

سوالات تستی

۱. مقدار  $F(4)$  چیست؟

```
int F (int n) {
    if (n<=1) return 1;
    else return F (n-1) × F (n-2);
}
```

۴. پنج

۳. دو

۲. یک

۱. صفر

پاسخ: گزینه ب

$$F(4) = F(4-1) \times F(4-2) = 1 \times 1 = 1$$

$$F(3) = F(3-1) \times F(3-2) = 1 \times 1 = 1$$

$$F(2) = F(2-1) \times F(2-2) = 1 \times 1 = 1$$

۲. مرتبه زمانی الگوریتمی زیر با تابع زمانی چیست؟

$$T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$$

۴.  $\Theta(n^2)$

۳.  $\Theta(n \log n)$

۲.  $\Theta(\log n)$

۱.  $\Theta(n)$

پاسخ: گزینه ب

$$a=1, b=\frac{3}{2}$$

$$k=0$$

$$1=\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow T(n) \in \Theta(n^0 \log_2^n) \rightarrow T(n) \in \Theta(\log n)$$

۳. اگر  $f(n) \in o(g(n))$ ,  $g(n) \in o(f(n))$  باشد , انگاه :

$$f(n) \in \Omega(g(n)).1 \quad g(n) \in \Omega(f(n)).2$$

$$f(n) \in \Theta(g(n)).3 \quad 4. \text{ همه موارد}$$

پاسخ: گزینه د

طبق قضیه ۱-۳: روابط بین نماد های  $\Omega$  و  $\Theta$  و  $O$  در حالت کلی برقرار است:

$$1. \text{ if } T(n) \in O(g(n)), g(n) \in \Theta(h(n)) \rightarrow T(n) \in \Theta(h(n)).$$

$$2. \text{ if } T(n) \in \Theta(g(n)), \text{ اگر و فقط اگر } g(n) \in \Theta(T(n)).$$

$$3. \text{ if } F(n) \in O(g(n)), \text{ اگر و فقط اگر } g(n) \in \Omega(F(n)).$$

۴. کدام گزینه در مورد الگوریتم های مرتب سازی سریع و ادغامی صحیح است؟

۱. هر دو الگوریتم رویکرد تقسیم و غلبه دارند.

۲. مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت بهتر از الگوریتم ادغامی است.

۳. مرتبه زمانی الگوریتم سریع و ادغامی در بدترین حالت با هم برابر است.

۴. الگوریتم سریع همیشه سریعتر از الگوریتم ادغامی عمل میکند.

پاسخ: گزینه الف

زیرا مرتبه زمانی الگوریتم سریع در بدترین حالت ان پیچیدگی زمان بالایی دارد و با نام الگوریتم همخوانی ندارد. و مرتبه زمانی الگوریتم سریع هیچگاه باهم برابر نیستند و در الگوریتم سریع نیز متوسط پیچیدگی زمانی نسبتا خوبی را دارد.

۵. برای حل یک مسئله به اندازه  $n$  با الگوریتم تقسیم و غلبه سه روش به شرح زیر امکان پذیر است:

الف) حل ۳ زیر مسئله به اندازه  $n/2$  و ترکیب آنها با هزینه  $\Theta(n^2 \sqrt{n})$

ب) حل ۳ زیر مسئله به اندازه  $n/2$  و ترکیب آنها با هزینه  $\Theta(n^2)$

ج) حل ۵ زیر مسئله به اندازه  $n/2$  و ترکیب آنها با هزینه  $\Theta(n \log n)$

کدام روش دارای هزینه کمتری است؟



۱. رویکرد بالا به پایین

۲. عدم نیاز به ذخیره جواب های بدست آمده

۳. وجود یک رابطه بازگشتی جهت یافتن پاسخ مسائل بزرگتر

۴. یافتن پاسخ مسائل کوچک تر از روی جواب مسائل بزرگتر

پاسخ: گزینه ج

زیرا در برنامه نویسی پویا از کوچکترین مسئله شروع (رویکرد پایین به بالا) و همه انرا حل می کنیم و جواب انرا نگهداری می کنیم (جواب ها ذخیره میشوند) سپس به سطح بعدی می رویم و اینکار را تا زمانی ادامه میدهیم که مساله اصلی حذف شود. (و جواب مساله های بزرگتر از وی مسائل کوچکتر حل میشود).

