

Вступительный экзамен по математике — 2012

*Вариант 1*

1. Определите, какие из чисел являются целыми, и вычислите эти целые числа:

а)  $\frac{19}{7} + \frac{7}{5} - \frac{4}{35}$ ;

б)  $\sqrt{22} \cdot \sqrt{33} \cdot \sqrt{6}$ ;

в)  $\frac{2,9\cdot3,4}{4,93}$ .

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 + 24} = 6 - x^2.$$

3. Решите уравнение

$$\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 |\cos x + \sin x| = \frac{\pi^2}{4} (\cos x + \sin x).$$

4. В арифметической прогрессии десятый член больше пятого члена на 15 и больше второго члена в 13 раз. Найдите сумму всех членов этой прогрессии, начиная с сотого члена и заканчивая двухсотым.

5. Решите неравенство

$$\log_7 x \leq 5 + 2 \log_{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{7}\right).$$

6. В выпуклом шестиугольнике все углы равны  $120^\circ$  и четыре последовательные стороны имеют длины 2, 3, 3, 4. Найдите площадь шестиугольника.

7. Найдите все значения, которые принимает функция

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{3x^2 - x + 1}.$$

8. Кусок сыра в форме правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$  ( $S$  — вершина пирамиды) разрезали одним плоским разрезом, который проходит через ребро  $AB$  и делит ребро  $SC$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $S$ . Найдите отношение объемов полученных кусков сыра.