

Método Axiomático de Arrow y Raymond

La idea básica sobre la que se fundamenta este método, es la conexión entre los problemas de elección multicriterio y la teoría de la elección social. Arrow y Raymond consideran a cada atributo o criterio como un agente social, asumiendo un conjunto de cinco axiomas que debería satisfacer el problema de elección. Sobre la base de dichos cinco axiomas, demuestran que sólo existe un algoritmo de clasificación compatible con los mismos.

El método consiste en el establecimiento de la denominada **matriz de clasificación**, cuyos elementos son los denominados coeficientes de clasificación. Esta matriz tiene por filas y por columnas las alternativas del problema, y sus elementos se corresponden con el número de criterios para los que la alternativa a_i domina a la alternativa a_k . Por ejemplo, si hay cinco alternativas y seis criterios, y la primera domina a la segunda en tres criterios, y empata en uno, c_{ik} tomaría el valor 3.5. Ello supone que los elementos de la matriz de clasificación son complementarios al número de criterios, esto es:

$$c_{ik} + c_{ki} = m, \text{ siendo } m \text{ el número de criterios}$$

Se identifica, entonces, el elemento máximo de cada fila de la matriz, y de cada uno de sus elementos, se elige el menor, de acuerdo con el criterio del maximin (en caso de empate se elegiría arbitrariamente uno de los empatados). La alternativa que corresponda con dicho elemento, pasaría a ser la peor elección, y supondría la eliminación de la fila y la columna correspondiente a dicha alternativa en la matriz de clasificación.

En la nueva matriz, se volvería a realizar el mismo procedimiento del maximin, a fin de determinar la segunda peor elección; se eliminarían la fila y la columna correspondientes, y se continuaría con el proceso hasta que sólo quedara un elemento, que se correspondería con la alternativa mejor clasificada.

NOTA: En cada iteración se vuelve a calcular la matriz de clasificación con las alternativas que quedan.

Ejemplo de resolución

Alternativas	Atributos					
	Rentabilidad (%)	Ventas (millones €)	Empleo (número trabajadores)	Cuota Mercado (%)	Contaminación (Tm. SO ₂)	Competencia (número competidores)
A	8	25	20	10	75	5
B	12	35	17	25	100	7
C	10	40	40	35	125	2
D	15	40	20	20	35	4
E	12	35	15	45	75	6
Pesos (α_j)	0,15	0,25	0,20	0,10	0,20	0,10

La matriz de clasificación sería la siguiente:

Clasificación	A	B	C	D	E
A	—	3	1	0,5	2,5
B	3	—	2	1	2
C	5	4	—	3,5	3
D	5,5	5	2,5	—	5
E	3,5	4	3	1	—

Para cada fila, los máximos elementos son, respectivamente:

3; 3; 5; 5,5; 4

y el menor de ellos es 3. Elijamos arbitrariamente el primero de ellos, y consideremos por tanto «A» como la peor elección (también podría haber sido la «B»). A continuación, eliminamos la fila y la columna correspondientes a esa alternativa, y obtenemos la siguiente matriz reducida:

Clasificación	B	C	D	E
B	—	2	1	2
C	4	—	3,5	3
D	5	2,5	—	5
E	4	3	1	—

Volvemos a elegir los máximos elementos:

2; 4; 5; 4

y el menor de ellos es 2. Consideramos a «B» como la segunda peor alternativa.
Eliminamos la fila y la columna de dicha alternativa:

Clasificación	C	D	E
C	—	3,5	3
D	2,5	—	5
E	3	1	—

Elegimos los máximos elementos:

3,5; 5; 3

y el menor de ellos es 3. Consideramos a «E» como la tercera peor alternativa.
Eliminamos la fila y la columna de dicha alternativa:

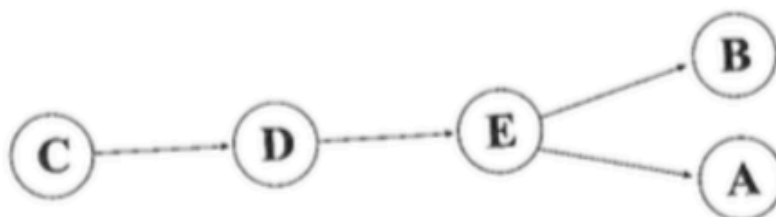
Clasificación	C	D
C	—	3,5
D	2,5	—

Elegimos los máximos elementos:

3,5; 2,5

y el menor de ellos es 2,5. Consideramos a «D» como la cuarta peor alternativa. Con lo que la mejor alternativa será la «C».