۸. کدام روش برای محاسبه ضریب دو جمله  $\left(\frac{n}{k}\right)$  مناسب تر است ؟

۱. تقسیم و غلبه      ۲. حریصانه      ۳. برنامه نویسی پویا      ۴. بازگشت به عقب

پاسخ: گزینه ج

زیرا مرتبه اجرایی ان از روش تقسیم و غلبه کمتر است و الگوریتمی با بازدهی بیشتر طراحی میکند .

۹. کدام گزینه در خصوص روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید صحیح است؟

۱. هر دو روش برای مسائل بهینه سازی استفاده میشوند.

۲. اکثرا مسائلی که به این دو روش حل میشوند مسائل با مرتبه زمانی چندجمله ای هستند.

۳. در هر دو روش درخت فضای حالت بصورت عمقی ایجاد و پیمایش میشود.

۴. زمان اجرای این دو الگوریتم در بدترین حالت زمان نمایی یا بدتر است.

پاسخ: گزینه د

برای مسائل بهینه سازی از روش انشعاب و تحدید استفاده میشود و در خصوص گزینه ب انشعاب و تحدید از الگوی جستجوی خطی استفاده میشود.

۱۰. استفاده از روش بازگشت به عقب برای کدام یک از مسائل زیر مناسب تر است؟

۱. یافتن بزرگترین زیر رشته مشترک

۲. رنگ آمیزی گراف

۳. کوله پشتی کسری

۴. خرد کردن سکه

پاسخ : گزینه ب

در روش بازگشت به عقب دنباله ای از اشیا از یک مجموعه مشخص انتخاب میشود پس در این سوال فقط گزینه ب صحیح میباشد.

۱۱. کدامیک از روش های طراحی الگوریتم بیشتر برلی حل مسائل عضو کلاس NP مورد استفاده قرار میگیرد؟

۱. برنامه نویسی پویا

۲. بازگشت به عقب

۳. انشعاب و تحدید

۴. موارد ۲ و ۳

پاسخ: گزینه د

در روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید برای حل مسائل عضو کلاس NP استفاده میشود .

۱۲. کدام گزینه در خصوص کلاس P و NP صحیح است؟

۱. کلاس P و NP با هم برابر است.

۲. کلاس P و NP با هم برابر نیستند.

۳. کلاس NP زیر مجموعه کلاس P است.

۴. هنوز در مورد برابر بودن یا نبودن کلاس P و NP چیزی اثبات نشده است.

