### III этап Республиканской олимпиады по физике 2018 года

#### Теоретический тур. Условия задач

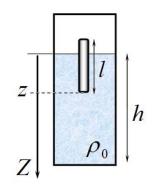
#### 9 класс

#### Задача 9-1. Переменная плотность

Во всех пунктах задачи под давлением в жидкости подразумевается только гидростатическое давление, обусловленное весом жидкости. Атмосферное давление увеличивает давление во всех точках на одну и ту же величину (закон Паскаля), поэтому при описании равновесия тел его можно не учитывать.. Иными словами, давление у свободной поверхности жидкости следует считать равным нулю. Ускорение свободного падения известно и равно g.

#### Часть 1. Обычная жидкость

Жидкость плотности  $\rho_0$  налита в высокий вертикальный сосуд. Высота столба жидкости в сосуде равна h. Введем ось координат Z, направленную вертикально вниз, начало отсчета находится на поверхности жидкости.



1.1 Запишите формулу, описывающую зависимость давления внутри жидкости от глубины z: P(z). Постройте схематический график полученной зависимости.

В сосуд опускают закрытую с обоих концов трубку длиной  $l=\frac{h}{2}$ . Массу трубки m можно изменять (например, добавляя внутрь нее песок), кроме того, считайте, что большая часть массы трубки сосредоточена в ее нижней части, поэтому трубка в жидкости всегда располагается вертикально. Площадь поперечного сечения трубки равна S.

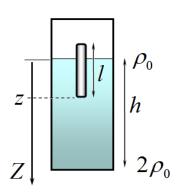
1.2 Найдите зависимость глубины погружения нижнего торца трубки от ее массы z(m), постройте график этой зависимости, укажите значения параметров характерных точек вашего графика.

#### Часть 2. Необычная жидкость.

В вертикальный сосуд налита жидкость, плотность которой меняется по линейному закону от  $\rho_0$  у поверхности жидкости (которая находится на высоте h) до  $2\rho_0$  у дна<sup>1</sup>.

2.1 Запишите формулу зависимости плотности жидкости от глубины  $\rho(z)$ . Постройте схематический график этой зависимости. 2.2 Найдите зависимость гидростатического давления внутри

2.2 Найдите зависимость гидростатического давления внутри жидкости от глубины P(z). Постройте схематический график этой зависимости.



 $<sup>^{1}</sup>$  Плотность жидкости может изменяться из-за наличия растворенных веществ. Но это к решению задачи не относится.

В сосуд опускают трубку, описанную в Части 1 данной задачи.

- 2.3 Определите массу трубки  $m_0$ , при которой она полностью погрузится в жидкость, т.е. ее верхний край будет касаться поверхности жидкости.
- 2.4 В данной части вам необходимо описать зависимость глубины погружения нижнего края трубки от ее массы. Эту зависимость удобно представить в относительных единицах: найти

зависимость величины 
$$y = \frac{z}{h}$$
 от отношения массы трубки к  $m_0$ :  $n = \frac{m}{m_0}$ 

Для построения требуемой зависимости выполните следующее.

- 2.4.1 Найдите зависимость глубины погружения y от величины n при условии, что верхний конец трубки находится над водой.
- 2.4.2 Укажите, при каком значении  $n_1$  трубка полностью погрузится в воду.
- 2.4.3 Найдите зависимость глубины погружения y от величины n при условии, что верхний конец трубки находится под водой.
- 2.4.4 Найдите, при каком значении  $n_2$  центр трубки будет находится на середине слоя жидкости.
- 2.4.5 Найдите при каком значении  $n_3$  нижний конец трубки достигнет дна сосуда.

#### Задача 9-2 Газоразрядная лампочка

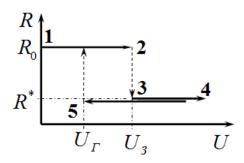
#### Построение всех графиков выполняйте на выданном отдельном бланке!

Во всех электронных цепях используются различные нелинейные элементы, для которых сила тока сложным образом зависит от приложенного напряжения. Одним из первых таких элементов была газоразрядная неоновая лампочка, изображение которой на электрических схемах показано на рисунке.



Главной особенностью такой лампочки является то, что ее сопротивление резко изменяется, когда лампочка загорается. В данной задаче мы используем упрощенную модель описания работы лампочки.

