

Langages et leurs définitions

- $\text{PATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ est un graphe orienté possédant un chemin de } s \text{ à } t \}$
- $\text{HAMPATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté t.q } G \text{ possède un chemin hamiltonien de } s \text{ à } t \}$
- $\text{HAMCYCLE} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté t.q } G \text{ possède un cycle hamiltonien} \}$ (cycle passant par tous les sommets une et une seule fois).
- $\text{EULERCYCLE} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ est un graphe non orienté t.q } G \text{ possède un cycle Eulerien} \}$ (cycle passant par chaque arc du graphe une et une seule fois).
- $\text{CLIQUE} = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté possédant une clique de taille } k \}$ (une clique est un sous ensemble de sommets du graphe tous 2 à 2 distincts reliés par une arrête).
- $\text{SAT} = \{ \langle \Phi \rangle \mid \Phi \text{ est une formule booléenne satisfiable} \}$
- $\text{LP} = \{ \langle A, \vec{b} \rangle \mid A \text{ est une matrice } m \times n \text{ de réels t.q } \exists \vec{x} \text{ un vecteur de réels vérifiant } A\vec{x} \geq \vec{b} \}$
- $\text{COMPOSITE} = \{ \langle n \rangle \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\} \text{ et } n \text{ est composé} \}$
- $\text{PRIME} = \{ \langle n \rangle \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\} \text{ et } n \text{ est premier} \}$
- $\text{3-COLOR} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté t.q } G \text{ est 3-colorable} \}$
- $\text{QBF} = \{ \langle \Phi \rangle \mid \Phi \text{ est une formule booléenne totalement quantifiée t.q } \Phi \text{ est vraie} \}$
- $\text{3-SAT} = \{ \langle \Phi \rangle \mid \Phi \text{ est une formule booléenne sous forme 3CNF satisfiable} \}$
- $\text{SUDOKU} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ est une grille de taille } n^2 \times n^2 \text{ partiellement complétée en respectant les règles du sudoku généralisé} \}$
- $\text{VERTEX-COVER} = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté possédant une couverture de taille } k \}$ (une couverture est un sous ensemble de sommets du graphe G tel que pour toute arrête (u, v) de G , soit $u \in C$ soit $v \in C$).
- $\text{TSP} = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté, complet, pondéré et qui possède un cycle hamiltonien de poids } \leq k \}$
- $\text{IND} = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ est un graphe non-orienté possédant un ensemble indépendant de taille } k \}$ (un ensemble indépendant I est un sous ensemble de sommets tel que toute paire de sommets de I est non reliée par une arrête).
- $\text{IP} = \{ \langle A, \vec{b} \rangle \mid A \text{ est une matrice } m \times n \text{ d'entiers t.q } \exists \vec{x} \text{ un vecteur d'entiers vérifiant } A\vec{x} \geq \vec{b} \}$

Langages et leurs appartenances aux classes

- $\text{PATH} \in P$
- $\text{HAMPATH} \in NP$
- $\text{HAMCYCLE} \in NP$
- $\text{EULERCYCLE} \in P$
- $\text{CLIQUE} \in NP$
- $\text{SAT} \in NP$
- $\text{SAT} \in PSPACE$
- $\text{LP} \in P$
- $\text{COMPOSITE} \in P$
- $\text{PRIME} \in P$
- $\text{3-COLOR} \in NP$
- $\text{QBF} \in PSPACE\text{-Comple}$

Réductions polynomiale

- $3\text{-SAT} \leq_p \text{CLIQUE}$
- $\text{SUDOKU} \leq_p 3\text{-SAT}$
- $\text{CLIQUE} \leq_p \text{VERTEX-COVER}$
- $\text{HAMCYCLE} \leq_p \text{TSP}$
- $3\text{-SAT} \leq_p \text{IP}$
- $3\text{-SAT} \leq_p 3\text{-COLOR}$

Langages NP-Complet

- SAT
- 3-SAT
- CLIQUE
- VERTEX-COVER
- HAMCYCLE
- TSP
- IND
- IP
- 3-COLOR
- MAXSAT
- SUDOKU