

# SCHWINGUNGSFORMEN AN GEKOPPELTEN TORSIONSPENDELN MIT ZUSATZMASSE

Im Rahmen der Veranstaltung: Modellierung und  
Simulation physikalischer Systeme  
Dozent: Prof. Dr. Stefan Kontermann SoSe2024

Hunter Dennis und Daniele Alice

11.07.2024

# INHALT

1. Aufgabenstellung
2. Verschiedene Schwingungsfälle
3. Animation
4. Programm Vorführung
5. Quellen

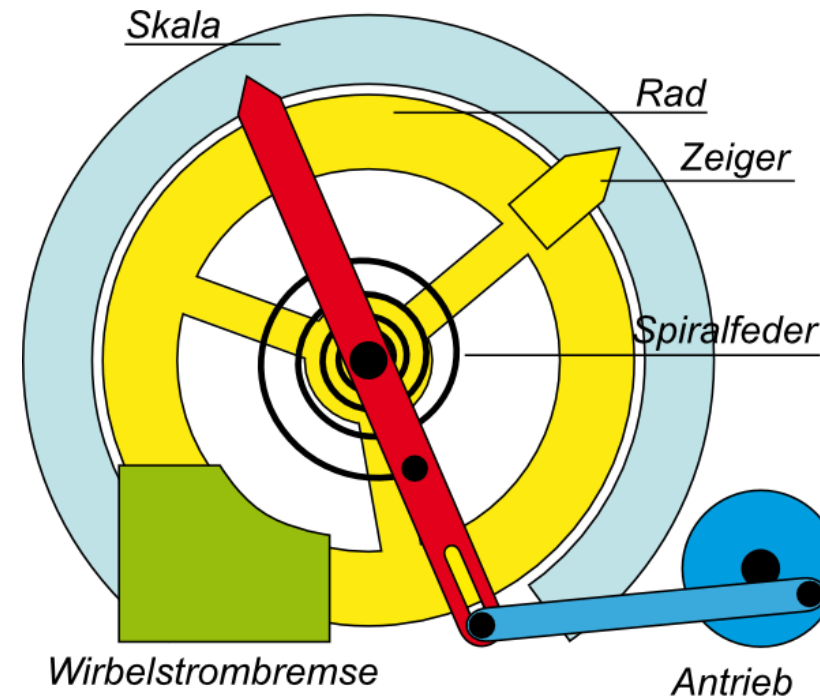


Abb. 1: Aufbau Pohl'sches Rad [\[1\]](#)

# 1. AUFGABENSTELLUNG

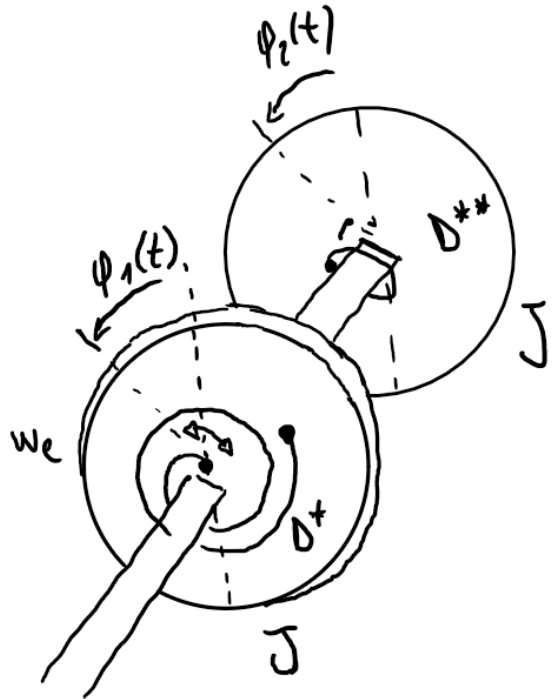


Abb. 2a: Skizze zwei gekoppelter Torsionspendel

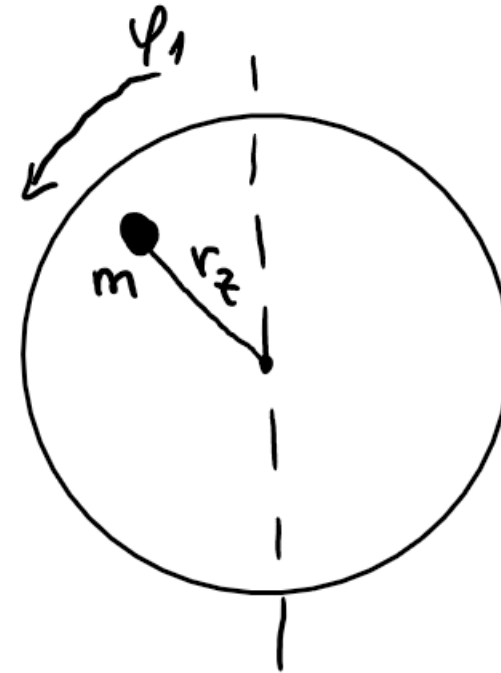


Abb. 2b : Skizze Torsionspendel 1 mit Zusatzmasse  $m$

# 1. AUFGABENSTELLUNG: UNTERSUCHUNG DES EINFLUSSES EINER ZUSATZMASSE

Parameter:

