



Contenido de la GUÍA # 4:

- ✓ Límites determinados.
- ✓ Límites indeterminados que involucren factorización y/u operaciones básicas.
- ✓ Límites indeterminados que involucren conjugadas.
- ✓ Límites indeterminados que involucren factorización y/o conjugadas.
- ✓ Límites indeterminados que involucren exponenciales y logaritmos que se resuelven por cambio de variable.
- ✓ Límites indeterminados que involucren polinomios de trigonometría que se resuelven por cambio de variable.
- ✓ Límites trigonométricos que involucren el límite notable.
- ✓ Límites que se resuelven por el teorema de Sándwich.
- ✓ Límites que tienden al infinito de cociente de polinomios.
- ✓ Límites con indeterminación del tipo  $\infty - \infty$
- ✓ Límites en el infinito.
- ✓ Límites que involucren otros límites notables.
- ✓ Límites que involucren raíces y se puede resolver por cambios de variables.

1) Límites determinados:

1.1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x+5}$	1.2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+5}$
1.3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sen}(x)}{\text{Cos}^2(x)}$	1.4	$\lim_{x \rightarrow \pi} \text{Tg}(x)$
1.5	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2+9}$	1.6	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5+2}$
1.7	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+5x+2}{x^2+x+1}$	1.8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2}{x^2+1}$
1.9	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{(25-x^2)}{(5-x)(x-1)(x^2+1)}$	1.10	$\lim_{x \rightarrow -9} \frac{(81-x^2)}{(9-x)(x-1)(x^2+81)}$
1.11	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(25-x^2)(x^4+7x^3+17x^2+17x+6)(x^2+1)}{(x+5)(x^2+4x-12)(x-\sqrt{6})}$		
1.12	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(36-x^2)(x^4-5x^2+4)(x^2+1)}{(x+6)(x^2-x-20)(x-\sqrt{7})}$		

2) Límites indeterminados que involucren factorización y/u operaciones básicas.

21	1 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$	22	3 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{3-x}$
23	2 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-5x-6}{x^4-1}$	24	4 $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2+4x-12}{x^2+3x-18}$

$$(x^2-1)(x^2+1)$$

$$(x-1)(x+1)(x-1)$$



2.2	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{(x^2 + 4x - 12)(x^2 - 1)}{x^2 + 3x - 18}$ *	2.6	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 3x - 28}$ 0 ✓
2.7	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 + 4)(x + 2)}{x^4 - 5x^2 + 4}$ c	2.8	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 + 2x - 15)(2 - x)}{3 - x}$ c
2.9	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^4 - 1}$ c	2.10	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4}{(x + 2)^2(x^2 + 4)}$ ✓
2.11	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1 - x)(x^3 + 4x^2 + 5x + 2)}{(x^2 + 2x + 1)(x^2 + 1)}$ c	2.12	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 - 7x}$ c
2.13	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{x^2 - 2x - 3}$ 0	2.14	$\lim_{h \rightarrow 1} \frac{h^2 + h - 2}{h^2 - 4h + 3}$ hasta a
2.15	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}{h}$	2.16	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}$
2.17	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12}{x^2 - 4}$ 0	2.18	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}$
2.19	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^2 - 1}{x}$	2.20	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12}{x^2 - 4}$ 7
2.21	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + x - 6)(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 + 5x + 6)(x^3 - 8)}$ 2	2.22	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - x - 30}$ (2)
2.23	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 + 2x - 15)(2 - x)}{3 - x}$ 0	2.24	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6}{(x + 1)^2(x^2 + 1)}$
2.25	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 3x - 28}$ 0	2.26	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 + 3x - 18}$
2.27	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)}{(x^2 + 4x - 12)(1 - x)}$ *	2.28	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 + 4)(x + 2)}{x^4 - 5x^2 + 4}$
2.29	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(4 - x)(x^2 - x - 20)}{5 - x}$	2.30	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$
2.31	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{x^2 - 2x - 3}$ c 1	2.32	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x + 2}$ ✓
2.33	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x^2 + 1)(x + 1)}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$ ✓	2.34	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 1)(x^2 + 1)(x + 1)}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
2.35	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 6x^2 - 4x^3 + 4x + 5}{1 - x^2}$	2.36	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 - x}$ 10 (x)



2.37	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{9 - (x-3)^2}$	2.38	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)^2 - 1}{16 - (x-3)^2}$
2.39	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+4)^2 - 1}{1 - (4+x)^2}$	2.40	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1+x}{1 - (x+2)^2}$
2.41	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+4)^2 - 4}{9 - (5+x)^2}$	2.42	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2+x}{9 - (x+5)^2}$
2.43	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$	2.44	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

3) Límites indeterminados que involucren conjugadas.