Рассмотрим, как изменяется сопротивление лампочки при изменении напряжения на ней. Пусть в начальный момент времени напряжение на лампочке равно нулю и лампочка не горит (точка 1 на рисунке). При этом сопротивление лампочки велико (обозначим его  $R_0$ ), при увеличении напряжения сопротивление остается неизменным и равным  $R_0$  до тез пор, пока напряжение не достигнет некоторого значения  $U_3$ 



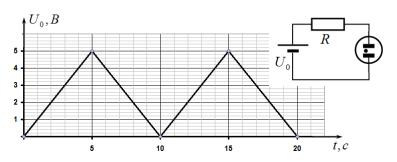
(напряжение зажигания). При достижении зажигания (точка 2) начинается газовый разряд — лампочка загорается, и ее сопротивление скачком падает до значения  $R^*$  (точка 3), которое значительно меньше  $R_0$ . При дальнейшем увеличении напряжения сопротивление горящей лампочки остается равным  $R^*$ . Если уменьшать напряжение на горящей лампочке, то она погаснет при напряжении  $U_\Gamma$  (напряжение гашения), которое меньше, чем напряжение зажигания  $U_3$  (точка 5). После того, как лампочка погаснет, ее сопротивление снова становится большим и равным  $R_0$ .

#### Часть 1. Зажигание и гашение.

В данной части рассматривается неоновая лампочка со следующими параметрами:

- напряжение зажигания  $U_3 = 3.0B$ ;
- напряжение гашения  $U_{\Gamma} = 1.0 \, B$  ;
- сопротивление не горящей лампочки  $R_0 = 200 \ \kappa O M$ ;
- сопротивление лампочки в зажженном состоянии  $R^* = 1.0 \, O_{\rm M}$  .
- 1.1 Постройте на выданном бланке вольтамперную характеристику лампочки (зависимость силы тока через лампочку от приложенного напряжения) при увеличении напряжения от нуля до 5,0 В и последующем уменьшении напряжения до нуля.

Неоновая лампочка включена в цепь последовательно с резистором, как показано на рисунке. Сопротивление резистора  $R=1,0\,Om$  . Напряжение источника  $U_0$  изменяется со временем, график этой зависимости показан



на рисунке (эти же графики приведены на отдельном бланке в большем масштабе).

1.2 Постройте график зависимости силы тока в цепи от времени. В начальный момент времени лампочка не горит.

#### Часть 2. Еще и конденсатор!

В данной части задачи используется другая лампочка. Сопротивление лампочки в незажженном состоянии бесконечно велико, а зажженном близко к нулю; напряжение зажигания  $U_3 = 5.0B$ ; напряжение гашения  $U_T = 1.0B$ ;

напряжения зажигания и гашения остаются прежними.

Лампочка включена в цепь, показанную на Схеме 1. Напряжение источника постоянно и равно  $U_0 = 7{,}0B$  .

В цепи находится конденсатор (обозначен C) — это устройство, состоящее из двух пластин и предназначенное для накапливания электрического заряда. При подключении конденсатора к источнику постоянного напряжения электрический заряд на пластинах достаточно медленно растет, при этом также медленно возрастает и напряжение на конденсаторе (которое пропорционально накопленному заряду).

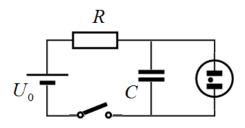
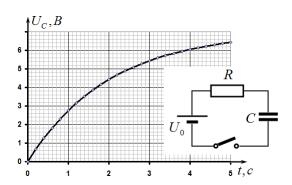
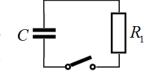


Схема 1.

График зависимости напряжения на конденсаторе от времени при подключении его к источнику постоянного напряжения показан на рисунке. Сопротивления резисторов на схемах одинаковы.



Если заряженный конденсатор подключить напрямую к резистору малого сопротивления  $R_1$ , то он быстро разряжается, то есть напряжение падает до нуля за очень малое время.



