

Вступительный экзамен по математике — 2018

Вариант 1

1. Какое целое число задано выражением  $\frac{\sqrt{8} \cdot (\frac{5}{3} + \frac{1}{5})}{(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}) \cdot \sqrt{32}}$ ?

2. Решить уравнение:

$$\sqrt{10x + 6} = 5x - 9.$$

3. Решить неравенство:

$$\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{x}} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{3-x}}.$$

4. В геометрической прогрессии 50 членов (все положительные). Если просуммировать логарифмы по основанию 2 от каждого члена прогрессии, то получится 1325. Если вычислить сумму логарифмов по основанию 2 только первых 30 членов, то получится 495. Вычислите сумму первых 10 членов прогрессии.

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5 \sin y - 3\sqrt{5} \cos x = 7 - 2 \cos^2 y, \\ \operatorname{tg} x = 2. \end{cases}$$

6. В треугольнике  $ABC$  со сторонами:  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $AC = 6$  проведены высоты  $AH_1$ ,  $BH_2$ ,  $CH_3$ . Найдите отношение длин отрезков  $H_1H_3 : H_2H_3$ .

7. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$|(2 - a)x - a| = (2 - a)(x + 1)^2 + 2ax - 2x + 2a$$

имеет ровно одно решение.

8. В треугольной пирамиде  $SABC$  длины всех ребер одинаковы. Точка  $M$  в пространстве такова, что  $MA = MB = MC = \sqrt{3}$  см и прямая  $AM$  пересекается с высотой треугольника  $SBC$ , опущенной из вершины  $B$ . Найдите объем пирамиды  $SABC$ .