

Открытая студенческая олимпиада по математике  
Казахстанского филиала МГУ  
для непрофильных специальностей  
8 декабря 2018

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2019 & 2018 & 2018 \\ 2018 & 2019 & 2018 \\ 2018 & 2018 & 2019 \end{vmatrix}$$

2. Найдите все натуральные числа  $n$ , представимые в виде

$$n = x^y + y^z + z^x,$$

где  $x, y, z$  — натуральные числа.

3. Вычислите

$$\sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \dots}}}}$$

4. Вычислите интеграл

$$\int_{-2018}^{2018} (e^{\sin x} - e^{-\sin x}) (e^{\cos x} - e^{-\cos x}) dx$$

5. Разрежьте правильный шестиугольник:

- (а) на 8 равных трапеций;
- (б) на 6 равных трапеций.

6. Два города находятся на одной параллели Земли. Расстояние между ними по этой параллели равно четверти длины этой параллели, а кратчайшее расстояние по поверхности равно  $\frac{1}{6}$  длины экватора. Вычислите, какую часть от экватора составляет расстояние от первого города до экватора. Землю считать идеальным шаром.

7. Совокупный ожидаемый приведенный доход индивида рассчитывается по формуле

$$I = \int_0^{+\infty} k \cdot t \cdot e^{-rt} dt,$$

где  $k \cdot t$  — ставка дохода индивида в момент времени  $t$  ( $k > 0$  — коэффициент),  $r$  — ставка дисконтирования. Найдите зависимость коэффициента  $k(r)$  от ставки дисконтирования  $r$ , который обеспечивает совокупный ожидаемый приведенный доход индивида  $I$  равным 1. Нарисуйте график зависимости  $k(r)$ .