



دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس ساختمان های داده

---

## تمرین سری 7

---

مدرس ..... دکتر حسین رحمانی

طراحان ..... نوید ابراهیمی – سینا علی نژاد

تاریخ انتشار ..... 1401/10/03

تاریخ تحویل ..... 1401/10/09

## ➤ در رابطه با تمرین

➤ این تمرین شامل مباحث:

- MST
- Shortest path
- RedBlackTree

می باشد.

➤ برای پاسخگویی به سوالات این تمرین نیاز است که به مطالب اسلاید های:

- MinimumSpanningTree (HR\_2021)\_finalized\_26
- ShortestPath (HR\_2021)\_finalized\_27
- RedBlackTree (HR\_2021)\_finalized\_28

مسلط باشید.

➤ نمره ی این تمرین از 100 می باشد و بارم هر سوال روبه روی آن نوشته شده است.

➤ این تمرین دارای 3 سوال عملی می باشد که باید با استفاده از زبان سی شارپ به آنها داخل سامانه کوئرا پاسخ دهید.

➤ اگر برای جواب دادن به سوالی نیاز به پیش فرضی دارید، فرض خود را صریحاً نوشته و با توجه به فرض خود به ارائه جواب پردازید.

➤ فایل پاسخ تئوری خود را به صورت [hw7\\_student-id.pdf](#) نام گذاری کرده و ارسال کنید. (برای مثال hw7\_12345678.pdf)

➤ به هیچ وجه تمرینی را از دیگران کپی نکنید. در صورت مشاهده تقلب و کپی در تمرینات، نمره هر دو طرف صفر در نظر گرفته می شود.

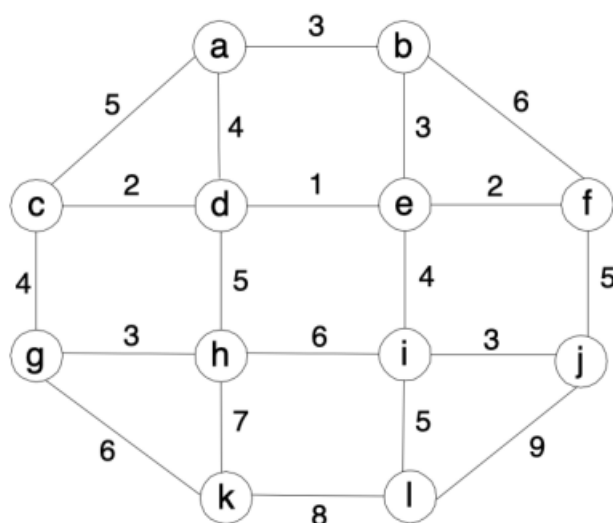
## سوالات تئوری:

**1-** درخت پوشای کمینه در یک گراف وزن دار، همبند و بدون جهت، درختی با بیشینه مجموع وزن یال هاست که شامل تمام رئوس گراف است و همه یال های آن از یال های آن از یال های گراف اصلی انتخاب شده اند. با این توصیف اگر الگوریتم **Kruskal** را تنها با ایجاد این تفاوت اجرا کنیم که در هر مرحله به جای سبک ترین یال، سنگین ترین یال را انتخاب کند، آیا برای گراف ورودی یک درخت پوشای بیشینه حاصل میشود؟ اگر بله ادعای خود را ثابت کنید. اگر نه مثال نقض بیاورید. (10 نمره)

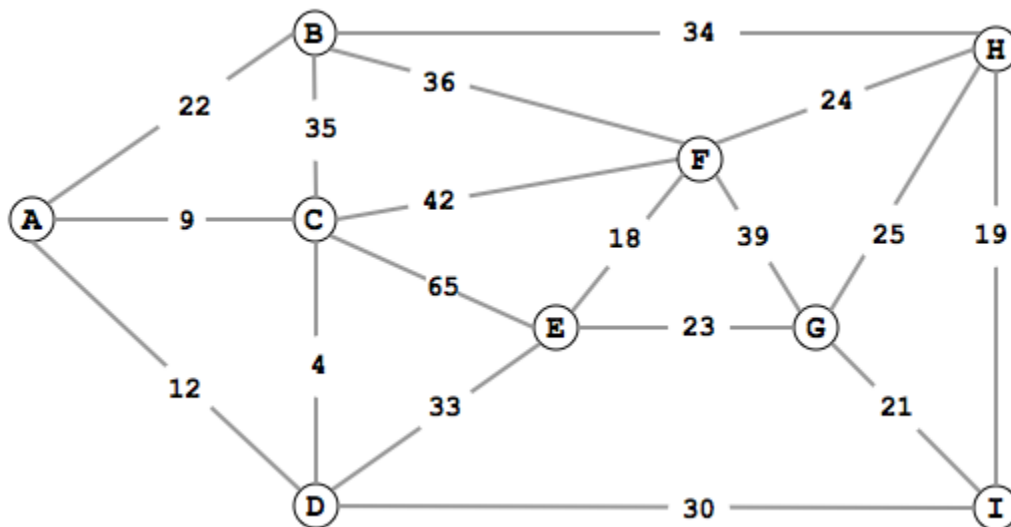
**2-** فرض کنید گراف وزن دار  $G$ ، درخت پوشای کمینه  $T$  را دارد ( این گراف  $n$  راس و  $m$  یال دارد ). اگر یال  $e = (u, v)$  با وزن  $w$  را به این گراف اضافه کنیم، الگوریتمی ارائه دهید که درخت پوشای کمینه که درخت پوشای کمینه گراف  $G + e$  را پیدا کند. الگوریتم شما باید در زمان  $O(n)$  اجرا شود. (10 نمره)

