

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: فایزه صیدی

شماره دانشجویی: 970164219 کارشناسی مهندسی کامپیوتر

عنوان درس: تحلیل و طراحی الگوریتم ها

سوالات زوج تابستان 97

2- مرتبه زمانی قطعه کد زیر چیست؟

```
x = 0;  
i = 1;  
while (i ≤ n){  
    i* = 2;  
    x ++;  
}
```

$O(n^2)$ -4

$O(\log n)$ -3

$O(n \log n)$ -2

$O(n)$ -1

پاسخ صحیح: گزینه 3

اگر برای $n=32$ در نظر بگیریم عمل اصلی $x++$ ، 5 بار انجام می شود. ($5 = \log_2 32$) پس در حالت کلی مرتبه اجرایی الگوریتم فوق برابر $O(\log n)$ می باشد. در حلقه while که به طور طبیعی شمارنده آن از 1 تا n تغییر می کند اگر مرتبه شمارنده آن با دستور $i = i \text{ dive } k$ ، بر عدد n تقسیم شود مرتبه اجرایی آن $O(\log_k n)$ خواهد بود. به همین ترتیب اگر شمارنده با دستور $i = i * k$ از 1 تا n تغییر کند باز هم مرتبه اجرایی آن $O(\log_k n)$ می باشد.

4- اگر $f(n) \in o(g(n))$ و $h(n) \in \Omega(f(n))$ آنگاه :

1. $g(n) \in \Omega(h(n))$
2. $g(n) \in o(h(n))$
3. $h(n) \in o(g(n))$
4. لزوما هیچکدام برقرار نیست

پاسخ صحیح: گزینه 4

1. $\text{if } T(n) \in \theta(g(n)) \text{ و } g(n) \in \theta(h(n)) \Rightarrow T(n) \in \theta(h(n))$
2. $\text{if } T(n) \in \theta(g(n))$ اگر فقط اگر $g(n) \in \theta(T(n))$
3. $\text{if } F(n) \in \theta(g(n))$ اگر فقط اگر $g(n) \in \theta\Omega(F(n))$

6- اگر $g(n) \in \Omega(f(n))$ باشد، آنگاه :

- 1- $f(n) \in o(g(n))$
- 2- $f(n) \in \Theta(g(n))$
- 3- $f(n) \in \Omega(g(n))$
- 4- تمام موارد

پاسخ صحیح: گزینه 1

4. $\text{if } F(n) \in \theta(g(n))$ اگر فقط اگر $g(n) \in \theta\Omega(F(n))$

8- کدام گزینه تابع زمان الگوریتم استراسن را نشان می دهد؟

1. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + o(n^2)$
2. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + o(n)$
3. $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + o(n)$
4. $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + o(n^2)$

پاسخ صحیح: گزینه 4

هنگامی که دو ماتریس $n \times n$ با $n > 1$ داشته باشیم ، الگوریتم هفت بار فراخوانی می شود.

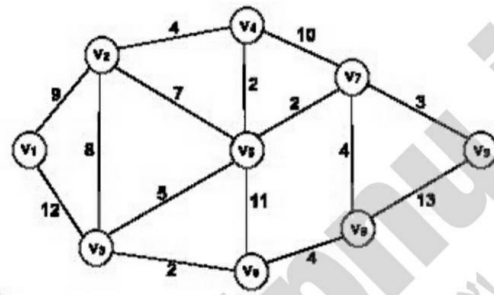
با فرض اینکه n توانی از 2 باشد:

$$T(n) = \begin{cases} 7T\left(\frac{n}{2}\right) & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n \leq 1 \end{cases}$$

زمانی که دو ماتریس $\left(\frac{n}{2}\right) \times \left(\frac{n}{2}\right)$ جمع یا تفریق شوند ، $\left(\frac{n}{2}\right)^2$ عمل جمع و تفریق روی عناصر ماتریس انجام می پذیرد. بنا براین رابطه ی بالا به صورت زیر تکمیل می شود.

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^2 & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

10-وزن درخت پوشای کمینه مقابل چند است ؟



28 .4

30 .3

34 .2

35 .1

پاسخ صحیح : گزینه 3

در یک گراف وزن دار ، درخت پوشای کمینه ، آن درختی پوشایی است که کمترین وزن را نسبت به دیگر درخت های پوشای همان گراف داشته باشد. با بررسی یال های خروجی و انتخابی یالی که کمترین هزینه را دارد ، به عدد 30 میرسیم که مربوط به یال $(V_7 V_9)$ است.