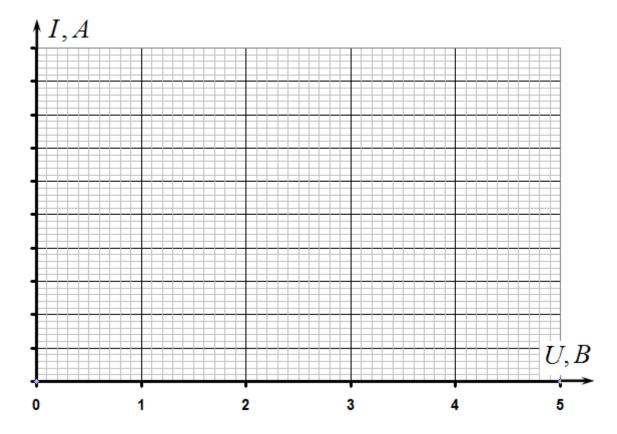
2.1 В Схеме 1 изначально конденсатор не заряжен (напряжение на нем равно нулю), лампочка, очевидно, не горит. В момент времени t=0 ключ замыкают.

Постройте график зависимости напряжения на конденсаторе от времени в течение промежутка времени 0т 0 до 10 секунд.

Укажите на графики промежутки времени, когда лампочка горит.

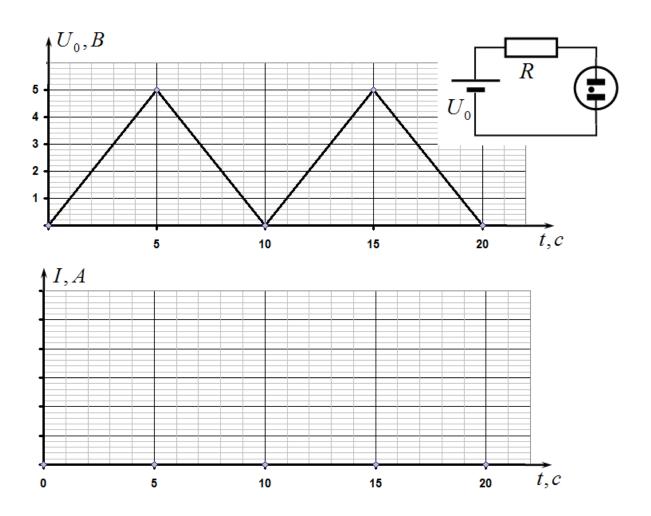
# Задача 9-2 Газоразрядная лампочка (бланк 1 к задаче)

## 1.1 Вольтамперная характеристика лампочки.



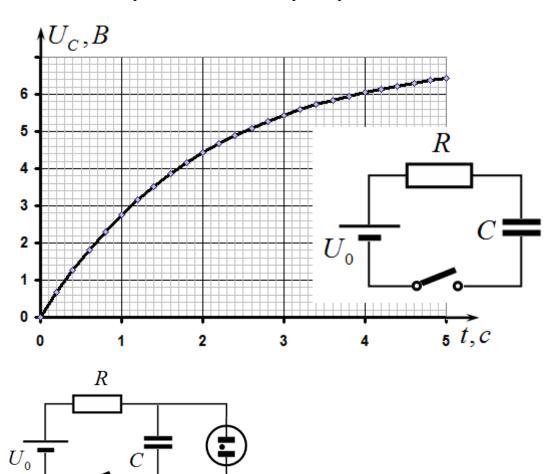
# Задача 9-2 Газоразрядная лампочка (бланк 2 к задаче)

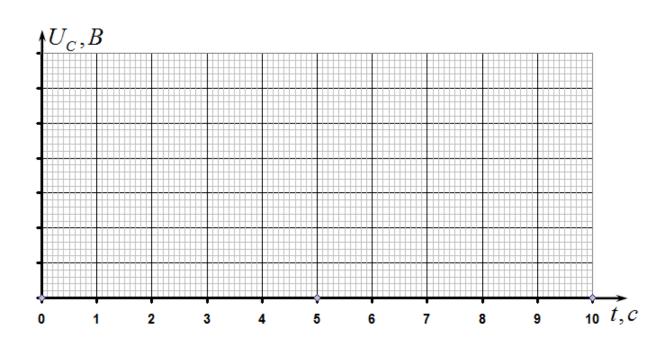
## 1.2 Зависимость силы тока от времени.



## Задача 9-2 Газоразрядная лампочка (бланк 3 к задаче)

## 2.1 Зависимость напряжения на конденсаторе от времени





#### Задача 9.3. Попади «в яблочко!»

Во всех частях задачи сопротивлением воздуха следует пренебречь. Ось Y вертикальна, а ось X горизонтальна.