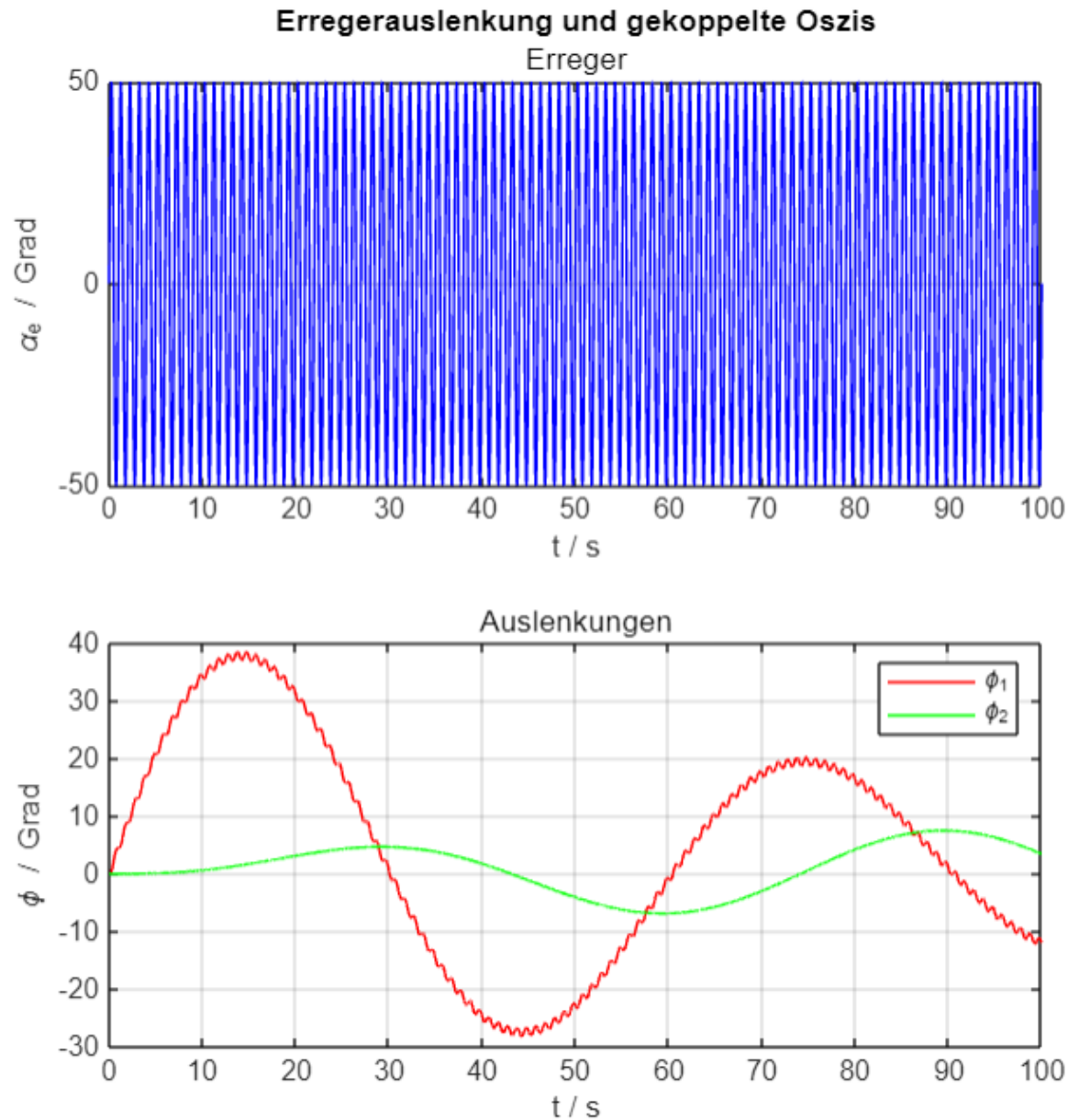
- Trägheitsmoment:  $J$
- Torsionsfederkonstante der beiden Rückstellfedern:  $D^*$
- Torsionsfederkonstante der Kopplungsfeder:  $DD^*$
- Dämpfungskoeffizient:  $b^*$
- Zusatzmasse:  $m$
- Abstand Zusatzmasse von Achse:  $r_z$

Anfangsbedingungen:

- $\varphi_1(0)$  und  $\dot{\varphi}_1(0)$
- $\varphi_2(0)$  und  $\dot{\varphi}_2(0)$

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J} \varphi_1 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{m \cdot g \cdot r_z \cdot \sin(\varphi_1)}{J} = 0$$

## 2. VERSCHIEDENE SCHWINGUNGSFÄLLE



Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.01 \text{ Nm}$$

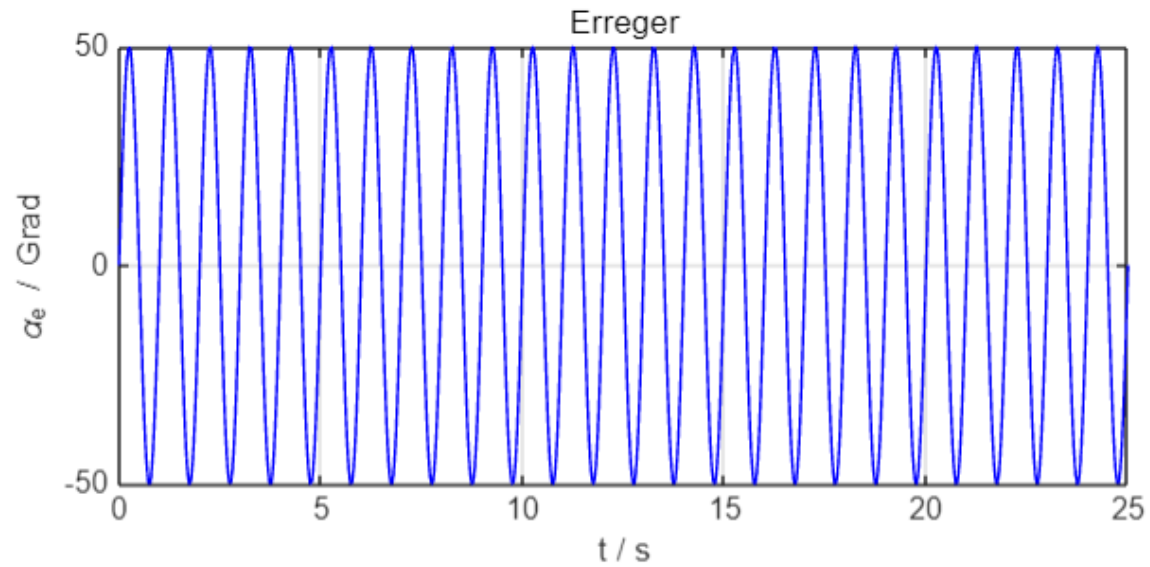
$$b = 0.20 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 0 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 1.0 \text{ Hz}$$



Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.01 \text{ Nm}$$

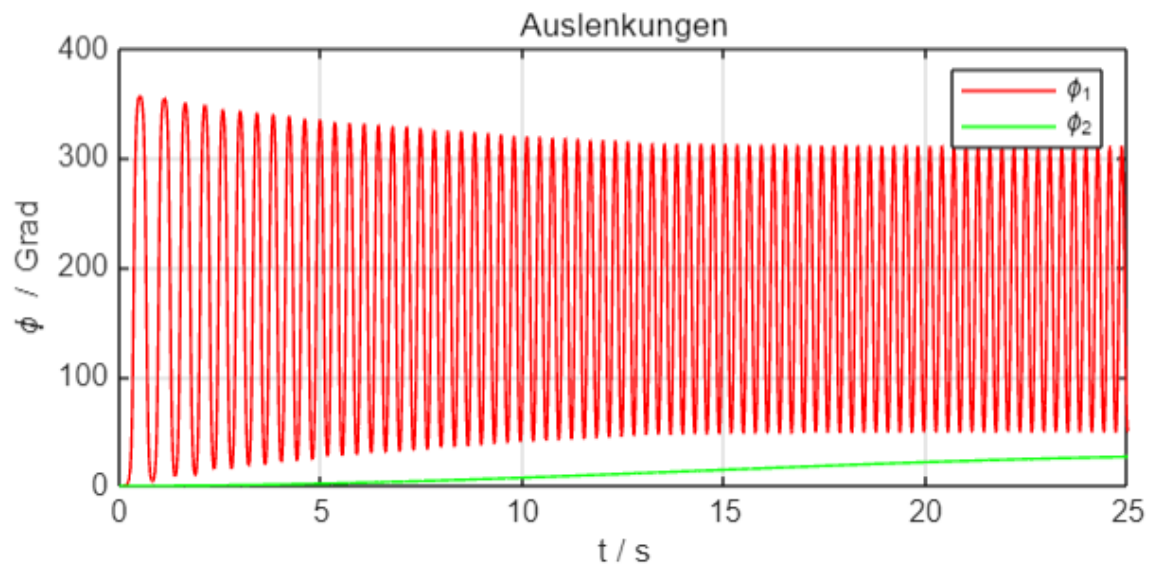
$$b = 0.20 \text{ Nms}$$

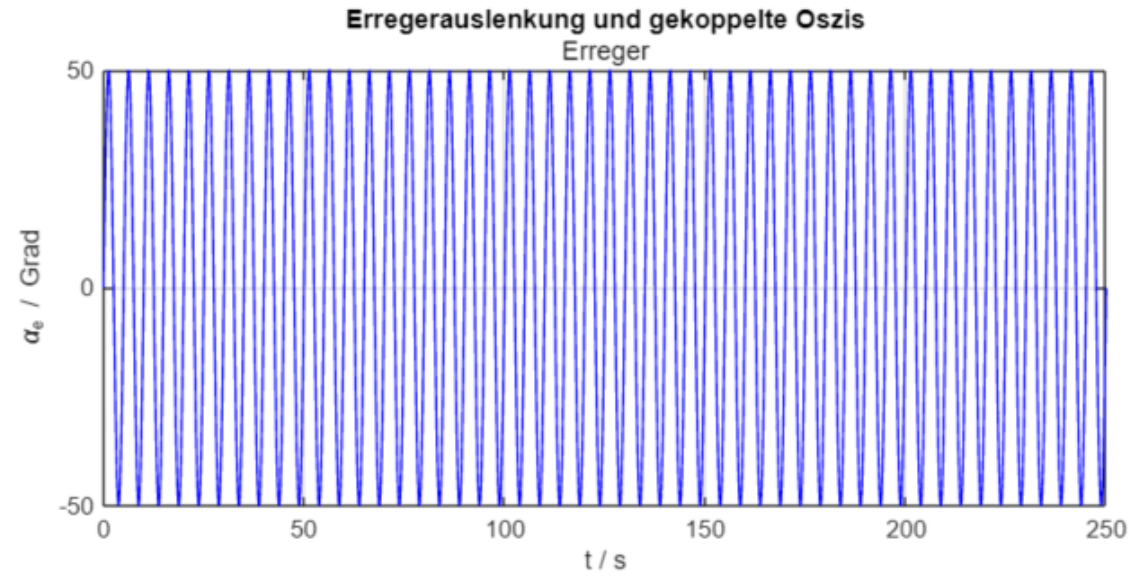
$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 1000 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 1.0 \text{ Hz}$$





Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$b = 0.00 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 0 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.2 \text{ Hz}$$

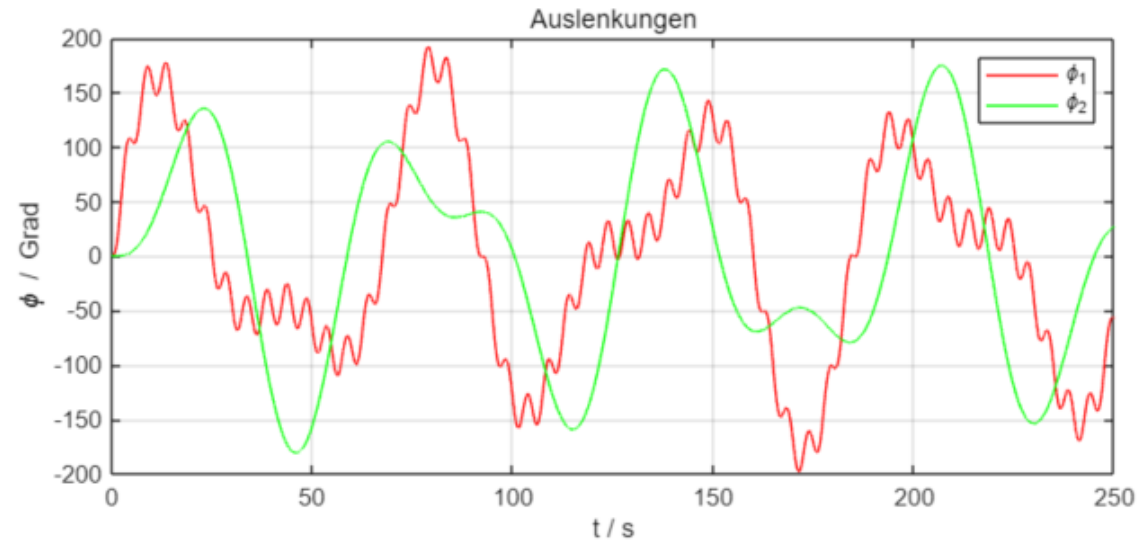
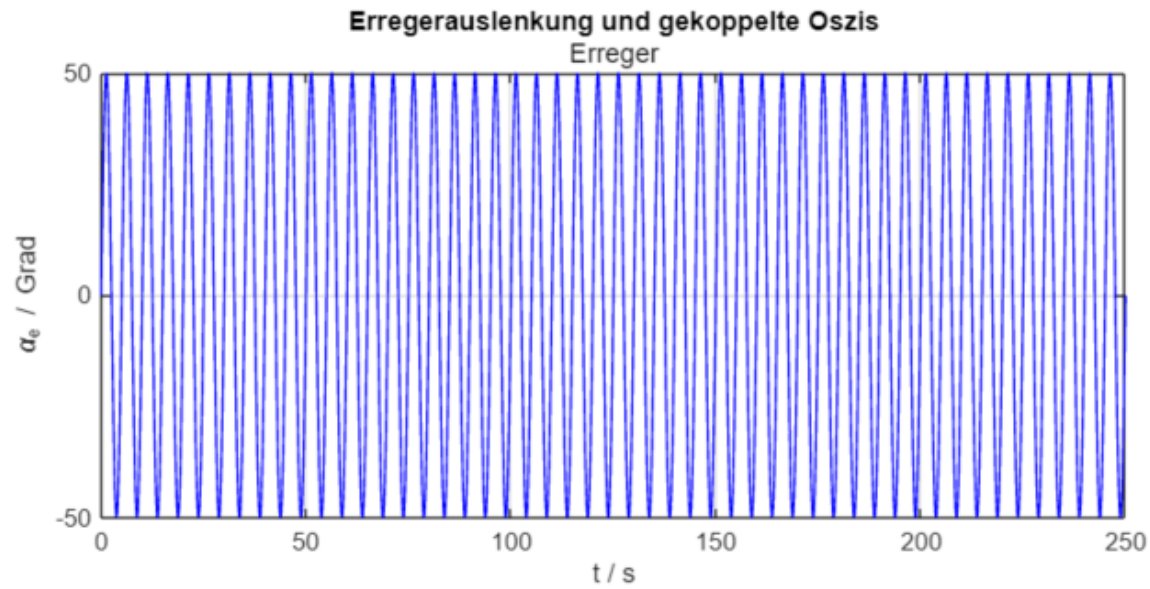