12-کدام گزینه در خصوص الگوریتم دایجسترا صحیح نیست؟

1. رویکرد حریصانه دارد
2. برای گراف های جهت دار و ساده قابل استفاده است
3. برای گراف های وزن دار با وزن منفی قابل استفاده است
4. کوتاه ترین مسیر از راس مبدا به سایر راس ها را پیدا می کند

پاسخ صحیح: گزینه 3

الگوریتم دایج

سترا برای یافتن کوتاه ترین مسیرها از مبدا واحد به مقصد های متفاوت به کار می رود. این الگوریتم همچنین طول یک مسیر را برابر مجموع وزن یال های آن مسیر در نظر میگیرد. رئیس شروع کننده روی مسیر را به عنوان راس منبع و آخرین راس را راس مقصد می شناسد. این الگوریتم بوسیله روش حریصانه طراحی شده است و خروجی حاصل از این الگوریتم بهینه است.

14- فعالیت به همراه مهلت انجام آنها در زیر آورده شده است. حداکثر سود حاصل از زمان بندی بهینه برای انجام این فعالیت ها چند است؟

Pi (ارزش)	40	10	15	25	20	30	35
Di (مهلت)	3	2	3	3	1	1	1

65 .4

120 .3

125 .2

100 .1

پاسخ صحیح: گزینه 1

حد اکثر سود حاصل : اگر فرض کنیم S مجموعه ای از کارها باشد. در این صورت S امکان پذیر خواهد بود اگر فقط اگر ترتیب حاصل از مرتب شدن کارهای S بر اساس مهلت های غیر نزولی ، امکان پذیر باشد. بنابراین اگر S برابر کارهای با ارزش $100=40+25+35$

16- کمترین تعداد ضرب برای ماتریس های زیر چند است؟

$A_{5 \times 2} \quad B_{2 \times 3} \quad C_{3 \times 4} \quad D_{4 \times 8}$

156 .4

224 .3

168 .2

246 .1

پاسخ صحیح : گزینه 2

در اینجا ترتیب $(A((BC)D)$ بهینه شده است.

18- کمترین میانگین زمان جست و جو برای درخت جست و جوی دودویی با کلید ها و احتکالات جست و جوی زیر چند است؟

$$K_1 < K_2 < K_3$$

$$P_1=0.7 \quad P_2=0.2 \quad P_3=0.1$$

1.1 .4

1.4 .3

2.1 .2

2.6 .1

پاسخ صحیح : گزینه 3

$$1- 1(0.7) + 2(0.2) + 3(0.1) = 1.4$$

20- در مسئله n - وزیر به چه دلیل روش بازگشت به عقب کارایی بهتری از روش کورکویربیرانه تولید تمام حالات ها و بررسی شروط دارد ؟

1. به دلیل نگهداری پاسخ ها در حافظه موقت

2. استفاده از روش تولید تصادفی حالت ها

3. تشخیص و حذف زود هنگام برخی حالت ها و عدم گسترش تمام حالت های زیر مجموعه

4. پیمایش سطحی درخت فضای حالت

پاسخ صحیح گزینه 3:

از تکنیک عقبگرد برای حل مسائلی استفاده می شود که در آن ها دنباله ای از اشیا از یک مجموعه مشخص انتخاب می شود ، به طوری که این دنباله ، ملاکی را دربر می گیرد. عقبگرد حالت اصلاح شده جست وجوی عمقی یک درخت است . این الگوریتم همانن جست وجوی عمقی است با این تفاوت که فرزندان یک گره فقط هنگامی ملاقات می شوند که گره امید بخش باشد . بنابر این به دلیل تشخیص و حذف هنگام برخی حالت ها وعدم گسترش تمام حال های زیر مجموعه کارایی بهتری از روش کورکورانه تولید تمام حالت ها و بررسی شروط دارد.

