

Открытая командная олимпиада по программированию
Осенний тур 2015
20 октября 2015

A. Alternative result

Автор: Абдикалыков А.К.

Несложно убедиться, что можно получить все значения от 0 до $3n$, кроме $3n - 1$.
Асимптотика: $O(n)$.

B. Boolean

Автор: Абдикалыков А.К.

Необходимо было вывести N -е слово из текста.
Асимптотика: $O(1)$.

C. Car collection

Автор: Баев А.Ж.

Ответом на задачу является:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_i a_j = \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n a_i^2 \right).$$

Асимптотика: $O(n)$.
Замечание: наивное решение не проходит ограничения по времени.

D. Domino

Автор: Баев А.Ж.

Промоделируем падения слева направо и справа налево. Для этого найдем максимальную длину положительной подстроки массива l_i , где $l_i = a_i - a_{i-1} - h_{i-1}$, и максимальную длину положительной подстроки массива r_i , где $r_i = a_i - a_{i+1} - h_{i+1}$. Ответов будет максимум из первого и второго случая.
Асимптотика: $O(n)$.

E. Enlarged triangle

Автор: Баев А.Ж.

Пусть $S(a, b, c)$ — площадь треугольника со сторонами a, b, c . Несложно проверить, что функция $f(m) = S(a + m, b + m, c + m)$ является монотонно возрастающей (при условии, что $m > 0$ и треугольник с данными сторонами существует). Значит, ответ можно найти бинарным поиском по m на отрезке $[0; \sqrt{2S}]$.
Асимптотика: $O(\log S)$.

F. Footprints

Автор: Баев А.Ж.

Обозначим начальную позицию $(0, 0)$. Далее промоделируем шаги (x_i, y_i) . Минимальные размеры лабиринта будут $(\max_{1 \leq i \leq n} x_i - \min_{1 \leq i \leq n} x_i)$ и $(\max_{1 \leq i \leq n} y_i - \min_{1 \leq i \leq n} y_i)$ соответственно.
Асимптотика: $O(N)$.

G. Great divisors

Автор: Абдикалыков А.К.

Максимальный собственный делитель числа n равен n/p_n , где p_n — минимальное простое число, на которое делится n . Последовательность p_n легко построить, используя стандартный алгоритм решета Эратосфена (у всех еще не вычеркнутых чисел вида $p^2 + p \cdot j$ минимальным простым делителем будет p).
Асимптотика: $O(n \log n)$.

Н. Honest gifts

Автор: Баяев А.Ж.

Ясно, что максимальным количеством наборов с общим количеством p синих и q красных карандашей будет (p, q) — наибольший общий делитель p и q . Поэтому достаточно перебрать все числа i от 0 до k и выбрать максимум из $\gcd(a - i, b - (k - i))$.

Асимптотика: $O(k \log \max(a, b))$.

I. Inner subset

Автор: Баяев А.Ж.

Необходимо посчитать количество способов выбрать подпоследовательность так, чтобы сумма чисел была кратна k . Обозначим $d[i][r]$ — количество подпоследовательностей из первых i элементов, которые в сумму дают остаток r при делении на k . Каждое такое подмножество можно получить, либо добавив $a[i]$ элемент к подмножествам множества из первых $i - 1$ с остатком суммы равным $(r - a[i]) \bmod k$, либо не добавляя $a[i]$ элемент:

$$d[i][r] = d[i - 1][r] + d[i - 1][(r - a[i]) \bmod k].$$

Инициализировать динамику можно $d[0][0] = 1$ и $d[0][r] = 0$ при r от 1 до $k - 1$.

Асимптотика: $O(nk)$.

Замечание: не стоит забывать производить каждое сложение по модулю $10^9 + 7$, иначе произойдет переполнение ответа.