Devoir #1

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Commande du braquage de la gouverne de profondeur d'un avion

AER8410 - Commande de vol et de moteurs

Automne 2024
Département de génie électrique
Polytechnique Montréal

Dernière mise à jour: 11 septembre 2024

Le Devoir #1 reprend dans les grandes lignes ce qui a été fait dans le Laboratoire #1. Vous devez vous y référer pour répondre à certaines des questions. En plus du rapport, vous fournirez un *Live* script MATLAB nommé `Script_Devoir_1.mlx`.

On reprend l'équation différentielle de la dynamique de braquage de la gouverne de profondeur avec un terme supplémentaire $K_{t,1}\delta_e + K_{t,3}\delta_e^3$ représentant un moment de rappel élastique non linéaire :

$$J\ddot{\delta}_e + B_t\dot{\delta}_e + K_a|\delta_e|\delta_e + K_{t,1}\delta_e + K_{t,3}\delta_e^3 = T \qquad (1)$$

Les significations des variables et les notations demeurent les mêmes que celles du Laboratoire #1. Les valeurs numériques sont celles de la table 1.

TABLE 1 – Valeurs numériques pour la gouverne intérieure de profondeur d'un A380

Grandeur	Constante	Valeur	Unité
Moment d'inertie	J	250	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
Frottement visqueux	B_t	250	$\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$
Élasticité aérodynamique	K_a	5000	$\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}$
Coefficient élastique	$K_{t,1}$	1000	$\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}$
Coefficient élastique	$K_{t,3}$	1000	$\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}$

1 Étude en boucle ouverte

1.1 Modifiez le modèle SIMULINK `elevateur_NL_BO.slx` pour y représenter l'équation différentielle (1) ; ce nouveau modèle SIMULINK s'appelle `elevateur_NL_BO_Devoir_1.slx`

1.2 Tracez et superposez les réponses temporelles en δ_e pour différentes valeurs d'entrée en échelon et des conditions initiales nulles. On prendra $T = \{-750, -250, -50, 0, 50, 250, 750\}$ pour $t \geq 0$ et un temps de simulation de 15 s.

1.3 Commentez l'allure des réponses temporelles et donnez les valeurs atteintes en régime permanent pour chaque entrée. Présentez-les dans un tableau et comparez-les à celles obtenues à la question 2.1 du Laboratoire # 1. Commentez alors l'effet de l'ajout du terme $K_{t,1}\delta_e + K_{t,3}\delta_e^3$.

1.4 À l'équilibre, pour T_e constant, le ou les points d'équilibre $\delta_{e,e}$ sont donnés par la résolution de l'équation :

$$K_{t,3}\delta_{e,e}^3 + K_a|\delta_{e,e}|\delta_{e,e} + K_{t,1}\delta_{e,e} - T_e = 0 \tag{2}$$

Résolvez rigoureusement cette équation pour $T_e = 0$, en faisant attention à la valeur absolue $|\cdot|$. Y a-t-il une, deux ou trois solutions ?

1.5 Calculez les solutions numériques de l'équation (2) pour $T_e = \{-750, -250, -50, 50, 250, 750\}$, en expliquant bien comment vous gérez la valeur absolue. Retrouvez-vous bien les valeurs atteintes en régime permanent de la question 1.3.

2 Linéarisation

2.1 Donnez le modèle d'état du système :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \tag{3a}$$
$$y = h(\mathbf{x}, u) \tag{3b}$$

avec

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \dot{\delta}_e \end{bmatrix},\ \mathbf{f}(\cdot) = \begin{bmatrix} f_1(\cdot) \\ f_2(\cdot) \end{bmatrix},\ u = T,\ y = \delta_e$$

2.2 Linéarisez le système autour de l'équilibre $(\mathbf{x}_e, u_e)$ pour obtenir le modèle d'état linéaire

$$\mathbf{\Delta\dot{x}} = \mathbf{A\Delta x} + \mathbf{B}\Delta u \tag{4a}$$
$$\Delta y = \mathbf{C\Delta x} + D\Delta u \tag{4b}$$

où $\mathbf{\Delta x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$, $\Delta u = u - u_e$ et $\Delta y = y - y_e$ sont les déviations par rapport à l'équilibre. Vous donnerez les expressions littérales des matrices jacobiennes $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, D)$. Gardez la variable littérale $\delta_{e,e}$ pour la valeur du braquage à l'équilibre.

2.3 Donnez les matrices $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, D)$ du système linéarisé correspondant à $u_e = T_e = 0$.