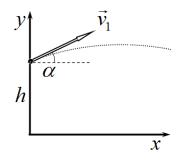
Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \frac{M}{c}$ 

#### Часть 1 «Пристрелка»

Тело брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с некоторой высоты h над поверхностью земли. Модуль начальной скорости тела равен  $v_1$ . Ось X расположена на поверхности земли.

1.1 Запишите закон движения тела, то есть зависимость координат тела от времени  $x_1(t)$ ,  $y_1(t)$ .

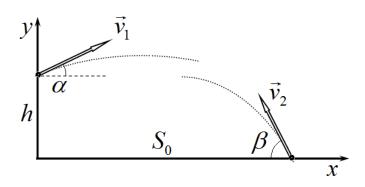
1.2 Пусть 
$$v_1 = 20 \frac{M}{c}$$
,  $h = 10 M$ ,  $\alpha = 30^{\circ}$ . Рассчитайте



горизонтальную дальность полета тела, т.е. координату x в момент его падения на поверхность земли.

#### Часть 2. «Стрельба по движущимся мишеням»

Первое тело бросают так, как описано в Части 1, а второе с поверхности земли из точки, находящейся на расстоянии  $S_0$  от начала координат. Модуль скорости второго тела равен  $v_2$ , вектор скорости направлен под углом  $\beta$  к горизонту, как показано на рисунке. Тела бросают одновременно.



- 2.1 Запишите закон движения второго тела  $x_2(t)$ ,  $y_2(t)$ .
- 2.2 Запишите выражения для зависимостей разностей координат тел  $(x_1 x_2)$  и  $(y_1 y_2)$  от времени.
- 2.3 Как зависит расстояние между телами S(t) от времени?
- 2.4 Пусть первое тело начинает падать без начальной скорости ( $v_1 = 0$ ).Под каким углом к горизонту  $\beta$  надо бросить первое тело, чтобы оно попало в первое? При какой минимальной начальной скорости второго тела  $v_2$  столкновение произойдет до падения первого тела на землю?

Достаточно найти любую тригонометрическую функцию (синус, косинус, тангенс...) угла  $\beta$ .

2.5 Первое тело бросают с поверхности земли (h=0) углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_1$ . Второе тело бросают под углом  $\beta$ . С какой начальной скоростью  $v_2$  надо бросить второе тело, чтобы оно столкнулось с первым в полете? При какой минимальной скорости  $v_2$  возможно столкновение в полете?

8

#### 10 класс

#### Задача 10-1. Акселерометр

Для измерения модуля ускорения бруска, движущегося по горизонтальной поверхности вдоль оси Ox, используется простейший акселерометр, представляющий собой тонкую U — образную трубку (рис. 1), закреплённую на бруске и заполненную водой (слабовязкой несжимаемой жидкостью). Расстояние l между вертикальными достаточно высокими коленами трубки значительно больше её диаметра, оба её конца открыты в атмосферу. В состоянии покоя уровни воды в коленах трубки находятся на одинаковой высоте h от поверхности бруска (см. рис. 1).

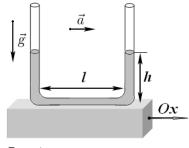


Рис. 1

Принцип работы прибора прост: при движении бруска в положительном направлении оси Ox уровни воды в коленах акселерометра изменяются: в одном из них вода поднимается на определенную высоту  $\Delta h$ , а в другом — опускается на такую же величину.

- **1.** «Равномерное движение» Брусок движется достаточно большое время в положительном направлении оси Ox с постоянной скоростью V. Нарисуйте схематически положение уровней воды в каждом из колен акселерометра при таком движении и найдите, на какую величину  $\Delta h_1$  изменится уровень воды в каждом из них по отношению к состоянию покоя.
- 2. «Равноускоренное движение» Брусок движется достаточно большое время в положительном направлении оси Ox с постоянным ускорением a. Нарисуйте схематически положение уровней воды в каждом из колен акселерометра при таком движении и найдите, на какую величину  $\Delta h_2$  изменится уровень воды в левом вертикальном колене по отношению к состоянию покоя. Постройте схематический график зависимости  $\Delta h_2$  от ускорения a.

Ускорения могут настолько большими, что одно из колен может оказаться пустым.

