

## №18. Параметр

Для успешного решения задачи №18 нужно знать следующие темы:

- Алгебра. Замена
- Алгебра. Квадратичная функция
- Алгебра. Теорема Виета
- Алгебра. Хороший/плохой корень
- Графика. Траектория движения
- Графика. Окружность, парабола, гипербола, прямая
- Графика. Касание графиков
- Графика. ОДЗ и области
- Графика. Метод  $xOa$
- Графика. Корыто
- Функции. Монотонность, симметрия, четность

*Примечание. Вероятно будут задачи с тригонометрией, модулями и/или корнями*

## №18. Параметр. Задачи

### №18.1 #2141

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(\log_8(x+a) - \log_8(x-a))^2 - 12a(\log_8(x+a) - \log_8(x-a)) + 35a^2 - 6a - 9 = 0$$

имеет два различных решения.

### №18.2 #26292

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(a+1)\operatorname{tg}^2 x - \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} + a = 0$$

имеет ровно одно решение на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

### №18.3 #25027

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2 \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

### №18.4 #44994

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - x = 4 - 2a \\ y^4 + x^2 = a^2 - 3a + 4 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

### №18.5 #26291

Найдите все значения параметра  $\alpha$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 \sin \alpha + 2x^2 \cos \alpha + \sin \alpha = 0$$

имеет ровно два различных решения.

### №18.6 #1111

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\ln(3x-1) \cdot \sqrt{x^2 - 8x + 8a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 4]$ .

**№18.7 #21263**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a + \sqrt{6x - x^2 - 8} = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$$

имеет ровно один корень.

**№18.8 #23434**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 3|x + a| + |x^2 - x - 2|$$

меньше 2.

**№18.9 #2142**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4 - y}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет три различных решения.

**№18.10 #18138**

Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2ay - a^2y^2} \\ y = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения.

**№18.11 #2623**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**№18.12 #20799**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{4 - y^2} = \sqrt{4 - 4x^2} \\ xy + a^2 = ax + ay \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

**№18.13 #23442**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x + 3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет три решения.

**№18.14 #395**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x \cdot \log_2(a - 3) + 6 = 0$$

имело единственное решение на отрезке  $[-2; 2]$ .

**№18.15 #1016**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ax \geq 2 \\ 3x \leq 2a + 11 \\ \sqrt{x-1} > a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, принадлежащее отрезку  $[3; 4]$ .

**№18.16 #2137**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(|x+2| + |x-a|)^2 - 5 \cdot (|x+2| + |x-a|) + 3a(5-3a) = 0$$

имеет ровно два различных решения.

**№18.17 #63283**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - x + 8) \cdot \sqrt{y - x + 8} = 0 \\ y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**№18.18 #30815**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 2x - 6a = |6x - 2a|$$

имеет ровно два различных решения.

**№18.19 #45202**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$-1 \leq \sin x(a - \cos 2x) \leq 1$$

верно при всех действительных значениях  $x$ .

**№18.20 #1086**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x + a + 3| = |x - a - 3| - (a + 3)^2$$

имеет единственное решение.

## №18. Параметр. Ответы

$$18.1. a \in (-\infty; -3) \cup \left(-3; -\frac{3}{7}\right) \cup \left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$$

$$18.2. a \in [-0,75; 0] \cup \{0,25\}$$

$$18.3. a \in \left(4 - 2\sqrt{2}; \frac{4}{3}\right) \cup (4; 4 + 2\sqrt{2})$$

$$18.4. a \in \{1\} \cup \left(\frac{4}{3}; 3\right)$$

$$18.5. a = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$18.6. a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{22}{3}; \frac{23}{3}\right)$$

$$18.7. a \in [2; 3) \cup (3; 4]$$

$$18.8. a \in \left(-\frac{8}{3}; -1\right) \cup \left(0; \frac{5}{3}\right)$$

$$18.9. a \in (0; 1) \cup (1; 4)$$

$$18.10. a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

$$18.11. a \in \{-0,2; 0,2\}$$

$$18.12. a \in [-2; -1) \cup (1; 2]$$

$$18.13. a \in \left(\frac{1}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty)$$

$$18.14. a \in \left(3; \frac{385}{128}\right] \cup \{2051\} \cup (32771; +\infty).$$

$$18.15. a \in \left[\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$$

$$18.16. \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (1; +\infty)$$

$$18.17. a \in (-16; -9] \cup \{-7\} \cup \{9\}$$

$$18.18. a \in (2 - 2\sqrt{5}; 4 - 2\sqrt{5}) \cup (0; 6) \cup (2 + 2\sqrt{5}; 4 + 2\sqrt{5})$$

$$18.19. a \in \left[1 - \frac{3}{\sqrt[3]{2}}; 0\right]$$

$$18.20. a \in \{-5; -1\}$$