

# 基于Mahony滤波器和PID控制器的四旋翼飞行器姿态控制

黄坡,马艳,杨万扣

(东南大学 自动化学院,江苏 南京 210096)

**摘要:**四旋翼飞行器由于其简单的气动布局和复杂的动力学模型在控制领域引起了研究热潮,姿态估计与控制器设计一直是实现四旋翼飞行器稳定飞行的难点。为实现精确的四旋翼飞行器姿态估计,首先分析了IMU传感器示值组成和误差存在的原因,然后在方向余弦矩阵(DCM)和重正交化的基础上,具体给出了Mahony滤波器的实现流程。通过与扩展卡尔曼滤波器对比表明,该算法不仅能保证很高的姿态估计精度,而且计算时间小于扩展卡尔曼滤波器,有助于提高系统姿态估计的实时性。结合Mahony滤波后的姿态信息,采用嵌套PI-PID控制策略设计了控制器。最后,将姿态估计算法和控制算法应用到实验平台上,可以实现四旋翼飞行器悬停和角度跟踪功能。

**关键词:**四旋翼飞行器;Mahony滤波器;姿态估计;DCM;嵌套PI-PID控制器

**中图分类号:**TP273 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3044(2014)07-1611-07

## Mahony Filter Applied to Attitude Estimation and Control of Quadrotor

HUANG Po, MA Yan, YANG Wan-kou

(Automation School, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The quadrotor has attracts much attention both from research institutes due to its simple aerodynamics and potential commercial value. Attitude estimation and controller design are two difficult parts of stabilizing the flight of quadrotor. Firstly, an effective attitude estimation based on Mahony filter is presented. After the IMU sensors' readings are analyzed and the algorithm put forward, the filter based on DCM and reorthogonalization applied to a quadrotor is realized. With respect to computation load and system latency, the Mahony filter performs better than Kalman filter. Associate the attitude information filtered with the nested PI-PID control technique, the controller has been designed to regulate the attitude dynamics. Simulation results and flight experiments are satisfactory and the methods have been validated.

**Key words:** quadrotor aircraft; Mahony filter; attitude estimation; DCM; nested PI-PID

近年来,随着MEMS传感器,嵌入式微处理器以及无刷直流电机技术上的突破,四旋翼飞行器研究获得了飞速发展<sup>[1]</sup>。四旋翼飞行器在民用和军用方面具有广阔的应用前景,在一些人类无法涉及或应该避免的环境中,比如自然灾害和工业灾害,可以由它来代替人类完成工作;另外它的低空预警和轻物运输功能,具备很大商业潜力和商业价值,目前正被逐渐地投入使用。

虽然四旋翼飞行器的结构和原理并不复杂,但是传感器信息获取和控制方法选用却带来了较大的难度<sup>[2]</sup>。四旋翼飞行器作为一个非线性强耦合系统,有四个输入六个输出。独立输入数量小于输出自由度数量,因此它属于欠驱动系统。输出的6个自由度包括位置和姿态角度(俯仰角,滚转角,偏航角)。实现四旋翼飞行器的自主飞行需要实现位置控制与姿态控制。姿态控制是四旋翼飞行器实现各项工作的核心,位置控制建立在完善的姿态控制的基础之上。因此本文关心的主要是姿态控制。

获取准确的姿态角度值是研究四旋翼飞行器的一个重要方面。对陀螺仪积分或者依据加速度计得到姿态角尽管是一种直观的想法,但是陀螺仪工作一段时间会出现零点漂移,积分带来的误差随时间将越来越大,而加速度计则更容易受到噪声或者震动的干扰,因此依据两种方式获取的姿态角必定与真实姿态角相差很大。如上所述,单用传感器无法获得准确的姿态角信息,必须结合滤波算法对姿态角进行估计。