- **3.** «Плохой стеклодув» Неопытный мастер изготовил «бракованный» акселерометр, у которого одно вертикальное колено исчезло, а горизонтальное колено длины l оказалось запаянным с одного конца (рис. 2).
- 3.1 Найдите давление  $p_1$  воды в месте изгиба трубки (точка l, см. рис.
- 2) и давление  $p_2$  у её запаянного конца (точка 2) при движении «бракованного» акселерометра в положительном направлении оси Ox с ускорением a? Атмосферное давление  $p_0$ .

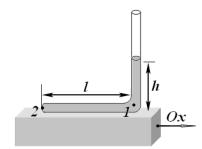
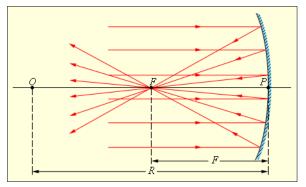


Рис. 2

- 3.2 Чему будут равны эти давления, если ускорение направлено в противоположную сторону.
- 3.3 Пусть l = 1,0 M, h = 0,50 M. Оцените при каком ускорении  $a^*$  (укажите и направление этого ускорения) вода сможет вылететь из трубки. Атмосферное давление нормальное, температура комнатная.

#### Задача 10-2 Сферическое зеркало.

«Сферическая аберрация» Вогнутое широко используемое зеркало, при астрономических и оптических наблюдениях, представляет собой сферический сегмент (небольшая часть сферы, отсечённая плоскостью) радиуса R, на внутреннюю поверхность которого нанесено покрытие, зеркально отражающее свет. Центр сферы находится в точке O (см. рис.).



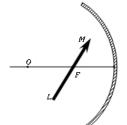
При построении изображений в вогнутом зеркале традиционно считается, что пучок параллельных лучей, распространяющихся вблизи главной оптической оси OP зеркала (т.н. параксиальных лучей), после отражения от зеркала пересекается в точке главного фокуса F на расстоянии PF от линзы (далее F). Данное свойство вогнутого зеркала аналогично свойству собирающей линзы, поэтому иногда вогнутое зеркало называют собирающим зеркалом. Математически параксиальное приближение соответствует приближению малых углов, в рамках которого применимы приближенные формулы

$$\sin \alpha \approx tg \, \alpha \approx \alpha \qquad \cos \alpha \approx 1. \tag{1}$$

#### Часть 1. «Классическая – параксиальное приближение»

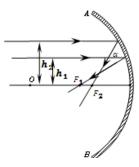
Рассмотрим пучок лучей, распространяющихся вблизи оптической оси (h << R) вогнутого зеркала параллельно ей. Радиус кривизны зеркала R = 40 cm.

- 1.1 Докажите, что все лучи идущие параллельно оптической оси после отражения от зеркала пересекаются в одной точке. Найдите фокусное расстояние зеркала.
- 1.2 Точечный источник света на ходится на оптической оси зеркала на расстоянии a (a > R). Докажите, что все лучи выходящие от источника и отраженные от зеркала пересекаются в одной точке (т.е. формируют изображение). Найдите расстояние b от этой точки до оптического центра зеркала точки P.
- 1.3 Постройте изображение предмета (стрелки) в вогнутом зеркале (см. рис.) Длина стрелки равна половине фокусного расстояния.



#### Часть 2. «Аберрационная ...дальние лучи»

Явление сферической аберрации $^2$  заключается в том, что два луча параллельных главной оптической оси зеркала, идущие на достаточно больших различных расстояниях  $h_1$  и  $h_2$  от неё, всё же пересекутся с осью не в одной, а в различных точках (фокусах)  $F_1$  и  $F_2$  (см. рис.). То есть, говоря «абсолютно строго», главного единого фокуса вогнутого зеркала не существует! Но поскольку изображение, несколько искажённое у краёв, в таком зеркале мы всё же видим, то сильно беспокоиться по этому поводу не нужно.



Во второй части задачи рассмотрим световые лучи, подверженные явлению сферической аберрации, т.е. не являющиеся параксиальными.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Слово аберрация означает искажение.

Математически это означает, что эти лучи идут также параллельно главной оптической оси зеркала на расстоянии, которое сравнимо с радиусом кривизны зеркала. В этом случае углы падения нельзя считать малыми.

