد را مسائل رام نشدني ميگويند.

پاسخ) گزینه ب

مسائلی که نتوان برای آنها الگوریتمی با مرتبه زمانی چند جمله ای پیدا کرد , مسائل رام نشدنی نامیده می شود الگوریتمهایی با مرتبه زمانی n!,3n,2n یا هر الگوریتمی که مرتبه زمانی آن غیر چند جمله ای باشد ( نمایی ) را مسائل رام نشدنی نامند

#### سوالات تشريحي

١)الكوريتم بازگشتى براى محاسبه فاكتوريل يك عدد نوشته و زمان اجراى الگوريتم را تحليل كنيد؟

فاكتوريل يك عدد صحيح n، به صورت بازگشتى زير قابل تعريف است:

Return( n \* fact (n-1));

نمونه سوال طراحي الگوريتم

سوالات فرد تابستان ۹۸ سوالات زوج نیمه دوم ۹۴-۹۳

}

به ازای n=3 تابع دو بار فراخوانی میشود. بنابراین مقادیر فراخوانی شده اول در پشته سیستم ذخیره میشود و عمل فراخوانی دوباره ادامه می یابد تا اینکه n=0 شود

در اینصورت برای محاسبه عملیات لازم در توابع فراخوانی شده ، مقدار یک بازگشت داده میشود

به ازای هر مرحله بازگشت یک عمل حذف از بالای پشته انجام میگیرد و عین حال عملیات لازم برای بازگشت بعدی انجام میگیرد. تا زمانی که پشته خالی نشده باشد عمل بازگشت ادامه می یابد.

م رابطه نکر شده را با روش حدس و استقرا حل نمایید. 
$$T\left(n\right) = T\left(\left[\frac{n}{2}\right]\right) + 1$$
 رابطه نکر شده را با روش حدس و استقرا حل نمایید.

حدس میزنیم که C وجود داشته باشد بنابر این باید عدد ثابت مثبت مانند  $T(n) \in O(\log n)$  حدس میزنیم که

 $T(n) \le C \log n$ 

عبارت بالا را با استقرا ثابت میکنیم:

يايه استقرا

$$n = 2 \Rightarrow T(2) \le C \log 2 = C$$
  
 $\Rightarrow C \ge T(2) > 0$ 

فرض استقرا: براى k<n فرض ميكنيم:

$$T(k) \leq C \log_2^k$$

حکم استقرا: باید ثابت کنیم که (به از ای هر n):

 $T(n) \leq C \log_2^n$ 

$$\Rightarrow T(n) \le C \log_2^{\left[\frac{n}{2}\right]} + 1$$

$$\le C \log n - C + 1$$

$$\le C \log n$$

. $T\left(n
ight)\in O\left(\log n
ight)$  که در آن باید  $C\geq 1$  باشد. در اینصورت

# ۵) اجزای تشکیل دهنده یک الگوریتم حریصانه را نام برده و شرح دهید.

روال انتخاب حریصانه(Selection): در این گام یک عنصر برای اضافه شدن به مجموعه جواب انتخاب می شود. معیار یا روال انتخاب عنصر برای اضافه شدن، ارزش آن عنصر است. بسته به نوع مسئله هر عنصر ارزشی دارد که با ارزشترین آنها انتخاب می شود.

امکانسنجی و افزودن (Feasible): پس از انتخاب یک عنصر به صورت حریصانه، باید بررسی شود که آیا امکان اضافه کردن آن به مجموعه جوابهای قبلی وجود دارد یا نه. گاهی اضافه شدن عنصر یکی از شرایط اولیهٔ مسئله را نقض میکند که باید به آن توجه نمود. اگر اضافه کردن این عنصر هیچ شرطی را نقض نکند، عنصر اضافه خواهد

شد؛ وگرنه کنار گذاشته شده و بر اساس گام اول عنصر دیگری برای اضافه شدن انتخاب می شود. اگر گزینهٔ دیگری برای انتخاب وجود نداشته باشد، اجرای الگوریتم به اتمام می رسد.

بررسی اتمام الگوریتم (Solution): در هر مرحله پس از اتمام گام ۲ و اضافه شدن یک عنصر جدید به مجموعه جواب، باید بررسی کنیم که آیا به یک جواب مطلوب رسیدهایم یا خیر؟ اگر نرسیده باشیم به گام اول رفته و چرخه را در مراحل بعدی ادامه میدهیم.