为整体上解决四旋翼飞行器的姿态控制,该文提出了基于Mahony滤波器<sup>[3-4]</sup>的姿态估计和嵌套PI-PID<sup>[5]</sup>控制器。首先对各传感器的示值组成和特性进行了分析,在此基础上,根据Mahony滤波器数学原理,给出了基于方向余弦矩阵(DCM)的滤波器详细实现。Mahony滤波器运用了互补滤波器的思想,但增加了旋转变角速度修正环节,在本文中,为了得到更加准确的结果,增加了对每次计算得到的DCM重新正交化这一环节。对比卡尔曼滤波器<sup>[6-7]</sup>,由于卡尔曼滤波器基于复杂矩阵运算,计算时间过长将导致姿态角更新时间变长,容易出现延时,Mahony滤波器在良好的姿态估计基础上耗费时间更少,因此实时性更好。接着,姿态控制器采用了

收稿日期:2014-01-15

作者简介:黄坡(1989-),男,江苏睢宁人,研究生,主要研究方向为小型无人机控制;马艳(1990-),女,江苏常州人,研究生;杨万扣(1979-),男,江苏盐城人,副教授。

本栏目责任编辑:梁书

嵌套PI-PID控制器,尽管有很多非线性的方法被提出运用到四旋翼飞行器,但是由于模型的不确定性,它们实际表现反而不如PID控制器好。嵌套PI-PID控制器由一个速率控制内环和一个位置控制外环组成。

## 1 四旋翼飞行器的气动原理

四旋翼飞行器结构一般呈十字型,为获得较轻机体质量,宜采用碳纤维作为材料。十字型端点处各有一个用电机驱动的旋翼,相对旋翼旋转方向一致,如图1所示,若前后旋翼顺时针(逆时针)旋转,则左右旋翼逆时针(顺时针)旋转。

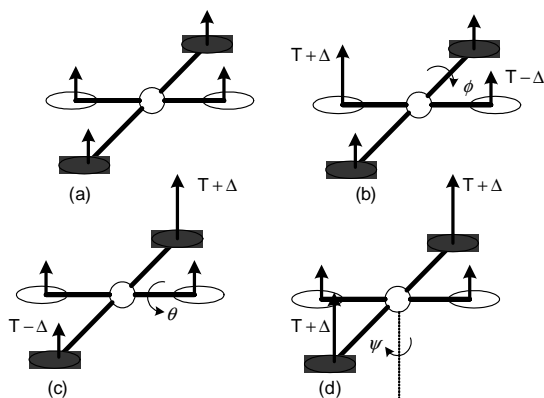


图1 四旋翼飞行器气动原理图

图1a表明在高度控制或者悬停状态下,四个旋翼对应的转速理论上应保持相同;图1b表明左右旋翼存在转速差(图中左旋翼转速高于右旋翼),四旋翼飞行器作滚转运动;图1c表明前后旋翼存在转速差(图中前旋翼转速高于后旋翼),四旋翼飞行器作俯仰运动;图1d表明前后旋翼同时增大转速,左右旋翼同时减小转速,四旋翼飞行器作偏航运动。

## 2 基于Mahony滤波器的姿态估计

姿态估计最终获得四旋翼飞行器机体的方位,机体的方位用  $R$  表示,机体运动学方程:

$$\dot{R} = R\Omega_x \quad \Omega_x = \omega J = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad \text{vec}(\Omega_x) = \omega \quad (1)$$

$\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  表示旋转变角速度向量,  $R$  表示在地坐标系下机体的方位。对于三维空间任一向量  $v$ , 在地坐标系下  $v_{earth}$  与在机体坐标系下  $v_{body}$  满足  $v_{body} = R^T v_{earth}$ 。

式1表明四旋翼飞行器的运动学方程是非线性的,计算结果很容易受到积分误差的影响,考虑到传感器测量值本身含有系统噪声和漂移等因素,如果没有有效的防制措施,那么计算得到的  $R$  将不能反映真实的机体方位。

