

**POLITECHNIKA LUBELSKA**

**WYDZIAŁ PODSTAW TECHNIKI**

*Kierunek: MATEMATYKA*



**Praca inżynierska**

Zastosowanie modeli mieszanych w analizie rozwoju pandemii  
wywołanej wirusem Covid-19 na świecie

*The use of mixed-effects models in the analysis of the Covid-19  
pandemic in the world*

*Praca wykonana pod kierunkiem:*  
dra Dariusza Majerka

*Autor:*  
Alicja Hołowiecka  
nr albumu: 89892

**Lublin 2020**



## Spis treści

<b>Wstęp</b> . . . . .	5
<b>Rozdział 1. Teoretyczne podstawy badań własnych</b> . . . . .	7
1.1. Modele liniowe . . . . .	7
1.2. Modele mieszane . . . . .	7
<b>Rozdział 2. Część praktyczna</b> . . . . .	9
2.1. Problemy szczegółowe i cele . . . . .	9
2.1.1. Hipoteza 1 . . . . .	9
2.2. Zbiór danych i jego wstępne przygotowanie . . . . .	9
2.3. Modele . . . . .	9
2.4. Dyskusja wyników . . . . .	9
<b>Podsumowanie i wnioski</b> . . . . .	11
<b>Bibliografia</b> . . . . .	13
<b>Spis rysunków</b> . . . . .	15
<b>Spis tabel</b> . . . . .	17
<b>Załączniki</b> . . . . .	19
<b>Streszczenie (Summary)</b> . . . . .	21



## Wstęp

Bla bla bla koronawirus...



## Rozdział 1

### Teoretyczne podstawy badań własnych

W tej części pracy przedstawimy metody matematyczne, które zostaną użyte w części praktycznej tej pracy. Zgodnie z tematem, będą to głównie modele mieszane.

#### 1.1. Modele liniowe

Na początek przypomnimy podstawowe wiadomości o modelach liniowych.

Model regresji prostej ma postać

$$y = x\beta_1 + \beta_0 + \varepsilon$$

gdzie oszacowania parametrów  $\beta_1$ ,  $\beta_0$  obliczamy następująco:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{Cov(x, y)}{Var(x)},$$
$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \bar{x}\hat{\beta}_1.$$

Model interpretujemy w ten sposób, że jeżeli zmienna  $x$  wzrośnie o 1, to zmienna  $y$  zmieni się o  $\beta_1$ .

#### 1.2. Modele mieszane

W powyżej opisanych modelach liniowych z efektami stałymi zakładamy niezależność kolejnych pomiarów, dlatego nie są to odpowiednie modele, kiedy mamy np. kilka pomiarów dla pojedynczego elementu. W takim przypadku możemy użyć modeli liniowych z efektami mieszanymi (stałymi i losowymi), które krótko nazywamy modelami mieszanymi.

Rozważamy model postaci

$$y = X\beta + Zu + \varepsilon$$

gdzie  $X$  - macierz zmiennych będących efektami stałymi,  $Z$  - macierz zmiennych będących efektami losowymi [1].





## Rozdział 2

### Część praktyczna

#### 2.1. Problemy szczegółowe i cele

##### 2.1.1. Hipoteza 1

Wpływ kraju (efektu losowego) jest większy niż wpływ czasu (czynnika stałego) w modelu mieszanym.

#### 2.2. Zbiór danych i jego wstępne przygotowanie

Zbiór danych pochodzi z witryny internetowej Our World In Data, gdzie dane zostały zebrane z różnych źródeł, m. in. ze Światowej Organizacji Zdrowia (WHO) oraz Europejskiego Centrum ds. Zapobiegania i Kontroli Chorób (ECDC). W zbiorze znajduje się 210 krajów, dane dotyczące terytoriów międzynarodowych oraz łącznie dla całego świata. Mamy ponad 40 kolumn z różnymi parametrami - w dalszej części pracy opiszemy, które zmienne będą przez nas użyte.

W zbiorze znajdowało się wiele braków danych. W przypadku zmiennych takich jak liczba zachorowań, zostały one wypełnione poprzez przepisanie danych z poprzedniego dnia. Dla każdego kraju zostały usunięte dane sprzed rozpoczęcia się epidemii na jego terytorium (`total cases=0`), dni są numerowane kolejnymi liczbami całkowitymi.

#### 2.3. Modele

#### 2.4. Dyskusja wyników



## Podsumowanie i wnioski

Wszyscy umrzemy.



## Bibliografia

- [1] Przemysław Biecek, *Analiza danych z programem R. Modele liniowe z efektami stałymi, losowymi i mieszanymi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Wydanie II, Warszawa 2013



## Spis rysunków





**Spis tabel**



## **Załączniki**

1. Płyta CD z niniejszą pracą w wersji elektronicznej.



## Streszczenie (Summary)

Zastosowanie modeli mieszanych w analizie rozwoju pandemii wywołanej wirusem Covid-19 na świecie

*The use of mixed-effects models in the analysis of the Covid-19 pandemic in the world*