3.1	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$	3.2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}$
3.3	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x+13} - 3}$	3.4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{\sqrt{x+9} - 3}$
3.5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt{x+16} - 4}$	3.6	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x+7} - 2}$
3.7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{11} - \sqrt{11-x}}{2 - \sqrt{4-x}}$	3.8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7}}{\sqrt{9-x} - 3}$
3.9	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$	3.10	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{9+x}}{\sqrt{x+7} - 1}$
3.11	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}$	3.12	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{5} - \sqrt{4+x}}$
3.13	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{2+x}}$	3.14	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{2-x}$
3.15	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{5+x}{3 - \sqrt{4-x}}$	3.16	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{2+x}}$
3.17	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{-x} - \sqrt{5}}{\sqrt{x+8} - \sqrt{3}}$	3.18	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{10} - \sqrt{7x-11}}{3 - \sqrt{3x}}$
3.19	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{7+2x}}{\sqrt{3x+15} - 3}$	3.20	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h}$
3.21	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{7+\sqrt{x}} - 3}$	3.22	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[4]{x+2} - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{\sqrt{x+7}+1}}$



4) Límites indeterminados que involucran factorización y/o conjugadas.

4.1	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{\sqrt{9 - x} - 2}$	4.2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{8 - x} - 2}$
4.3	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{13 - x} - 4}$	4.4	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{6}}{\sqrt{x^2 - 6x} - \sqrt{7}}$
4.5	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 6} - \sqrt{5x}}{\sqrt{14} - \sqrt{x^2 + 5x}}$	4.6	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{-x}}{x^2 - 2x - 8}$
4.7	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{10}}{\sqrt{5} - \sqrt{x + 2}}$	4.8	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$
4.9	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{\sqrt{2a} - \sqrt{x + a}}$	4.10	$\lim_{x \rightarrow -a} \frac{x^4 - a^4}{\sqrt{5a} - x - \sqrt{7a + x}}$
4.11	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a + x} - \sqrt{4a - x}}{a^2 - x^2}$	4.12	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{3}}{1 - x^2}$
4.13	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{\sqrt{8} - \sqrt{x^2 - 2x}}$	4.14	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{30} - \sqrt{x^2 - 7x}}{x^3 + x^2 - 100x - 100}$
4.15	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 3x}}{8 - 2x^2 - 6x}$	4.16	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x + 3}}{\sqrt{x^3 + 4} - \sqrt{x^2 + 4x}}$
4.17	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{72} - \sqrt{2x^2 + 18x}}{\sqrt{3} - \sqrt{9 - 2x}}$	4.18	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x + 5} - \sqrt{3}}{14 - x^3 - 5x - 8x^2}$
4.19	$\lim_{x \rightarrow -a} \frac{x^3 - ax^2 - a^2x + a^3}{\sqrt{-x} - \sqrt{a}}$	4.20	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$
4.21	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{2 - \sqrt{x}}$	4.22	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x + 5}}{x^2 - 16}$

5) Límites indeterminados que involucran exponenciales y logaritmos que se resuelven por cambio de variable.