### 2.1 传感器测量值分析

惯性测量单元(IMU)一般由陀螺仪、加速度计、地磁计组成<sup>[8]</sup>。陀螺仪测量的是,在机体坐标系下,机体坐标系相对地坐标系的转速。

$$\Omega_y = \Omega + b_\omega + \eta \in \{B\} \quad (2)$$

$b_\omega$  表示零点偏移,随着时间变化将产生零点漂移;  $\eta$  表示测量噪声,目前基于MEMS技术的陀螺仪抗噪声能力较强。

加速度计测量机体所受外力,参考系仍然是机体坐标系。

$$a = R^T(\ddot{v} - g e_z) + b_a + \eta_a \in \{B\} \quad (3)$$

$b_a$  表示零点偏移,几乎不随时间发生变化;  $\eta_a$  表示测量噪声。  $\ddot{v}$  表示在地坐标系下机体的加速度。一般低频响应情况下,  $a$  值的大小主要取决于  $g e_z$ , 即  $a \approx -R^T g e_z$ , 在低频情况下,令:

$$v_a = \frac{a}{|a|} \approx -R^T e_z \quad (4)$$

地磁计测量周围环境的磁场强度,参考系是机体坐标系。

$$m = R^T m_e + b_m + \eta_m \in \{B\} \quad (5)$$

$m_e$  表示地坐标系下的磁场强度,  $b_m$  表示测量所在地磁场干扰,  $\eta_m$  表示测量噪声,对于地磁计噪声是很小的。因为仅仅地磁计向量所表示的方向对姿态角估计有用,因此设定:

$$v_m = \frac{m}{|m|} \quad (6)$$

根据  $v_a$  和  $v_m$ , 可以构造一个姿态角  $R$  的估计值  $R_y$

$$R_y = \arg \min_{R \in SO(3)} (\lambda_1 |e_z - R v_a|^2 + \lambda_2 |v_m^* - R v_m|^2) \approx {}^B_E R \quad (7)$$

$v_m^*$  表示在地坐标系下的磁场方向,  ${}^B_R$  表示真实的姿态估计。权重  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  与加速度计和地磁计测量值的可信程度有关。上式表明,根据加速度计和地磁计对姿态角的估计实际上就是使得括号内值最小的  $R$ 。

## 2.2 Mahony 滤波器

2.1 节最后阐述,根据加速度计和地磁计可以构建出一个初步的姿态估计值  $R_y$ , 但并没有考虑利用陀螺仪角速度信息,如何将这两者的数据进行融合,获取一个相对更准确姿态估计值  $\hat{R}$ , Mahony 滤波器(如图2所示)通过比较  $R_y$  与  $\hat{R}$ , 它们之间的偏差构成了一个修正量,并作为PI控制器的输入。PI控制器的输出最终作为陀螺角速度测量值  $\Omega_y$  的修正值,两者之和被认为更接近系统真实的旋转角速度。滤波算法用步骤表示如下:

$$1) \text{ 姿态估计 } \hat{R} \text{ 更新方程: } \dot{\hat{R}} = \hat{R}(\Omega_y - \hat{b} + k_p \omega)_x, \hat{R}(0) = \hat{R}_0 \quad (8)$$

$$2) \text{ 积分求出偏移修正量 } \hat{b}: \dot{\hat{b}} = -k_i \omega, \hat{b}(0) = \hat{b}_0 \quad (9)$$

$$3) R_y \text{ 与 } \hat{R} \text{ 的偏差: } \omega = \text{vex}(P_a(\tilde{R})), \tilde{R} = \hat{R}^T R_y, P_a(\tilde{R}) = \frac{1}{2}(\tilde{R} - \tilde{R}^T) \quad (10)$$

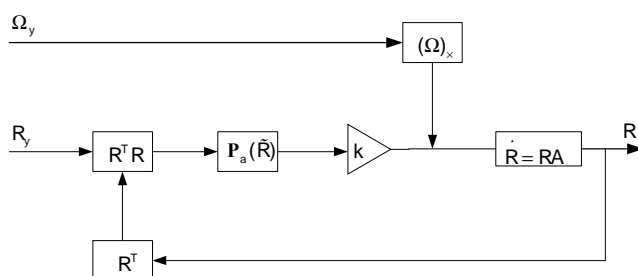


图2 Mahony 滤波器算法原理框图

## 2.3 基于DCM的Mahony滤波器实现

$R$  一般采用方向余弦矩阵(DCM), 四元数或欧拉角来表示<sup>[9]</sup>。方向余弦矩阵的直观性是我们选取它表示姿态角的重要原因。实际上通过滤波器计算总是存在有一定误差,得到的  $R$  往往并不是正交矩阵,因此滤波器实现分为两个步骤,对DCM重新正交标准化和依据 Mahony 滤波理论进行数据融合。

