

Открытая олимпиада по программированию  
Осенний тур 2017  
28 октября 2017

**A. Appetizing problem**

Автор: Баяев А.Ж.

Ответ:

$$4T + D + \left\lfloor \frac{N_1}{100} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{N_2}{100} \right\rfloor - 2.$$

Асимптотика —  $O(1)$ .

**B. Bekarys' problem**

Автор: Абдикалыков А.К.

Если  $n < 20$ , то найти  $n!$  явно и выделить его четвёртую цифру справа. Если  $n \geq 20$ , то ничего считать не надо — ответ будет заведомо 0.

Асимптотика —  $O(1)$ .

**C. Car showroom problem**

Автор: Абдикалыков А.К.

Найти количество строк из строчных латинских букв длины  $n$ , не содержащих подстроки «aa». Нетрудно вывести (рассматривая, например, отдельно строки, оканчивающиеся на 'a' и оканчивающиеся не на 'a') рекуррентную формулу

$$a_n = (p - 1)(a_{n-1} + a_{n-2}).$$

Здесь  $a_n$  — ответ на задачу при заданном  $n$ . Чтобы его найти, надо использовать эту формулу, положив  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 26$ .

Асимптотика —  $O(n)$ .

**D. Dice problem**

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, через какое минимальное число перекачиваний по доске можно изменить состояние кубика с  $(1, 1, \text{RED\_DOWN})$  на  $(1, 1, \text{RED\_UP})$ . Используем обход в ширину для специального графа: его вершинами будут тройки  $(i, j, \text{state})$ , где  $(i, j)$  — позиция кубика,  $\text{state}$  — одно из шести его положений:  $\text{RED\_UP}$ ,  $\text{RED\_DOWN}$ ,  $\text{RED\_LEFT}$ ,  $\text{RED\_RIGHT}$ ,  $\text{RED\_FRONT}$ ,  $\text{RED\_BACK}$ .

То есть необходимо для каждого из 6 положений красной грани определить положение после каждого из 4 видов перекачиваний: итого 24 перехода. Например, при перекачивании вниз из положения  $(i, j, \text{RED\_UP})$ , получаем положение  $(i + 1, j, \text{RED\_FRONT})$ . Они будут соединены ребром. При этом надо учитывать, что некоторые клетки недостижимы.

Асимптотика —  $O(mn)$ .

**E. Easy problem**

Автор: Баяев А.Ж.

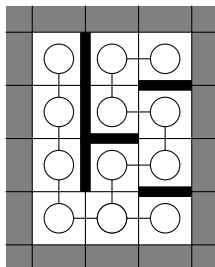
Найти количество таких пар  $(i, j)$ , что  $1 \leq i < j \leq n$  и  $L \leq \frac{a_i + a_j}{2} \leq R$ . Отсортируем числа  $a_1, \dots, a_n$ , затем для каждого  $a_i$  с помощью бинарного поиска найдём минимальный индекс  $p_i$  такой, что  $a_{p_i} \geq 2L - a_i$  и максимальный индекс  $q_i$  такой, что  $a_{q_i} \leq 2R - a_i$ . Просуммировав все  $(q_i - p_i + 1)$ , получим ответ.

Асимптотика —  $O(n \cdot \log n)$ .

## F. Flat problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, какое максимальное количество стен можно поставить в фигуре из клеток, чтобы она оставалась связной.



Сопоставим полученной клеточной области граф, вершины которого соответствуют клеткам, а две вершины соединены ребром только в том случае, если соответствующие клетки имеют общую сторону. Нетрудно видеть, что теперь задача сводится к следующему вопросу: какое максимальное количество рёбер можно удалить из графа, чтобы он оставался связным? Ясно, что останется дерево, то есть ответом будет число  $E - V + 1$ . Ограничения позволяют посчитать количество всех свободных клеток и количество соседних пар на булевой таблице размера  $2001 \times 2001$ . Асимптотика —  $O(L^2)$ .

## G. Golden problem

Автор: Баев А.Ж.

Для каждого запроса определить, сколько не палиндромов, дающих в квадрате палиндром, находится на сегменте  $[L, R]$ . Таких чисел до  $10^9$  всего 24:

1 : 26	2 : 264	3 : 307
4 : 836	5 : 2285	6 : 2636
7 : 22865	8 : 24846	9 : 30693
10 : 798644	11 : 1042151	12 : 1109111
13 : 1270869	14 : 2012748	15 : 2294675
16 : 3069307	17 : 11129361	18 : 12028229
19 : 12866669	20 : 30001253	21 : 64030648
22 : 110091011	23 : 111091111	24 : 306930693

Достаточно было их предпросчитать во вспомогательной программе, а затем перебирать для каждого запроса. Простейший наивный генератор вычисляет все 24 числа за 3 минуты. Асимптотика —  $O(M)$ .

## H. Honey cake problem

Автор: Баев А.Ж.

Определить, чередуются ли в данном многоугольнике выпуклые углы с невыпуклыми. Нужно было вычислить все ориентированные площади вида  $S_i = S_{A_i A_{i+1} A_{i+2}}$ . Многоугольник будет удовлетворять условию, только если  $S_i$  чередуются знаками и количество вершин чётное. Асимптотика —  $O(M)$ .

## I. Is that even a problem?

Автор: Абдикалыков А.К.

Подсказка: мама — первое слово у детей, абырвалг — первое слово Шарикова, Поехали! — первое слово Гагарина перед полетом в космос.

Поставив вместе все первые слова из текстов остальных задач, вы получите выражение

Дважды А да куб В плюс квадрат С,

то есть, ответ

$$ans = 2A + B^3 + C^2.$$

Асимптотика —  $O(1)$ .