

به نام خداوند جان و خرد

پاسخ سوالات فرد آزمون درس طراحی الگوریتم نیمسال دوم ۹۷-۹۸

۱. هزینه اجرایی تابع زیر چقدر است؟

```
bool func ( int n){
```

```
    for (int l=2; <=sqrt(n); i++)
```

```
if( n%i==0) return0;
```

```
return1;}
```

$O(\log n)$. 4

$O(n^3)$. 3

$O(n)$. 2

$O(n^2)$. 1

گزینه ۲ صحیح است.

زمان اجرای هر عبارت جایگزینی یا محاسباتی را مساوی یک واحد زمانی فرض می کنیم. همچنین دستور داخل حلقه آن بار انجام می شود، ولی آزمایش کردن شرط حلقه به تعداد $n+1$ بار صورت می گیرد. تعاریف تابع و متغیر خط اول صفر. اکولادها صفرو...
 $T(n) = n \rightarrow O(n)$

۳. کدام گزینه صحیح است.

۲. $10^n + 2n^{10} \in \theta(n^{10})$

۱. $5n^{10} + 2^n + \log n \in o(n^{100})$

۴. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \in \Omega(n^4)$

۳. $n^2 \log n + 5^n \in \Omega(2^n)$

گزینه ۳ صحیح است.

صورت صحیح گزینه ۴: فرمول تحلیل پیچیدگی زمانی حالت معمول الگوریتم تعیین درخت جستجوی دودویی بهینه داریم:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \in O(n^3)$$

۵. تابع بازگشتی زیر چه کاری انجام می دهد؟

```
Int c(Node * root){
```

```
    If(!root) return 0;
```

```
    If(root -> lchild && root -> rchild);
```

```
    Return c(root -> lchild) + c(root -> rchild);
```

```
    Return 1 + (root -> lchild) + c(root -> rchild);
```

```
}
```

۲. شمارش کل گره های درخت

۱. شمارش کل گره های درخت به جز گره های دو فرزندی

۴. شمارش تعداد گره های تک فرزندی

۳. شمارش تعداد گره های دو فرزندی

گزینه ۱ صحیح است. این تابع تعداد گره های یک درخت دودویی را به عنوان خروجی بر می گرداند.

۷. کدام گزینه ویژگی دو روش تقسیم و حل و برنامه سازی پویا را به درستی بیان می کند؟

۱. روش تقسیم و حل یک روش پائین به بالا و روش برنامه سازی پویا یک روش بالا به پائین است.

۲. برخلاف برنامه نویسی پویا در روش تقسیم و حل نتایج حل مسائل در هر سطح نگهداری می شود.

۳. برخلاف تقسیم و حل، در روش برنامه نویسی پویا یک نمونه کوچک ممکن است چندین بار حل شود.

۴. روش تقسیم و حل، برای حل مسأله سطح «ال» تنها از مسائل سطح «ال-۱» استفاده می شود، در حالی که برنامه نویسی پویا برای حل مسأله سطح از کلیه مسائل سطح پائین تر استفاده می شود.

گزینه ۴ صحیح است.

روش تقسیم و حل یک روش بالا به پائین ۱ و روش برنامه نویسی پویا یک روش پائین به بالا (جز به کل) است. پس گزینه ۱ غلط است.

در برنامه نویسی پویا در هر سطح کلیه مسائل موجود آن سطح حل می گردند و نتایج نگهداری می شوند. پس گزینه ۲ غلط است.

در برنامه نویسی پویا، پس از تقسیم ابتدا نمونه های کوچک تر محاسبه شده و نتایج در مکانی ذخیره می شود و در مواقع لزوم از آن استفاده می شود. و نیاز به محاسبه مجدد نیست. پس گزینه ۳ غلط است.

در روش تقسیم و حل، مسأله به دو یا چند زیر مسأله کوچک تر تقسیم می شود، تقسیم و شکستن مسأله آنقدر ادامه می یابد تا به زیر مسأله های حل شدنی برسیم و از ترکیب آنها به جواب اصلی می رسیم.

۹. د. ضرب دو ماتریس 4×4 به روش استراسن و روش معمولی چند عمل جمع و تفریق انجام می شود؟

۱. استراسن = ۵۶ معمولی = ۶۴

۲. استراسن = ۷۲ معمولی = ۴۸

۳. استراسن = ۵۴ معمولی = ۱۶

۴. استراسن = ۱۸ معمولی = ۴

گزینه ۲ صحیح است.

