Вступительный экзамен по математике

2017

1 вариант

1. Найдите все целые числа, которые лежат между числами $\sqrt{3}\cdot\sqrt{85}$ и $\frac{14-1{,}7}{3-2{,}3}$.

2. Решите уравнение $|x^2-14x+48| = 14x-42-x^2$.

3. В 9 коробках с номерами от 1 до 9 лежат только красные и синие шары. Число красных шаров во второй коробке в $\frac{7}{6}$ раз больше, чем в первой. Количества красных шаров в коробках образуют арифметическую прогрессию, а количества синих шаров в коробках образуют геометрическую прогрессию (в пордяке номеров коробок). Количество синих шаров в первой коробке составляет 25%, а в третьей — 50% от числа всех шаров в данной коробке. Найти отношение общего числа синих шаров к общему числу красных шаров.

4. Решите уравнение $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^{\log_y x} = \frac{y^2}{x}, \\ (\log_3 x^2)\cdot\log_x\left(2x-\frac{3}{y}\right) = 4 \end{cases}$$

6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle B = \angle C = 60^\circ$, $AD = 21$, $BC = 40$. Окружность с центром на стороне BC касается сторон AB, AD и CD. Найдите длины сторон AB и CD.

7. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $13+\sin^2 x > 3a^2-a+(4a-5)\cos x$ выполняется для всех x.

8. В правильную четырехугольную пирамиду $SABCD$ (S — вершина пирамиды) вписан шар. Через центр шара и ребро AB проведена плоскость, которая в пересечении с пирамидой дает четырехугольник $ABMN$. Объемы пирамид $SABMN$ и $SABCD$ относятся как 5 : 9. Найдите косинус двугранного угла между боковой гранью и основанием исходной пирамиды.