### 2.3.1 DCM的正交标准化

DCM可以写成式11,其中坐标轴向量  $r_i(i=x,y,z)$  表示在机体坐标系下,地坐标系中沿xyz坐标轴的三个单位向量。

$$R^T = (r_x, r_y, r_z) \quad (11)$$

正交化步骤如下:

- 1) 计算修正矩阵  $\delta r = \frac{1}{2} r_x r_y$
- 2) 修正DCM中的x,y列向量  $r'_x = r_x - \delta r r_y, r'_y = r_y - \delta r r_x$
- 3) 标准化上面两个列向量,通过使用泰勒展开法  $r''_a = \frac{1}{2}(3 - |r'_a|^2)r'_a$
- 4) 计算新的z列向量  $r''_z = r'_x \times r'_y$
- 5) 重新标准正交化后的DCM  $R^T = (r''_x, r''_y, r''_z)$

### 2.3.2 Mahony 滤波器实现

首先介绍偏航角速度的修正向量,机体坐标系下地磁计测得的向量  $m$  (已标准化),在地坐标系下表示  $m_e = Rm$ 。当前估测机体坐标  $x$  轴单位向量在地坐标系下表示为  $c = Re_x$ 。

$$m_e \text{ 与 } c \text{ 在 } xy \text{ 平面的投影分别为 } m'_e = Hm_e, c' = Hc, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}。$$

则对偏航角速度修正向量为  $m'_e \times c'$ , 由上可知该向量的参考系为地坐标系,它在机体坐标系下应表示为  $\varepsilon = |m'_e \times c'| R^T e_z$ 。俯仰、滚转角速度的修正向量,根据加速度计测得的向量  $a$  (已标准化)和重力方向在机体坐标系下表示为  $d = R^T e_z$ , 求出修正量  $\zeta = a \times d$ 。

根据以上计算结果, Mahony 滤波器的具体实现过程如下:

- 1) 测量得到  $\omega, a$  和  $m$  (向量均已标准化)
- 2) 根据  $a, m$  和当前姿态估计  $R$  分别计算的到修正向量  $\zeta$  和  $\varepsilon$
- 3) 误差向量  $e = \zeta + \varepsilon$
- 4) 将  $e$  作为PI控制器输入,得到旋转角速度的修正向量  $\delta\omega = (K_p + K_i * 1/s)e$
- 5) 计算修正后角速度向量  $\omega' = \omega + \delta\omega$

- 6) 使用公式  $\dot{R} = R\Omega'_x$ , 根据  $\omega'$  更新 DCM
- 7) 对 DCM 重新正交化(见 2.3.1 节)
- 8) 从 1 开始新一轮计算

