

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Казахстанский филиал

**Студенческие олимпиады по программированию
Казахстанского филиала МГУ.
Задачи и указания.
2013–2018 гг.**

Астана
2018

УДК
ББК
Л

Рецензент:

кандидат физико–математических наук, доцент кафедры математики и информатики Казахстанского филиала МГУ имени М. В. Ломоносова
Нетесов В. В.

Авторы:

преподаватели Казахстанского филиал МГУ имени М. В. Ломоносова
Абдикалыков А. К., Баев А. Ж.

TeX–верстка:

Баев А. Ж.

В настоящем сборнике представлены 113 задач с указаниями, которые предлагались на 13 студенческих олимпиадах по программированию Казахстанского филиала МГУ имени М.В.Ломоносова за период с 2013 по 2018 год.

Сборник адресован всем интересующимся олимпиадным движением.

ISBN

Предисловие

Традиция ежегодных студенческих олимпиад Казахстанского филиала МГУ по программированию зародилась со дня открытия филиала в 2001 году. Олимпиады проводились один раз в год в декабре при непосредственном участии доцента кафедры математики и информатики Казахстанского филиала МГУ Нетесова Виктора Викторовича и удаленном участии доцента кафедры системного программирования факультета ВМК Чернова Александра Владимировича, который является автором известной системы для проведения олимпиад по программированию ejudge.

С 2013-2014 учебного года олимпиада разделилась на весенний и осенний тур с командным участием, а в 2015-2016 учебном году добавился индивидуальный тур с индивидуальным участием. С 2015 года олимпиада проводится с онлайн-версией, что позволяет принять участие в олимпиаде участникам из других городов, в частности студентам 3-4 курса Казахстанского филиала МГУ, которые обучаются в Москве. За последние годы в олимпиаде принимали участие студенты учебных заведений Казахстана (Астана, Алматы) и городов других стран (Москва, Ташкент).

В данном сборнике содержится 113 задач, которые были предложены на девяти олимпиадах филиала МГУ в период с 2013 по 2018 год. Значительная часть задач была разработана и подготовлена преподавателями Казахстанского филиала МГУ имени М.В. Ломоносова Абдикалыковым Абдикожей Кожанасиридиновичем и Баевым Аленом Жуматаевичем.

Активное участие в подготовке олимпиад принимали и сами студенты. Так, большую помощь в организации олимпиады 2012 года оказал студент четвертого курса ВМК Максимец Илья. Зимний тур 2015 года подготовили студенты второго курса: Камалбеков Тимур, Журавская Александра, Абайұлы Ерулан и Жусупов Али. А зимний тур 2017 года: Аскерғалиев Ануар, Бекмағанбетов Бекарыс и Шарипов Азат.

Авторы выражают благодарность всем студентам, кто принимал участие в олимпиадах филиала.

Директор Казахстанского филиала
А.В.Сидорович

Содержание

1	Предисловие	3
2	Команды Филиала на чемпионате ACM ICPC	6
3	Условия задач и результаты	20
3.1	Зимний тур 2013	20
3.2	Весенний тур 2014	28
3.3	Зимний тур 2014	37
3.4	Весенний тур 2015	47
3.5	Осенний тур 2015	56
3.6	Зимний тур 2015	65
3.7	Весенний тур 2016	73
3.8	Осенний тур 2016	86
3.9	Зимний тур 2016	103
3.10	Весенний тур 2017	109
3.11	Осенний тур 2017	120
3.12	Зимний тур 2017	134
3.13	Весенний тур 2018	145
4	Указания	157
4.1	Зимний тур 2013	157
4.2	Весенний тур 2014	159
4.3	Зимний тур 2014	162
4.4	Весенний тур 2015	167
4.5	Осенний тур 2015	171
4.6	Зимний тур 2015	174
4.7	Весенний тур 2016	176
4.8	Осенний тур 2016	181
4.9	Зимний тур 2016	187
4.10	Весенний тур 2017	189
4.11	Осенний тур 2017	194
4.12	Зимний тур 2017	199
4.13	Весенний тур 2018	202

Команды Филиала на чемпионате ACM ICPC

В текстах задач олимпиад Казахстанского филиала упоминаются студенты, которые активно участвовали в олимпиадном движении филиала в период с 2012 по 2017 год и, в частности, принимали участие в чемпионате мира по программированию ACM ICPC.

Чемпионат мира по программированию проводится в несколько этапов. Четвертьфинал чемпионата мира для команд из Казахстана проводится параллельно в Алматы и Астане в конце октября. Обычно он собирает около 100 команд, представляющих около 30 университетов Казахстана. Около 30 лучших команд (но не более 4 команд из одного университета) приглашаются на следующий этап — полуфинал чемпионата мира.

Команды, отобранные на 16 четвертьфиналах Северо-Восточного Европейского региона, встречаются на полуфинале в начале декабря. Соревнование проводится параллельно на одном и том же наборе задач сразу на четырех площадках: Ташкент (до 2015 года), Алматы (с 2016 года), Барнаул, Тбилиси и Санкт-Петербург. Как правило, это около 240 команд, представляющие 120 ВУЗов данного региона. Около 15 лучших команд (но не более 1 команды из одного университета) приглашаются на финал.

Всего за 6 сезонов с 2012 по 2017 год в четвертьфинале команды представляли филиал 21 раз, из которых 17 раз успешно квалифицировались на полуфинал. Команда филиала принимала участие в полуфинале на трех разных площадках: г. Ташкент в 2012 году, г. Барнаул в 2013 и 2015 годах и г. Алматы в 2016 и в 2017 годах. Лучшим достижением команд филиала на полуфинале является дипломы Средней Азии (г. Ташкент, 2012), Сибири (г. Барнаул, 2015), Северо-Восточного Европейского региона (г. Алматы, 2016).

Команды филиала состоят из студентов, обучающихся по направлениям «Математика» и «Прикладная математика». Многие участники команд филиала знакомятся с олимпиадами по программированию в течении первого года обучения. Уже ко второму курсу они часто выступают на равных с опытными соперниками из других ВУЗов Казахстана.

Условия задач, результаты и материалы четвертьфиналов и полу-

финала чемпионата мира по программированию АСМ ICPC доступны на официальном сайте организатора в лице Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики: <https://neerc.ifmo.ru>.

2012–2013 учебный год

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 6 место из 28 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 22 место из 110 команд.

Полуфинал чемпионата (Средняя Азия). Казахстанский филиал МГУ занял 11 место из 18 ВУЗов Средней Азии, а лучшая команда филиала — 22 место из 47 команд Средней Азии (15 место из 29 среди команд из Казахстана). Данный результат отмечен **дипломом третьей степени среди команд Казахстана**.

Полуфинал чемпионата (СНГ). Казахстанский филиал МГУ занял 92 место из 129 ВУЗов СНГ, а лучшая команда филиала — 153 место из 229 команд. Данный результат отмечен **дипломом третьей степени среди команд Средней Азии**. К слову, команды МГУ заняли 2, 6, 7, 9 и 10 места.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Ташкент
Jusual	Максимец Илья, ВМ-4, Суворова Юлия, ММ-2, Жадигов Дамир, ММ-1.	22 место 4 задачи	22 место 2 задачи



Диплом 3 степени среди команд Казахстана 2012
Команда Jusual (Максимец, Суворова, Жадиков).



Диплом 3 степени среди команд Центральной Азии 2012
Команда Jusual (Максимец, Суворова, Жадиков).

2013–2014 учебный год

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 10 место из 40 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 29 место из 91 команды. Данный результат отмечен **дипломом в номинации «Лучшая гостевая команда на площадке в Астане»**.

Полуфинал чемпионата (Сибирь). Казахстанский филиал МГУ занял 17 место из 29 ВУЗов Сибири, а лучшая команда филиала — 25 место из 44 команд Сибири (17 место из 30 среди команд из Казахстана).

Полуфинал чемпионата (СНГ). Казахстанский филиал МГУ занял 78 место из 117 ВУЗов СНГ, а лучшая команда филиала — 147 место из 228 команд. К слову, команды МГУ заняли 2, 10, 11, 12, 27 места.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Барнаул
Big dipper	Тлеубаев Адиль, ВМ-2, Таранов Денис, ВМ-1, Шокетаева Надира, ММ-1.	29 место 5 задач	25 место 2 задачи
Lord Bendtner Team	Седякин Илья, ВМ-1, Таскынов Ануар, ВМ-1, Васильев Андрей, ВМ-1.	46 место 4 задачи	-



Диплом в номинации «Лучшая гостевая команда на площадке в Астане»
Команда Big dipper (Тлеубаев, Таранов, Шокетаева).

2014–2015 учебный год

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 8 место из 30 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 24 место из 98 команды.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Барнаул
Lord Bendtner Team	Седякин Илья, ВМ-2, Таскынов Ануар, ВМ-2, Вержбицкий Владислав, ВМ-2.	24 место 4 задачи	-
MSU 4	Амир Мирас, ВМ-2 Шабхатов Асылжан, ВМ-2 Токтаганов Адиль, ММ-2	39 место 3 задачи	-
Snowy Cube	Журавская Александра, ВМ-1 Камалбеков Тимур, ВМ-1 Абайулы Ерулан, ВМ-1	42 место 2 задачи	x
Big Dipper	Таранов Денис, ВМ-2 Шокетаева Надира, ММ-2 Жусупов Али, ММ-1	44 место 2 задачи	x

2015–2016 учебный год

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 6 место из 15 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 23 место из 78 команд.

Полуфинал чемпионата (Сибирь). Казахстанский филиал МГУ занял 12 место из 29 ВУЗов Сибири, а лучшая команда филиала — 17 место из 44 команд Сибири (14 место из 16 среди команд из Казахстана).

