

Вступительный экзамен по математике — 2011

Вариант 2

1. Какие из чисел $2, -\frac{2}{3}, \sqrt{5}+3, \sqrt{5}-3$ являются корнями уравнения

$$3x^3 = 16x^2 - 8?$$

2. Представьте число $\sqrt{39}$ в виде десятичной дроби с точностью до 0,1.

3. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) + \sin(\pi - 3x) = \sin 3x - \cos x.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 8^x \cdot 64^y = 128, \\ \sqrt{12y - 7} = x. \end{cases}$$

5. В арифметической прогрессии 26 членов, и разность этой прогрессии равна 15. Сумма всех членов прогрессии в 5 раз больше, чем сумма членов, стоящих на нечетных местах. Найдите первый член этой прогрессии.

6. В трапеции, описанной около окружности радиуса 6, разность длин боковых сторон равна 4, а длина средней линии равна 15. Найдите длины сторон трапеции.

7. Решите неравенство

$$\frac{\log_3(x-3) \cdot \log_4(x-4)}{x-5} \leq \frac{\log_4(x-3) \cdot \log_3(x-4)}{x-6}.$$

8. В пирамиде $ABCD$: $AB = 1, AC = 3, AD = 4, BC = \sqrt{10}, BD = \sqrt{17}, CD = 5$. Найдите радиус шара, вписанного в пирамиду $ABCD$.