图 3 给出当  $K_p = 0.3$ ,  $K_I = 0.01$  时, Mahony 滤波后姿态角和真实姿态角之间对比。

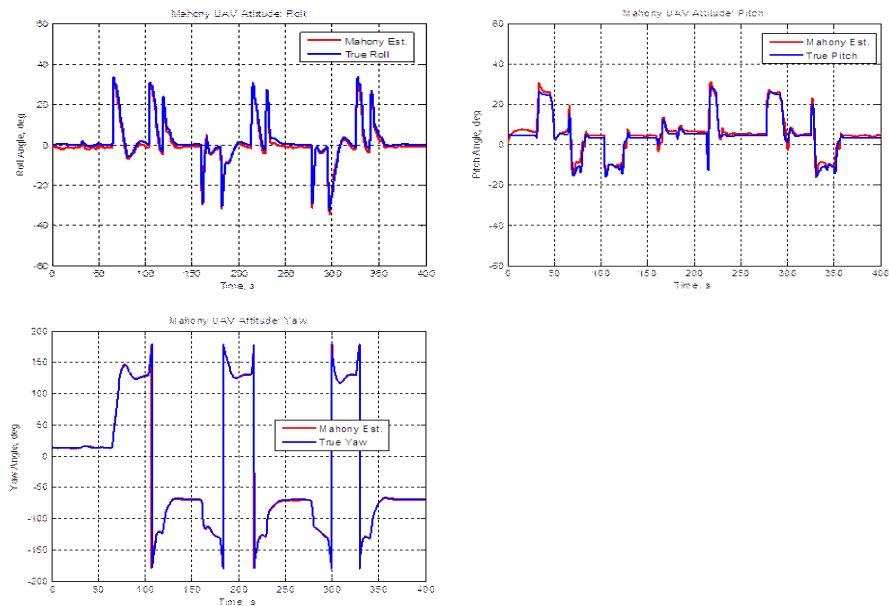


图 3 Mahony 滤波后姿态角和真实姿态角之间对比

2.4 Mahony 滤波器与扩展卡尔曼滤波器(EKF)比较

表 1 Mahony 滤波器( $T_0$ )与扩展卡尔曼滤波器( $T_1$ )计算时间(单位:s)

$T_0$	0.9995	0.9880	1.0023	1.0029	0.9851	1.1822	1.3897	1.1918	1.0115
$T_1$	1.8698	1.8520	1.8568	2.2022	2.0360	1.9098	2.1788	2.4898	1.8645

表 1 给出了 Mahony 滤波器与扩展卡尔曼滤波器计算时间(共 4000 次运算)对比,可以看出, Mahony 滤波器姿态估计使用的时间约为卡尔曼滤波器时间的一半,同时表明 Mahony 滤波器的计算量小于卡尔曼滤波器,能带来系统实时性的提升。

图 4 给出了 Mahony 滤波器与扩展卡尔曼滤波器姿态估计值之间的对比,从中可以看出,两种方法计算结果表现出一致性。 Mahony 滤波器基本上和扩展卡尔曼滤波器具有相同姿态估计精度,但考虑到飞行器姿态估计的时效性和计算量,因此本文采用 Mahony 滤波器更优。

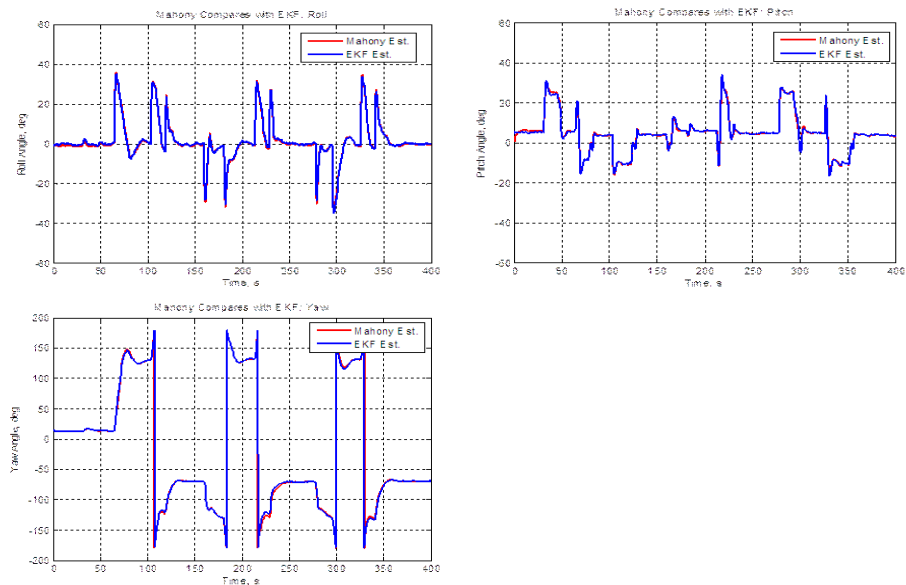


图 4 Mahony 滤波器与扩展卡尔曼滤波器姿态估计值对比

3 嵌套 PI-PID 控制器设计

在基于 Mahony 滤波器的姿态估计之后,通过设计嵌套 PI-PID 控制器来稳定四旋翼飞行器的姿态角度。  
PID 控制算法如下:

$$u(t)=K_p e(t)+K_i \int_0^t e(\tau) d\tau+K_d \frac{de(t)}{dt}$$
 (12)