# نیمه دوم ۹۴-۹۳

۲) در الگوریتم زیر در صورتی که m=n باشد مرتبه اجرایی برابر است با:

For i:=1 to n do

For j:=1 to m do

For k:=1 to j do

X:=x+1;

$$o\left(n^3\right)$$
 .4  $o\left(\frac{m\left(m+1\right)}{2}\right)$  .3  $o\left(n^2\right)$  .7  $o\left(\frac{m+1}{2}\right)$  .9  $o\left(\frac{m+1}{$ 

؟) در ضرب سه آرایه A\*B\*C به ترتیب A\*B\*C به ترتیب A(3,4),B(4,6),C(6,2) چند عمل ضرب انجام مي شود ؟ ۴۵۶ . ۲۵۹۲ . ۲۵۹۲ . ۲۵۹۲ . ۲۵۹۲ . پاسخ) گزینه ب

۶) مرتبه زماني رابطه بازگشتي مقابل برابر است با:

T(n)=9T(n/3)+n

o(n) . "  $o(\log n)$  . "  $o(n^{\log n})$  . "  $o(n^2)$  .  $\mathbf{1}$  پاسخ) گزینه الف

۸) چند مورد از عبارات زیر صحیح میباشد؟

-الگوی جستجو برای روش عقبگرد به صورت جستجو در پهنا میباشد.

-در روش انشعاب و تحدید روش جستجوی درخت به ترتیب عمق میباشد.

-در هر دو روش بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید شاخه هایی از درخت هرس میشود.

۲.۲ ۳.۱

\_پاسخ) گزینه ج

- الگوی جستجو برای روش عقبگرد به صورت جستجو در عمق میباشد.

- در روش انشعاب و تحدید یکی از روشهای جستجوی درخت ، جستجو به ترتیب پهنا ( سطحی ) می باشد.

۱۰) کدامیک از مرتبه زمانی های زیر جزو مسائل رام نشدنی نمیباشد؟

 $n^4$ .  $3^n$  .  $\Upsilon$ n!

مسائل رام نشدنی مسائلی اند که نتوان برای آنها الگوریتمی با مرتبه زمانی چند جمله ای پیدا کرد و الگوریتمهایی با مرتبه زمانی n!, 3n, 2n! یا هر الگوریتمی که مرتبه زمانی آن غیر چند جمله ای باشد ( نمایی ).

۱۲)تعداد درخت های جستجو با عمق n-1 برابر است با:

 $3^{n+1}$ .  $2^{n+1}$  .  $2^{n-1}$  Y

\*حداکثر تعداد گره ها در سطح iام یک درخت دودویی  $2^{i-1}$  است

حداکثر تعداد گره ها در یک درخت دودویی به عمق k،  $1-2^k$  است

۱۴) الگوريتم توليد كننده كد هافمن ،.....

٢. گاهي اوقات درخت بهينه توليد مي كند.

۴. اغلب اوقات درخت بهینه تولید می کند.

هافمن ناتوان در پیدا کردن کارآمدترین روش کد دودویی، تصمیم گرفت خود روشی را ابداع کند.روش هافمن، استفاده از درخت دو دویی مرتب شده با استفاده از تکرار بود. که بجای ساخته شدن از بالا به پایین؛ از پایین به بالا ساخته می شد.انواع مختلفی از کدگذاری هافمن وجود دارد

۱۶) كدام الگوريتم يالي را( از بين رئوس همسايه )در هر مرحله انتخاب مي كند كه منجر به حداقل افزايش در مجموع هزينه ها می گردد ؟

١ . كروسكال ۴ دیکستر ا ٣ سولين ۲. پریم

پاسخ) گزینه ب

الگوریتم پریم برای ساخت درخت پوشای کمینه از یک گراف به کار می رود . درخت پوشای کمینه ، زیر گرافی از یک گراف موزون است که شامل تمام رئوس گراف و برخی یال های آن می باشد به طوری که مجموع اوزان آن درخت نسبت به سایر درخت های ممکن حداقل شود . ( می دانیم که معادل عدد کاتالان می توان می توان با N راس درخت ایجاد کرد . )

الگوريتم پريم در هر مرحله: يالي با كمترين وزن را انتخاب مي كند به طوري كه:

۱. کم ترین وزن را میان سایر یال ها داشته باشد. ۲. قبلا انتخاب نشده باشد ۳. با یال های انتخابی قبلی تشکیل دور ندهد ( زیرا در این صورت درخت نیست . )