Abb.5 Ungedämpfte Erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse



Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.10 \text{ Nm}$$

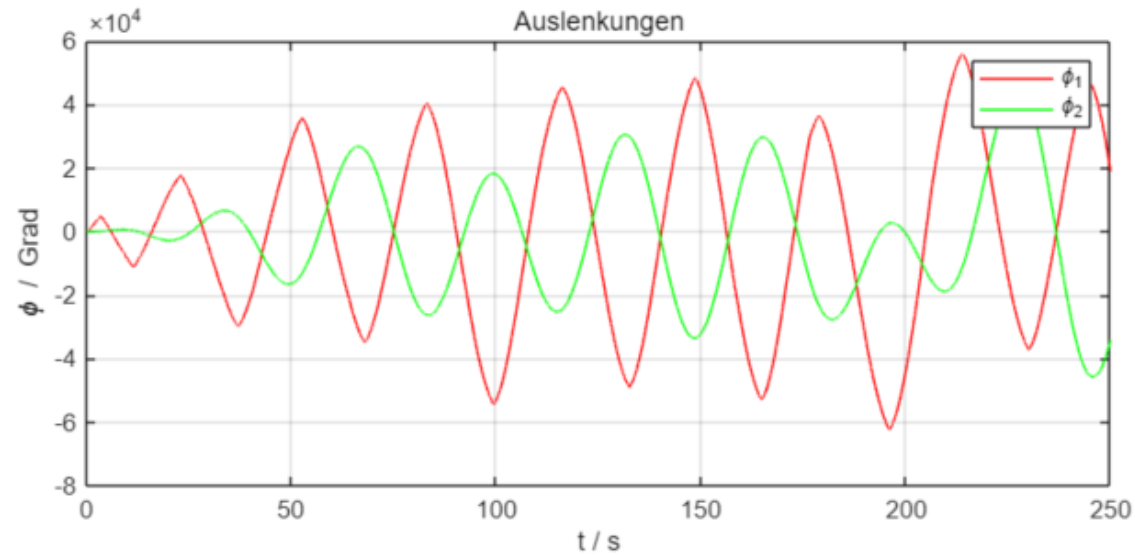
$$b = 0.00 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

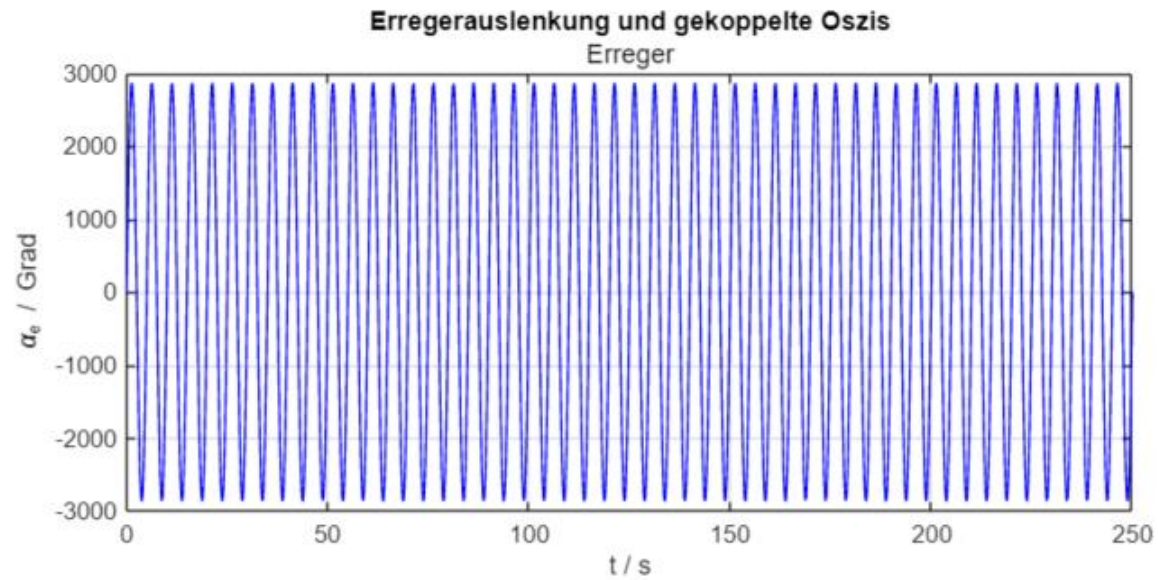
$$m = 1000 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.2 \text{ Hz}$$







Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.10 \text{ Nm}$$

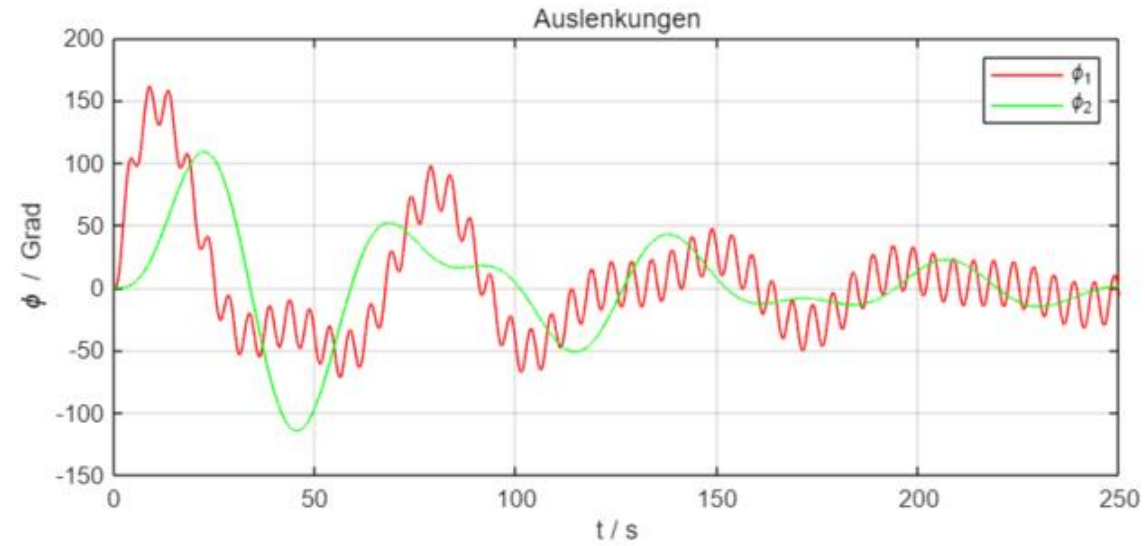
$$b = 0.20 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 0 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.2 \text{ Hz}$$





Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.10 \text{ Nm}$$

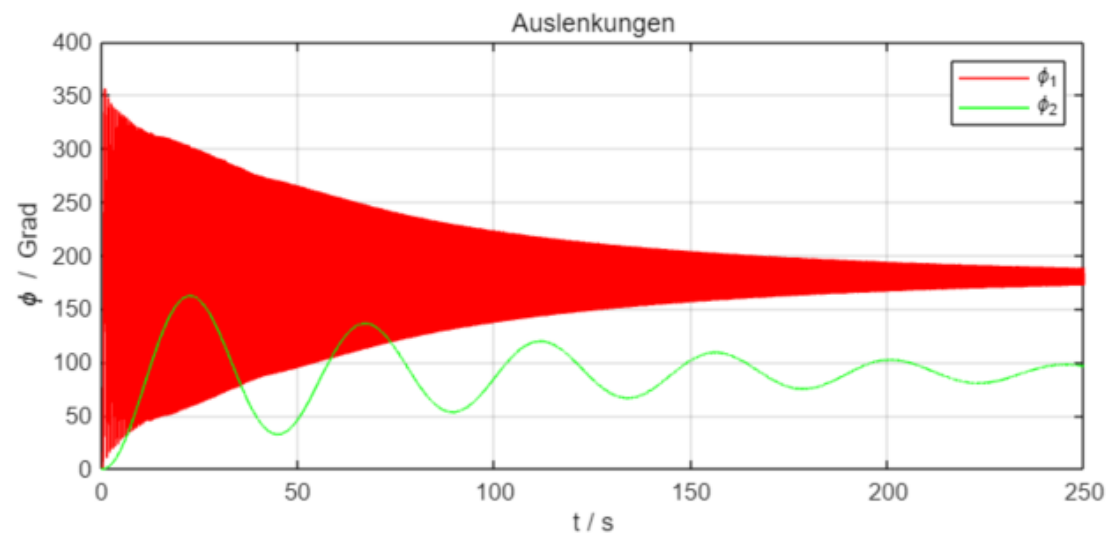
$$b = 0.20 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 1000 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.2 \text{ Hz}$$





Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.00 \text{ Nm}$$

$$b = 1.00 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 50.0^\circ$$

$$m = 1000 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.1 \text{ Hz}$$

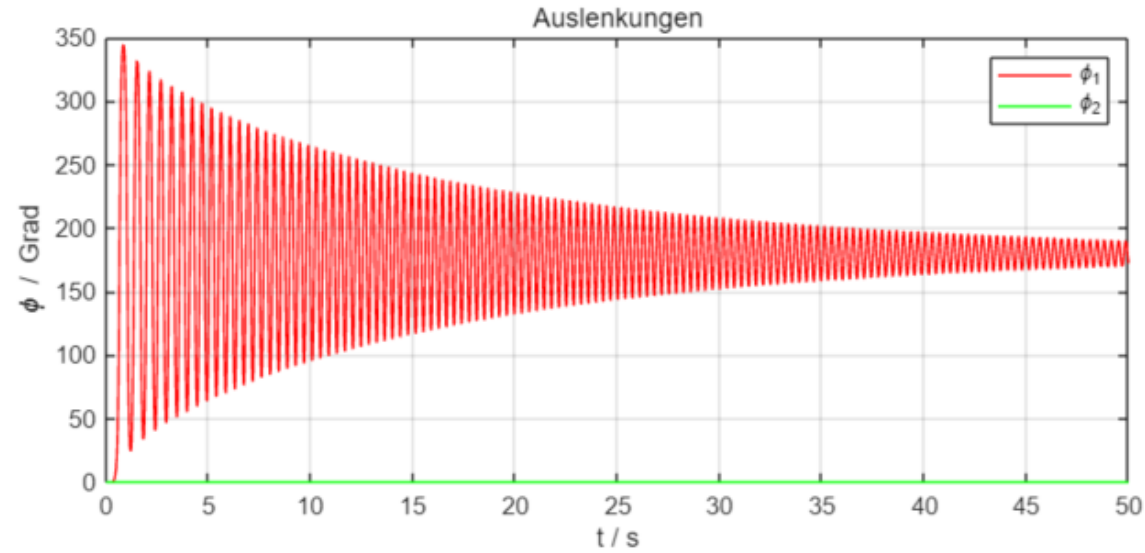


Abb.9 Entkoppelt ( $D^{**} = 0$ )

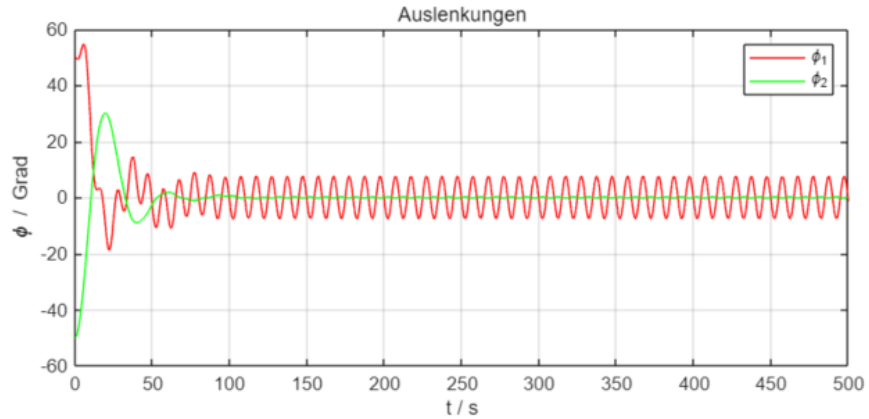
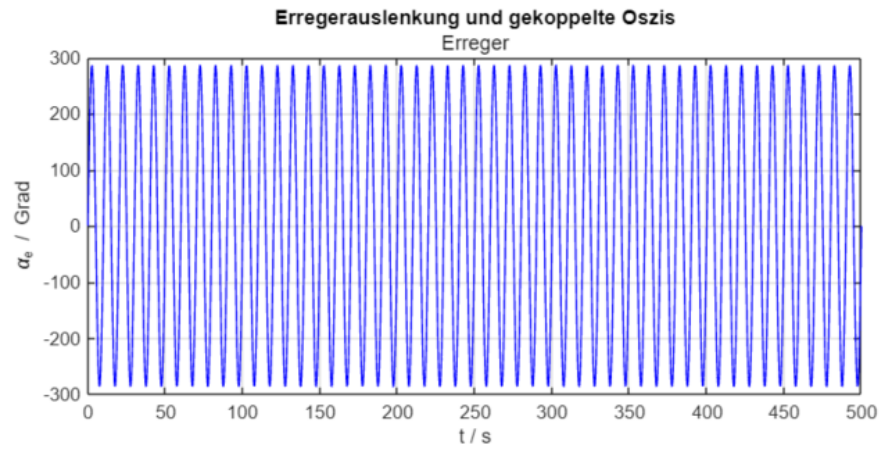