在上式中,  $K_p$  为比例系数;  $K_i$  为积分系数;  $K_d$  为微分系数;  $t$  为系统当前时间。  $e(t)$  为偏差。

采用嵌套 PI-PID 控制器,而没有采用单环 PID 控制,是因为四旋翼飞行器在飞行过程非常容易产生震动,滤波后得到的角度虽然达到良好的精度,毕竟不能代替真实的角度,所以不能简单依据滤波后姿态角度进行 PID 控制。通过双环,实际上把控制器任务细化,内环负责角速度的调节,外环提供给内环角速度期望值。内环反馈很大程度上保证四旋翼飞行器的平稳飞行,不致出现频繁震动。

如图 5,角速度参考值  $\dot{\theta}_d$  与陀螺角速度值  $\dot{\theta}$  进行对比后,其差值作为内环角速度 PID 控制器的输入,经过处理后输出到电机,以此改变四旋翼飞行器的转速。内环 PID 控制器对于四旋翼飞行器增稳起很大作用。

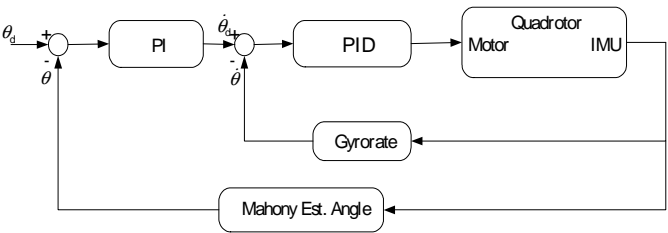


图 5 嵌套 PI-PID 控制器框图

外环 PI 控制器的输入为期望姿态角  $\theta_d$  (来自于遥控器或地面站信号)与滤波后估计角度  $\theta$  的差值。外环 PI 控制器中的各项增益,决定了四旋翼飞行器进行角度调节的快慢。从图中可以看出,外环 PI 控制器的输出值作为内环的角速度参考值,参考值越大,那么四旋翼飞行器的反应动作越快。

表 2 外环 PI 控制器参数

增益	$K_p$	$K_i$
俯仰	4.5	0.35
滚转	4.5	0.35

表 3 内环 PID 控制参数

增益	$K_p$	$K_i$	$K_d$
俯仰	0.14	0.015	0.0025
滚转	0.14	0.015	0.0025

在本文中,设定的增益值如表 2 和表 3。图 6 给出了在 Matlab/Simulink 仿真平台下,系统由某初始角度回到平衡位置(参考角度为零度)的曲线,响应时间指标是符合要求的。