Полуфинал чемпионата (СНГ). Казахстанский филиал МГУ занял 70 место из 122 ВУЗов СНГ, а лучшая команда филиала — 129 место из 224 команд. Данный результат отмечен дипломом третьей степени среди команд Сибири. К слову, команды МГУ заняли 4, 8, 65 и 68 места.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Барнаул
Snowy Cube	Журавская Александра, ВМ-2 Камалбеков Тимур, ВМ-2 Абайулы Ерулан, ВМ-2	23 место 6 задач	17 место 3 задачи
Big Dipper	Тлеубаев Адиль, ВМ-4, Таранов Денис, ВМ-3, Шокетаева Надира, ММ-3.	25 место 6 задач	-
Lord Bendtner Team	Седякин Илья, ВМ-3, Таскынов Ануар, ВМ-3, Вержбицкий Владислав, ВМ-3	29 место 5 задач	-
Die Perdimus	Жусупов Али, ММ-2 Турганбаев Сатбек, ВМ-2 Омаров Темирхан, ВМ-2	37 место 4 задачи	-



Диплом 3 степени среди команд Сибири 2015
Команда Snowy Cube (Журавская, Камалбеков, Абайулы).

2016–2017 учебный год

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 7 место из 29 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 20 место из 141 команды.

Полуфинал чемпионата (Средняя Азия). Казахстанский филиал МГУ занял 5 место из 16 ВУЗов Средней Азии, а лучшая команда филиала — 9 место из 42 команд Средней Азии (8 место из 28 среди команд из Казахстана).

Полуфинал чемпионата (СНГ). Казахстанский филиал МГУ занял 49 место из 109 ВУЗов СНГ, а лучшая команда филиала — 93 место из 228 команд. Данный результат отмечен **дипломом третьей степени среди команд СНГ**. К слову, команды МГУ заняли 25, 27 и 72 места.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Алматы
Snowy Cube	Журавская Александра, ВМ-3 Камалбеков Тимур, ВМ-3 Абайулы Ерулан, ВМ-3	20 место 4 задачи	9 место 3 задачи
Big Dipper	Тлеубаев Адиль, ВМ-м, Амир Мирас, ВМ-4, Шокетаева Надира, ММ-4.	38 место 3 задачи	-
Lord Bendtner Team	Седякин Илья, ВМ-4, Таскынов Ануар, ВМ-4, Вержбицкий Владислав, ВМ-4	51 место 3 задачи	-
Nerzhul	Болотников Дмитрий, ММ-2 Газизов Куат, ММ-2 Аскергали Ануар, ВМ-1	52 место 3 задачи	-
Esprit	Сеилов Айтмухаммед, ММ-2 Шарипов Азат, ВМ-1 Танкибаев Салима, ВМ-1	53 место 3 задачи	х
Complicate	Коробов Павел, ММ-2 Бекмаганбеков Бекарыс, ММ-1 Кунакбаев Рамазан, ММ-1	69 место 2 задачи	х

Certificate of Achievement



awarded to

**Kazakhstan Branch of Moscow State
University 1**



**Yerulan Abaiuly
Timur Kamalbekov
Alexandra Zhuravskaya
Alen Bayev, coach**

Third Award

ACM ICPC 2015–2016, North-Eastern European Regional Contest
Almaty, December 3–4, 2016


William B. Poucher, Ph. D.
ICPC Executive Director

Диплом 3 степени среди команд Северо-Восточного европейского
региона (СНГ).

Команда Snowy Cube (Журавская, Камалбеков, Абайулы).

2017–2018 учебный год

Одна восьмая чемпионата (Москва). Команда Snowy Cube участвовала в Московской ветке от МГУ. Заняла 40 место из 301 команды (11 место среди 29 команд МГУ). Данный результат отмечен **дипломом победителей одной восьмой финала в г. Москве.**

Четвертьфинал чемпионата (Москва). Команда Snowy Cube заняла 48 место из 87 команды (11 место среди 12 команд МГУ).

Команда	Состав	1/8 Москва	1/4 Москва
Brain Burst	Камалбеков Тимур, ВМК-4 Журавская Александра, ВМК-4 Абайулы Ерулан, ВМК-4	40 место 8 задач	48 место 3 задачи



Certificate of Achievement



ICPC 2017-2018, Northern Eurasia Contests, Moscow Programming Contest
Dolgoprudny, Moscow, Tver, October 8, 2017



Award Winner

Moscow State University

**Yerulan Abaiuly
Timur Kamalbekov
Alexandra Zhuravskaya
Alen Bayev, Coach**


William B. Poucher, Ph. D.
ICPC Executive Director

Диплом победителей среди команд Москвы.
Команда Snowy Cube (Журавская, Камалбеков, Абайулы).

Четвертьфинал чемпионата (Казахстан). Казахстанский филиал МГУ занял 6 место из 14 ВУЗов Казахстана, а лучшая команда филиала — 14 место из 122 команды.

Полуфинал чемпионата (Средняя Азия). Казахстанский филиал МГУ занял 7 место из 45 ВУЗов Средней Азии, а лучшая команда филиала — 10 место из 54 команд Средней Азии (6 место из 34 среди команд из Казахстана).

Полуфинал чемпионата (СНГ). Казахстанский филиал МГУ занял 63 место из 126 ВУЗов СНГ, а лучшая команда филиала — 127 место из 266 команд. К слову, команды МГУ заняли 2, 23, 30 и 40 места.

Команда	Состав	1/4 Астана	1/2 Алматы
Brain Burst	Аскергали Ануар, ВМК-2 Бекмаганбетов Бекарыс, ММ-2 Шарипов Азат, ВМК-2	14 место 7 задач	10 место 3 задачи
MSU 2	Кунакбаев Рамазан, ММ-2 Макатова Батима, ММ-2 Ержанов Жалгас, ВМК-2	25 место 5 задач	-
Murmaider	Вагнер Алан, ВМК-1 Азатов Таир, ВМК-1 Понамарев Валерий, ВМК-1	30 место 4 задачи	-
Witty name	Газизов Куат, ММ-3 Болотников Димитрий, ММ-3 Коробов Павел, ММ-3	32 место 4 задачи	-



Certificate of Achievement



NEERC - Northern Eurasia Finals

Almaty, Barnaul, St. Petersburg, Tbilisi, December 2-3, 2017



Honorable Mention

Kazakhstan Branch of Moscow State University

**Anuar Askergali
Bekarys Bekmaganbetov
Azat Sharipov
Alen Bayev, Coach**


William B. Poucher, Ph. D.
ICPC Executive Director

Похвальная грамота среди команд Северо-Восточного европейского региона (СНГ).

Команда Brain Burst (Аскергалиев, Бекмаганбетов, Шарипов).

Условия задач и результаты

Во всех задачах до 2017 года были использованы ограничения по времени в 1 секунду, по памяти в 64 Мб. На задачи с 2018 года ограничения по времени в 1 секунду, по памяти в 512 Мб. На олимпиадах всегда гарантировалось наличие решения на языках pascal, C и C++, которые укладываются в данные ограничения.

Зимний тур 2013

11 декабря 2013

А. А

Во время разговора между Адилем и Денисом иногда звучит шутка «А ya Denis!». Сколько было шуток в разговоре, если других шуток у них нет?

Ввод.

Строка длиной от 1 до 1000 символов, состоящая из букв английского алфавита 'a'... 'z', 'A'... 'Z', пробелов и 4 видов знаков препинания (,;!?). Ввод оканчивается переносом строки.

Вывод.

Одно неотрицательное число — количество смешных шуток.

Пример.

Ввод	Вывод
A ya Denis! A A ya Denis!	2

В. Beautiful tree

Надира любит природу. Особенно красивые деревья. Красота дерева измеряется количеством листьев этого дерева. Посчитайте красоту дерева.

Ввод.

Два натуральных числа: n — количество вершин графа (от 2 до 100), m — количество ребер графа (от 1 до $\frac{n(n-1)}{2}$). Далее m пар вершин, которые соединены (вершины пронумерованы от 1 до n). Гарантируется, что кратных ребер и петель нет.

Вывод.

Одно натуральное число — красоту дерева, если данный граф является деревом. Иначе выведите 0.

Пример.

Ввод	Вывод
5 4 1 3 2 5 3 4 4 2	2
6 4 1 6 2 4 4 3 6 2	0

C. Cube

Адилъ предложил Надиру и Денису загадать по одному числу от 1 до n независимо друг от друга (причем каждое число с одинаковой вероятностью). Надира никогда не загадывает полные квадраты, а Денис — полные кубы (по словам Дениса, потому что они — «полные»). Какова вероятность того, что они загадают одно и то же число?

Ввод.

Одно целое число n (от 2 до 1000).

Вывод.

Вещественное число (с точностью не менее 6 знаков после запятой) — вероятность того, что они загадали одно и то же число.

Пример.

Ввод	Вывод
3	0.50000000
1000	0.00100280

Комментарий.

Вероятностью случайного события A называется отношение числа n равновероятных элементарных событий, составляющих событие A , к числу всех возможных элементарных событий N : $P(A) = \frac{n}{N}$.

D. Difficult geometry

Адиль любит кататься на круглой лодке (радиуса R) в треугольном бассейне (со сторонами a , b и c). Он всегда находится ровно в центре лодки. Хотя Адиль и очень хорошо плавает, он не хочет перевернуться и упасть в воду. Поэтому он плывет так, чтобы лодка всегда касалась хотя бы одной из стенок бассейна. Так Адиль хочет проплыть вдоль всего периметра бассейна. Посчитайте, какой путь проделает Адиль?

Ввод.

Четыре целых числа: a , b , c (от 1 до 1000) — предполагаемые размеры бассейна, R — радиус лодки (от 1 до 1000).

Вывод.

Вещественное число (с точностью не менее 6 знаков после запятой) — длина пути, который проделает Адиль (центр лодки). Если такого бассейна нет или лодка не помещается в него, то выведите число -1.

Пример.

Ввод	Вывод
6 8 10 1	12.00000000
2 2 2 2	-1
1 2 3 1	-1

Комментарий.

Как это ни удивительно, но размерами Адила можно пренебречь!

Е. Easy number

Адиль опять предложил Надире и Денису загадать по одному числу. Но теперь числа могут быть любые целые (даже отрицательные и нули!). После этого он подсчитал «магическое» число — разность квадратов загаданных чисел и сказал его Вам. Ваша задача - подсчитать сколько различных целых пар чисел (A, B) могли загадать Надира и Денис (то есть сколько пар чисел дадут «магическое» число, равное N).

Ввод.

Одно целое число N (от 1 до 5 000 000) — «магическое» число.

Вывод.

Количество различных пар с «магическим» числом, равным N .

Пример.