پاسخ : گزینه د

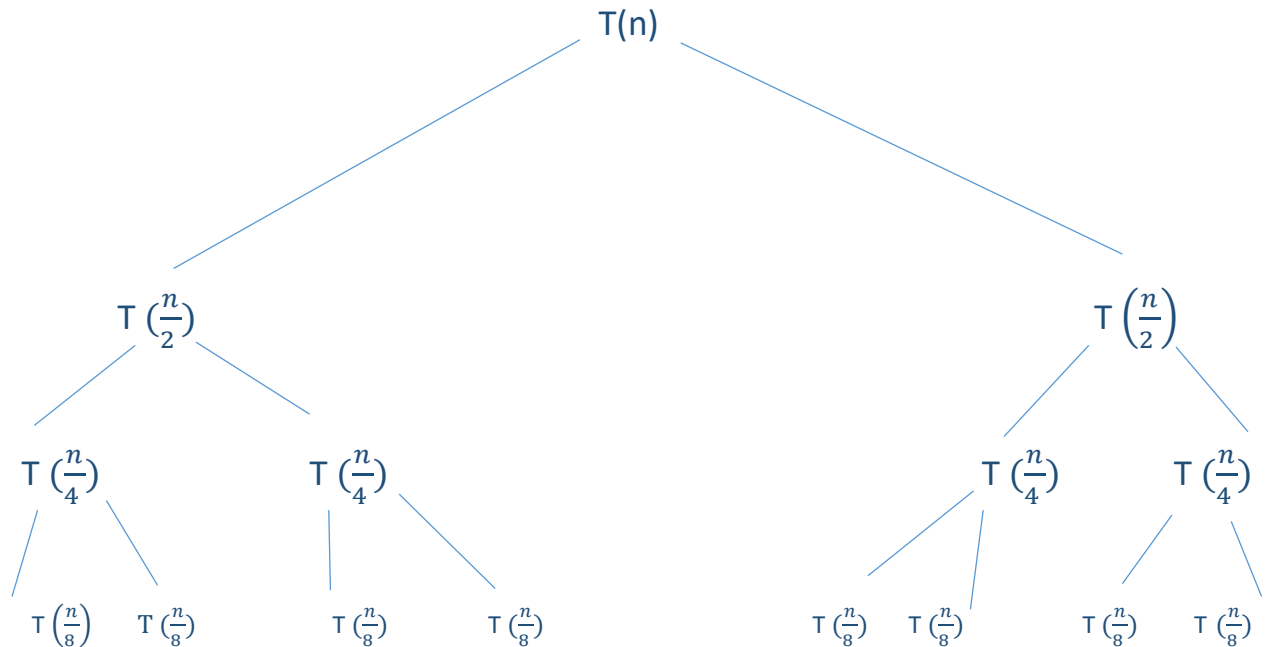
### سوالات تشریحی

۱. مرتبه زمانی الگوریتم با تابع زمانی  $T(n)$  را بدست آورید؟

$$T(n) = 2T\frac{n}{2} + n^2$$

$$T(0) = 1$$

پاسخ :  $T(n)$  جمله غیر بازگشتی  $n^2$  میباشد انرا ریشه درخت قرار میدهیم و از انجایی که دو بازگشت وجود دارد یک درخت دودوئی میسازیم

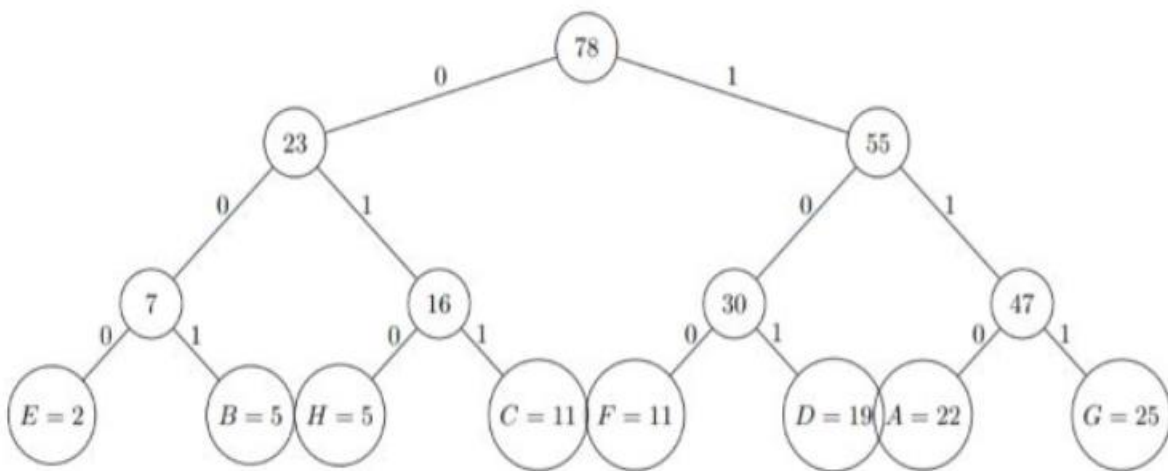


$$T(n) = n^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{4} + \dots + \frac{n^2}{2^{\log n}} \longrightarrow$$

$$n^2 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^i} + \dots + \frac{1}{2^{\log n}} \right) \leq 2n^2 \rightarrow T(n) \in O(n^2)$$

۲. با استفاده از الگوریتم هافمن فشرده شده عبارت AABCC را بدست آورید جدول فراوانی زیر به شرح زیر است.