- 2.1 На зеркало падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси и полностью освещающий зеркало. Нарисуйте схематически ход этих лучей после отражения от зеркала. Нарисуйте схематически огибающую отраженных лучей.
- 2.2 Световой луч распространяется параллельно оси зеркала на расстоянии  $h_1 = 5,0$ см от оптической оси зеркала. На каком расстоянии  $F_1$  он пересечёт оптическую ось зеркала (это и есть «его» фокусное расстояние)?
- 2.3 Введем понятие степени аберрации луча как отношение  $\eta = \frac{|F_1 F_0|}{F_0}$  ( $F_0$  фокусное расстояние в параксиальном приближении). При каком расстоянии  $h_{\max}$  степень аберрации достигнет 100%? Нарисуйте ход этого луча.

#### Задача 10-3. Вода из воздуха

Для дачных участков, удалённых от источников воды, предлагается следующий генератор воды из воздуха. Насыпается пирамида из камней. Днём в тёплое время года щебёнка прогревается прямыми солнечными лучами и потоками тёплого воздуха. Ночью водяные пары, содержащиеся в атмосфере, конденсируются на остывшей щебёнке, и вода стекает в место сбора. Для насыпки пирамиды используют крупную щебёнку, так как тогда вся конструкция будет свободно продуваться тёплым воздухом.



В данной задаче вам необходимо рассмотреть некоторые серьезные физические проблемы, связанные с этим не хитрым устройством. Во всех пунктах задачи предполагается, что при изменении температуры плотность водяных паров не изменяется. Зависимость давления насыщенных паров от температуры приведена в таблице.

| t,°C  | Р, Па | t,°C  | Р,Па | t,°C  | Р, Па | t,°C  | Р,Па |
|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|------|
| 0,00  | 611   |       |      |       |       |       |      |
| 1,00  | 657   | 11,00 | 1313 | 21,00 | 2488  | 31,00 | 4246 |
| 2,00  | 706   | 12,00 | 1403 | 22,00 | 2645  | 32,00 | 4495 |
| 3,00  | 758   | 13,00 | 1498 | 23,00 | 2810  | 33,00 | 4758 |
| 4,00  | 814   | 14,00 | 1599 | 24,00 | 2985  | 34,00 | 5034 |
| 5,00  | 873   | 15,00 | 1706 | 25,00 | 3169  | 35,00 | 5323 |
| 6,00  | 935   | 16,00 | 1819 | 26,00 | 3363  | 36,00 | 5627 |
| 7,00  | 1002  | 17,00 | 1938 | 27,00 | 3567  | 37,00 | 5945 |
| 8,00  | 1073  | 18,00 | 2064 | 28,00 | 3782  | 38,00 | 6280 |
| 9,00  | 1148  | 19,00 | 2198 | 29,00 | 4008  | 39,00 | 6630 |
| 10,00 | 1228  | 20,00 | 2339 | 30,00 | 4246  | 40,00 | 6997 |

На отдельном бланке приведен график этой зависимости. При необходимости вы можете использовать его для проведения дополнительных построений.

Для решения задачи используйте следующие табличные данные:

Плотность воды - 
$$\rho_0 = 1{,}00 \cdot 10^3 \frac{\kappa z}{M^3}$$
;

Удельная теплоемкость воды 
$$c=4.18 \frac{\kappa \square \varkappa c}{\kappa z \cdot K};$$

Удельная теплота испарения воды 
$$L=2250\frac{\kappa \cancel{\square} \cancel{3}\cancel{\kappa}}{\cancel{\kappa}\cancel{2}};$$

Зависимостью этих величин от температуры можно пренебречь.

Атмосферное давление считать постоянным и равным  $P_{A} = 1,00 \cdot 10^{5} \, \Pi a$ 

#### Наконец-то, вопросы задачи.

Температуры воздуха вечером равнялась  $t_0 = 25.5^{\circ}C$ , относительная влажность  $\varphi = 71.0\%$ .

- 1. При какой температуре начнется образование тумана и росы.
- 2. Какой объем воздуха прошел через пирамиду, если в генераторе было получено 10 л воды. Температура выходящего из пирамиды воздуха равна  $t_0 = 15,0$ °C

Для получения воды из воздуха используется охлажденный до температуры  $t=0.0^{\circ}C$  булыжник. Масса булыжника  $m=2.5\kappa c$ , удельная теплоемкость камня  $c=1.80\frac{\kappa \cancel{\bot} \cancel{)} \cancel{)}}{\kappa c}$ .

