

Вступительный экзамен по математике — 2016

Вариант 2

1. Сколько различных решений имеет уравнение

$$9x^2 + 4x + 9 = \sqrt{77} \cdot (1 - x^2)?$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 6, \\ x^3 - y^3 = 342. \end{cases}.$$

3. Дана квадратная таблица 8×8 клеток (8 строк, 8 столбцов). В каждой клетке таблицы стоит число. Известно, что при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку, расположенную ниже, число уменьшается на 2, а при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку справа число увеличивается на 3. Сумма всех чисел в таблице равна 160. Какое число стоит в самой правой клетке верхнего ряда?

4. Решите неравенство

$$\sqrt{31 + 5^{\log_x 3}} \geq 1 + 25^{\log_x \sqrt{3}}.$$

5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} 2x = 6 \cos^2 x - 4 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x.$$

6. В четырехугольнике $ABCD$ сторона AD в $\sqrt{\frac{23}{12}}$ раз длиннее стороны BC и $AB = CD = 1$. Продолжения сторон AB (за точку B) и DC (за точку C) пересекаются в точке K , при этом $BK = 2$, $CK = 3$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

7. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\cos \frac{(4x - 50)\pi}{3x + 7} = 1.$$

8. В правильной треугольной пирамиде радиус вписанного шара в 3 раза короче высоты и равен $\sqrt{21} + 3$. Найдите радиус шара, который касается всех ребер пирамиды.