2.4 Calculez la fonction de transfert $\dfrac{\Delta y}{\Delta u} = \dfrac{\Delta\delta_e}{\Delta T}$.

3 Synthèse d'un correcteur par placement de pôles

3.1 On considère deux implémentations d'une loi de commande de type PID :

$$\text{PID \#1} \qquad \Delta T = -K_p \Delta\delta_e + K_i \int (\Delta\delta_c - \Delta\delta_e)\,\mathrm{d}t - K_d \Delta\dot{\delta}_e \tag{5}$$

$$\text{PID \#2} \qquad \Delta T = K_p (\Delta\delta_c - \Delta\delta_e) + K_i \int (\Delta\delta_c - \Delta\delta_e)\,\mathrm{d}t + K_d \left(\Delta\dot{\delta}_c - \Delta\dot{\delta}_e\right) \tag{6}$$

Tracez le diagramme fonctionnel du système en boucle fermée avec la loi de commande PID #2.

3.2 Pour chacune des deux lois de commande, calculez les fonctions de transfert $\Delta\delta_e/\Delta\delta_c$. Comparez les deux fonctions de transfert ainsi obtenues et commentez quant à l'utilisation de l'une ou l'autre des lois de commande.

3.3 Calculez les gains K_p, K_i et K_d pour placer les pôles $-11, -11 \pm 11j$ en boucle fermée.

3.4 Pour les deux lois de commande, tracez et superposez les réponses temporelles du système linéarisé en boucle fermée pour $\Delta\delta_c = 0.1$. Commentez et expliquez les différences de comportement.

4 Implantation du correcteur

4.1 Modifiez le modèle SIMULINK `elevateur_NL_BF.slx` pour y représenter l'équation différentielle (1) ; ce nouveau modèle SIMULINK s'appelle `elevateur_NL_BF_Devoir_1.slx`. On utilise la loi de commande PID #1.

4.2 On choisit $\tau = 0.01$. Simulez la réponse du système sur 10 s avec et sans pseudo-dérivateur pour l'entrée suivante :

$$\delta_c = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \le t < 1 \\ -0.2(t-1) & \text{pour } 1 \le t < 2 \\ -0.2 & \text{pour } 2 \le t < 3 \\ 0.3(t-3) - 0.2 & \text{pour } 3 \le t < 5 \\ 0.4 & \text{pour } 5 \le t < 6 \\ -0.4(t-6) + 0.4 & \text{pour } 6 \le t < 7 \\ 0 & \text{pour } 7 \le t < 8 \end{cases}$$

Superposez la sortie δ_e à l'entrée δ_c et commentez quant au suivi de la consigne.

> **Indication.** Tracez le signal δ_c pour le visualiser et soyez imaginatifs pour le créer sous SIMULINK.

5 Directives pour le Devoir #1

Vous remettrez avant le **16 Septembre 2024, 14h30** une archive `.zip` rendant compte du travail effectué. Le rapport sera remis sous la forme d'un seul document en **PDF** (éditeur au choix de l'étudiant, Word, LaTeX, Pages, etc.). Pas de rapport manuscrit ! Le fond aussi bien que la forme seront notés. Deux (2) points seront accordés pour la mise en forme des graphes (titre, nom des axes, unités, grille), et la présentation des résultats. Vous fournirez aussi dans l'archive le *Live* script MATLAB (commenté), ainsi que les schémas SIMULINK. L'archive **devra** s'appeler `AER8410_Devoir_1.zip` et contiendra les fichiers suivants :

- `Devoir_1.pdf`
- `Script_Devoir_1.mlx`
- `elevateur_NL_BO_Devoir_1.slx`
- `elevateur_NL_BF_Devoir_1.slx`

Voici quelques directives et conseils :

- les équations doivent être réécrites (pas de copier/coller depuis l'énoncé).
- les graphes demandés doivent avoir titre, nom des axes, unités, légende si nécessaire et peuvent être en couleur.
- les figures peuvent être exportées en format .eps, .pdf ou .png avec les instructions suivantes :

```
>> print -depsc2 nom_fichier.eps
>> print -dpdf nom_fichier.pdf
>> print -dpng nom_fichier.png
```

- pas de figure provenant d'un `Scope` de SIMULINK.
- les schémas Simulink peuvent être exportés en format pdf ou png avec les instructions suivantes :

```
>> print -dpdf -s nom_schema.pdf
>> print -dpng -s nom_schema.png
```

- les scripts MATLAB peuvent être mis dans le corps du texte s'ils sont courts, ou en annexe.
- commentez chacun de vos graphes.
- expliquez ce que vous êtes entrain de faire plutôt que d'écrire seulement des équations.