این الگوریتم در هر مرحله یک درخت ایجاد می کند

۱۸) كدام روش پيشنهاد مي كند كه مي توان الگوريتمي نوشت كه ،مرحله به مرحله اجرا شود و در هر زمان يك ورودي را

بررسي نمايد و بررسي انجام شده در مورد شدني بودن يا نبودن جواب ها ميباشد؟

٣. برنامه نویسی پویا ۴. عقبگرد

۲ حریصانه

۱ روش تقسیم و حل

\_پاسخ) گزینه ب

در روش حریصانه در هر لحظه، با توجه به عناصر داده ای مفروض، عنصری را که دارای ویژگی بهترین یا بهینه است (مانند کوتاه ترین مسیر، بالاترین ارزش، کمترین سرمایه گذاری، بیشترین سود و ...) انتخاب می کنند بدون این که انتخاب های قبلی ما بعدی را در نظر بگیرد ولی انتخاب های بهینه محلی همواره منجر به راه حل بهینه سراسری نمی شود. این روش انتخاب، منجر به ارائه یك الگوریتم ساده و کارآمد می شود. تعیین درخت های پوشالی مینیمم با استفاده از الگوریتم های پرایم، کروسکال محاسبه کوتاه ترین مسیر تك منبع با کاربرد الگوریتم دایجسترا ، مسأله زمان بندی مانند بهینه سازی زمان انتظار و سرویس به کاربران برای دسترسی به دیسك گردان ها در یك شبکه رایانه ای، تعیین حداکثر بهره برای مشتریان در یك زمان معین و مسأله کوله پشتی (کسری، صفرو یك) با استفاده از روش حریصانه قابل اجرا هستند.

٢٠) بكارگيري روش تقسيم و حل براي كداميك از مسئله هاي زير مناسب نميباشد؟

٢. مرتب سازي ادغام

١ سري فيبوناچي

۴. ضرب ماتریس ها به روش استراسن

۳. مرتب ساز*ي* سريع

پاسخ) گزینه الف

زمانی که مساله را به چند زیرمساله نقسیم میکنیم، اگر نقسیم طوری باشد که هر زیرمساله خودش نزدیک به n ورودی داشته باشد، الگوریتم کارا نخواهد بود. نمونه چنین مسائلی محاسبه بازگشتی جمله nام دنباله فیبوناتچی است.

۲۲) بدترین حالت الگوریتم sort Quick sort Quick چه زمانی رخ میدهد ؟

۲. داده ها از قبل به صورت نزولی مرتب شده باشند.

داده ها از قبل به صورت صعودي مرتب شده باشند.

۴. به وضعیت ورودي داده ها بستگي ندارد.

٣. داده ها از قبل مرتب شده باشند.

\_پاسخ) گزینه ج

این الگوریتم زمانی در بدترین حالت رخ میدهد که تمام pivot هایی که انتخاب میشوند در هر مرحله بزرگترین یا کوچیکترین عنصر باشند (یکی از جاهایی که رخ میدهد زمانی هست که آرایه کاملا مرتب باشد) برای بهتر انتخاب کردن pivot و جلوگیری از بدترین حالت از روش های آماری استفاده می کنند برای مثال pivot روهر مرحله بصورت میانه ۳ تا عنصر از این آرایه در نظر می گیرند.

۲۴) زمان یک جستجوی موفق در بدترین حالت در الگوریتم جستجوی دودوئی برابر است با:

 $\theta(\log n)$  .  $\theta(n\log n)$  .  $\theta(n\log n)$ 

 $o(n \log n)$ .

 $o(\log n)$  .

\_پاسخ) گزینه الف

عملیات اصلی بر روی یک درخت جستجوی دودویی به زمانی متناسب با ارتفاع درخت احتیاج دارد. برای یک درخت دودویی کامل با n گره چنین عملیاتی در بدترین حالت در زمان (logn) اجرا میشود. بنابراین اگر درخت یک زنجیر خطی با n گره باشد همین عملیات در زمان بدترین حالت (o(n) اجرا میشود. امید ریاضی ارتفاع یک درخت جستجوی دودویی که به تصادف ساخته شده است برابر با (logn) است.بنابراین عملیات اصلی مجموعه پویا بر روی چنین درختی در حالت میانگین به زمان (logn) احتیاج دارد.