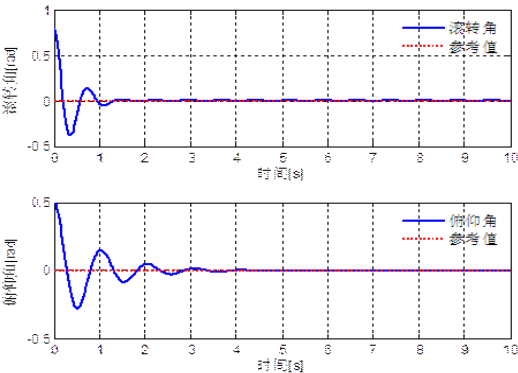


图 6 系统由初始角度回到平衡位置仿真结果

4 实验平台与实验结果

实验平台由实验室自行研制的四旋翼飞行器与地面站组成,实验平台组成如图 7,地面站和飞行器间通过无线通信设备 Xbee-Pro 进行通信。



#### 4.1 四旋翼飞行器硬件

四旋翼飞行器硬件包括飞控主板,电子调速器和四个无刷直流电机。如下图7所示,飞控主板是控制算法的载体,运行频率为400HZ,它主要由飞控系统,IMU传感器和一些外围电路组成。飞控主板发送PWM信号给电子调速器(ESC),电子调速器将PWM信号解释成工作电压信号发送到四个电机。控制系统实现以下功能:通过ADC实时获取陀螺仪,加速度计,地磁计传感器数据;按照5HZ读取频率通过UART获取GPS定位和运动信息;实时通过Mahony滤波器进行数据融合估计姿态角度;发送数据给地面站;接收并处理来自地面站的指令并完成相应动作。

#### 4.2 地面站

地面站实现在上位机(PC)上。它由两个模块组成:通信模块与图形用户接口模块。地面站实现功能包括:读取来自Xbee-Pro的数据,实时监控四旋翼飞行器的状态包括角度电压等信息;实时发送控制指令与参数给四旋翼飞行器;通过图形界面显示传感器数据并绘制曲线。

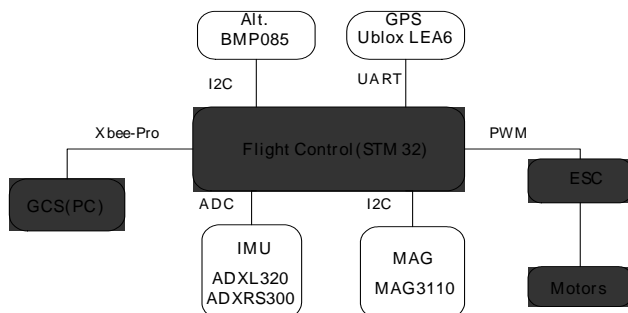


图7 实验平台构成框图

#### 4.3 实验结果

图8给出了悬停实验中角度的偏差情况,四旋翼飞行器基本上可以保持稳定,姿态角变动在 $\pm 5^\circ$ 以内;图9给出了角度跟踪实验的情况,实际输出角度能与参考角度保持一致,延时很小,迅速跟踪能力较强,这同时反映采用Mahony滤波器和嵌套PI-PID控制的特点及优势。

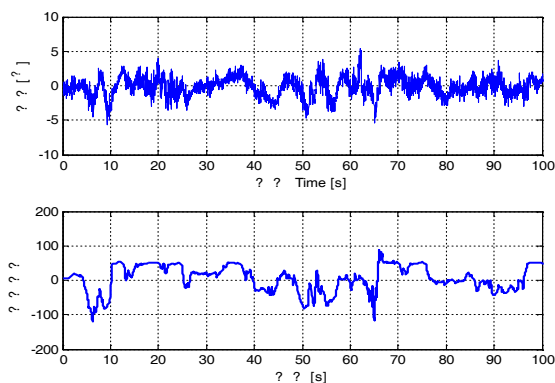


图8 悬停情况下姿态角变动范围

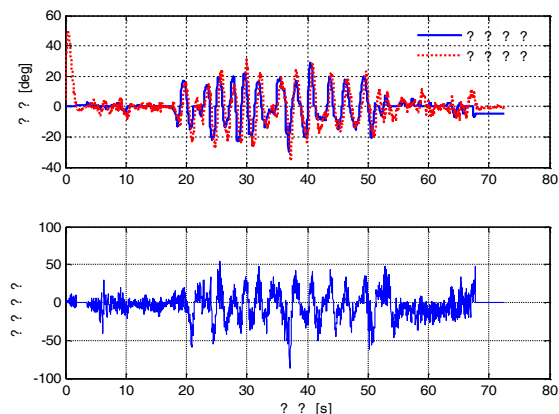


图9 角度跟踪实验结果

## 5 总结与展望

本文提出基于 Mahony 滤波器的姿态估计和嵌套 PI-PID 控制器设计。首先设计了 Mahony 滤波器,不仅可以得到准确的姿态估计,而且计算耗费时间对比卡尔曼滤波器更少,对实时迅速地控制飞行器姿态变化非常有利。在良好的姿态估计基础上,控制器设计部分采用嵌套 PI-PID 控制,最终,四旋翼飞行器实现悬停和姿态跟踪。后续的工作包括在姿态控制的基础上,实现位置速度控制和路点飞行。