Ввод	Вывод
1	2
2	0

Ф. Friends

Денис из поездки решил привезти друзьям магнитики. Он хочет подарить всем друзьям равное число магнитиков. Денис точно не помнит

сколько у него друзей, но точно знает, что их не более n . Какое наименьшее число магнитиков ему надо купить, чтобы он при любом ненулевом количестве друзей смог раздарить все магнитики?

Ввод.

Одно целое число n (от 1 до 22) — максимальное возможное количество друзей.

Вывод.

Одно целое число — минимальное возможное количество магнитов.

Пример.

Ввод	Вывод
1	1
2	2
3	6

G. Game

Адиль купил игру Дженга (из N деревянных брусков квадратного сечения). Поскольку точных правил игры он не знает, то он придумал свои правила: двое игроков по очереди берут бруски. За ход можно взять 1 брусок, 2 бруска или половину оставшихся брусков (если осталось нечетное количество брусков, то количество округляется в меньшую сторону, например, от 7 брусков можно взять 3). Тот, кто возьмет последний брусок, считается победителем. Адиль будет ходить первый. Может ли он гарантировано обыграть Дениса при правильной игре обоих игроков?

Ввод.

Одно целое число N (от 1 до 100 000).

Вывод.

Выведите текст 'YES' (без кавычек), если при правильной игре выиграет Адиль и 'NO' (без кавычек) — иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
1	YES
3	NO
4	YES

Н. Hypnoses

Надира стоит на светофоре и ждет пока загорится зеленый свет (а это случится только через t секунд). Чтобы скоротать время, она следит за машинами, которые проезжают мимо нее по дороге. Некоторые машины едут по прямой слева направо, другие справа налево. Надира в начале смотрит в точку с координатами 0. Как только мимо этой точки проезжает машина, она начинает следить за этой машиной. Если мимо машины, за которой сейчас следит Надира, проезжает другая машина (в любом направлении), она переводит взгляд на нее. Так происходит до тех пор, пока не загорится зеленый свет. Выясните, где остановится взгляд Надиры, когда загорится зеленый цвет?

Ввод.

Два целых числа: t (от 1 до 1000) — время, через которое загорится зеленый свет, n (от 1 до 1000) — количество машин, которые есть на дороге. Далее $2n$ вещественных чисел (от -100 до 100) $x_1, v_1, x_2, v_2, \dots, x_n, v_n$ — координаты (отличные от нуля) и скорости машин (могут быть нулевыми). Известно, что никакие три машины не бывают в одной точке одновременно.

Вывод.

Одно вещественное число с точностью до 2 знаков после запятой — координата, где остановится взгляд Надиры.

Пример.

Ввод	Вывод
10 1 1 1	0.000000
10 1 8 -2	-12.000000
3 4 -2 0.5 -1 1 1 -0.5 3 0	-0.500000

Комментарий.

Размерами машин пренебречь. Никакие 3 машины никогда не оказываются в одной точке (2 машины могут). Машины, которые проезжают через одну и ту же координату, не изменяют скорости друг друга. Машин, которые впервые попадутся Надире на глаза, не более одной.

Результаты 11 декабря 2013

№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	Σ+	Σ-
1	Big Dipper	Шокетаева Надира (ММ-11) Таранов Денис (ВМ-11) Тлеубаев Адиль (ВМ-21)	+1 0:20	+1 0:50	+3 2:10	+2 0:37	+	+	+2 2:20	-5	7	717
2	MSU Team	Васильев Андрей (ВМ-11) Таскынов Ануар (ВМ-11)	+2 1:20	+2 3:22	+1 1:49	+	+1 2:49	+1 1:14	+1 2:15		7	996
3	СМС АИД	Оспанов Аят (ВМ-21) Ламонов Иван (ВМ-21) Солтанова Дана (ВМ-21)	+	+	-3	+1 1:52	+1 3:30	+1 1:09			5	621
4	msu_03	Вержицкий Владислав (ВМ-11) Амир Мирас (ВМ-11)	+1 2:28	+1 1:07	+	+	+	+	+5 3:07		5	799
5	msu_04	Матвеева Виктория (ВМ-11) Седякин Илья (ВМ-11)	-1	+	+	+	+	+1 2:14	+3 3:13		5	670
6	msu_06	Автайкина Мария (ВМ-21) Журавлев Вадим (ВМ-21) Овчинников Дмитрий (ВМ-21)	+1 0:23	+	+	+	-2 2:27	+2 2:27	-1		4	483
7	Повары ЕНУ	Паповкин Никита (ЕНУ) Тукубаев Эльдар (ЕНУ) Утюганов Никита (ЕНУ)	+	1:09			+	+			2	178
8	INFO32	Артём (ЕНУ) Никита (ЕНУ)	+	0:36							1	36
9	Unknown	Мамазов Мирхия (ММ-11) Искаков Амиран (ММ-21) Зейникешева Индира (ММ-21)	+	0:44			-2				1	44
10	msu_08	Айбол (ЕНУ) Нурсултан (ЕНУ) Олег (ЕНУ)	+1 1:58					-3			1	138
11	msu_16	Шагадатов Нурлан (ММ-11) Турашев Ербол (ММ-11) Сальменов Нурсултан (ММ-11)			-1			+1 2:35			1	175
		Успешных попыток	9	6	5	4	3	8	4	0	39	
		Всего попыток	16	10	12	7	7	19	16	5	92	

Весенний тур 2014

17 марта 2014

A. Ayat and the film

Аят решил посмотреть какой-нибудь хороший фильм. Он взял пустую флешку, чтобы скопировать на нее фильм с лучшим рейтингом по версии AYAT FILM RATING. Выяснилось, что флешка не резиновая, и далеко не каждый фильм помещается на нее. Поэтому Аят решил выбрать фильм с лучшим рейтингом, который поместится на флешку. Какой фильм он из этого списка выбрал? Или Аят, взгустнув по поводу несостоявшегося киносеанса, саботированного маленькой флешкой, пошел на пару физической культуры?

Ввод.

Два целых числа: S — размер флешки (от 1 до 30000) и N — количество фильмов в списке (от 1 до 100). Далее N пар целых чисел: R_i — рейтинг i -го фильма (от 1 до 100) и V_i — размер i -го фильма (от 1 до 30000). Рейтинги у всех фильмов различны.

Вывод.

Целое число K — номер фильма с максимальным рейтингом, который помещается на флешке. Если Аят не смог выбрать фильм, выведите -1.

Пример.

Ввод	Вывод
1000 2 100 2000 50 4700	-1
4000 5 100 4700 20 6200 50 1400 40 700 55 4200	3

B. Big dipper

Команда Big-dipper — это Денис, Адиль и Надира. Но это никак не помогает решить задачу.

Ввод.

Два целых числа A и B (оба от 1 до 1000).

Вывод.

Одно целое число.

Пример.

Ввод	Вывод
7 2	95
2 2	40
235 152	38783
15 25	0

C. Comparing

Маша и Вадим написали по строке одинаковой длины N из букв латинского алфавита: a и b . Когда они сравнили строки, выяснилось, что строки отличаются. «Так не пойдет! Сейчас мы сделаем из них одинаковые строки!» — сказал тот, кто повыше, пошире и носит очки. Они решили привести обе строки к общему виду. Воодушевлённый воспоминаниями годичной давности о методах сортировки, Вадим придумал следующие правила «приведения»: за один ход можно переставить две соседних буквы в одной из строк, если эти буквы различны (то есть $ab \rightarrow ba$ или $ba \rightarrow ab$). «С такими правилами ты точно не приведёшь строки aa и bb к одинаковой!» — ответила та, кто пониже, стройней и с хорошим зрением. Проверьте, смогут ли ребята привести данные строки к общему виду, и если смогут, то какое минимальное количество ходов понадобится?

Ввод.

Целое число N — длина строк (от 1 до 100). Две строки из N латинских

символов a и b .

Вывод.

Целое число K — минимальное количество ходов, необходимое для приведения к общему виду. Если строки привести нельзя, выведите -1.

Пример.

Ввод	Вывод
2 aa bb	-1
10 aaaaaaaaab baaaaaaaaaa	9
6 baaabb abbaab	3

D. Dima’s divided numbers

Диму попросили написать программу, которая перебирает все неотрицательные числа, состоящие из не более, чем M цифр. Когда ему давали задание, то ни слова не сказали про систему счисления, в которой должны быть записаны числа. Поэтому хитрый Дима выбрал двоичную систему счисления, чтобы программа работала как можно быстрее (подходящих чисел в ней всего лишь 2^M). Как только довольный Дима доложил о выполнении задания, ему дали следующее: написать такую же программу, но чтобы она работала параллельно на кластере из D компьютеров, причем каждое число должно быть получено ровно одним компьютером ровно один раз. Так как Дима в глубине души за равенство всех, всего и вся, то он решил разделить числа между компьютерами так, чтобы все компьютеры перебрали одинаковое количество чисел. Выяснилось, что далеко не для любой системы счисления можно распределить все нужные ему числа поровну между D компьютерами. Тогда он решил найти

минимальное основание системы счисления, для которой это можно сделать. Помогите Диме!

Ввод.

Два целых числа: M — максимальное количество цифр в числе (от 1 до 10^9) и D — количество компьютеров (от 2 до 10^9).

Вывод.

Целое число K — минимальное основание системы счисления ($K > 1$), в которой все числа из не более, чем M цифр, можно разделить поровну между D компьютерами.

Пример.

Ввод	Вывод
3 1000	10
2 12	6
4 48	6

Е. Elegant system

В отличие от Димы у Вани другая позиция по выбору основания системы счисления. Он считает, что двоичная система счисления — лучшая система счисления в мире. После курса дискретной математики это мнение настолько укрепилося, что он решил в десятичной системе счисления ввести «двоичное округление» для чисел из устаревшей десятичной системы счисления в передовую двоичную. Суть округления довольно проста: любое натуральное число заменяется на ближайшее, в записи которого присутствуют только цифры 0 и 1. Напишите программу, которая «округляет» числа.

Ввод.

Целое число N (от 1 до 10^{100}). Ввод заканчивается точкой.

Вывод.

Целое число K — число, полученное после «двоичного округления» без ведущих нулей. Если ближайших числа два, то округлять можно в любую сторону.

Пример.