3. Какое максимальное количество воды можно извлечь из воздуха с помощью этого охлажденного булыжника. При каких условиях может быть получено максимальное количество воды?

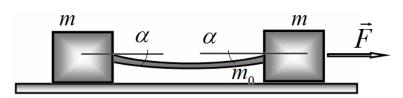
В сосуд объемом  $V = 10,0\pi$  вливают 1,00 л воды при температуре  $t = 40,0^{\circ}C$  и сосуд закрывают. Считайте, что в сосуде находился сухой воздух (без водяных паров). Теплоемкостью воздуха и сосуда, а также теплообменом с окружающей средой следует пренебречь.

4. Рассчитайте, какая температура установится в сосуде после установления в нем термодинамического равновесия.

#### 11 класс

#### Задача 11-1 Почти ЦТ: два бруска и веревочка!

На горизонтальной поверхности покоятся два одинаковых бруска, масса каждого равна m. Коэффициент трения брусков о поверхность равен  $\mu$ . Бруски связаны



«веревочкой», масса которой равна  $m_0$  (и сравнима с массой брусков). Бруски находятся в состоянии покоя на максимально возможном расстоянии друг от друга.

- 1. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту направлена веревка в месте крепления ее к брускам?
- 2. Чему равна сила натяжения веревки в точке крепления?
- 3. К одному из брусков прикладывают постоянную горизонтально направленную силу F . Какую силу минимальную  $F_1$  следует приложить, чтобы сдвинуть один брусок? Какую силу  $F_2$  следует приложить, чтобы сдвинуть два бруска?

#### Задача 11-2. Когда отрезок можно считать точкой?

Приведем выдержку из возможного диалога на уроке физике:

Ученик: Что такое точечный заряд?

Учитель: Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь!

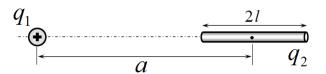
Ученик: А при каких условиях размерами тела можно пренебречь? Учитель; Если размеры тела значительно меньше расстояний между телами! Ученик: Значительно больше — это во сколько раз?

*Учитель: ...????* 

Поможем учителю и рассмотрим один конкретный пример взаимодействия не точечных тел.

#### Часть 1.

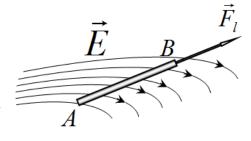
Тонкий стержень длиной 2l равномерно заряжен, его суммарный заряд равен  $q_2$ . На оси стержня на расстоянии a от его середины (a>l) находится точечный заряд  $q_1$ .



1.1 Получите точное выражение для силы, действующей на стержень со стороны точечного заряда.

#### Подсказка.

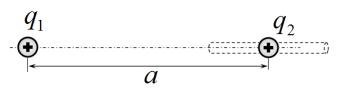
Покажите, что в произвольном электростатическом поле на равномерно заряженный стержень вдоль оси стержня действует сила  $\vec{F}_l$ , которая пропорциональна разности потенциалов на концах стержня



$$F_I = \gamma (\varphi_A - \varphi_B) \tag{1}$$

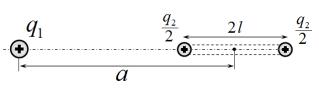
Найдите коэффициент пропорциональности у в этой формуле.

1.2 Предположим, что стержень можно считать точечным зарядом, сосредоточенным в его середине. Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении. Назовем эту формулу Приближением точечного заряда.



1.3 Теперь предположим, что суммарный заряд стержня можно разделить поровну и расположить на его концах.

Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении.



Назовем эту формулу Приближением двухточечного заряда.

 $<sup>^{3}</sup>$  Возможно существование и других компонент суммарной силы, действующей на стержень.