Abb.10a Symmetrische Normalschwindung  
ohne Zusatzmasse

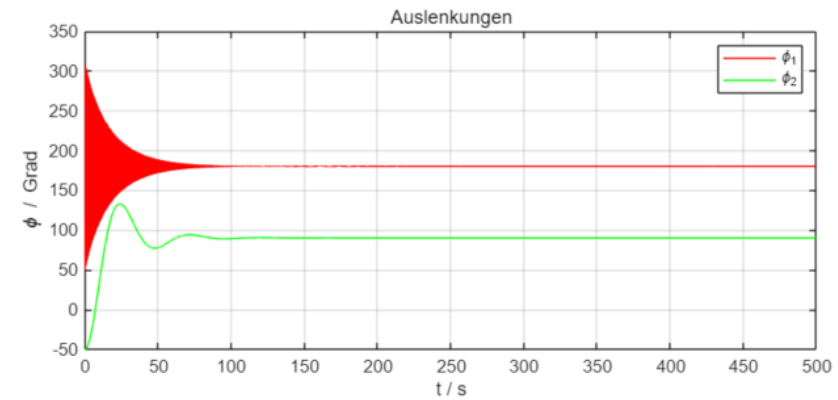
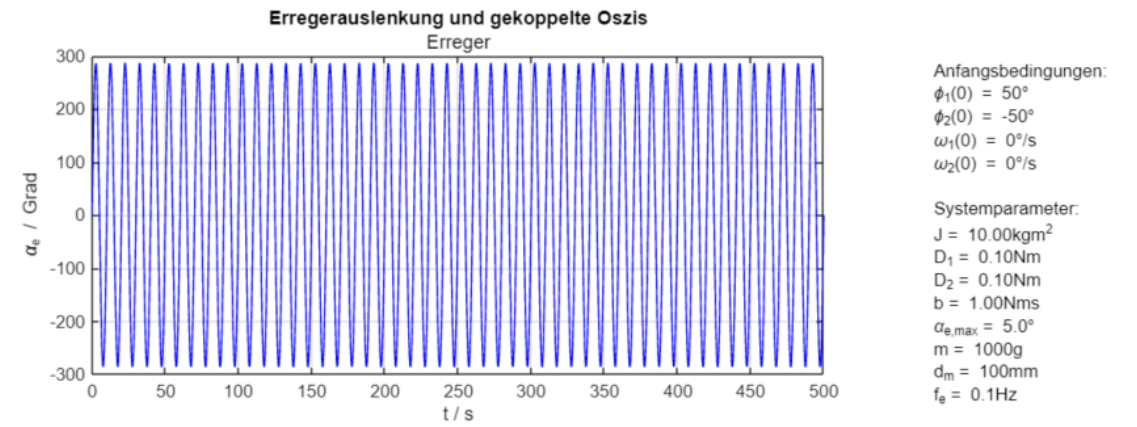
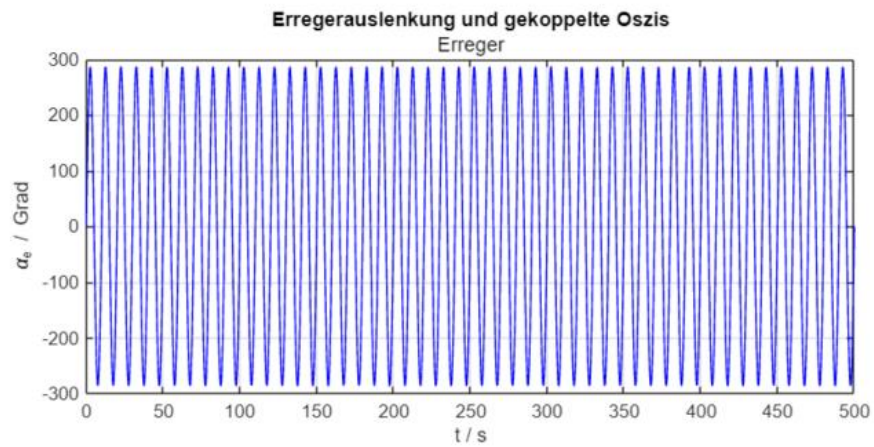


Abb.10b Symmetrische Normalschwindung  
mit Zusatzmasse



Anfangsbedingungen:  
 $\phi_1(0) = 50^\circ$   
 $\phi_2(0) = 50^\circ$   
 $\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$   
 $\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$

Systemparameter:  
 $J = 10.00 \text{ kgm}^2$   
 $D_1 = 0.10 \text{ Nm}$   
 $D_2 = 0.10 \text{ Nm}$   
 $b = 1.00 \text{ Nms}$   
 $\alpha_{e,\text{max}} = 5.0^\circ$   
 $m = 0 \text{ g}$   
 $d_m = 100 \text{ mm}$   
 $f_e = 0.1 \text{ Hz}$

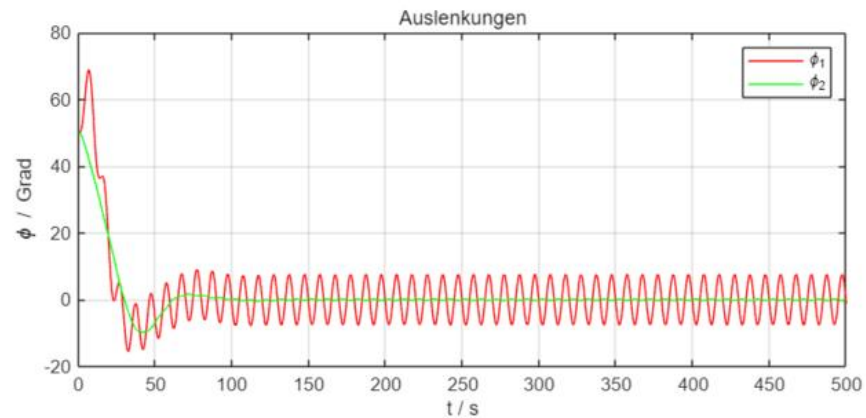
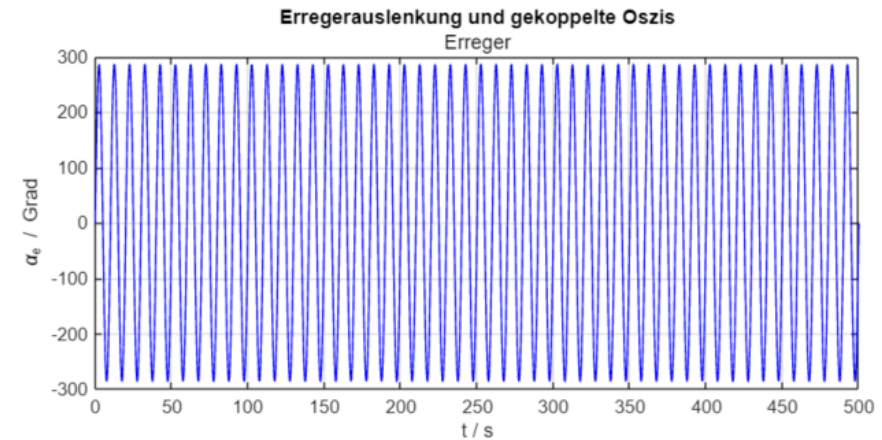


Abb.11a Antisymmetrische Normalschwindung  
ohne Zusatzmasse



Anfangsbedingungen:  
 $\phi_1(0) = 50^\circ$   
 $\phi_2(0) = 50^\circ$   
 $\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$   
 $\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$

Systemparameter:  
 $J = 10.00 \text{ kgm}^2$   
 $D_1 = 0.10 \text{ Nm}$   
 $D_2 = 0.10 \text{ Nm}$   
 $b = 1.00 \text{ Nms}$   
 $\alpha_{e,\text{max}} = 5.0^\circ$   
 $m = 100 \text{ g}$   
 $d_m = 100 \text{ mm}$   
 $f_e = 0.1 \text{ Hz}$