Ввод	Вывод
5556.	10000
1011556.	1011111
101101234567890.	101101111111111

F. Fantastic chess

Андрей и Ануар играют в игру с неадекватным ферзем на прямоугольной шахматной доске. Неадекватный ферзь может ходить вправо, вниз или вправо-вниз по диагонали на любое количество клеток (только в 3 направлениях, а не в 8, как в нормальных шахматных правилах). Хотя этот ферзь и неадекватен, но с правилами этикета знаком: он не может бить другие фигуры и ходить сквозь них. В начале игры ферзь стоит в левом верхнем углу доски. Ходить начинает Андрей. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при оптимальной игре обоих игроков?

Ввод.

Целые числа N , M — количество строк и столбцов доски соответственно (оба числа от 1 до 100). Далее матрица $N \times M$, состоящая из символов '0' (ноль — свободные клетки) и 'x' (икс — клетки, занятые другими фигурами). Гарантируется, что левый верхний угол помечен свободным.

Вывод.

Строка 'Andrew' (без кавычек), если выиграет Андрей. Строка 'Anuar' (без кавычек), если выиграет Ануар.

Пример.

Ввод	Вывод
3 6 000000 0xxx00 000000	Andrew
1 1 0	Anuar
4 4 00x0 0x00 x000 0000	Anuar

G. Geometry

Никто уже и не помнит, какой был праздник, но суть была в торте, который Илья принес домой. На празднике было трое друзей, и Илья в магазине выбрал торт в форме прямоугольника (его легко разделить на 4 равных части). Но, транспортируя торт из магазина домой, Илья споткнулся и торт из красивого ровного прямоугольника превратился в непонятный выпуклый четырехугольник. Все 4 вишни, что украшали торт, скатились к вершинам четырехугольника так, что в каждой вершине оказалось по одной вишне. Когда Илья принес торт домой, то перед ним встала непростая задача: как его разделить на 4 равных по площади части (это же не прямоугольник на 4 равных части делить)? Но Илья не растерялся и абстрагировался! Он провел через центр квадратного стола 2 оси параллельно краям стола (хотя бы с делением стола на 4 равных части не возникло проблем) и положил торт так, что все 4 вишни оказались в разных четвертях. Внимательно присмотревшись, Илья понял, что на торте есть такая особенная точка M , что если через нее провести две прямые, параллельные осям, то все 4 полученных кусочка будут в форме четырехугольников, равны по площади и на каждом будет ровно по одной вишне. Осталось найти эту точку. Помогите Илье!

Ввод.

8 целых чисел $(X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4)$, которые задают 4 последовательных вершины четырехугольника. Гарантируется, что N -я вершина лежит в N -й четверти ($N = 1, 2, 3, 4$). Модуль каждого числа не менее 1 и не более 100.

Вывод.

2 вещественных числа с точностью не менее 2 знаков после запятой — координаты точки M , через которые проведены разрезы. Гарантируется, что решение существует.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 -2 2 -1 -2 3 -1	0.5 0.5
1 3 -1 1 -1 -3 1 -5	0.16 -1.0

Н. На-ha-ha

Двумерная металлическая решетка имеет вид прямоугольника $(N - 1) \times (M - 1)$. В узлах решетки находятся атомы, которые пронумерованы от $(1, 1)$ — левый верхний до (N, M) — правый нижний. У каждого атома есть некоторое число электронов, причем на решетке есть ровно один электрон–непоседа на атоме (i_1, j_1) и один электрон–ускоритель (i_2, j_2) . Все электроны, кроме непоседы, всегда остаются на своих атомах. Каждую секунду электрон–непоседа переходит из атома A на соседний по горизонтали или вертикали атом B , если число электронов в атоме B на 1 меньше, чем в A (с учетом самого электрона–непоседы). Все атомы, на которых появляется электрон A , он отмечает. Если электрон–непоседа добирается до атома, на котором находится электрон–ускоритель, то электрон–непоседа становится сильно–заряженным и теперь может перепрыгивать через один атом. Электрон делает прыжок из атома A в атом B через атом M , если:

1. A, M, B лежат на прямой параллельной сторонам решетки;
2. B содержит на 1 электрон меньше чем A .

При этом атом М электрон-непоседа не отмечает. Какое наибольшее количество атомов сможет отметить электрон-непоседа?

Ввод.

Два целых числа N , M — количество строк и столбцов решетки (оба числа от 1 до 100). Матрица $N \times M$, состоящая из целых чисел A_{ij} , — количество электронов на позиции (i, j) (все элементы матрицы от 1 до 100). Две пары целых чисел (i_1, j_1) и (i_2, j_2) — координаты электрона-непоседы и электрона-ускорителя (номер строки от 1 до N , столбца от 1 до M).

Вывод.

Одно целое число — наибольшее возможное количество отмеченных атомов.

Пример.

Ввод	Вывод
2 2 4 3 4 5 2 1 2 2	1
3 4 3 3 3 3 3 1 1 1 4 1 3 1 3 1 1 4	7
3 3 5 5 1 5 1 5 1 5 6 3 3 3 3	6

Результаты
17 марта 2014

№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	$\Sigma+$	$\Sigma-$
1	Big Dipper	Шокетаева Надира (ММ-11) Таранов Денис (ВМ-11) Тлеубаев Адиль (ВМ-21)	+ 0:09	+ 0:12	+ 2:33	+2 0:55	+10 2:07				5	596
2	msu_25	Автайкина Мария (ВМ-21) Жураев Вадим (ВМ-21) Овчинников Дмитрий (ВМ-21)	+4 1:11	+ 0:12	+1 2:49		+ 2:01	-3			4	473
3	СМС АИД	Оспанов Аят (ВМ-21) Ламонов Иван (ВМ-21) Солтанова Дана (ВМ-21)	+1 0:36	+1 0:09	+ 1:33	-1					3	178
4	msu_23	Седякин Илья (ВМ-11) Васильев Андрей (ВМ-11) Таскынов Ануар (ВМ-11)	+1 0:08	+ 0:10	+1 2:21		-2				3	199
5	VM	Амир Мирас (ВМ-11) Матвеева Виктория (ВМ-11)	-4	+1 0:25	-4						1	45
		Успешных попыток	4	5	4	1	2	0	0	0	16	
		Всего попыток	14	7	10	4	14	3	0	0	52	

Зимний тур 2014

9 декабря 2014

A. Automultiplicative numbers

Вадим любит делать всё заранее. Например, к зимней сессии он подготавливался ещё в сентябре. А сегодня он уже предусмотрительно хочет выбрать новогодний подарок для Маши. По мнению Вадима, лучший подарок — это множество чисел, каждое из которых равно произведению всех своих цифр в десятичной записи. Он даже придумал специальное название для них — «автомультимпликативные» числа. Но Маше нравятся только числа, которые лежат в пределах от A до B . Вадим уже понял, что найти все автомультимпликативные числа из заданного интервала не так просто, если Маша выберет большой интервал. Поэтому дальновидный Вадим уже сейчас хочет знать, какое наибольшее количество различных чисел, которые понравятся Маше, он сможет подарить?

Ввод.

Два целых числа A и B ($1 \leq A \leq B \leq 10^{18}$).

Вывод.

Одно целое число — количество автомультимпликативных чисел в диапазоне $[A, B]$.

Пример.

Ввод	Вывод
9 11	1

Комментарий.

$9 = 9$ — автомультимпликативное; $1 \cdot 0 \neq 10$ — не автомультимпликативное; $1 \cdot 1 \neq 11$ — не автомультимпликативное.

В. BNF

Мирас пишет олимпиаду по программированию, и он уже дошёл до задачи *B*! Но продолжить ему не дают первокурсники, которые пришли к нему просить помощи с упражнением на тему «Форма Бэкуса–Наура» (Backus–Naur Form). Вот условие упражнения:

Дана формула, описывающая множество строк в алфавите $\{a, b, c\}$:

$$\langle string \rangle ::= \{a|b\}c\{a|b\}$$

Подсчитать количество строк длины n в данном множестве слов.

Мирас согласился помочь и уже объяснил условие задачи:

1. Запись $\{word\}$ обозначает конкатенацию (присоединение) нескольких строк $word$, то есть

$$\{word\} = word^k,$$

где $k = 0, 1, \dots$. Например, $\{ab\}$ обозначает слова: пустое, ***ab***, ***abab***, ***ababab*** и т.д.

2. Запись $word_1|word_2$ обозначает альтернативу из двух вариантов: $word_1$ или $word_2$. Например, $ab|ba$ обозначает одно из двух слов: ***ab*** или ***ba***.

В частности, заданное множество содержит строку ***baacab***. Помогите первокурсникам решить их упражнение, чтобы Мирас не отвлекался и всё-таки сдал задачу *B*!

Ввод.

Одно целое число N — длина строки ($1 \leq N \leq 10^{18}$).

Вывод.

Одно целое число — количество искомых строк длины N . Так как ответ может быть очень большим, выведите его по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
1	1
2	4

Комментарий.

Четыре строки из второго примера выглядят так: *ac, bc, ca, cb*.

C. Cheer up!

Денис решил на один день отказаться от использования всех своих электронных устройств. Не удивительно, что ему сегодня так грустно. Из всех развлечений в его опустевшей комнате остался только один игровой кубик, да и тот без надписей. Денис написал на каждой грани по одному числу от 1 до 9 и начал кидать кубик. Утешением для Дениса может послужить только выпадение его любимого числа s по сумме всех бросков. Найдите вероятность того, что Денис станет чуточку веселее после n -го броска кубика в этот день проверки силы воли.

Ввод.

В первой строке шесть целых чисел $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ — числа на гранях кубика ($1 \leq x_i \leq 9, i = 1, \dots, 6$). Во второй строке два целых числа n — количество бросков ($1 \leq n \leq 100$) и s — желаемая сумма ($1 \leq s \leq 1000$).

Вывод.

Вероятность того, что накопленная сумма после n бросков будет равна s (ответ вывести с абсолютной погрешностью не более 0.001).

Пример.

Ввод	Вывод
1 1 1 1 1 1 3 3	1.000000
1 1 1 1 1 1 3 4	0.000000
1 2 3 4 5 6 2 7	0.166667

Комментарий.

Кубик в первом примере при каждом броске выдаёт единицу, поэтому

сумма после трёх бросков всегда будет равна трём.

