

Вступительный экзамен по математике — 2016

*Вариант 1*

1. Сколько различных решений имеет уравнение

$$7x^2 + 6x + 7 = 2\sqrt{10} \cdot (x^2 - 1)?$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^3 - y^3 = 335. \end{cases}.$$

3. Дана квадратная таблица  $10 \times 10$  клеток (10 строк, 10 столбцов). В каждой клетке таблицы стоит число. Известно, что при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку, расположенную ниже, число увеличивается на 4, а при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку справа число уменьшается на 1. Сумма всех чисел в таблице равна 250. Какое число стоит в самой левой клетке нижнего ряда?

4. Решите неравенство

$$\sqrt{7 + 2^{\log_x 5}} \geq 1 + 4^{\log_x \sqrt{5}}.$$

5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} 2x = 9 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x.$$

6. В четырехугольнике  $ABCD$  сторона  $AD$  в  $\sqrt{\frac{19}{4}}$  раз длиннее стороны  $BC$  и  $AB = CD = 2$ . Продолжения сторон  $AB$  (за точку  $B$ ) и  $DC$  (за точку  $C$ ) пересекаются в точке  $K$ , при этом  $BK = 1$ ,  $CK = 2$ . Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ .

7. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\cos \frac{(10x - 48)\pi}{3x + 5} = 1.$$

8. В правильной треугольной пирамиде радиус вписанного шара в 3 раза короче высоты и равен  $7 + \sqrt{21}$ . Найдите радиус шара, который касается всех ребер пирамиды.