

## به نام خدا

ندا محبی \_ دانشگاه پیام نور تهران شمال

سوالات زوج تابستان ۹۸ \_ 963903053

۲) زمان اجرای  $T(n)=3n^3+2n+1$  می باشد. پیچیدگی زمان آن را محاسبه نمایید؟

جواب:  $O(n^3)$

۴) زمان اجرای الگوریتم مرتب سازی ادغامی، کدام گزینه است؟

جواب:  $T(n)=\begin{cases} d & \text{if } n=1 \\ 2T(n/2)+cn & \text{if } n>d \end{cases}$

۶) رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید : پیچیدگی زمانی آن کدام است؟  
 $T(n)=T(n/2)+T(n/2)+1$

جواب:  $O(n)$

توضیح

$$2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \rightarrow \{a=2 \quad b=2 \quad k=0 \rightarrow \{a > b^k \quad 2 > 2^0\}$$

$$O(n^{\log_b a}) = O(n^{\log_2 2}) = O(n)$$

۸) روابط بازگشتی زیر را در نظر بگیرید: پیچیدگی زمانی آن کدام است ؟

$$T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2)$$

$$T(0) = 0, T(1) = 1$$

جواب :  $O(4^n)$

توضیح:

$$T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2)$$

$$r^2 = 3r + 4r^0$$

$$r^2 = 3r + 4 \rightarrow r^2 - 3r - 4 = 0 \rightarrow (r-4)(r+1) = 0 \rightarrow r_1 = 4,$$

$$r_2 = -1$$

$$T(n) = C_1 4^n + C_2 (-1)^n$$

لذا بزرگترین مرتبه  $T(n)$  برابر با  $4^n$  می باشد و مرتبه زمانی آن است.

۱۰) کدام مورد درخصوص روش الگوریتم مرتب سازی سریع صحیح می باشد؟

جواب: لزوما لیست به دو بخش با طول مساوی تقسیم نمی شود

۱۲) اگر دو لیست یا فایل مرتب را به تربیت با  $n, m$  کد ادغام کنیم به طوری که فایل حاصل از این ادغام نیز مرتب باشند. در چه زمان اجرا می شود؟

جواب:  $O(m.n)$

۱۴) کدام گزینه در خصوص درخت های جست و جوی دودویی صحیح می باشد؟

جواب: کلیدهای موجود در زیر درخت راست یک راس ، بزرگتر یا مساوی کلید آن راس هستند.

۱۶) تعداد درخت های جست و جوی دودویی متفاوت با عمق  $n-1$  برابر با کدام گزینه می باشد ؟

جواب:  $2^{n-1}$

با  $n$  گره ، عمق  $n-1$  یعنی در هر سطح فقط یک گره داشته باشیم یا فرزند چپ باشد یا فرزند راست .

با  $n$  گره می توان ابتدا یک گره را به عنوان ریشه در نظر گرفت سپس در عمق ۱ برای گره بعدی دو حالت داریم (فرزند چپ یا راست) . در عمق ۲ هم برای گره بعدی دو حالت داریم و .... لذا تعداد کل حالت ها برابر است با :

$$(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^{n-1}$$

$n-1$  بار

چون گره ریشه فقط یک حالت دارد در نظر نمیگیریم لذا  $n-1$  گره دیگر می توانند دو حالت داشته باشند.

۱۸) کدام ویژگی مسایل روش بازگشت به عقب صحیح بیان شده است ؟

**جواب:** اکثراً مسایلی که به روش بازگشت به عقب حل می شوند ذاتاً مسایل سختی هستند.

۲۰) الگوی جست و جو برای بازگشت به عقب (عقبگرد) به کدام صورت انجام می پذیرد ؟

**جواب :** جست و جو در عمق

۲۲) زمان الگوریتم های انشعاب و تحدید ،در بدترین حالت چگونه است ؟

**جواب :** نمایی یا بدتر

۲۴) مجموعه تمام مسایل تصمیم گیری که توسط الگوریتم های زمانی چند جمله ای قابل حل هستند . کدام کلاس را نشان می دهند؟