D. Decks

Ануар считает себя настоящим фокусником и поэтому всегда носит с собой несколько колод карт. Однако это не простые игральные карты: на каждой карте великого иллюзиониста написана одна строчная буква английского алфавита. Прямо сейчас Ануар показывает Андрею свой самый популярный фокус с телепатией:

1. Ануар записывает магическое слово на бумажке;
2. Андрей выбирает любую из колод;
3. Ануар вытаскивает некоторые карты из выбранной колоды и составляет магическое слово, которое было записано на бумажке.

Андрей, конечно же, в чудеса и в телепатию не верит, так что он и сам может назвать это магическое слово и разоблачить Ануара, если посмотрит на все колоды сразу. Вот только он должен учитывать, что Ануар подобрал слово максимально возможной длины для придания пущего эффекта своему фокусу.

Ввод.

В первой строке целое число k — количество колод ($1 \leq k \leq 100$). В следующих k строках описания этих колод; каждое из таких описаний состоит из всех букв, содержащихся в колоде, и оканчивается точкой (в каждой колоде — от 1 до 100 карт).

Вывод.

Слово максимальной длины, которое можно составить из любой колоды. Если таких слов существует несколько, то вывести лексикографически минимальное (слово, которое стоит раньше по алфавиту).

Пример.

Ввод	Вывод
3 aabce. abca. acda.	aac.

Комментарий.

В данном примере магическое слово не может быть длиннее трёх символов; а вот из допустимых слов длины три **aac**, **aca**, **caa** лексикографически минимальным является **aac**.

Комментарий.

Не забудьте поставить точку после ответа. В частности, если ответом будет являться пустая строка, Вы должны просто вывести точку.

E. Ellipse

У Асылжана есть плоская эллиптическая тарелка с полуосями a и b неизвестного происхождения. Недавно его посетила гениальная мысль вырезать из своей тарелки новую, в форме выпуклого n -угольника. Естественно, он хочет сделать это так, чтобы новая тарелка имела максимальную площадь (чтобы вмещала как можно больше еды). Найдите площадь новой тарелки Асылжана.

Ввод.

Три целых числа a , b , n , где a , b — полуоси старой, эллиптической тарелки, n — число вершин новой, полигональной тарелки ($1 \leq a \leq 100$, $1 \leq b \leq 100$, $3 \leq n \leq 10$).

Вывод.

Одно вещественное число — площадь новой тарелки (ответ вывести с абсолютной погрешностью не более 10^{-3}).

Пример.

Ввод	Вывод
1 1 4	2
1 4 3	5.1961524227

F. Flip

учадазьтишертежомепенотэон,КМВететьлукафаянстичувалсидалВ.

Ввод.

Строка из строчных букв английского алфавита, оканчивающаяся точкой (длина строки без точки — от 1 до 100 символов).

Вывод.

Целое неотрицательное число — ответ на задачу.

Пример.

Ввод	Вывод
toreverse.	5
reverse.	1

G. GOR

Адиль, как полагается нонконформисту, отрицает существование всех известных бинарных операторов (даже XOR!) и предпочитает пользоваться своими собственными. Среди них есть ещё не известный в широких кругах оператор GOR, с которым он знакомит всех, кто попадаетея ему на глаза. Со слов автора, $z = x \text{ GOR } y$ действует так:

$$z_k = (x_k + y_k) \mod g,$$

где p_k — k -я справа цифра в записи числа p в системе счисления с основанием g . Чтобы убедить весь мир в значимости придуманного им оператора, Адиль готов показать, что может за считанные секунды высчитать GOR всех чисел от A до B . Вот только он оставил свою программу дома, и торжественная презентация под угрозой срыва. Вся надежда только на Вас! Вы ведь сможете спасти положение и написать эту программу?

Ввод.

Три целых числа A , B , g . A и B — границы оперирования ($1 \leq A \leq B \leq 10^{18}$), g — основание системы оперирования ($2 \leq g \leq 10$).

Вывод.

Целое положительное число — значение выражения:

$A \text{ GOR } (A + 1) \text{ GOR } (A + 2) \text{ GOR } \dots \text{ GOR } B$.

Пример.

Ввод	Вывод
1 4 2	4
4 9 3	15
8 11 10	28

Комментарий.

В примере 3 при $g = 10$:

$8 \text{ GOR } 9 \text{ GOR } 10 \text{ GOR } 11 = 7 \text{ GOR } 10 \text{ GOR } 11 = 17 \text{ GOR } 11 = 28$.

Н. Holes

Надира в своих снах часто бывала в Стране Чудес. Один раз она даже обнаружила себя в каком-то лабиринте, а если точнее, то в северо-западном углу какого-то прямоугольного лабиринта, разделённого на квадратные ячейки. Оказавшаяся рядом Гусеница объяснила, что выход из лабиринта находится в юго-восточном углу, а сама Надира для достижения этого выхода может пользоваться системой кроличьих нор. Система довольно проста: запрыгивая в один конец норы, Надира вылетает из другого конца той же норы. При этом, попадая на клетку с кроличьей норой, она не обязана туда запрыгивать и может пройти мимо. Скажите, получилось ли у Надиры дойти до выхода или она проснулась, так и не узнав, что находится за лабиринтом?

Ввод.

В первой строке даны два целых числа m , n — размеры лабиринта ($1 \leq m \leq 100$, $1 \leq n \leq 100$). В следующих m строках по n символов

в каждой — описание лабиринта: ‘.’ — свободная клетка, ‘#’ — стена, заглавная латинская буква — вход в кроличью нору. Гарантируется, что верхний левый и нижний правый углы свободны и что каждая заглавная латинская буква либо не встречается вовсе, либо встречается ровно два раза.

Вывод.

Строка ‘YES’ (без кавычек), если из левого верхнего угла можно дойти до нижнего правого, и ‘NO’ в противном случае.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 . #. . #.	NO
4 4 . #CD D#.. #### C...	YES
4 4. #A. A#.. ####	NO

Комментарий.

Во втором примере последовательность действий для достижения выхода такова: один шаг на юг, запрыгиваем в нору D, вылетаем с другого конца, один шаг на запад, запрыгиваем в нору C, вылетаем с другого конца, идём на восток до выхода. В третьем примере южная комната лабиринта недостижима.

I. Interesting permutation

У Ильи и Вики очень разные вкусы. Вика любит перестановки. То есть такие наборы чисел $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$, которые являются перестановками чисел $(0, 1, 2, \dots, n)$. Илья же в последнее время в восторге от полных квадратов. Поэтому набор ему интересен, только если $a_k + k$ является точным квадрат целого числа для любого $k = 0, 1, 2, \dots, n$. Набор $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$, которые понравятся им обоим, Вика и Илья решили называть интересной перестановкой. Теперь они очень хотят увидеть хотя бы одну интересную перестановку для заданного n .

Ввод.

Одно целое число n ($1 \leq n \leq 30000$).

Вывод.

Любая последовательность из $(n + 1)$ числа, образующая интересную перестановку. Ответ гарантировано существует.

Пример.

Ввод	Вывод
3	0 3 2 1
2	1 0 2

Комментарий.

В первом примере: $0 + 0 = 0^2$, $3 + 1 = 2^2$, $2 + 2 = 2^2$, $1 + 3 = 2^2$.

Результаты
9 декабря 2014

№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Σ+	Σ-
1	Lord Bendtner Team	Седякин Илья (BM-21) Таскынов Ануар (BM-21) Вержбицкий Владислав (BM-21)	+1 0:44	+3 1:33		+2 2:05	+	3:30	0:18	+	+1 3:12	7	994
2	Снежный Куб	Журавская Александра (BM-11) Камалбеков Тимур (BM-11) Абайулы Ерулан (BM-11)	+	+3 1:19		+	1:35	+	0:20	+7 2:47	+3 2:31	6	796
3	A\$K	Амир Мирас (BM-21) Шабатов Асылжан (BM-21) Советхан Амина (BM-21)	+	+1 2:47		+1 2:03	+	1:51	1:13	-1	+3 3:15	6	811
4	Big Dipper	Шокетаева Надира (MM-21) Жусупов Али (MM-11) Таранов Денис (BM-21)	+2 0:10	+3 0:40		+1 1:18	+	2:05	0:23	-1		5	396
5	XaveScor	Васильев Андрей (BM-21)	+	+1 2:42				+	0:48	+2 2:19		4	465
6	Фанаты Гарри Поттера	Омаров Темирхан (BM-11) Иглымов Алишер (BM-11) Менжесаров Ермек (BM-11)	+2 0:33	-2				+	1:21			2	154
7	The Big Bang	Вишневецкий Виктор (MM-11) Исакова Жаркын (MM-11) Ким Виолетта (MM-11)	+	1:30				+	2:04	-1		2	214
8	Sheldon	Ганиев Адилет (MM-11) Кертаев Темирлан (MM-11) Абильманов Ернар (MM-11)	+	0:46				+1 3:13				2	259
9	Команда ЕНУ #1	Синьков (ЕНУ) Новожилов (ЕНУ) Омирзак (ЕНУ)	+	-9								1	46
10	Still Remaining	Колесников Владислав (BM-11) Смагулов Мирас (BM-11) Даку Ансар (BM-11)	+3 3:17									1	257
		Успешных попыток	10	5	0	4	3	8	0	3	3	36	
		Всего попыток	18	16	0	8	3	10	0	12	10	77	

Весенний тур 2015

18 марта 2015

A. Adamant digit

Надира с удивлением заметила, что её новая ручка странным образом не способна писать числа, в которых есть хотя бы две различные цифры (например, 34 или 511). Надира сначала хотела расстроиться, но потом ее внезапно осенило! На самом деле осталось ещё бесконечно много натуральных чисел, которые она может выписать: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, Интересно, каково же N -е число в этой последовательности?

Ввод.

Одно целое положительное число N (от 1 до 10^4).

Вывод.

Одно целое положительное число — N -е число последовательности.

Пример.