این تکنیک به ۷ عمل ضرب و ۱۸ عمل جمع و تفریق نیاز دارد. در صورتی که در روش معمولی به ۸ عمل ضرب و ۴ عمل جمع و تفریق نیاز دارد. پس یک عمل ضرب در ازای ۱۴ عمل جمع و تفریق اضافی صرفه جویی می شود.

۱۱. الگوریتم زیر برای محاسبه جمله انام سری فیبوناچی بکار می رود. روش مورد استفاده در طراحی این الگوریتم چیست؟

```
Int f(int n){  
    If (n==1 || n==2) return;  
    Int * a= new int[n];  
    a [0]=a [1]=1;  
    for(int i=2 ; i<n ; a [i-2];  
    return a [n-1];  
}
```

۱. برنامه نویسی پویا

۲. حریصانه

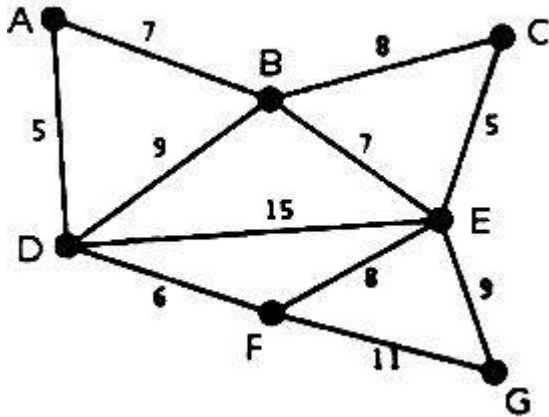
۳. تقسیم و حل

۴. عقب گرد

گزینه ۱ صحیح است.

در اینجا پیاده سازی الگوریتم فیبوناچی، به روش پویا (غیر بازگشتی) است.د ر روش پویا مسئله از پائین به بالا(جزء به کل حل می شود).

۱۳. اگر از الگوریتم پریم برای بدست آوردن درخت پوشای مینیمم گراف زیر استفاده می شود، کدام رأس در مرحله سوم D انتخاب می شود؟(شروع از



F.۴

B.۳

E.۲

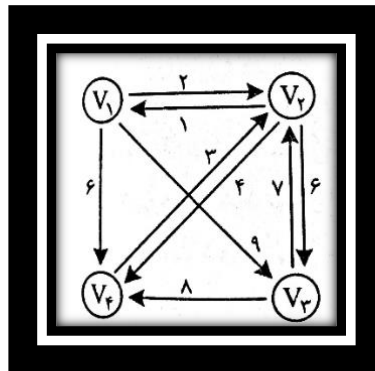
A.۱

گزینه ۳ صحیح است.

در این الگوریتم درخت را یال به یال می سازیم.در هر مرحله بهینه بودن بررسی می شود، و یالی را انتخاب می کنیم که حداقل افزایش در مجموع هزینه ها را ایجاد کند.

۱۵. گرافی با ماتریس مجاورت زیرمفروض است.طول کوتاهترین مسیر از رأس با استفاده از الگوریتم دیکسترا کدام است؟

$$w = \begin{bmatrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 9 & \infty \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ \infty & 7 & 0 & 8 \\ 6 & 3 & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



۲۳ -۴

۴۵ -۳

۲۱ -۲

۱۴ -۱

گزینه ۲ صحیح است.

مسئله فروشنده دوره گرد: یافتن یک تور بهینه (مسیر هامیلتونی) در گرافی موزون و جهت دار است.د ر اینجا سه تور وجود دارد:

$$L[V_1, V_2, V_3, V_4, V_1]=22$$

$$L[V_1, V_3, V_2, V_4, V_1]=26$$

$$L[V_1, V_3, V_4, V_2, V_1]=21$$

ملاحظه می‌شود که تور آخر که طول آن ۲۱ است، تور بهینه است.