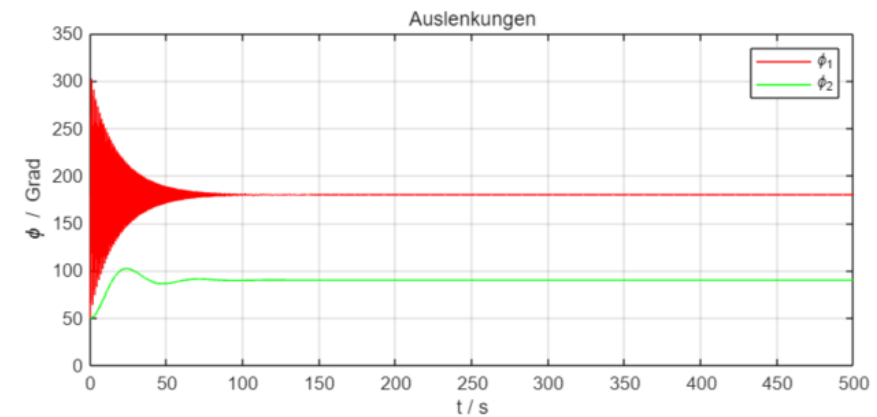
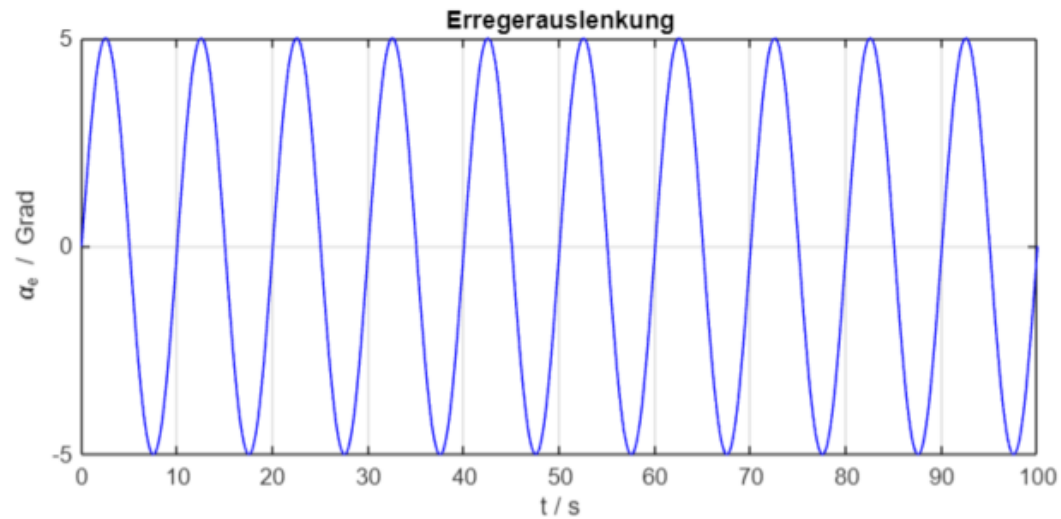


Abb.11b Antisymmetrische Normalschwindung  
mit Zusatzmasse



Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 50^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 10.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.10 \text{ Nm}$$

$$b = 1.000 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 5.00^\circ$$

$$m = 0 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.10 \text{ Hz}$$

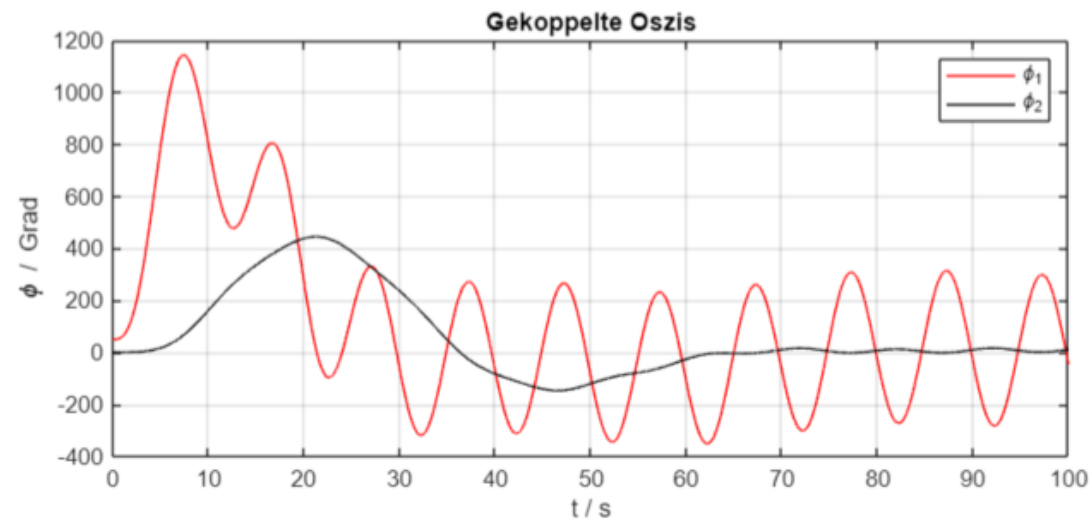
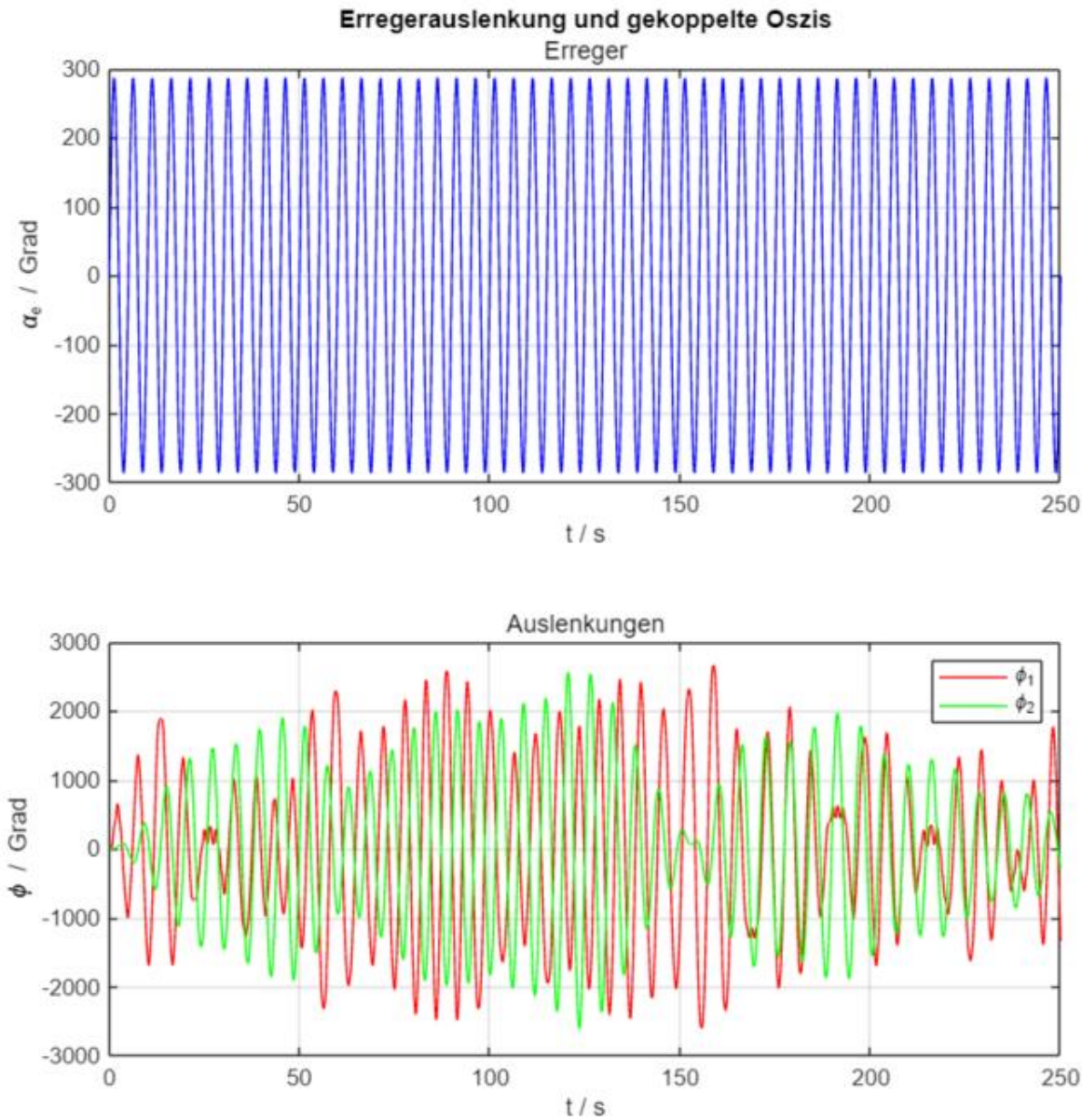