- 1.4 Обозначим отношение  $\frac{l}{a}=z$  и будем считать его малой величиной ( z << 1). Покажите, что относительные погрешности приближенных формул имеют второй порядок малости, т.е. их можно представить в виде  $\varepsilon=Cz^2$ , где C некоторое число. Найдите значения эти постоянных для двух приближенных формул. Какая из приближенных формул точнее?
- 1.5 Оцените, при каком отношении  $\frac{a}{l}$  стержень можно считать точечным зарядом, если допустимая погрешность расчеты силы взаимодействия составляет 1%

При оценке погрешностей можете пользоваться приближенной формулой, справедливой при малых x:

$$(1+x)^{\gamma} \approx 1 + \gamma x.$$

#### Задача 11-3 Колебания магнитов

Сила взаимодействия между двумя небольшими цилиндрическими магнитами зависит от расстояния x между ними по закону (эту формулу выводить не требуется!)

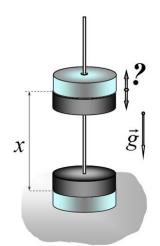
$$F = \frac{b}{x^4} \tag{1}$$

где b - известная постоянная величина. Масса каждого магнита m . Ускорение свободного падения g

#### Часть 1. Вертикальные колебания.

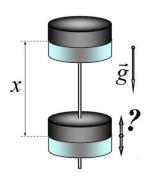
Нижний магнит закреплен, верхний может скользить без трения по тонкому вертикальному стержню, при этом плоскость магнита остается все время горизонтальной. Магниты расположены одноименными полюсами навстречу друг другу.

- 1.1 На какой высоте  $x_0$  может находиться в состоянии покоя верхний магнит?
- 1.2 Может ли верхний магнит колебаться в вертикальном направлении? Ответ обоснуйте. Если колебания возможны, то найдите их период, считая колебания малыми.



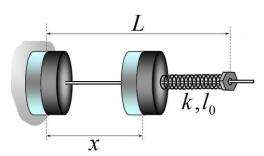
Один из магнитов перевернули так, что магниты оказались ориентированы противоположными полюсами навстречу друг другу. После этого перевернули всю систему и закрепили верхний магнит.

- 1.3 На какой высоте  $x_0$  может находиться в состоянии покоя нижний магнит?
- 1.4 Может ли нижний магнит колебаться в вертикальном направлении? Ответ обоснуйте. Если колебания возможны, то найдите их период, считая колебания малыми.



#### Часть 2. Горизонтальные колебания.

Стержень с магнитами (ориентированными противоположными полюсами навстречу друг другу) закрепили горизонтально, также закрепили один из магнитов (левый). Правый магнит может скользить без трения по стержню. К магниту прикрепили пружину жесткости k, длина пружины в недеформированном состоянии  $l_0$ . Второй конец пружины прикрепили к стержню на расстоянии L от левого магнита.



- 2.1 Определите, при каких значениях L правый магнит может колебаться вдоль стержня?
- 2.2 Пусть постоянная в формуле (1) равна  $b = 5.0 \cdot 10^{-4} \, H \cdot \text{м}^4$ , параметры пружины  $k = 50 \, \frac{H}{\text{м}}$ ,  $l_0 = 10 \, \text{см}$ , конец пружины закреплен на расстоянии  $L = 28 \, \text{см}$ . Для возбуждения колебания

подвижного магнита его смещают на расстояние  $\delta$  от положения равновесия в сторону неподвижного магнита и отпускают без толчка.

С относительной погрешностью до 10% найдите, при каких значениях начального смещения  $\delta_{\rm max}$  магнит будет совершать колебания.

Используйте графический метод решения этого пункта задачи. Необходимые построения выполните на выданном бланке к этой задаче, на котором точно построен график функции F(x), при заданном значении параметра b.

На графике укажите положение равновесия  $x_0$ , возле которого будут происходить колебания, а также найденное вами значение  $\delta_{\max}$ .

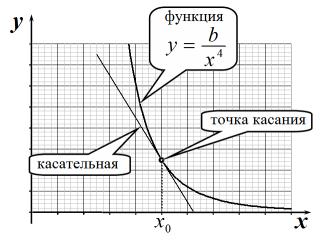
#### Математические подсказки.

1. При решении задачи можете пользоваться приближенной формулой, справедливой при малых значениях  $\xi$  и произвольном показателе степени  $\beta$ :

$$(1+\xi)^{\beta} \approx 1+\beta\xi \tag{2}$$

2. Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{b}{x^4}$  в точке  $x_0$  имеет вид b

$$y = \frac{b}{x_0^4} \left( 5 - 4 \frac{x}{x_0} \right). \tag{3}$$



## Задача 11-3 Колебания магнитов

(бланк к задаче)