۱۷- تحلیل پیچیدگی زمانی در بدترین حالت برای الگوریتم فلوید چقدر است؟

۱. $\theta(n^2)$ ۲. $\theta(n^3)$ ۳. $\theta(n^4)$ ۴. $\theta(3^n)$

گزینه ۳ صحیح است. در الگوریتم فلوید سه حلقه تو در تو وجود دارد، و عمل اصلی محاسبه مقدار می باشد. بنابراین این:

$$T(n) = n \times n \times n = n^3 \in \theta(n^3)$$

۱۹. فرض کنید سه کلید موجود است، اگر احتمال مساوی بودن کلید مورد جستجو با هریک از کلیدها به صورت زیر باشد، حداقل زمان جستجوی میانگین برای درخت جستجوی دودویی چقدر است؟

Key 1= 0.7

Key 2= 0.2

Key 3= 0.1

د-۱.۵

ج-۱.۷

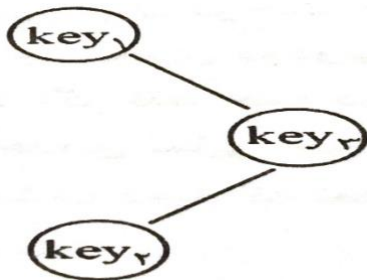
ب-۱.۸

الف-۲.۱

گزینه د صحیح است.

$P_1 = 0.7$ $p_2 = 0.2$ $p_3 = 0.1$

هدف ما تعیین درختی است که زمان جستجوی میانگین برای آن حداقل باشد. در اینجا برای کلید ۱ مقایسه، برای کلید ۲، سه مقایسه



و برای کلید ۳، دو مقایسه داریم:

$$(0.7)1 + (0.2)3 + (0.1)2 = 1.5$$

در نتیجه میانگین زمان جستجو در ایجاد درخت دودویی بهینه برابر ۱.۵ می باشد.

۲۱. برای حل مسئله وزیر به روش عقب گرد، اگر وزیر ای ام در ستون جی قرار داشته باشد، در چه صورت مورد حمله وزیر کا ام در ستون ۱ قرار می گیرد؟

۴. $j-1=k-1$

۳. $i=1$

۲. $i+j=k+1$

۱. $J=K$

گزینه ۲ صحیح است.

در حالت کلی، سه حالت روی می دهد:

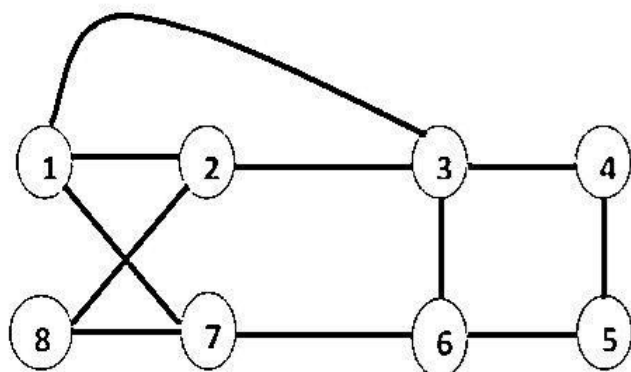
i) $z=1$

ii) $i-j=k-1$

iii) $i+j=k+1$

گزینه ۱ و ۴ غلط است. جزء ۳ حالت نیست. گزینه ۳ در صورتی رخ می دهد که دو وزیر در یک ستون باشند. پس گزینه ۲ صحیح است.

۲۳. گراف با ماتریس مجاورت زیر را در نظر بگیرید. برای یافتن یک دور هامیلتونی از رأس به خودش با استفاده از روش عقب گرد تعداد کل گره ها و تعداد گره های امید بخش در دومین سطح درخت فضای حالت چقدر است؟



۲. کل گره ها = ۴ ، گره های امید بخش = ۴

۴. کل گره ها = ۳ ، گره های امید بخش = ۲

۱. کل گره ها = ۵ ، گره های امید بخش = ۳

۳. کل گره ها = ۵ ، گره های امید بخش = ۴

گزینه ۴ صحیح است.

گراف شامل چرخه هامیلتونی ۱، ۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۱ است. درخت فضای حالت در سطح ۳، یک گره رأس وجود دارد. در سطح ۳، گره ۲، ۳، ۷ وجود دارد، که ۲ گره ۲، ۳ امید بخش است و ۷ غیر امید بخش است. زیرا که منجر به حل نمی شود.

۲۵. کدامیک از مسائل زیر در کلاس انپی قرار دارد؟

۲. تعیین کلیه مدارهای هامیلتونی یک گراف

۴. کوله پشتی کسری

۱. ضرب زنجیره ای ماتریسها

۳. حاصل جمع زیر مجموعه ها

گزینه ۳ صحیح است.