نمونه سوال طراحي الكوريتم

سوالات فرد تابستان ۹۸ سوالات زوج نیمه دوم ۹۴-۹۳

## سوالات تشريحي

٢) فرض كنيد ليستى حاوي عناصر زير باشد:

17,20,10,25,11,8,18

با استفاده از مرتب سازي سريع اين ليست را مرتب نمائيد.

\_عنصر محور (اولين عنصر):١٧

8-10-11

عناصر کوچکتر از عنصر محور سمت چپ و عناصر بزرگتر از عنصر محور سمت راست قرار گرفته است و به صورت غیرنزولی مرتب شده

#### مرحله اول:

تابع تقسیم بندی با مقدار زیر فراخوانی میشود:

Partition(0,7,0)

خروجي تابع partition:

8-10-11 Y 20-25-18

و مقدار pivotpoint برابربا ۳ که به عنوان خروجی ارسال میشود . در این مرحله تابع QuickSort به صورت زیر فراخوانی میشود:

QuickSort(0,2)

# مرحله دوم:

تابع تقسیم بندی با مقادیر زیر فراخوانی میشود:

Partition(0,7,0)

خروجي تابع partition:

8 - 10 - 11

در اینجا ۸ عنصر محور میباشد

و مقدار pivotpoint برابر صفر بوده و به عنوان خروجی ارسال میشود.

در این مرحله تابع QuickSort به صورت زیر فراخوانی میشود

QuickSort(0,-1)

#### مرحله سوم:

تابع QuickSort با مقادیر زیر فراخوانی میشود:

QUickSort(1,2)

در این صورت تابع تقسیم بندی با مقادیر زیر فراخوانی میشود:

```
سو الات فر د تابستان ۹۸
                                                                              نمونه سوال طراحي الكوريتم
 سوالات زوج نیمه دوم ۹۴-۹۳
Partition(1,2,0)
                                                                               خروجي تابع partition:
                                                                                            1. 11
                                                                                      عنصر محور:١٠
  و مقدار provitpoint برابر ۱ بوده و به عنوان خروجی ارسال میگردد. در این مرحله تابع QuickSort با مقادیر
                                                                                   زير فراخواني ميشود
QuickSort(1,0)
                                                                                         مرحله چهارم:
                                                           ابع QuickSort با مقادیر زیر فراخوانی میشود:
QuickSort(2,2)
                                                                                          مرحله ينجم:
                                                          تابع QuickSort با مقادیر زیر فراخوانی میشود:
                                                 (مقادیر لیست از اول تا عنصر محور تا حالا مرتب شده اند)
QuickSort(4,7)
                                             در اینصورت تابع تقسیمبندی با مقادیر زیر فراخوانی خواهد شد:
Partition(4,7,0)
                                                                              خروجي تابع :Partition
                                                                                           18-20-25
                                                                                     عنصر محور:۲۰
                همچنین pivotpoint را برابر ۵ قرار داده و به تابع QuickSort با مقادیر زیر فراخوانی میشود:
QuickSort(4,4)
                                                                                          مرحله ششم:
                                                       تابع QuickSort با مقادیر زیر فراخوانی خواهد شد:
Partition(6,7,0)
                                                                                   خروجي :Partition
                                                                                            72 77
```

و مقدار pivotpoint برابر ۷ بوده و به عنوان خروجی ارسال میگردد.

بنابراین کل خروجی بعد از انجام عملیات ، به صورت زیر خواهد بود:

8-10-11-17-18-20-25

و این خروجی نهایی تابع QuickSort با مقادیر ۰ و ۷ و لیست S با مقادیر بیان شده، خواهد بود که یک لیست مرتب غیرنزولی میباشد.

۴) الگوريتم فلويد را نوشته و پيچيدگي زماني اين الگوريتم را به دست اوريد.

$$\begin{split} &D[v_2][\emptyset] = 5 \\ &D[v_3][\emptyset] = 6 \\ &D[v_4][\emptyset] = 8 \\ &D[v_2][\{v_3\}] = 15 \\ &D[v_2][\{v_4\}] = 18 \\ &D[v_3][\{v_2\}] = 18 \\ &D[v_3][\{v_4\}] = 20 \\ &D[v_4][\{v_2\}] = 13 \\ &D[v_4][\{v_3\}] = 15 \\ &D[v_2][\{v_3,v_4\}] = 25 \\ &D[v_3][\{v_2,v_4\}] = 25 \\ &D[v_4][\{v_3,v_2\}] = 23 \\ &D[v_4][\{v_3,v_4,v_2\}] = 35 \end{split}$$