

Вступительный экзамен по математике — 2013

Вариант 2

1. Докажите, что число

$$\left(\sqrt[3]{4} - \sqrt[6]{2}\right)^3 \cdot (20 + 14\sqrt{2})$$

является целым и найдите это целое число.

2. Решите неравенство

$$\frac{11 \cdot |x + 3| - 6}{6 \cdot |x + 3| + 5} < 1.$$

3. Решите уравнение

$$\cos(11x - \pi) = 4 + 7 \sin \frac{\pi - 11x}{2}.$$

4. В возрастающей арифметической прогрессии произведение шестого и седьмого членов на 44 больше, чем произведение четвертого и восьмого членов, и на 104 больше, чем произведение второго и девятого членов. Чему равна сумма первых 23 членов этой прогрессии?

5. Решите неравенство

$$(6 - 2x) \cdot \log_{3x-6} \sqrt{3} \leq 1.$$

6. В трапеции $ABCD$ длина боковой стороны CD равна 6. Через точки A, B, C проходит окружность, пересекающая основание трапеции AD в точке F . Длина отрезка BF равна $6\sqrt{2}$. Угол AFB равен 45° . Найдите длину основания AD .

7. Произведение двух натуральных чисел уменьшили на 25. Результат разделили на сумму исходных натуральных чисел с остатком. В частном получили 4, а в остатке 50. Найдите исходные натуральные числа.

8. Квадрат $ABCD$ со стороной 6 см является основанием двух пирамид $MABCD$ и $NABCD$, причем MA и NC — высоты этих пирамид и точки M, N лежат по одну сторону от плоскости $ABCD$. Сумма длин высот MA и NC равна 8 см, а объем общей части пирамид равен 18 см^3 . Найдите отношение высот MA и NC .