مسائلی که نتوان برای آنها الگوریتمی با مرتبه زمانی چند جمله ای پیدا کرد مسائل رام نشدنی هستند. گزین ۱ از الگوریتم هایی است که پیچیدگی زمانی آنها چند جمله ای است. مدارهای هامیلتونی که از مسائل رام نشدنی است که اثبات شده است. کوله پشتی نیز جزء الگوریتم های با درجه نمایی است. درمورد حاصل جمع زیرمجموعه ها الگوریتم مارا (چند جمله ای برای آن ابداع نشده ولی غیر ممکن بودن آن هم اثبات نشده است) پس جزء این کلاس است.

سوالات تشریحی

۱. رابطه بازگشتی زیر را حل کنید؟

$$T(n) = 2T(n-1) + 3^n$$

پاسخ: ابتدا طرفین را در ۳ ضرب می کنیم:

$$3T(n) = 6T(n-1) + 3^{n+1}$$

$T(n+1)$ را بدست می آوریم:.

$$T(n+1) = 2T(n) + 3^{n+1}$$

با کسر دو رابطه از هم خواهیم داشت:

$$T(n+1) - 3T(n) = 2T(n) - 6T(n-1) \rightarrow \rightarrow \rightarrow T(n+1) = 5T(n) - 6T(n-1)$$

یک رابطه بازگشتی مرتبه دوم همگن حاصل می شود.

۳. هفت کار به شرح زیر داریم: سود حاصل از کار ایام است به شرطی که بعد از زمان انجام نشود. با این فرض هر کار در واحد زمان انجام می شود. ترتیب انجام کارها و حداکثر سود حاصل از اجرا را بدست آورید؟

i	1	2	3	4	5	6	7
	85	50	90	53	66	40	35
	2	4	4	1	2	3	2

پاسخ: در اینجا هدف، زمان بندی کارها برای به حداکثر رساندن بهره کل است. ابتدا کاری که مهلت کمتری دارد را انجام می دهیم. در ضمن اگر ۲ کار مهلت یکسان دارند، آن که سود بیشتری دارد را انتخاب می کنیم. در این میان برخی از زمان بندی ها با توجه به مهلت آنها امکان پذیر نیست. کارها را به ترتیب نزولی بیشترین به کمترین مرتب می کنیم. کارها را بر حسب زمان و سود انتخاب می کنیم. کارهای ۴، ۳، ۱، ۶ را انتخاب می کنیم. یعنی $90 + 66 + 53 + 40 = 249$ بالاترین سود بدست می آید. از آنجا که تقاضای ۵ و ۷ دارای مهلت زمانی ۲ هستند. یعنی این تقاضا می تواند در بازه زمانی ۱ یا ۲ شروع شود. از آنجا که کار ۴ در زمان ۱ شروع شده و کار ۱ در زمان ۲، و غیر از زمان ۱ نمی تواند در زمان دیگری انجام شود. پس تقاضای ۵ و ۷ انجام نمی شود. کار ۶ با مهلت زمانی ۳ شروع می شود. از کارهای ۲ و ۳ کار ۳ با بیشترین سود انجام می شود و کار دوم مهلت ۴، ۳، ۲، ۱ دارد که مهلت ۴ نیز ندارد.

۵. پنج فایل مرتب با تعداد رکوردهای زیر موجود است. حداقل تعداد مقایسه ها برای ادغام این پنج فایل چقدر است؟

5	7	8	9	14
---	---	---	---	----

پاسخ: بهترین حالت هنگامی رخ می دهد که هم عناصر آرایه با طول کمتر، و هم آرایه مرتب باشد. برای ادغام دو لیست،

مقایسه $m+n-1$

در اینجا یک لیست مرتب وجود دارد. پس حداقل مقایسه برای ادغام این ۵ فایل ۵ است. البته اگر آرایه را به دو قسمت تقسیم کنیم، با روش ادغام هر زیر آرایه را مرتب کنیم. در این صورت به ۴ مقایسه نیاز هست.

۲. تعداد تکرار دستورات قطعه کد زیر چه خواهد بود؟

for (l=1 ; l<n; l++)

for (j=n-1; j<n+1; j++)

S=S+2

۴. $n^2 + n - 3$

۳. $n^2 + 2n + 2$

۲. $2n^2 + n + 5$

۱. $n^2 + 3n - 2$

گزینه ۱ صحیح است.