Ввод	Вывод
20	222
100	111111111111

B. Binary palindromes

Мирас изобрёл машину времени и теперь за символическую плату отправляет всех желающих в ближайшее прошлое. Вперёд она не работает, да и кому это нужно? Вот и сейчас к Мирасу посетитель, который хочет вернуть старые добрые деньки, когда трава была зеленее, люди — добрее, доллар — дешевле, а двоичная запись номера года — палиндромом (читалась одинаково и слева направо, и справа налево). Правда, любитель поностальгировать сам не знает, какой год он имеет в виду, поэтому решать придётся Мирасу. Какой ближайший год удовлетворяет всем требованиям и нужно ли вообще отправлять этого господина в прошлое? Вдруг сейчас за окном всё то, чего просит посетитель?

Ввод.

Одно целое положительное число N (от 1 до 10^{18}).

Вывод.

Одно целое положительное число — максимальный двоичный палиндром, не превосходящий N (в десятичной системе счисления).

Пример.

Ввод	Вывод
32	31
2018	2015

Комментарий.

$2015 = 11111011111_2$ — двоичный палиндром.

C. Composition of matrices

Андрей наказан за то, что он в попытках продлить зиму залил льдом коридор университета и с радостными криками катался по нему на коньках. Теперь он не может выйти из аудитории, пока не выполнит своё задание. Задача такова: на доске выписаны некоторые операции, которые могут быть последовательно применены к некоторому двумерному вектору. Всего операций три вида: R — поворот на фиксированный угол α , X — проецирование на ось Ox , Y — проецирование на ось Oy . Помогите Андрею и укажите минимальное целое положительное значение угла α в градусах, при котором существует такой вектор, что после применения к нему комбинации этих преобразований он не изменит свою длину.

Ввод.

Последовательность символов R , X , Y , оканчивающаяся символом E (всего не более 1000 символов).

Вывод.

Одно целое положительное число α от 1 до 360 — ответ в градусах (если ответа не существует, выведите -1).

Пример.

Ввод	Вывод
XRRRXE	60
XRRRXRRRYE	-1

Комментарий.

В первом примере можно взять вектор $(1, 0)$. После проецирования на ось Ox , трёх поворотов на 60° и повторного проецирования он сохранит свою единичную длину.

D. Deep tree

Наевшись до отвала торта, Илья решил поиграть во что-нибудь новое на своём компьютере. Его выбор пал на популярную инди-игру SuperMegaDeepTree. Её геймплей довольно прост: каждый раз, как он щёлкает по пузырьку, содержащему пару чисел (a, b) , на экране появляются две новых пары: $(a, a + b)$ и $(a + b, b)$. Какое минимальное число щелчков нужно сделать Илье, чтобы достичь пары (p, q) и закончить игру, если в начале у него нет ничего, кроме одного пузырька с парой $(1, 1)$?

Ввод.

Два целых положительных числа p и q (от 1 до 10^{18}).

Вывод.

Одно целое число – минимальное число щелчков, после которого на экране появится пара (p, q) . Если эта цель недостижима, то вывести -1.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3	2
2015 2020	-1

Комментарий.

После щелчка на $(1, 1)$ появляются пары $(1, 2)$ и $(2, 1)$. В первом при-

мере победа достигается после щелчка по $(2, 1)$, то есть всего нужно только два действия.

Е. Empty cornet

Вадим хочет купить Маше мороженого и ради этого даже вышел на улицу и нашёл лавку, где это самое мороженое и продаётся. Однако продавец оказался с довольно специфичными вкусами. Чтобы заказать в его ларьке мороженого, нужно назвать ему три точки трёхмерного пространства, а с ними продавец делает следующее: он проводит три отрезка, соединяющих каждую из этих точек с началом координат $(0, 0, 0)$, оборачивает полученную конструкцию в кулёк и уже в него наливает мороженое до самых краёв. Вадим, не особо подумав, тут же назвал точки (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) и (x_3, y_3, z_3) . Чуть позже он осознал, что поспешил и начал волноваться, а какой же вообще объём мороженого получит Маша?

Ввод.

Три строки с координатами. В i -й строке 3 целых числа (от -1000 до 1000): x_i, y_i, z_i .

Вывод.

Одно вещественное число — максимальный объём, который можно налить (с абсолютной погрешностью не более 0.001).

Пример.

Ввод	Вывод
1 0 1 0 1 1 0 0 2	0.166667
1 0 1 0 1 1 0 0 -2	0

Комментарий.

Сила тяжести направлена вдоль вектора $(0, 0, -1)$.

F. Fantastic system

Денис в душе бунтарь и революционер и общественные устои он принимать никак не желает. В частности, он отказывается верить в то, что в двоичной записи можно использовать только две цифры: 0 и 1. Почему бы не использовать и цифру 2? Это ведь всё-таки ДВОИЧНАЯ запись. Вот только когда он выступил со своим предложением в своей комнате в общежитии (необходимый предварительный этап перед выступлением в Парламенте), Владислав резонно заметил, что в этом случае многие числа будут иметь несколько различных видов записи. Например, число 9 можно записать не только как 1001, но и как 121 и даже как 201. На что Денис парировал: «Чем больше, тем лучше!» А действительно, сколько же способов записать какое-то число в этой фантастической системе счисления?

Ввод.

Одно целое положительное число N (от 1 до 10^6).

Вывод.

Одно целое неотрицательное число — количество способов записать число N в фантастической системе счисления.

Пример.

Ввод	Вывод
9	3
2015	6

G. Great graph

Саша хотела бы увидеть на доске число b . Но просто написать это число она не может, так как связана ограничениями, которые она сама себе зачем-то придумала. По всей видимости, так она хочет развить в себе дух

студента МГУ. Ограничения заключаются в следующем. К последнему написанному числу p можно приписать число q , только если:

1. q не превосходит n ;
2. $p + q$ — простое;
3. q еще не встречалось на доске.

В начале у Саши есть только число a . Найдите минимальное значение n , при котором эта задача выполнима.

Ввод.

Два целых положительных числа a и b (от 1 до 2000).

Вывод.

Одно целое положительное число n (от 1 до 2000) — минимальный из возможных ответов и -1, если такого n нет.

Пример.

Ввод	Вывод
13 1	4
24 3	5

Комментарий.

Цепочка в первом примере такая: 13, 4, 1; во втором: 24, 5, 2, 1, 4, 3.

Н. Н

Ануар отлично знает английский алфавит, но это никак не поможет ему решить задачу.

Ввод.

Одно целое положительное число n от 1 до 10.

Пример.

Ввод	Вывод
8	Н

I. Insidious time limit

Тимур и Ерулан, готовясь к олимпиаде, нашли старую задачу. Путь к вершине спортивного программирования нелёгок, и пока у них не всё получается, что случилось и с этой задачей. Уже который раз подряд они получают вердикт TL на 20 тесте. Может, получится у вас? Вот сама проблема: найти a_n , где $a_k = a_{k-2} + a_{k-3}$ для всех k , начиная с 3.

Ввод.

Две строки:

на первой строке одно целое число n (от 0 до 10^{18}), на второй строке три целых числа a_0, a_1, a_2 (от 0 до 10^{18}).

Вывод.

Одно целое неотрицательное число a_n — ответ по модулю 10^9 .

Пример.

Ввод	Вывод
3 10 11 12	21
0 5 11 20	5

J. Jagged sequence

По какой-то причине Асылжан наказан. Он сам не понимает, за что. Возможно, это как-то связано с непонятными криками в коридоре, которые он слышал сквозь дрёму, пока спал на лекции. В любом случае, теперь он не может выйти из аудитории, пока не выполнит своё задание. Задача такова: на доске выписана некоторая последовательность целых

чисел. Ему нужно сделать из неё возрастающую арифметическую прогрессию с разностью 1, при этом за один ход он может прибавить единицу к какому-то числу или отнять единицу от какого-то одного числа. Понятное дело, Асылжан хочет избавиться от наказания как можно быстрее. Скажите, за какое минимальное число операций он справится?

Ввод.

Две строки:
в первой строке целое положительное n (от 1 до 5000), во второй — n целых чисел a_1, \dots, a_n (каждое от -10^6 до 10^6).

Вывод.

Одно целое неотрицательное число — минимальное количество операций.

Пример.

Ввод	Вывод
4 1 7 5 6	5
3 -2 -1 0	0

Комментарий.

Первый пример: прибавить 2 раза единицу к первому элементу, вычесть 3 раза единицу из второго.

Результаты
18 марта 2015

№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ+	Σ-
1	Lord Bendtner Team	Седякин Илья (BM-21) Таскынов Ануар (BM-21) Вержбицкий Владислав (BM-21)	+2 0:39		+ 3:01	+ 3:08				+2 1:16		+2 1:49	5	713
2	prosti Denis	Шокегаева Надира (MM-21) Жусупов Али (MM-11)	+1 0:05	-1		+ 1:14				+6 3:55	+4 2:03	+2 0:46	5	743
3	Snow	Журавская Александра (BM-11) Камалбеков Тимур (BM-11) Абайулы Ерулан (BM-11)	+ 0:27	+2 1:38		+4 1:04	+4 3:48			+5 3:06		-5	5	903
4	МАРЖЫ	Таранов Денис (BM-21) Васильев Андрей (BM-21)	+1 0:07	+ 1:46	-1	+7 0:58				-47		-1	3	331
5	A contrario	Омаров Темирхан (BM-11) Иглымов Алишер (BM-11) Колесников Владислав (BM-11)	+1 0:23	-1		+1 1:13		-4		+2 3:33	-2		3	389
6	012	Амир Мирас (BM-21) Шабхатов Асылжан (BM-21) Жусупбекова Зинель (BM-21)	+ 0:20		-7	+ 3:21				-28	-4	-1	2	221
7	FATAL ERROR!	Ганиев Адилет (MM-11) Малик Алмат (MM-11) Абдильманов Ернар (MM-11)	+ 0:32			-4				-2			1	32
8	The Big Bang	Вишневский Виктор (MM-11) Исакова Жаркын (MM-11) Ким Виолетта (MM-11)	+1 0:37	-1						-2			1	57
9	DKA	Даку Ансар (BM-11)	+1 1:40			-1				-7			1	120
		Успешных попыток	9	2	1	6	1	0	0	4	1	2	26	
		Всего попыток	16	7	9	23	5	4	0	105	11	13	193	

Осенний тур 2015

20 октября 2015

A. Alternative result

Денис, заядлый футбольный болельщик команды «Walruses United», очень переживал, когда не смог посмотреть и даже узнать результаты последних матчей своего любимого клуба в чемпионате. Всё, что он знает, это то, что за победу даётся 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Выпишите для Дениса все возможные варианты суммарного количества набранных очков за N игр.