اطلاعات عناصر	A	B	C	D	E	F	G	H
وزن	22	5	11	19	2	11	25	5



A = 110, B = 001, C=011, D = 101, E= 000, F = 100, G = 111,  
H=011

AABBC=110110001011011

## سوالات زوج نیمسال دوم ۹۵-۹۴

### تستی

۱. زمان اجرا برای الگوریتم زیر کدام است؟

```
i = 1;
while(i <= n) {
    i = i * 2;
}
```

$$T(n) \in \Theta(\log n). ۱$$

$$T(n) \in \Theta(n^2). ۲$$

$$T(n) \in \Theta(n). ۳$$

$$T(n) \in \Theta(n \log n). ۴$$

پاسخ : گزینه الف

زیرا با توجه به دستور حلقه while اگر شمارنده  $i = i \times k$  تغییر کند مرتبه اجرایی آن  $\Theta(\log_k^n)$  خواهد شد

۲. حاصل  $F(5)$  با توجه به الگوریتم زیر کدام است؟

```
int F(n) {
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return f(n-1) + 2n
}
```

۲۳. ۴

۱۳. ۳

۱۹. ۲

۲۹. ۱



پاسخ : گزینه الف

$$F(5) = f(4) + 10 = 29$$

$$F(4) = f(3) + 8 = 19$$

$$F(3) = f(2) + 6 = 11$$

$$F(2) = f(1) + 4 = 5$$

.

.+

.

۳. مرتبه زمانی رابطه بازگشتی  $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n \log n$  کدام است؟

$$\Theta(n \log \log n) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n)$$

پاسخ: گزینه ب

$$T(n) = aT(\frac{n}{b}) + C_n \rightarrow a = 1, b = 2, k = 1$$

$$T(n) = aT(\frac{n}{2}) + C_n \rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$$

۴. اگر ۱۰ عنصر در یک لیست از اندیس ۱ تا ۱۰ به صورت کرتب شده قرار گرفته باشد، با توجه به درخت

تصمیم دودوئی، میانگین تعداد مقایسه ها در جستجوی ناموفق کدام است؟

$$۳.۹۳ \quad ۳.۷۸ \quad ۳.۵۴ \quad ۳.۲۱$$

پاسخ: گزینه ب

باتوجه به فرمولها

جستجوی ناموفق - n = جستجوی موفق

$$\text{جستجوی موفق} = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 = 29$$

$$39 \rightarrow \text{جستجوی ناموفق} - 29 = 10$$

$$\frac{39}{11} = 3.54 = \text{میانگین زمان جستجوی ناموفق}$$

۵. تعداد ضرب های انجام شده توسط الگوریتم استراسن برای ضرب دو ماتریس  $4 \times 4$  کدام است؟

۵۶.۴

۳۴۳.۳

۴۹.۲

۱۹۶.۱

پاسخ: گزینه د

$$n^{\log_2 7} = 7^{\log_2 n} = 7$$

$$7 \times 8 = 56$$

۶. اگر مجموعه سکه های موجود در مساله خرد کردن پول به صورت  $\{1, 2, 5, 10, 15, 12\}$  باشد و از هر سکه به تعداد دلخواه موجود باشد. در الگوریتم حریصانه برای خرد کردن ۱۷ ریال کدام مجموعه از سکه ها انتخاب می شود؟

۴.  $\{2, 5, 10\}$

۳.  $\{1, 1, 5\}$

۲.  $\{5, 12\}$

۱.  $\{2, 15\}$

پاسخ: گزینه الف

در الگوریتم حریصانه مجموعه ای که کمترین تعداد را داشته باشد انتخاب می کنیم. که کمتر از ۱۷ باشد و بزرگترین سکه موجود که شرط مسئله را حفظ کند انتخاب میکنیم.