خط اول: $n+1$;

خط دوم: $n(n+1)$;

خط سوم: n ;

$n + n(n+1) + n = n^2 + 3n$

۴. با توجه به تابع بازگشتی زیر، خروجی $F(3, 5)$ چه خواهد بود؟

```
int F(int m, int n){
    if (m==1 || n==1)
        return 1;
    else if (m==n)
        return F(m-1, n-1) + 2;
    else
        return F(m-1, n) + F(m, n-1);
}
```

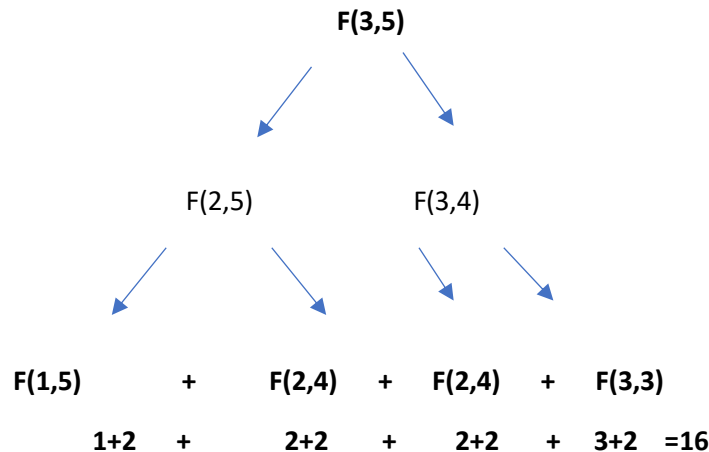
۴. 14

۳. 12

۲. 18

۱. 16

گزینه یک صحیح است.



۶ - کدام یک از عبارت های زیر در مورد الگوریتم مرتب سازی درجی (Insertion Sort) درست است؟

۱. اگر داده های ورودی برعکس مرتب شده باشند، تعداد مقایسه ها حداقل بوده و برابر n خواهد بود.

۲. اگر در آرایه او یه همه اعداد با هم مساوی باشند الگوریتم در بهترین حالت خود خواهد بود.

۳. مرتبه این الگوریتم در حالت متوسط $\theta(n \log n)$ است.

۴. در بهترین حالت تعداد مقایسه ها با تعداد جابه جایی ها برابر است.

گزینه ۲ صحیح است.

۱. بدترین حالت، وقتی اتفاق می افتد که آرایه به ترتیب عکس مرتب شده باشد. تعداد مقایسه ها از مرتبه

است. $O(n^2)$

۳. $O(n)$ این الگوریتم در حالت متوسط:

۴. $O(1)$ و تعویض از مرتبه: $O(1)$ در بهترین حالت مقایسه از مرتبه

این الگوریتم متعادل بوده و در یک آرایه کاملاً "مرتب بهترین حالت و برای یک آرایه مرتب شده معکوس بدترین حالت را دارد.

۸ - در الگوریتم merge sort برای مرتب کردن یک آرایه n عنصری، تابع merge (ادغام) چند بار فراخوانی می شود؟

۱. $n-1$ ۲. n ۳. $\frac{n}{2}$ ۴. $\log n$

گزینه یک صحیح است.

در مرتب سازی سریع برای این حالت:

QuickSort (0,n-1)

۱۰ - کدام یک از عبارات های زیر در مورد الگوریتم کراسکال درست است؟

۱. برای پیاده سازی این الگوریتم از ساختار هرم Heap استفاده می شود.
۲. اگر یک گراف n امل راسی داشته باشیم، زمان اجرای این الگوریتم از مرتبه $\theta(n \log n)$ خواهد بود.
۳. برای هر گراف درخت حاصل از این الگوریتم قطعا با درخت حاصل از الگوریتم پریم یکسان خواهد بود.
۴. استفاده از این الگوریتم در گراف های مترام نسبت به الگوریتم پریم زمان اجرای بیشتری خواهد داشت.

گزینه یک صحیح است. برای مرتب کردن یالها به صورت نزولی از این ساختار هرم استفاده می شود.

$$T(n) \in \theta(n^2 \log n)$$

۲.