Ввод.

Одно целое число N (от 0 до 10^4).

Вывод.

Целые неотрицательные числа, разделенные пробелами, — варианты суммарного количества очков в порядке строгого возрастания.

Пример.

Ввод	Вывод
2	0 1 2 3 4 6

Комментарий.

0 очков соответствует двум поражениям, 1 очко — поражению и ничьей, 2 очка — двум ничьим, 3 очка — победе и поражению, 4 очка — победе и ничьей, 6 очков — двум победам.

B. Boolean

Ali found in Web one interesting quote. So, Richard Burton says, that false friendship, like the ivy, decays and ruins the walls it embraces, but true friendship gives new life and animation to the object it supports. Ali doesn't know how it can help to solve this problem, but whatever!

Ввод.

Одно целое положительное число N (от 1 до 25).

Пример.

Ввод	Вывод
14	true
1	false

C. Car collection

Надира только что получила стипендию, что, несомненно, является поводом для покупки автомобиля. Поскольку стипендия у Надиры повышенная, то она может позволить себе две машины. Зайдя в автосалон и увидев разнообразие представленных автомобилей, Надира поняла, что непременно хочет машины двух разных марок. А можете ли Вы посчитать, сколько есть у Надиры различных вариантов покупки?

Ввод.

В первой строке одно целое положительное число n (от 1 до 10^5) — количество марок машин.

Во второй строке массив целых чисел a_i (от 1 до 10^4) — количество машин i -й марки.

Вывод.

Одно целое положительное число — количество способов выбрать две машины различных марок.

Пример.

Ввод	Вывод
3 3 2 3	21

Комментарий.

Число способов выбрать одну машину первой марки и одну машину

второй марки равно 6, первой и третьей — 9, второй и третьей — 6. Следовательно, ответ равен 21.

D. Domino

Для расслабления после тяжёлой домашней работы Сатбек любит играть со своим набором домино, исследуя эффект, как ни странно, домино. Костяшки из его набора, в отличие от стандартных, могут иметь разные высоты. Сейчас он расставляет их на одной прямой так, что при взгляде сбоку кажется, что на прямой стоят отрезки, перпендикулярные прямой. Отрезки — это потому что все доминошки имеют нулевую толщину, что даёт ещё одно отличие от обыкновенных доминошек. Уже приготовившись наблюдать грандиозную цепную реакцию, Сатбек вдруг решил сначала прикинуть, а какое максимальное количество костяшек он может повалить, толкнув только одну из них? Сатбек, конечно, помнит, что падение доминошки высотой h на позиции a направо вызывает падение в эту же сторону всех доминошек, позиции b которых удовлетворяют неравенству $a < b < a + h$. Аналогично, её падение налево вызывает падение налево всех доминошек, позиции b которых удовлетворяют неравенству $a - h < b < a$.

Ввод.

В первой строке одно целое положительное число n (от 1 до 10^5). Далее n строк содержат по 2 числа, разделенных пробелом: x_i (от 0 до 10^6) — позиция i -й доминошки и h_i (от 1 до 10^5) — ее высота.

Вывод.

Одно целое число — максимальное количество доминошек, которое можно уронить одним касанием.

Пример.

Ввод	Вывод
5 0 3 1 1 5 1 7 7 9 1	3

Комментарий.

Чтобы уронить три доминошки, достаточно толкнуть четвертую доминошку влево. Тогда вместе с ней упадут третья и вторая.

Е. Enlarged triangle

Чтобы отпраздновать попадание в число ста тридцати шести лучших команд Москвы на четвертьфинале ACM ICPC, Илья, по традиции, купил маленький плоский треугольный торт. Но повод действительно исключительный, а победы великого Лорда Бендтнера следует отмечать только «датским» тортом (то есть, тортом с площадью, равной S). Выяснилось, что торт не дотягивает до «датских» стандартов, поэтому Илья решил увеличить площадь торта. Это он может сделать путём удлинения всех сторон треугольника на одну и ту же величину. На какое число ему нужно увеличить все стороны, чтобы получить «датский» торт?

Ввод.

Четыре целых числа a , b , c (от 1 до 10^4) и S (от 1 до 10^9). Гарантируется, что треугольник со сторонами a , b , c существует и его площадь менее S .

Вывод.

Одно вещественное число — длина, на которую необходимо увеличить все стороны (с абсолютной погрешностью не более 0.001).

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 4 6	1.0000

Комментарий.

Площадь треугольника со сторонами $2+1=3$, $3+1=4$, $4+1=5$ равна 6.

F. Footprints

Сегодня в прямоугольном лабиринте, разделённом на единичные клетки, заблудился Ерулан (Надира из своего уже выбралась). Пока Ерулан искал выход, на один листок он набросал схему лабиринта (вид сверху), а на другой стал записывать свои ходы (R – направо, L – налево, U – вверх, D – вниз). Когда он выбрался, то на радостях потерял первый листок. А сможете ли Вы восстановить минимально возможные размеры лабиринта, в котором заблудился Ерулан, если он даст Вам только второй листок? Кстати, как сказал Ерулан, вход и выход из лабиринта необязательно должны быть на краю лабиринта.

Ввод.

Строка из символов 'R', 'L', 'D', 'U' длиной от 1 до 10^5 . Ввод заканчивается точкой.

Вывод.

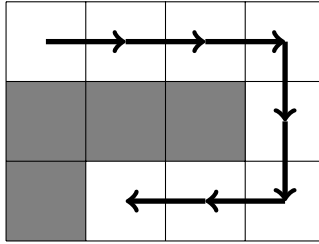
Два целых положительных числа, разделенных пробелом, — ширина и высота лабиринта.

Пример.

Ввод	Вывод
RRRDDLL.	4 3

Комментарий.

Лабиринт из примера:



G. Great divisors

Темирхан недавно услышал слова британского актёра Ричарда Бёртона о том, что ненастоящая дружба подобно плющу разрушает стены, на которых держится. После этого он не на шутку задумался о том, что каждому созданию нужен настоящий друг. И даже каждому числу! И Темирхан декларировал, что настоящим другом натурального числа будет его максимальный собственный делитель (наибольший делитель, отличный от самого числа). После этого Темирхан решил собрать вместе всех настоящих друзей чисел от 2 до n . А какой же отличный способ устроить друзьям веселье, если их просуммировать! Вот Темирхан и нашёл эту сумму. Что же у него получилось?

Ввод.

Одно целое положительное число n (от 1 до 3 000 000).

Вывод.

Одно целое положительное число — искомая сумма.

Пример.

Ввод	Вывод
6	8

Комментарий.

$$d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 = 1 + 1 + 2 + 1 + 3 = 8.$$

Н. Honest gifts

Тимур не большой сторонник сладкого, и дарить он предпочитает карандаши. У него есть a красных и b синих карандашей, k из которых он собирается оставить себе, а остальные подарить в виде подарочных наборов. Все подарочные наборы должны быть одинаковыми, то есть, состоять из одного и того же числа красных и синих карандашей. А какое максимальное число наборов он сможет составить?

Ввод.

Три целых положительных числа разделенных пробелом: a , b (от 1 до 10^6) — количество красных и синих карандашей соответственно и k (от 1 до $\min(A, B)$) — количество карандашей, которые Тимур оставляет себе.

Вывод.

Одно целое неотрицательное число — максимально возможное число наборов.

Пример.

Ввод	Вывод
27 34 5	8

Комментарий.

Если оставить себе три красных и два синих карандаша, то оставшиеся карандаши можно разбить на 8 наборов по три красных и четыре синих карандаша.

I. Inner subset

Александра не большой сторонник канцелярии, и дарить она предпочитает конфеты. У Александры есть n разных коробок, и она знает, что в i -ой коробке находится a_i конфет. Она хочет сделать подарок k одногруппникам, поэтому суммарное количество подаренных конфет должно делиться на k , но при этом ей нельзя открывать коробки — это за неё

сделают голодные до сладкого студенты. Спрашивается, сколько способов накормить своих друзей есть у Александры? Кстати, она не прочь отдать ребятам даже пустые коробки, если такие будут.

Ввод.

В первой строке одно целое положительное число n (от 1 до 1000) — количество коробок.

Во второй строке n целых чисел a_1, \dots, a_n (от 0 до 10^9) разделенных пробелами, где a_i — количество конфет в i -й коробке.

В третьей строке целое положительное число k (от 1 до 1000) — количество одноклассников.

Вывод.

Одно целое неотрицательное число — ответ на задачу по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
4 1 2 3 4 3	6

Комментарий.

В данном случае подойдут следующие варианты: $\{ \}$, $\{1, 2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$.

Результаты 20 октября 2015

№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Σ_+	Σ_-
1	Snowy Cube	Камалбеков Тимур (BM-2) Абайулы Ерулан (BM-2)	+2 0:27	+	0:10	+1 0:47	+2 1:11	+	+2 1:23	+		8	677
2	Банка огурцов	Турганбаев Сатбек (BM-2) Омаров Темирхан (BM-2) Жусупов Али (MM-2)	+2 2:11	+6 1:57	+1 1:09	-3		+3 2:17	+1 2:33	+1 2:46		6	1053
3	SchoolDominators	Сёмочкин Константин (школа) Елчанов Данияр (школа) Сапаргалиев Олжас (школа)	+1 0:32	-4	-2		+	+		-5		3	238
4	Pascal/C++	Абдыкалик Чингиз (BM-1) Кожемяк Виталий (BM-1) Малик Алмат (MM-2)	+	-7	-2				-5			1	32
5	HAWK	Керопян Агаси (BM-1) Ахметов Дастан (BM-1) Мырзабеков Руслан (BM-1)	+1 1:45	-8								1	125
6	Avadakedavra	Болотников Дмитрий (MM-1) Савицкая Нина (MM-1) Коробов Павел (MM-1)	+	-5								1	165
		Успешных попыток	6	2	2	1	2	3	2	2	0	20	
		Всего попыток	12	34	8	5	4	6	14	8	0	91	

Зимний тур 2015

18 декабря 2015

A. Alexandra and Exam

Александра начала готовиться к экзамену. На подготовку она выделила целых 2 недели. Сначала уровень ее знаний был X . После недели подготовки уровень ее знаний изменился на величину Y . Правда она так устала во время подготовки, что не помнит, повысился или понизился ее уровень знаний (такое тоже бывает). А после второй недели подготовки уровень изменился на величину Z . Александра считает, что она успешно подготовилась к экзамену, если окончательный уровень ее подготовки делится на 10 (даже если уровень знаний стал отрицательный). В конце Александра решила посчитать все возможные комбинации повышений и понижений уровня знаний, которые давали бы успешную подготовку и сложила их. Чему равна эта сумма?