۷. در کدگذاری رشته abaabacadaade با استفاده از روش هافمن , کد حاصل برای هر کدام از نویسه ها کدام است؟

۱.  $a=1, b=01, c=001, d=0001, e=0000$

۲.  $a=0, b=101, c=110, d=111, e=100$

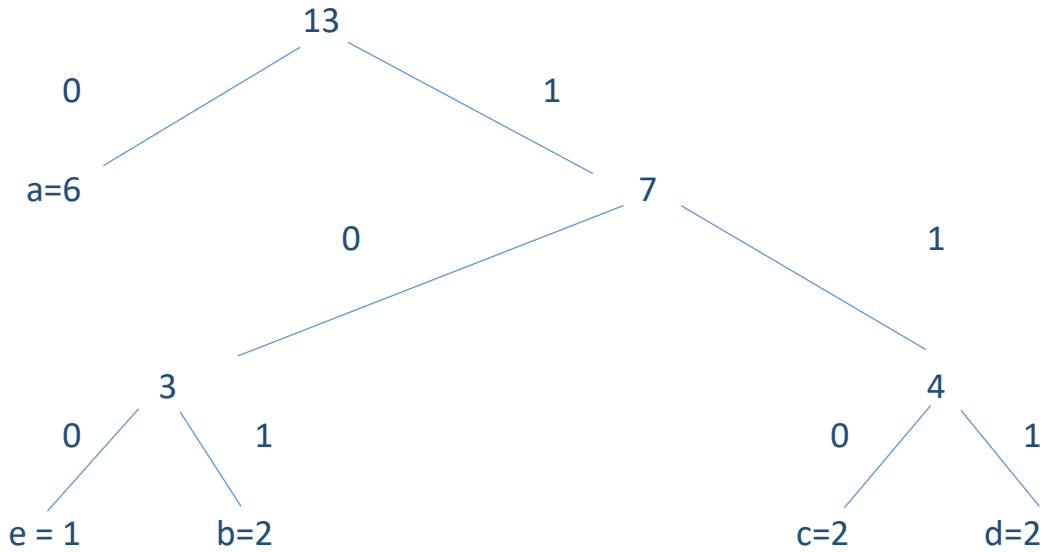
۳.  $a=000, b=001, c=010, d=011, e=100$

۴.  $a=00, b=01, c=10, d=11, e=100$

پاسخ: گزینه ب

زیرا

$$a=6, b=2, c=2, d=2, e=1$$



پس داریم :

$$a = 0, b = 101, c = 110, d = 111, e = 100$$

۸. برای یافتن درخت پوشای کمینه گراف زیر به کمک الگوریتم پریم ترتیب انتخاب یال ها با شروع از راس a کدام گزینه است؟

۱.  $(b, f), (b, d), (e, d), (c, d), (a, b)$

۲.  $(a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (e, c)$

۳.  $(a, b), (b, f), (b, d), (d, e), (d, c)$

۴.  $(a, b), (b, f), (f, d), (d, e), (d, c)$

پاسخ: گزینه ج

از راس a شروع میکنیم:

$$e_{ab} = 15, e_{ac} = 20, e_{ae} = 17$$

$$a = Y, F = \emptyset$$

راس b:  $Y = \{a, b\}, F = \{(a, b)\}$  در نتیجه بقیه راس ها را نیز به همین روش بدست میاوریم

۹. اگر یک مسئله هم به روش برنامه نویسی و هم به روش تقسیم و حل قابل حل باشد و نگاه کدانه گزینه صحیح است؟

۱. استفاده از روش تقسیم و حل بهتر است چون پیاده سازی آن آسان است.
۲. استفاده از روش برنامه نویسی پویا بهتر است چون حافظه مصرفی آن کمتر است.
۳. روش برنامه نویسی پویا ممکن از نسبت به روش تقسیم و حل مسئله را در زمان کمتری حل میکند.
۴. روش تقسیم و حل همواره نسبت به روش برنامه نویسی پویا مسئله را در زمان کمتری حل میکند.

پاسخ: گزینه ج

در برنامه نویسی پویا مسائل کوچکتر حل میشوند و نتیجه شان ذخیره میشوند و در صورت لزوم مورد استفاده قرار میگیرد. در صورتی که در روش حل و تقسیم جواب ها ذخیره نمیشوند.

۱۰. میزان حافظه مصرفی در روش برنامه نویسی پویا برای مسئله ی فروشنده ی دوره گرد بازای  $n$  راس کدام است؟

۱.  $\Theta(n)$       ۲.  $\Theta(n^2)$       ۳.  $\Theta(2^n)$       ۴.  $\Theta(n^2 2^n)$

پاسخ: گزینه ج

حافظه مصرفی در مسئله فروشنده دوره گرد از مرتبه  $\Theta(2^n)$  است.