### 参考文献:

- [1] Mahony R, Kumar V, Corke P. Multirotor Aerial Vehicles Modeling, Estimation and Control of Quadrotor[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2012, 19(3): 20-32.
- [2] 王伟, 马浩, 孙长银. 四旋翼姿态控制系统设计[J]. 科学技术与工程, 2013, 13(19): 5513-5519.
- [3] Mahony R, Hamel T, Pflimlin Jean-Michel. Complementary Filters on the Special Orthogonal Group[C]. IEEE Transactions on Automatic Control, Europe, 2008, 53(5): 1203-1218.
- [4] Mahony R, Hamel T, Pflimlin Jean-Michel. Complementary filter design on the Special orthogonal group SO(3)[C]. 2005 The 44th IEEE Conference on Decision and Control. Spain, Seville, 2005: 1477-1484.
- [5] Bouabdallah H, Noth A, Siegwart R. Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor[C]. Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Japan, Sendai, 2004.3: 2451-2456.
- [6] Hoffmann F, Goddemeier N, Bertram T. Attitude estimation and control of a quadrotor[C]. 2010 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Taiwan, Taipei, 2010: 1072-1077.
- [7] Chan A L, Tan S L, Kwek C L. Sensor data fusion for attitude stabilization in a low cost Quadrotor system[C]. 2011 IEEE 15th International Symposium on Consumer Electronics. Singapore, 2011: 34-39.
- [8] Hamel T, Mahony R. Attitude estimation on SO(3) based on direct inertial measurements[C]. Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Florida, Orlando, 2006: 2170-2175.
- [9] Diebel J. Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors[EB/OL]. [2006-10-20]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.110.5134&rep=rep1&type=pdf>.

(上接第1588页)

不同,其有效距离最大能达到80cm,由于其接收管只能接受一定频率和波长范围内的光,所以不容易受到外界光的干扰。

2) 采用了双摇头的策略。使用激光传感器后,小车的前瞻有了明显的增大,但大的前瞻却带来了许多问题。比如在过弯的时候,激光光斑扫到赛道外面,出现盲区,这对小车的行驶是非常不利的。所以我们采用了摇头这一策略来缓解了这个问题。另外,大前瞻的激光小车在上坡的时候,光斑被抬高,也会出现盲区,这样又带来了许多不确定因素,于是我们又增加了小前瞻。

3) 采用红外对管检测坡道。采用下排方案后,需要提前检测坡道,这样便于传感器及时切换下排。所以我们使用对管来提前检测坡道。

由于制作时间仓促,所以该智能车还有一些不足,例如:

1) 早期忽视了机械结构的重要性。在智能车制作过程中,在机械结构上花费时间较少。当小车速度达到一定程度后,出现了左右转向不对称的问题,这个问题在最后也未能很好的解决。

2) 电机驱动性能低下,加减速不能及时响应且容易发热。

3) 激光模块功耗过大,整体模块去干扰性能差。

4) 算法不够完善,很多不稳定性。

### 参考文献:

- [1] 赵继聪,周盼,秦魏. 激光传感器原理及其应用[J]. 科技致富向导, 2011, 9(1): 101-102.
- [2] 臧杰, 阎岩. 汽车构造[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [3] 张伟. Protel DXP 高级应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2002.
- [4] 周斌, 李立国, 黄开胜. 智能车光电传感器布局对路径识别的影响研究[J]. 电子产品世界, 2006, 9(5): 139-140.
- [5] 安鹏, 马伟. S12 单片机模块应用及程序下载调试[J]. 电子产品世界, 2006, 28(12): 162-163.
- [6] 科昊. PID 控制原理——PID 调节器分析[EB/OL]. [2012-11-07]. <http://www.gongkong.com/company/paper/2-b38e-27c3638fe52f.htm>.