**جواب :** کلاس P

## سوالات فرد نیمسال دوم ۱۳۹۳\_۹۴

۱) چند جمله ای  $an^2+bn+c$  مربوط به زمان اجرای کدام الگوریتم مرتب سازی می باشد ؟

**جواب :** درجی

توضیح: رفتار حالت متوسط و بدترین حالت مرتب سازی یکسان و برابر  $an^2+bn+c$

۳) کدامیک از روابط زیر نشان دهنده رابطه صحیح زمان محاسبه الگوریتم های مختلف است ؟

جواب:  $O(\log_2 n) < o(n) < O(n \log_2 n) < O(n^2) < O(2^n)$

توضیح: ترتیب مرتبه زمانی از کوچک تر به بزرگ تر است.

$$O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n \log n) < O(n^2) < O(2^n) < O(n!)$$

گزینه ای که این ترتیب را رعایت کرده گزینه درست است.

۵) در الگوریتم mergesort اگر به جای اینکه هر بار لیست به دو قسمت مساوی تقسیم شود به چهار قسمت مساوی تقسیم گردد و در مرحله ترکیب با چهار لیست در یک دیگر ادغام شوند پیچیدگی زمانی الگوریتم چه خواهد شد ؟

جواب:  $O(n^{\log n})$

توضیح: پیچیدگی زمانی الگوریتم mergesort (ادغامی) برابر با  $\Theta(n \log n)$  است.

$$T(n) = \Theta(n \log n) \quad T(n) = 4T(n/4) + c n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(n) = a T(n/b) + cn^k \\ T(1) = c \end{array} \right. \longrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} T(n) = \Theta(n^{\log_b a}) & a > b^k \\ T(n) = \Theta(n^k \log_2 n) & a = b^k \\ T(n) = \Theta(n^k) & a < b^k \end{array} \right.$$

$$A=4, b=4, k=0, \quad a=b^k \rightarrow t(n) = \Theta(n^{\log n})$$

7) تعداد گره ها در درخت فضای حالت برای الگوریتم عقبگرد برای مساله مدار های هامیلتونی برابر است با :

$$\frac{(n-1)n-1}{n-2} : \text{جواب}$$

توضیح: تعداد گره ها در درخت فضای حالت مساله مدار های هامیلتونی عبارت است از :

$$1 + (n-1) + (n-1)^2 + \dots + (n-1)^{n-1} = \frac{(n-1)n-1}{n-2}$$



۹) مرتبه زمانی مساله فروشنده دوره گرد با استفاده از برنامه نویسی پویا برابر است با:

جواب :  $O(n^2 2^n)$

توضیح:

زمان در حلقه وسط در مقایسه با زمان حلقه اول و آخر زمان بزرگی است. زیرا حلقه وسط شامل سطوح متعددی است بنابراین ما دستورالعمل های اجرا شده برای هر مقدار از  $v$  را به عنوان عمل اصلی در نظر می گیریم که شامل یک دستور العمل جمع نیز باشد اندازه وردی تعداد گره های گراف است برای هر مجموعه  $A$  که شامل  $k$  راس است باید  $n-k-1$  راس را در نظر بگیریم و به ازای هر یک از این راس ها عمل اصلی  $k$  مرتبه اجرا می شود.

از آنجا که تعداد زیر مجموعه های  $a$  از  $V - \{V_1\}$  که شامل  $K$  راس است برابر  $\binom{N-1}{K}$  است.

تعداد مجموعه دفعاتی که عمل اصلی انجام می شود عبارت است از:

$$T(N) = \sum_{k=1}^{n-2} (n-1-k)k \binom{n-1}{k}$$

داریم  $(n-1-k) \binom{n-1}{k} = (n-1) \binom{n-2}{k}$

این رابطه را در رابطه قبلی جایگذاری می کنیم

$$T(n) = (n-1) \sum_{k=1}^{n-2} k \binom{n-2}{k} \rightarrow t(n) =$$

$$(n-1)(n-2)2^{n-3}, t(n) \in \Theta(n^2 2^n)$$

۱۱) مجموعه تمامی مسایل تصمیم گیری که توسط الگوریتم های زمانی چند جمله ای قابل حل هستند جزو کدام کلاس می باشند؟

**جواب :** کلاس P

توضیح:

P مجموعه ای از تمامی مسائل تصمیم گیری است که می توان آن ها را با الگوریتم های زمان چند جمله ای حل کرد.