**3-** در گراف داده شده زیر، درخت پوشای کمینه را با هر دو روش **Kruskal** و **Prim** ( با شروع از  $A$  ) پیدا کنید. (فرایند یافتن این درخت توسط دو الگوریتم را به طور کامل شرح دهید ). (20 نمره)

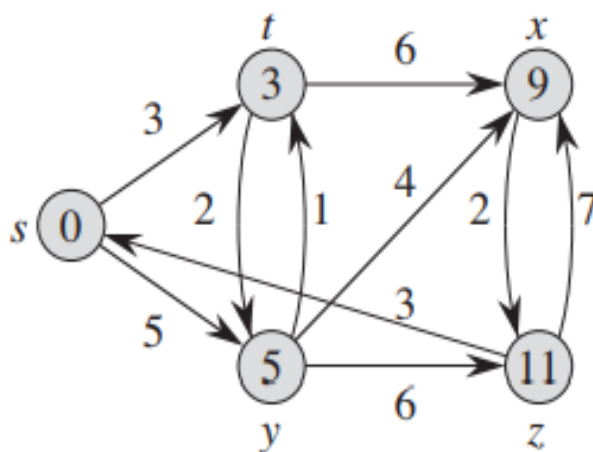
(الف)



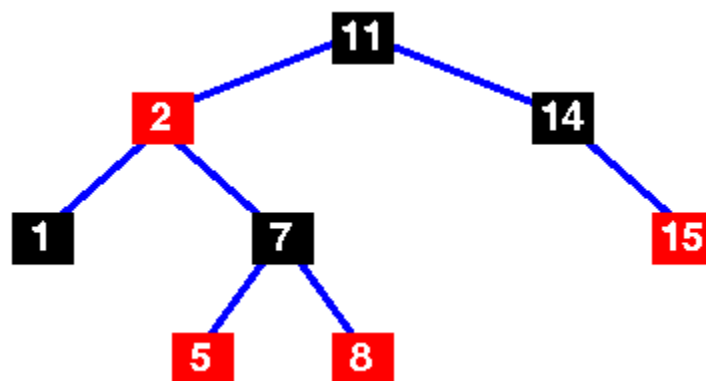
(ب)



4- الگوریتم Dijkstra را بر روی گراف زیر یکبار از مبدأ S و یکبار از مبدأ Z اجرا کنید و در هر اجرای حلقه اصلی الگوریتم تغییرات را نشان دهید (می‌توانید برای راحتی کار از روش جدولی که در اسلاید مبحث shortest path آمده است، استفاده کنید). (20 نمره)



5- عملیات‌های زیر را به ترتیب بر روی Red-Black Tree زیر اجرا کنید و در هر مرحله درخت حاصل را بکشید. (10نمره)



- ❖ Delete(7)
- ❖ Insert(12)
- ❖ Insert(4)
- ❖ Insert(10)
- ❖ Delete(1)

## سوالات عملی:

6- شرکت برق میخواهد با کمترین مصرف طول کابل دکل های خود را به هم وصل کند. وظیفه شما این است که برنامه ای بنویسید که به این شرکت کمک کند.

در ورودی سوال مختصات قرارگیری دکل ها به شما داده میشود و شما باید کم هزینه ترین راه ممکن برای اتصال این دکل ها به یکدیگر را پیدا کنید.  
فاصله دو دکل از رابطه زیر تعیین میشود:

$$(X1, Y1), (X2, Y2) \Rightarrow \text{Distance} = |X_2 - X_1| + |Y_2 - Y_1|$$

این دکل ها وقتی کاملاً به هم وصل هستند که از هر دکل، راهی برای رسیدن به هر دکل دیگر ( نه صرفاً وجود یال و راه مستقیم ) وجود داشته باشد. (10 نمره)

7- الگوریتمی بر اساس Dijkstra برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر (در صورت وجود) بین دو رأس مشخص از یک گراف وزن دار و بدون جهت ارائه کنید، به طوری که در این مسیر مقدار یال ها یکی در میان کم و زیاد شود. (10 نمره)

توجه: هر گراف دارای n رأس است که از 0 تا n-1 شماره گذاری شده اند.

8- کشوری n جزیره دارد که از 0 تا n-1 شماره گذاری شده اند. بین بعضی جزیره ها پل هایی نیز قرار دارد. به ازای هر پل احتمال آنکه از پل سالم بگذریم و پل شکسته نشود به ما داده شده است. فردی در جزیره 0 گیر افتاده است و می خواهد به جزیره n-1 برود. به او مسیری پیشنهاد دهید که بین تمامی مسیرهای ممکن، احتمال زنده ماندن او را بیشینه کند. (10 نمره)

نکته: استفاده از الگوریتم های موجود در اسلایدها برای حل این سوالات الزامی است و این مورد در نمره دهی تاثیر داده خواهد شد.