۱۱. در چند مورد از مسائل زیر در گره های موجود در پایین ترین سطح درخت فضای حالت قرار دارند؟

مورد ۱: حاصل جمع زیر مجموعه ها

مورد ۲: مدارهای هامیلتونی

مورد ۳:  $n$  - وزیر

۱. ۲      ۲. ۳      ۳. ۱      ۴. ۰

پاسخ: گزینه الف زیرا فقط در مدار هامیلتونی و حاصل جمع زیر مجموعه ها برقرارند

۱۲. اگر در مسئله حاصل جمع زیر مجموعه ها داشته باشیم  $s=\{5, 10, 12, 13, 15, 18\}$  و  $w=30$  انگاه چند راه حل وجود دارد؟

۱ (۰.۴)

۴ (۰.۳)

۳ (۰.۲)

۲ (۱)

پاسخ : گزینه ب

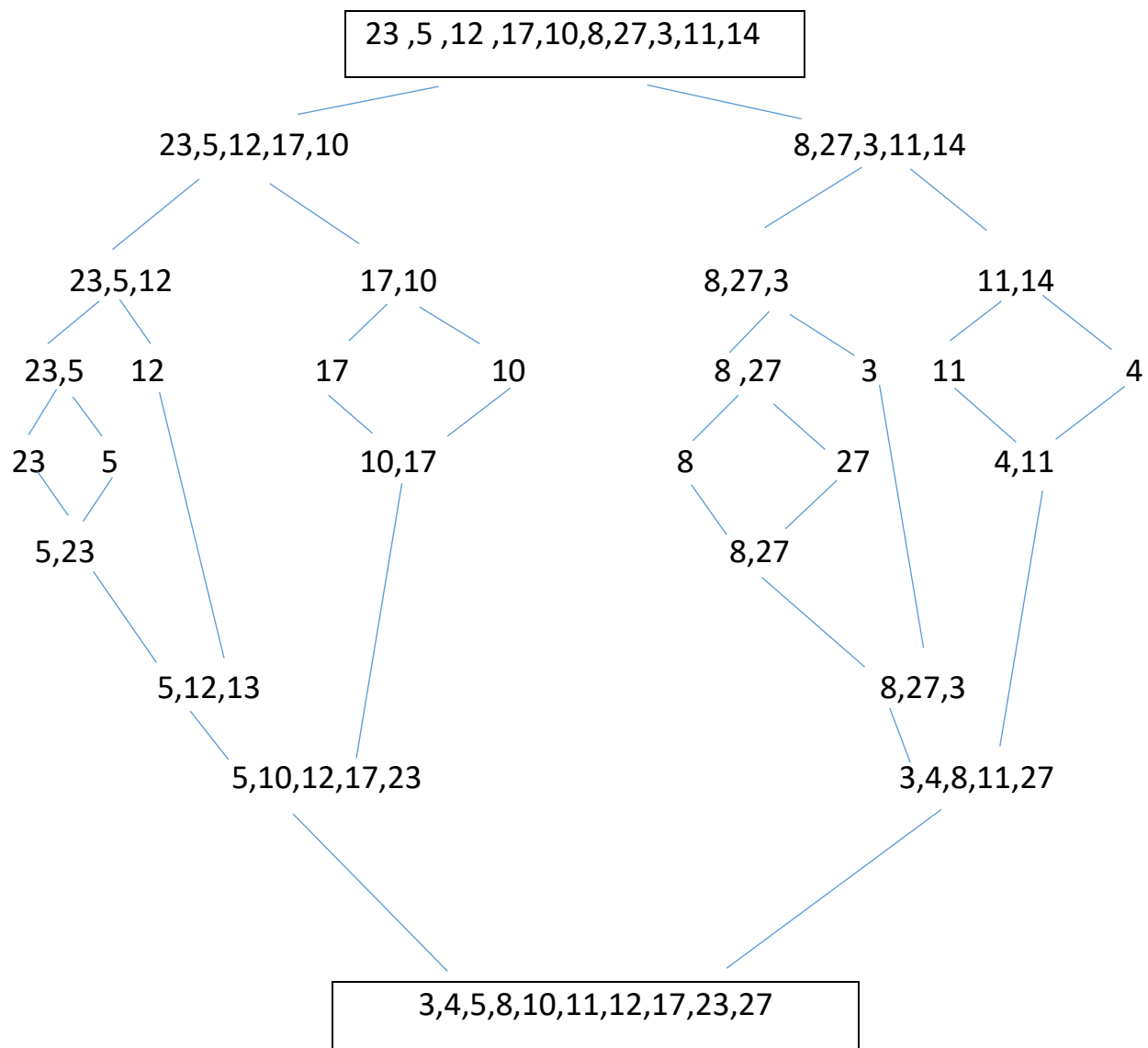
$$18+12=30, 5+10+15=30, 12+13+5=30$$

پس ۳ راه حل وجود دارد.

### تشریحی

۱. عناصر زیر مربوط به لیست S را در نظر بگیرید با استفاده از روش مرتب سازی ادغامی لیست را مرتب نموده و درخت فراخوانی آن را رسم کنید. ب) پیچیدگی زمانی این الگوریتم را محاسبه کنید.

۲۳	۵	۱۲	۱۷	۱۰	۸	۲۷	۳	۱۱	۱۴
----	---	----	----	----	---	----	---	----	----



۲. در مسئله فروشنده دوره گرد در صورتی که ماتریس وزن گراف بصورت زیر باشد با استفاده از برنامه نویسی پویا تور بهینه را برای این گراف بدست آورید.

پاسخ:

A را مجموعه تک عضوی در نظر میگیریم:

$$A = \{v_2\}$$

$$D[v_3][\{v_2\}] = \min(W[3][2] + D[v_2][0]) = 7 + 1 = 5$$

$$D[v_4][\{v_2\}] = \min(W[4][2] + D[v_2][0]) = 3 + 1 = 8$$

$$A = \{v_3\}$$