۳. پیچیدگی زمانی دو الگوریتم با هم متفاوت است.

۴. در صورتی که گراف مترام باشد الگوریتم کروسکال سریعتر از الگوریتم پریم عمل می کند. ولی اگر گراف کامل باشد، الگوریتم پریم سریع تر عمل می کند.

۱۲ - اگر ماتریس زیر نشان دهنده ماتریس مجاورت یک گراف جهت دار شامل پنج راس (v_1, \dots, v_5) باشد، پس از اجرای الگوریتم دیکسترا طول کوتاهترین مسیر از v_1 به v_3 چقدر است؟

0	6	∞	∞	7
9	0	9	3	8
∞	6	0	∞	1
∞	∞	4	0	2
7	6	7	∞	0

۱۴ . ۴

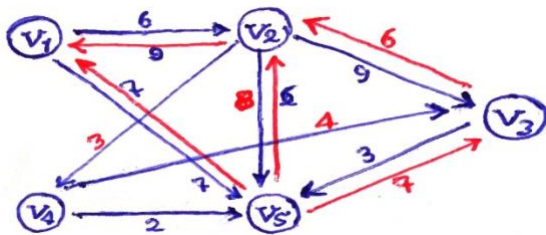
۱۸ . ۳

۱۳ . ۲

۱۵ . ۱

الگوریتم دیکسترا برای یافتن کلیه کوتاهترین مسیرها از مبدأ واحد به مقصدهای متفاوت بکار می رود. در این الگوریتم طول یک مسیر را برابر مجموع وزن یالهای آن مسیر در نظر می گیرد. در صورتی که بین دو گره یالی نباشد، با علامت ∞ مشخص شده است. با توجه به ماتریس فوق مدار را رسم می کنیم. این الگوریتم به شیوه حریصانه عمل می کند.

پس گزینه ۲ صحیح است.



$$V1 \rightarrow V2 \rightarrow V3 \rightarrow 6+9=15$$

$$V1 \rightarrow V2 \rightarrow V4 \rightarrow V5 \rightarrow 6+3+2+7=18$$

$$V1 \rightarrow V5 \rightarrow V3 \rightarrow 7+7=14.$$

$$V1 \rightarrow V2 \rightarrow V4 \rightarrow V3 \rightarrow 6+3+9=13$$

$$V1 \rightarrow V2 \rightarrow V5 \rightarrow V3 \rightarrow 6+8+7=21$$

$$V1 \rightarrow V5 \rightarrow V2 \rightarrow V3 \rightarrow 7+6+9=22$$

۱۴. جدول زیر اطلاعات مربوط به مهلت و سود هشت کار را نشان می دهد. شخص در مواجهه با این کارها بدون بررسی آنها را انتخاب می کند. چنانچه نتواند کاری را حداکثر تا پایان مهلتش اجرا کند. ۲ برابر سود آن کار را جریمه پرداخت کند. حداقل جریمه ای که این شخص باید بپردازد، چه خواهد بود؟

کار	A	B	C	D	E	F	G	H
مهلت	2	3	5	1	3	1	2	1
سود	20	35	12	8	28	30	5	50

۱۲۲ .۴

۹۰ .۳

۲۵۰ .۲

۱۲۶ .۱

گزینه یک صحیح است.

هدف یافتن یک ترتیب امکان پذیر و بهینه با سود کل ماکزیم است. کارها را بر حسب بهره به صورت نزولی مرتب می کنیم. بین کارهای با سود ۵۰ و ۳۰ با مهلت ۱ روز، ۵۰ را انتخاب می کنیم. تقاضای ۱ در زمان ۱ شروع شده و به یک واحد زمانی نیاز دارد. و این موجب می شود که تقاضای با سود ۳۰ و ۸ در زمان ۲ شروع شود، در حالی که آخرین مهلت این تقاضاها ۱ است. و به همین ترتیب انتخاب می کنیم. تقاضاهای ۵۰-۳۵-۲۸-۱۲ انجام می شود. تقاضاهای ۵-۸-۲۰-۳۰ با مجموع سود ۶۳ انجام نمی شود. و جریمه دو برابر آن یعنی ۱۲۶ می شود.

