Отчет по лабораторной работе №6: Модель ‘Распостронение эпидемии’

дисциплина: Математическое моделирование

Карташова Алиса Семеновна, НФИбд-03-18

Содержание

List of Figures

1 Введение

1.1 Цель работы

Изучить простейшую модель эпидемии. Построить модели 2-х случаев распостранения болезни

1.2 Задачи работы

Выделим основные задачи работы:

```
1. Рассмотреть простейшую модель ипедемии:


        - Изучить модель эпидемии с условием того, что число заболевших н
        - Изучить модель эпидемии с условием того, что число заболевших п


2. Построить модели 2-х случаев распостронения болезни:


              - Если $I(0) \leq I^*$
              - Если $I(0) > I^*$
```

2 Терминология. Условные обозначения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая изолированная популяция, состоящая из N особей подразделяется на три группы:

- Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$.
- Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$.
- Третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, пока число заболевших не превысит критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$ тогда инфицированые способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ происходит по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, и выражается следующей формулой:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} \alpha - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

- α - коэффициент заболеваемости
- β - коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

- $I(0) \leq I^*$
- $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Формулировка задачи:

Вариант 57

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12159$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 169$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 17$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если $I(0) \leq I^*$
2. Если $I(0) > I^*$

3.2 Решение

Коэффиценты:

Коэффициент заболеваемости:

a = 0.01

Коэффициент выздоровления:

b = 0.02

Начальные значения:

Общая численность популяции:

$N = 12159$

Количество инфицированных особей в начальный момент времени:

$I(0) = 169$

Число здоровых людей с иммунитетом к болезни:

$R(0) = 17$

Количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени вычисляется следующей формулой:

$S0 = N - I0 - R0$

Код на Julia:

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.01;
b = 0.02;

N = 12159;
I0 = 169;
R0 = 17;

S0 = N - I0 - R0;

# случай, когда I(0)<=I*, т.е число заболевших не привышает критического
    function sys1(du,u,p,t)
        du[1] = 0
        du[2] = -b*u[2]
        du[3] = b*u[2]
    end
 u0 = [S0, I0, R0]
```

```
 tspan = (0, 200)
 p = ODEProblem(sys1, u0, tspan)
 sol = solve(p, timeseries_steps = 0.01);

plot(sol,
    label = ["S(t)-восприимчивые к болезни особей" "I(t) - инифицированны
    title = "Модель заражания I(0)<=I*",
    titlefontsize = 10)



# случай, когда I(0)>I*, т.е число заболевших привышает критическое значе
# т.е. инфицированные способны заражать восприимчивых
    function sys2(du,u,p,t)
        du[1] = -a*u[1]
        du[2] = a*u[1] - b*u[2]
        du[3] = b*u[2]
    end
 u0 = [S0, I0, R0]
 tspan = (0, 1000)
 p2 = ODEProblem(sys2, u0, tspan)
 sol2 = solve(p2, timeseries_steps = 0.01);

plot(sol2,
    label = ["S(t)-восприимчивые к болезни особей" "I(t) - инифицированны
    title = "Модель заражания I(0)>I*",
    titlefontsize = 10)
```

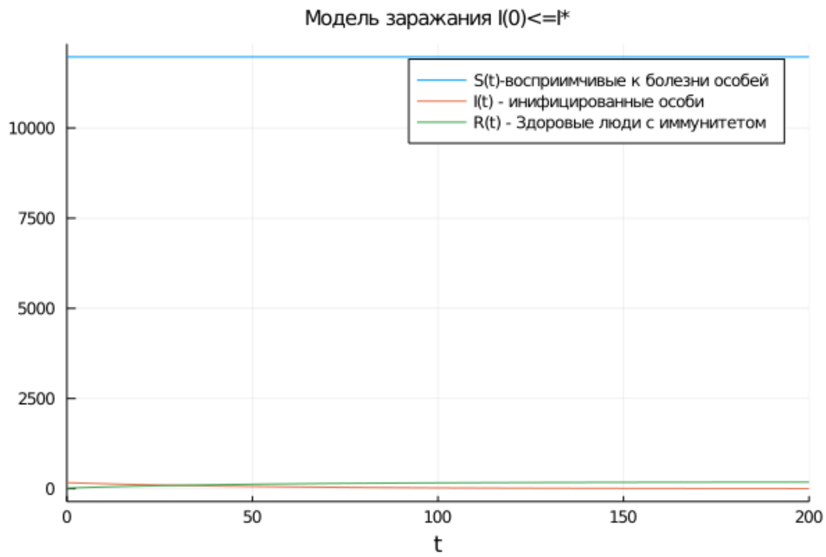

Figure 3.1: Модель заражения №1

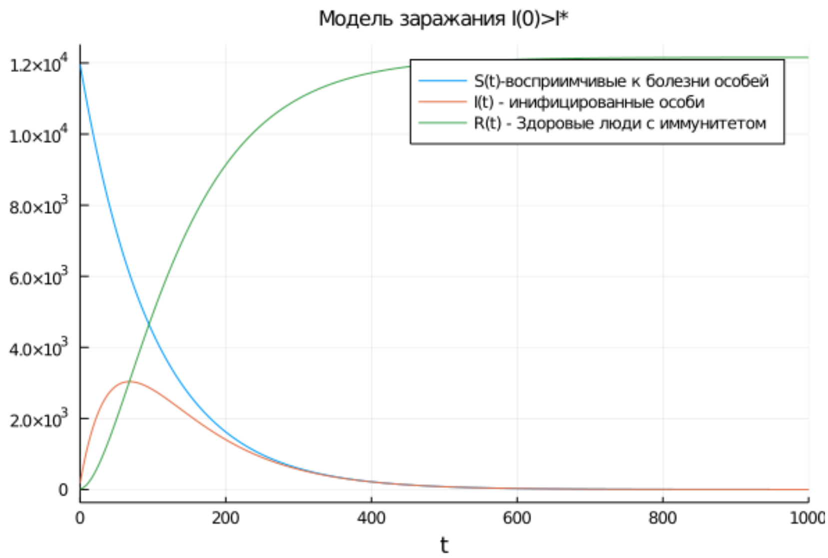

Figure 3.2: Модель заражения №2

4 Выводы

Мы изучили простейшую модель эпидемии и построили модели 2-х случаев распостронения болезни