$$D[v_2][\{v_3\}] = \min(W[2][3] + D[v_3][0]) = 6 + \infty = \infty$$

$$D[v_4][\{v_3\}] = \min(W[4][3] + D[v_3][0]) = \infty + \infty = \infty$$

$$A = \{v_4\}$$

$$D[v_2][\{v_4\}] = \min(W[2][4] + D[v_4][0]) = 4 + 6 = 10$$

$$D[v_3][\{v_4\}] = \min(W[3][4] + D[v_4][0]) = 8 + 6 = 14$$

A را مجموعه دو عضوی در نظر میگیریم:

$$A = \{v_2, v_3\}$$

$$D[v_4][\{v_2, v_3\}] = \min(W[4][j] + D[V_j][\{V_2, V_3\}] - V_j) =$$

$$\min(W[4][2] + D[v_2][v_3] + W[4][3] + D[v_3][\{v_2\}]) = \min(3 + \infty \quad \infty + 8) = \infty$$

$$A = \{v_3, v_4\}$$

$$D[v_2][\{v_3, v_4\}] = \min(W[2][j] + D[V_j][\{V_3, V_4\}] - V_j) =$$

$$\min(W[2][3] + D[v_3][v_4] + W[2][4] + D[v_4][\{v_3\}]) = \min(6 + 14 \quad 14 + \infty) = 20$$

$$A = \{v_2, v_4\}$$

$$D[v_3][\{v_2, v_4\}] = \min(W[3][j] + D[V_j][\{V_2, V_4\}] - V_j) =$$

$$\min(W[3][2] + D[v_2][v_4] + W[3][4] + D[v_4][\{v_2\}]) = \min(7 + 10 \quad 8 + 4) = 12$$

تور بهینه محاسبه میشود:

$$D[v_1][\{v_2, v_3, v_4\}] = \min(W[1][j] + D[V_j][A - V_j]) =$$

$$\begin{aligned} &\text{Min } (W[1][2] + D[v_2][\{v_3, v_4\}] + W[1][3] + D[v_3][\{v_2, v_4\}], \\ &W[1][4] + D[V_4][V_2, V_3]) = \min(2 + 20 + 9 + 12, \infty + \infty) = 21 \end{aligned}$$