

Вступительный экзамен по математике — 2018

Вариант 2

1. Какое целое число задано выражением $\frac{\sqrt{48} \cdot (\frac{4}{3} - \frac{1}{7})}{(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}) \cdot \sqrt{12}}$?

2. Решить уравнение:

$$\sqrt{14 - 5x} = 5x - 8.$$

3. Решить неравенство:

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2-x}} \leq \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{3}{x}}.$$

4. В геометрической прогрессии 40 членов (все положительные). Если просуммировать логарифмы по основанию 2 от каждого члена прогрессии, то получится 900. Если вычислить сумму логарифмов по основанию 2 только первых 20 членов, то получится 250. Вычислите сумму первых 10 членов прогрессии.

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3 \cos y - 4\sqrt{10} \cos x = 4 - 2 \sin^2 y, \\ \operatorname{tg} x = 3. \end{cases}$$

6. В треугольнике ABC со сторонами: $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 7$ проведены высоты AH_1 , BH_2 , CH_3 . Найдите отношение длин отрезков $H_1H_3 : H_2H_3$.

7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|(1-a)x - 2a| = (1-a)(x+2)^2 + 2ax + 4a + 2$$

имеет ровно одно решение.

8. В треугольной пирамиде $SABC$ длины всех ребер одинаковы. Точка M в пространстве такова, что $MA = MB = MC = 3$ см и прямая AM пересекается с высотой треугольника SBC , опущенной из вершины B . Найдите объем пирамиды $SABC$.