۱۳) در کدام روش ابتدا نمونه های کوچک تر را حل میکنیم. نتایج را ذخیره می کنیم و هرگاه به انها نیاز داشتیم به جای محاسبه دوباره کافی است آن را بازیابی کنیم؟

**جواب :** برنامه نویسی پویا

توضیح:

این روش از این جهت که مسئله را به زیر مسئله های کوچک تر تقسیم می کند مشابه روش تقسیم و حل است اما تفاوت آن در این است که در این روش پس از تقسیم ابتدا نمونه های کوچک تر محاسبه شده و نتیجه شان در مکانی ذخیره می شود و در واقع لزوم از مقادیر شان استفاده می شود و نیازی به محاسبه مجدد انها نیست بلکه فقط نتیجه از مکان مورد نظر بازیابی می شود این روش تاحدزیادی باعث صرفه جویی در زمان مصرفی الگوریتم خواهد شد .

۱۵) کدام الگوریتم برای یافتن کلیه کوتاه ترین مسیرها از مبدا واحد به مقصد های متفاوت بکار می رود؟

## جواب: دیکسترا

توضیح: الگوریتم دیکسترا کلیه ی کوتاه ترین مسیرها از منبع واحد به مقصد های متفاوت را محاسبه می کند ، ولی خود مسیرها را مشخص نمی کند.

۱۷) کدامیک از موارد ذیل جزو سه شرط لازم برای روش تقسیم و حل نمی باشد ؟

جواب: بررسی اینکه مسئله مرتبه ای از لگاریتم می باشد .

توضیح:

۱- اگر مسئله به اندازه کافی کوچک بود ان را حل می کنیم.

۲- اگر مسئله بزرگ باشد ان را به زیر مسئله های کوچک تر تقسیم می کنیم و این تقسیم را تا رسیدن به زیر مسئله های به اندازه کافی کوچک و قابل حل ادامه می دهیم.

۳- زیر مسئله ها را به صورت باز گشتی حل می کنیم.

۴- جواب زیر مسئله های کوچک را با هم ترکیب می کنیم تا به جواب مسئله بزرگ برسیم.

۱۹) مرتبه زمانی تابع زیر برابر است با :

جواب :  $O(n^{\log 3})$

$$A=3, b=2, k=1 \quad 3 > 2^1 \rightarrow$$

$$T(n) \in \Theta(n^{\log 2^3}) \rightarrow t(n) \in \Theta(n^{\log 3})$$

۲۱) مرتبه زمانی پیدا کردن ماکزیمم و مینیمم در لیستی با  $n$  عنصر برابر است با :

جواب :  $O(n)$

۲۳) برای ادغام دو لیست مرتب با  $n$  عنصر ، حداکثر چه میزان مقایسه نیاز می باشد ؟

جواب :  $n-1$

توضیح: حداکثر تعداد مقایسه ها برای ادغام دو لیست  
n عنصری n-1 می باشد.

(۲۵) مرتبه زمانی رابطه بازگشتی زیر برابر است با :

جواب :  $O(3^n)$

$$T(n)=2t(n-1)+3t(n-2)$$

$$T(0)=0, t(1)=1$$

حل

$$t_n - 2t_{n-1} - 3t_{n-2} = 0$$

$$a_0=1, a_1=-2, a_2=-3, k=2$$

$$x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0 \rightarrow x_1=3, x_2=-1$$

جواب عمومی

$$t_n = c_1 (3)^n + c_2 (-1)^n:$$

$$t_0 = c_1(3)^0 + c_2(-1)^0 \rightarrow c_1 + c_2 = 0$$

مقادیر مرزی

$$c_1 = \frac{1}{4} \quad c_2 = -\frac{1}{4}$$

$$T_1 = c_1(3)^1 + c_2(-1)^1 \rightarrow$$

$$3c_1 - c_2 = 1$$

$$t_n = \frac{1}{4}(3)^n - \frac{1}{4}(-1)^n = t(n) \in O(3^n)$$