۱۶. در مسئله ضریب دو جمله ای برای محاسبه $\binom{n}{k}$ با استفاده از راهبرد برنامه نویسی پویا، تعداد اعمال جمع برابر است با:

$$\frac{2n-k}{2} \quad .۴$$

$$\frac{k(2n+k+1)}{2} \quad .۳$$

$$\frac{n(2k-n-1)}{2} \quad .۲$$

$$\frac{k(2n-k-1)}{2} \quad .۱$$

گزینه یک صحیح است.

۱۸. در مسأله کوله پشتی صفر و یک با استفاده از راهبرد پویا کدام رابطه صحیح است؟

$$p[i][w] = \begin{cases} \max(p[i][w], p_i + p[i][w - w_i]) & w_i \leq w \\ p[i][w] & w_i > w \end{cases} \quad ۱.$$

$$p[i][w] = \begin{cases} \max(p[i-1][w], p_i + p[i-1][w - w_i]) & w_i \leq w \\ p[i-1][w] & w_i > w \end{cases} \quad ۲.$$

$$p[i][w] = \begin{cases} \max(p[i+1][w], p_i + p[i+1][w - w_i]) & w_i \leq w \\ p[i+1][w] & w_i > w \end{cases} \quad ۳.$$

$$p[i][w] = \begin{cases} \max(p[i-1][w], p_i + p[i-1][w - w_i]) & w_i \leq w \\ p[i-1][w] & w_i > w \end{cases} \quad ۴.$$

گزینه ۴ صحیح است.

مسأله کوله پشتی را می توان با برنامه سازی پویا حل کرد. فقط باید اصل بهینگی صدق کند.

اگر A یک زیرمجموعه ی بهینه از n قطعه باشد دو حالت امکان پذیر است:
یا A شامل قطعه n ام هست یا نیست اگر A شامل قطعه n ام نباشد با زیرمجموعه ای بهینه از (n-1) قطعه اول برابر است. اگر A شامل قطعه n ام باشد منفعت کل برابر p_n به علاوه منفعت بهینه است هنگامی که قطعات را از n-1 قطعه اول انتخاب می کنیم لذا اصل بهینگی صادق است. اگر به ازای $i > 0$ و $w > 0$ عنصر $p[i][w]$ منفعت بهینه حاصل از انتخاب i قطعه اول باشد به گونه ای که وزن کل از w تجاوز نکند، داریم:

$$p[i][w] = \begin{cases} \max(p[i-1][w], p_i + p[i-1][w - w_i]) & \text{if } w_i \leq w \\ p[i-1][w] & \text{if } w_i > w \end{cases}$$

و منفعت حداکثر که به دنبال آن هستیم، برابر $p[n][w]$ می باشد.

- ۲۰

چنانچه سه کلید متمایز $key_1 < key_2 < key_3$ هر يك با احتمال جستجوی $p_1 = \frac{2}{6}$ ، $p_2 = \frac{1}{6}$ و

$p_3 = \frac{3}{6}$ داشته باشیم، حداقل میانگین زمان جستجو در درخت جستجوی دودویی بهینه کدام است؟

۱۰. $\frac{10}{6}$.۴

۱۱. $\frac{12}{6}$.۳

۱۲. $\frac{9}{6}$.۲

۱۳. $\frac{11}{6}$.۱

گزینه ۴ صحیح است. در این مسئله زمانهای گزینه ۲ و ۳ اصلا وجود ندارد. حداکثر زمان میانگین ۱۴/۶ است. و حداقل میانگین ۱۰/۶ است. برای کلید یک، ۲ مقایسه و برای کلید دو، ۳ مقایسه و برای کلید سه، ۱ مقایسه که حداقل میانگین گزینه ۴ بدست می آید. در اینجا ۶ حالت زمانی احتمالی را می توان در نظر گرفت.

۲۲- برای حل مسئله رنگ آمیزی گراف با استفاده از راهبرد عقبگرد، تعداد کل گره های درخت فضای حالت برای یک گراف n راسی با عدد رنگی m کدام است؟

۱. $\frac{m^{n-1} + 1}{m+1}$.۴

۲. $\frac{m^{n+1} - 1}{m-1}$.۳

۳. $\frac{m^{n-1} - 1}{m-1}$.۲

۴. $\frac{m^{n-1} + 1}{m+1}$.۱

گزینه ۲ صحیح است.

