Вступительный экзамен по математике — 2016

Вариант 1

1. Сколько различных решений имеет уравнение

$$7x^2 + 6x + 7 = 2\sqrt{10} \cdot (x^2 - 1)$$
?

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^3 - y^3 = 335. \end{cases}$$

- 3. Дана квадратная таблица 10×10 клеток (10 строк, 10 столбцов). В каждой клетке таблицы стоит число. Известно, что при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку, расположенную ниже, число увеличивается на 4, а при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку справа число уменьшается на 1. Сумма всех чисел в таблице равна 250. Какое число стоит в самой левой клетке нижнего ряда?
 - 4. Решите неравенство

$$\sqrt{7 + 2^{\log_x 5}} \geqslant 1 + 4^{\log_x \sqrt{5}}$$

5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} 2x = 9\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x.$$

- 6. В четырехугольнике ABCD сторона AD в $\sqrt{\frac{19}{4}}$ раз длиннее стороны BC и AB=CD=2. Продолжения сторон AB (за точку B) и DC (за точку C) пересекаются в точке K, при этом BK=1, CK=2. Найдите площадь четырехугольника ABCD.
 - 7. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\cos\frac{(10x - 48)\pi}{3x + 5} = 1.$$

8. В правильной треугольной пирамиде радиус вписанного шара в 3 раза короче высоты и равен $7+\sqrt{21}$. Найдите радиус шара, который касается всех ребер пирамиды.