Abb.12 Schwebung ohne Zusatzmasse





## Systemparameter

Trägheitsmoment J [kgm <sup>2</sup> ]	10
Federkonstante 1 D [Nm]	9.81
Federkonstante 2 [Nm]	1
Bremse b [Nms]	0
Erregeramplitude alpha_emax [grad]	5
Masse [g]	1000
Abstand der Masse [mm]	1000
Erregerfrequenz [Hz]	0.2

## Anfangsbedingungen

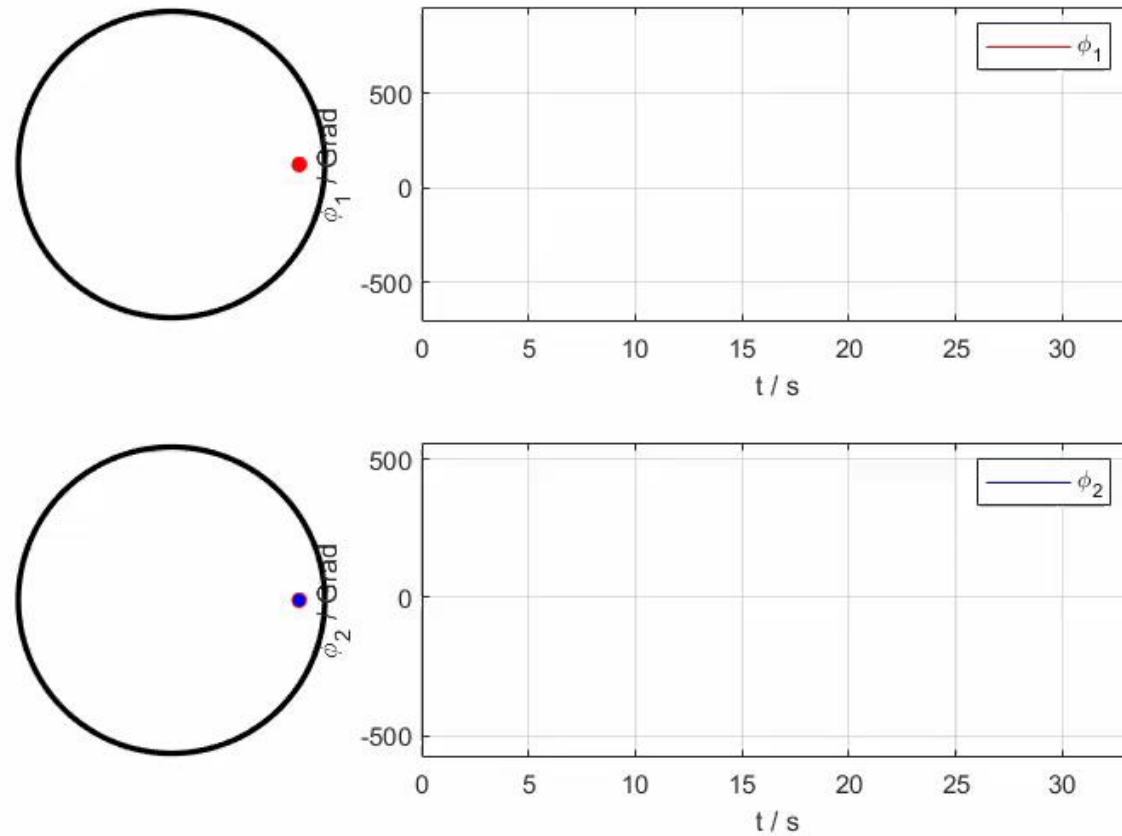
Auslenkungswinkel 1 t=0 [grad]	0
Auslenkungswinkel 2 t=0 [grad]	0
Winkelgeschwindigkeit 1 t=0 [grad/s]	0
Winkelgeschwindigkeit 2 t=0 [grad/s]	0

Abb.12 Chaotisches Verhalten, wenn  $m \cdot r_z \cdot g \sim D^*$

# 4. Programm Vorführung



### 3. ANIMATION



Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0^\circ$$

$$\phi_2(0) = 0^\circ$$

$$\omega_1(0) = 0^\circ/\text{s}$$

$$\omega_2(0) = 0^\circ/\text{s}$$

Systemparameter:

$$J = 1.00 \text{ kgm}^2$$

$$D_1 = 2.00 \text{ Nm}$$

$$D_2 = 0.50 \text{ Nm}$$

$$b = 0.050 \text{ Nms}$$

$$\alpha_{e,\text{max}} = 5.00^\circ$$

$$m = 1000 \text{ g}$$

$$d_m = 100 \text{ mm}$$

$$f_e = 0.60 \text{ Hz}$$

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!  
Fragen?

## 5. QUELLEN

- [1] „Freie und erzwungene Schwingungen eines Drehpendels (Pohl'sches Rad)“ Georg-August-Universität Göttingen: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1237>
- [2] „Gedämpfte und erzwungene Schwingungen“. In: Das Neue Physikalische Grundpraktikum. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006 <https://doi.org/10.1007/3-540-29968-8> 7