تعداد گره ها در درخت فضای حالت:

$$1 + m + m^2 + \dots + m^n = \frac{m^{n+1} - 1}{m - 1}$$

۲۴. لگوی جستجو در درخت فضای حالت برای روش ازگشت به عقب و روش انشعاب و تحدید به ترتیب از راست به چپ به چه صورت است؟

۱. جستجوی ردیفی- جستجوی عمقی

۲. در هر دو حالت جستجوی عمقی

۳. جستجوی عمقی- جستجوی ردیفی

۴. در هر دو حالت جستجوی ردیفی

گزینه ۴ صحیح است

دو روش جستجو برای پیمایش اصلی وجود دارد. روش جستجو در عمق برای روش عقب کرد که در این روش زیردرخت های هر گره یکی یکی تولید می شوند و تا بررسی کامل هر زیردرخت، زیردرخت دیگری ایجاد نمی شود. اما در روش انشعاب و تحدید، جستجوی ردیفی اربرد دارد. در این روش کلیه فرزندهای یک گره ایجاد می شوند و سپس هریک از گره ها را به ترتیب ایجاد برداشته و کلیه گره های آن را ایجاد می کنیم.

سوالات تشریحی

۲- الگوریتم Quick Sort برای مرتب سازی آرایه ها را نوشته و پیچیدگی زمانی آن را در بدترین حالت تحلیل نمایید. (به همراه تابع Partition)

پاسخ: در الگوریتم سریع ، آرایه الزاما" به دو قسمت مساوی تقسیم نمی شود بلکه عنصری را به عنوان محور در نظر می گیرند، و آرایه ها با هم ادغام نمی شوند.

Partition کار جابجایی عناصر و مرتب کردن را انجام میدهد.

```
void QuickSort ( low , high )
{
    index pivotpoint ;
    // pivotpoint is the position of the partitioning element.
    if (low < high )
    {
        //Divide P into Subproblems.
        partition (low , high , pivotpoint) ;
        QuickSort (low , pivotpoint - 1) ;
        QuickSort (pivotpoint + 1 , high) ;
    } //There is no need for Combining Solutions.
}
```

پیچیدگی زمانی در بدترین حالت الگوریتم مرتب سازی زمانی است که داده ها از قبل مرتب باشند. لذا:

در حالت کلی به این صورت است که با استفاده از روش تکرار و جایگزینی رابطه بازگشتی را حل می کنیم:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & \text{if } n < 1 \\ T(n-1) + n - 1 & \text{if } n \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + (n-1) \\ &= T(n-2) + (n-2) + (n-1) \\ &= T(n-3) + (n-3) + (n-2) + (n-1) \\ &\vdots \\ &= T(1) + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) \\ &= T(0) + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) = \frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n(n-1)}{2} \\ \Rightarrow T(n) &\in \theta(n^2) \end{aligned}$$

۴. اگر ماتریس زیر، ماتریس مجاورت یک گراف جهت دار دارای چهار رأس باشد. با اجرای الگوریتم فروشنده دوره گرد در راهبرد پویا، طول تور بهینه را بدست آورید (عملیات را مرحله به مرحله نشان دهید.)

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 15 & 20 \\ 5 & 0 & 9 & 10 \\ 6 & 13 & 0 & 12 \\ 8 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ: در مسئله فروشنده دوره گرد، تعداد کل تورها عبارت است از:

$$) n-1)(n-2)=(n-1)!$$

اصل بهینگی برقرار است. از برنامه نویسی پویا استفاده می کنیم. ابتدا مجموعه تهی را در نظر می گیریم. بعد مجموعه یک عضوی. دو عضوی و الی آخر.

$$D[V2][\{\}] = 5$$

$$D[V3][\{\}] = 6$$

$$D[V4][\{\}] = 8$$

$$D[V2][\{V3\}] = 9+6=15$$

$$D[V2][\{V4\}] = 10+8=18$$

$$D[V3][\{V2\}] = 13+5=18$$

$$D[V3][\{V4\}] = 12+8=20$$

$$D[V4][\{V2\}] = 8+5=13$$

$$D[V4][\{V3\}] = 9+6=15$$

$$D[V2][\{V3, V4\}] = 12+8+5=25$$

$$D[V3][\{V2, V4\}] = 10+9+6=25$$

$$D[V4][\{V3, V2\}] = 13+10=23$$

$$D[V1][\{V3, V4, V2\}] = 12+8+7+5=35$$

END

راضیه تیره نی