22- ماتریس مجاورت زیر را در نظر بگیرید. در حل مسئله فروشنده دوره گرد با استفاده از روش انشعاب و تحدید مقدار تابع تعیین حد در مرحله اول چند خواهد ؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 14 & 4 & 10 & 20 \\ 14 & 0 & 7 & 8 & 7 \\ 4 & 5 & 0 & 7 & 16 \\ 11 & 7 & 9 & 0 & 2 \\ 18 & 7 & 17 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

31 .4

29 .3

18 .2

20 .1

پاسخ صحیح: گزینه 1

تعیین تابع حد: برای هر گره کمترین ارزش لبه ورودی و کمترین ارزش لبه باهم جمع می کنیم سپس حاصل جمع برای کلیه گره ها را بدست آورده وباهم جمع می کنیم. حاصل جمع بدست آمده دو برابر کمترین ارزش ممکن برای یک مسیر خواهد بود . دلیل دو برابر بودن کمترین ارزش این است که، یک لبه ضمن خارج شدن از یک گره به گره دیگری وارد می شود. برای پیدا کردن کمترین ارزش ممکن برای یک مسیر ، حاصل جمع بدست آمده را تقسیم بر 2 می کنیم.

شماره گره

Min خروجی

Min ورودی min ورودی

خروجی

1	4	4	8
---	---	---	---

2	7	5	12
3	4	4	8
4	2	4	6
5	4	2	6
			40

باتقسیم 40 بر 2 ، کمترین ارزش ممکن برای یک مسیر بدست خواهد آمد. $20=2/40$

24- کدام گزینه اثبات شده است که مسئله رام نشدنی است؟

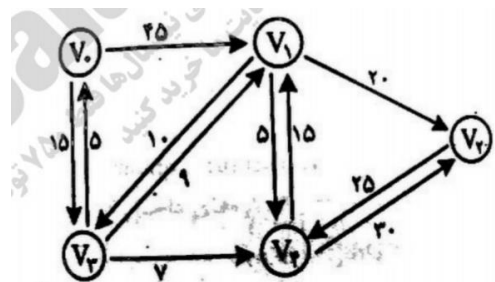
1. فروشنده دوره گرد
2. کوله پشتی
3. یافتن تمامی دور های همیلتونی
4. n - وزیر

پاسخ صحیح: گزینه 3

مسائلی که نتوان برای آنها الگوریتمی با مرتبه زمانی چند جمله پیدا کرد مسائل رام نشدنی نامیده می شود. الگوریتم هایی با مرتبه زمانی 2^n - 3^n یا هر الگوریتم که مرتبه زمانی آن غیر چند جمله ای باشد (یعنی نمایی باشد) را مسائل رام نشدنی می نامند. مسئله تعیین کلیه مدارهای همیلتونی که در این مسئله تعداد مدارها $(n-1)!$ می باشد ، که با توجه به عبارت محاسبه تعداد مدارها می توان دریافت که پیچیدگی زمانی این مسئله $N!$ می باشد که جز مسائل رام نشدنی می باشد.

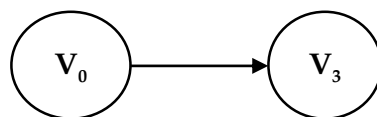
سوالات تشریحی

2- کوتاه ترین مسیر از راس v به سایر راس ها را با استفاده از الگوریتم دایجسترا در گراف زیر بیابید.



پاسخ: با توجه به گراف مشخص می شود که v_3 بهترین گره انتخابی می باشد. بنابراین ، این مرحله از v_0 شروع ومستقیما به گره v_3 ختم می شود. هزینه این مسیر 15 خواهد بود.

گره ها	S	Dist	P
V_0	1	0	V_0
V_1	0	25	V_0V_3
V_2	0	∞	V_0
V_3	1	15	V_0V_3
V_4	0	22	V_0V_3



گراف حاصل به صورت زیر خواهد بود.

4-مسئله مجموع زیر مجموعه ها برای مجموعه زیر را با استفاده از روش بازگشت به عقب بیابید؟

$$\{2,3,4,5,8\} \quad m = 13$$

پاسخ:

بر اساس داده های مسئله :

$$W_1=2 \quad W_2=3 \quad W_3=4 \quad W_4=5 \quad W_5=8$$

بنابراین تمام زیر مجموعه های W_i برابر با 13 است به صورت زیر می باشد:

$$w_1 + w_2 + w_5 = 2 + 3 + 8 = 13$$

$$w_4 + w_5 = 5 + 8 = 13$$

$$\{w_4 + w_5\} \quad \{w_1 + w_2 + w_5\}$$