5.1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} + 4 \cdot 3^x - 5}{3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3}$	5.2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 8e^x + 7}{e^{2x} + 5e^x - 6}$
5.3	$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{[\log_3(x)]^2 + 2\log_3(x) - 15}{[\log_3(x)]^2 + 3\log_3(x) - 18}$	5.4	$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{[\log_5(x)]^2 + 3\log_5(x) - 10}{[\log_5(x)]^2 - \log_5(x) - 2}$
5.5	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{[\log_2(x)]^2 - 13\log_2(x) + 30}{[\log_2(x)]^2 + \log_2(x) - 12}$	5.6	$\lim_{x \rightarrow 100} \frac{4 - [\log(x)]^2}{[\log(x)]^2 - [\log(x)] - 2\log(x)}$



6) Límites indeterminados que involucran polinomios de trigonometría que se resuelven por cambio de variable

6.1	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\text{Sen}^2(x) + \text{Sen}(x) - 1}{2\text{Sen}^2(x) - 3\text{Sen}(x) + 1}$	6.2	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\text{Cos}^2(x) + \text{Cos}(x) - 1}{4\text{Cos}^2(x) + 4\text{Cos}(x) - 3}$
-----	---	-----	---

7) Límites trigonométricos que involucran el límite notable.  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\text{Sen}(z)}{z} = 1$

7.1	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\text{Sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$	7.2	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)}{\text{Sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}$
7.3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{Cos}(x)}{x}$	7.4	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \text{Tan}(x)}{\text{Sen}(x) - \text{Cos}(x)}$
7.5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \text{Sen}(x)}{x}$	7.6	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2\text{Cos}(x)}{\text{Sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}$
7.7	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\text{Cos}(x) + 1}{x - \pi}$	7.8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Cos}(mx) - \text{Cos}(nx)}{x^2}$
7.9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3\text{Sen}(x) - \text{Cos}^2(x)}{4\text{Sen}(x) - 3\text{Sen}^2(x)}$	7.10	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{Cos}(2x)}{1 - \text{Cos}(3x)}$
7.11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \text{Sen}(x)} - \sqrt{1 - \text{Sen}(x)}}{x}$	7.12	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sen}(9x)}{\text{Sen}(7x)}$
7.13	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \text{Sen}(x)}{x}$	7.14	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\text{Cos}(5x) - 1}$
7.15	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Cos}(x) - \text{Cos}(3x)}{x^2}$	7.16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{Cos}(1 - \text{Cos}(x))}{x^4}$
7.17	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{Sen}(x + h) - \text{Sen}(x)}{h}$	7.18	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{Cos}(x + h) - \text{Cos}(x)}{h}$
7.19	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{Tg}(x + h) - \text{Tg}(x)}{h}$	7.20	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\text{Cos}(x)}}{x^2}$

8) Límites que se resuelven por el teorema de Sándwich

8.1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\text{Sen}(x)}{x}$	8.2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\text{Cos}(x)}{x}$
8.3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \text{Sen}(x)}{x}$	8.4	$\lim_{x \rightarrow 0} \text{Sen}\left(3x \text{Sen}\left(\frac{2}{x}\right)\right)$

8.5	$\lim_{x \rightarrow 0} \cos(3x) \sin\left(\frac{2}{x}\right)$	8.6	$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$
8.7	$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$		

9) Límites que tienden al infinito de cociente de polinomios

9.1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + x - 6}{-3x^2 + 5x + 6}$	9.2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$
9.3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{3x^{15} - 2x^7 - 8} - 2x^2 + 5}{4x^2 - 5x^3 + 4}$	9.4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$
9.5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 4x^3}{4x^2 - 3}$ (*)5	9.6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x}{5x^2 + x - 6}$
9.7	$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{h^2 + h - 2}{h^2 - 4h + 3}$	9.8	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + x - 6}{-3x^2 + 5x + 6}$
9.9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{e^x}$	9.9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{3^x}$

10) Límites con indeterminación del tipo  $\infty - \infty$

10.1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 + 2}$	10.2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}$
10.3	$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right]$	10.4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$ (*)4
10.5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{2x^2 - 1}{2x + 1} - \frac{x^2}{x - 1} \right]$	10.6	$\lim_{x \rightarrow \infty} 3x - \sqrt{x^2 + x + 1}$
10.7	$\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 + x + 1}$		

11) Límites en el infinito

11.1	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x - 5}$	11.2	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{5 - x}$
11.3	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9}$	11.4	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{x^2 - 9}$
11.5	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{x^2 - 9}$	11.5	$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2}{x^2 - 9} \right)$
			$\lim_{x \rightarrow 3} e$