De esta manera, podemos obtener la clasificación final de las alternativas:



Este método es interesante para la obtención de la ordenación de las alternativas, pues es muy simple. Sin embargo, hemos de tener en cuenta que no mide en qué medida es intensa la preferencia entre alternativas, según los distintos criterios, asignando a todos un punto o medio punto en caso de empate, y no es lo mismo que la diferencia sea de 10 a 1, que sea de 2 a 1, o incluso menor, lo cual puede provocar situaciones paradójicas.

Ejemplo resuelto con el lenguaje R

```
pej = multicriterio.crea.matrizdecision(
  c(8,25,20,10,-75,-5,
    12,35,17,25,-100,-7,
    10,40,40,35,-125,-2,
    15,40,20,20,-35,-4,
    12,35,15,45,-75,-6), numalternativas = 5, numcriterios = 6)
pej
```

```
##      C1 C2 C3 C4   C5 C6
## a1   8 25 20 10  -75 -5
## a2  12 35 17 25 -100 -7
## a3  10 40 40 35 -125 -2
```

```
sejarrow = multicriterio.metodoaxiomatico.ArrowRaymond(pej)
sejarrow
```

\$pasos

```
##      a1 a2 a3 a4 a5
## a1  NA  3 1.0 0.5 2.5
## a2 3.0 NA 2.0 1.0 2.0
## a3 5.0  4 NA 3.5 3.0
## a4 5.5  5 2.5 NA 5.0
## a5 3.5  4 3.0 1.0 NA
##
## $pasos[[1]]$max.filas
## a1 a2 a3 a4 a5
## 3.0 3.0 5.0 5.5 4.0
##
## $pasos[[1]]$indices.ordenados
## [1] 1 2 5 3 4
##
## $pasos[[1]]$alternativa.sale
## [1] "a1"
##
##
## $pasos[[2]]
## $pasos[[2]]$Mclasificacion
##      a2 a3 a4 a5
## a2 NA 2.0 1.0 2
## a3  4 NA 3.5 3
## a4  5 2.5 NA 5
## a5  4 3.0 1.0 NA
##
## $pasos[[2]]$max.filas
## a2 a3 a4 a5
## 2  4  5  4
##
## $pasos[[2]]$indices.ordenados
## [1] 1 2 4 3
##
## $pasos[[2]]$alternativa.sale
## [1] "a2"
##
## $pasos[[3]]
## $pasos[[3]]$Mclasificacion
##      a3 a4 a5
## a3 NA 3.5 3
## a4 2.5 NA 5
## a5 3.0 1.0 NA
##
## $pasos[[3]]$max.filas
## a3 a4 a5
## 3.5 5.0 3.0
##
## $pasos[[3]]$indices.ordenados
## [1] 3 1 2
##
## $pasos[[3]]$alternativa.sale
##
## [1] "a5"
##
##
## $pasos[[4]]
## $pasos[[4]]$Mclasificacion
##      a3 a4
## a3 NA 3.5
## a4 2.5 NA
##
## $pasos[[4]]$max.filas
## a3 a4
## 3.5 2.5
##
## $pasos[[4]]$indices.ordenados
## [1] 2 1
##
## $pasos[[4]]$alternativa.sale
## [1] "a4"
##
##
## $alternativasordenadas
## [1] "a3" "a4" "a5" "a2" "a1"
Alternativas ordenadas de mejor a peor:
sejarrow$alternativasordenadas
## [1] "a3" "a4" "a5" "a2" "a1"
```

Aplicar el método Axiomático de Arrow y Raymond al siguiente ejercicio con código R

Problema 3.7 (Problema de selección de inversiones) Supongamos el caso de un centro decisor que tiene que ordenar preferencialmente cinco inversiones (alternativas) que denominamos A, B, C, D y E, que se evalúan en base a cinco criterios:

- A_1 : Valor actual neto (VAN),
- A_2 : Tasa interna de rendimiento (TIR),
- A_3 : Nivel de empleo,
- A_4 : Volumen de ventas,
- A_5 : Impacto ambiental.

Todos los criterios son de maximizar, excepto el último que es de minimizar.

El decisor proporciona a cada criterio los siguientes pesos preferenciales: $W = (0.25, 0.25, 0.2, 0.2, 0.2)$.

La matriz de decisión viene recogida en la siguiente tabla:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A	100	15	7	40	50
B	200	25	7	60	200
C	100	20	4	25	25
D	200	30	20	70	350
E	250	25	15	100	500