Ввод.

Три целых числа X , Y и Z от 1 до 10000.

Вывод.

Одно целое число – сумму уровней знаний с успешной подготовкой (если таких успешных подготовок не было, вывести 0).

Пример.

Ввод	Вывод
11 12 13	10
12 13 35	50
10 20 30	40
1 2 4	0

Комментарий.

В первом примере один вариант успешной подготовки:
 $(11+12-13) = 10$.

Во втором примере два варианта успешной подготовки:

$$(12+13+35)+(12+13-35) = 50.$$

В третьем примере четыре успешных варианта подготовки:

$$(10+20+30)+(10+20-30)+(10-20+30)+(10-20-30) = 40.$$

В последнем примере нет успешных вариантов подготовки.

B. Ball and Snowy Cube

Когда команда по спортивному программированию «Снежный куб» собирается вместе, то обладает некоторой «снежной» сферой знаний. Известно, что «снежная» сфера знаний — это трехмерная сфера, которая обязательно должна помещаться в «снежный» куб. А «снежный» куб — это трехмерный куб, у которого все ребра параллельны осям, у которого одна из вершин находится в точке $(0, 0, 0)$. Вам необходимо определить, может ли данная сфера быть «снежной» сферой знаний какого-нибудь «снежного» куба. А если может, то вывести минимальную возможную длину ребра такого куба.

Ввод.

Три целых числа от -10^9 до 10^9 — координаты центра сферы и одно целое число от 1 до 10^9 — радиус сферы.

Вывод.

Одно целое число — сторону «снежного» куба, если он существует, или 0 иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
8 6 4 2	10
-1 2 -3 4	0

C. Calculation of Erulan Numbers

Ерулан недавно обнаружил ряд замечательных чисел, которые сразу же назвал в свою честь. Число Ерулана порядка k — это k -значное число,

которое делится на все свои цифры. Помогите Ерулану построить n чисел Ерулана порядка k .

Ввод.

Два целых числа k от 1 до 100 и n от 1 до 1000.

Вывод.

n целых положительных чисел Ерулана порядка k (каждое на новой строке). Если таких чисел менее n , вывести 0. Если ответов несколько, разрешается вывести любой.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3	11 12 15
2 15	0

D. Do Rain Dance

Мехматянин Али создал свою мехматянскую компьютерную сеть. Сеть состоит из N компьютеров, пронумерованных от 1 до N . Теперь ему нужно наладить связь с сетью ВМК-шников, в которой M компьютеров, пронумерованных от 1 до M . Однако эти 2 сети устроены совсем по-разному, поэтому соединить 2 компьютера из разных сетей не так просто: сложность соединения мехматянского компьютера номер A с влк-шным компьютером номер B равна $(A + B^2)$ «ударам в бубен» (знаменитые «танцы с бубном»). Для каждого мехматянского компьютера общая сложность его настройки равна сумме сложностей настройки соединений со всеми влк-шными компьютерами. Чтобы полностью настроить сеть, Али необходимо соединить каждый мехматянский компьютер с каждым влк-шным. Помогите вычислить количество «ударов в бубен», которое необходимо будет совершить Али.

Ввод.

Два целых числа N от 1 до $2 * 10^5$ и M от 1 до $2 * 10^4$ – количество компьютеров в мехматянской и вмк-шной сети соответственно.

Вывод.

Одно целое число – количество «ударов в бубен».

Пример.

Ввод	Вывод
2 3	37

Комментарий.

Чтобы соединить первый мехматянский компьютер с тремя вмк-шными необходимо $(1 + 1^2) + (1 + 2^2) + (1 + 3^2) = 17$ «ударов в бубен», а чтобы соединить второй мехматянский с тремя вмк-шными необходимо $(2 + 1^2) + (2 + 2^2) + (2 + 3^2) = 20$ «ударов в бубен».

E. ECM and Cognitive Dissonance

Чтобы сдать практикум на ЭВМ, необходимо решить несколько заранее подготовленных задач. Как было замечено, если сначала задачи пронумеровать целыми числами от 1 до N по уровню сложности, а потом перемешать, то у студентов возникает «когнитивный диссонанс» от порядка задач. Причем, величина «когнитивного диссонанса» равна количеству пар задач под номером i и j таких, что $i < j$ и i -я задача выдается после j -й. Тимур точно, знает, что успешно решит все задачи, только если уровень «когнитивного диссонанса» от порядка задач равен в точности k . Помогите ему найти такой порядок выдачи задач, при котором Тимур успешно решит все задачи.

Ввод.

Два целых числа n (от 1 до 10^5) и k (от 0 до 10^{18}) размер массива и уровень «когнитивного диссонанса».

Вывод.

Перестановку из n целых чисел от 1 до n , если она существует, в которой уровень «когнитивного диссонанса» равен k , и 0 иначе. Если ответов несколько, разрешается вывести любой.

Пример.

Ввод	Вывод
4 3	2 3 4 1
4 5	4 2 3 1
4 100	0

F. Fibonacci and Prime Number

Недавно Али начал готовить задачу на конференцию «Ломоносов-2016». Один из пунктов задачи выглядит следующим образом:

Дано число N . Проверить можно ли представить его в виде суммы простого и числа Фибоначчи или нельзя.

Помогите Али быстрее справиться с этой задачей, ведь дальше ему нужно еще решить и более сложную задачу!

Ввод.

Одно целое число N от 1 до 10^{12} .

Вывод.

Вывести два целых числа (первое – простое, второе – число Фибоначчи). Если разложения не существует, вывести два нуля. Если ответов несколько, то вывести тот, где число Фибоначчи наибольшее.

Пример.

Ввод	Вывод
24	3 21
17	0 0

Комментарий.

Числа Фибоначчи определяются следующим образом: $F_1 = F_2 = 1$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ для всех $n > 1$.

G. Game of Castles

Тимур не любит играть в компьютерные игры, потому что он любит их придумывать. Недавно, он начал разрабатывать пошаговую стратегию. Вот ее правила:

В некотором государстве есть N крепостей, которые постоянно воюют друг с другом. Каждая крепость имеет несколько стен, которые ее окружают – это уровень защиты крепости (если стен не остается, то крепость считается разрушенной). Каждый ход жители некоторой крепости A нападают на другую крепость B . При этом на следующий ход жители этих крепостей считаются уставшими, а жители всех остальных крепостей бодрыми (изначально жители всех крепостей бодрые). Во время нападения A на B у крепости B рушатся несколько стен:

- 2 стены, если жители крепости A – бодрые, а крепости B – уставшие;
- 1 стена, если жители крепостей A и B одновременно бодрые или уставшие;
- 0 стен, если жители A – уставшие, а жители B – бодрые или если крепость A была разрушена до этого хода.

Тимур уже написал автоматическую стратегию, которая сама сделала несколько ходов. Выведите количество стен крепости после данных ходов!

Ввод.

Одно целое число N от 2 до 10000 – количество крепостей. На следующей строке N целых чисел a_1, a_2, \dots, a_N (каждое от 1 до 100000) – количество стен у соответствующей крепости. Далее целое число M от 1 до 100000 – количество атак. На следующих M строках M пар чисел A_k и B_k (каждое от 1 до N , причем $A_k \neq B_k$) – атака A_k крепости на B_k .

Вывод.

N целых неотрицательных чисел через пробел – количество стен у соответствующей крепости после описанных выше атак.

Пример.

Ввод	Вывод
4 1 5 2 3 6 1 2 3 2 4 3 3 4 1 4 1 4	1 2 0 0

Комментарий.

$(1, 5, 2, 3) \Rightarrow 1(\text{бодрые}) \text{ против } 2(\text{бодрые}) \Rightarrow$
 $(1, 4, 2, 3) \Rightarrow 3(\text{бодрые}) \text{ против } 2(\text{уставшие}) \Rightarrow$
 $(1, 2, 2, 3) \Rightarrow 4(\text{бодрые}) \text{ против } 3(\text{уставшие}) \Rightarrow$
 $(1, 2, 0, 3) \Rightarrow 3(\text{уставшие}) \text{ против } 4(\text{уставшие}) \Rightarrow$
 $(1, 2, 0, 2) \Rightarrow 1(\text{бодрые}) \text{ против } 4(\text{уставшие}) \Rightarrow$
 $(1, 2, 0, 0) \Rightarrow 1(\text{уставшие}) \text{ против } 4(\text{разрушенные}) \Rightarrow$
 $(1, 2, 0, 0)$

Результаты
18 декабря 2015

Место	Участник	ВУЗ	Курс	A	B	C	D	E	F	G	Задачи	Итог
1	Омаров Темрхан	ВМК	2	100	68		100	100	100	52	4	520
2	Сапаргалиев Олжас	60 лицей	9	100	100		100		16	100	4	416
3	Колесников Владислав	ВМК	2	100	42	38	100		100		3	380
4	Турукпаев Исламбек	ВМК	1	98	100		80	12	0	0	1	290
5	Пикулина Алиса	ММ	1	100			80		100		2	280
6	Ким Владимир	ВМК	1	98	50		100			22	1	270
7-8	Алмат Малик	ММ	2	100	76		80				1	256
7-8	Елешов Данияр	ВМК	1	100	28	28	80		20		1	256
9	Абдыкалип Шынгыс	ВМК	1	100			100		26		2	226
10	Алибеков Ануар	ВМК	2	100	24	36	24	2	2	22	1	210
11-12	Керопян Агаси	ВМК	1	100	12	6	24	18	26	0	1	186
11-12	Болотников Димитрий	ММ	1	100	6	38	42		0		1	186
13	Кобекбай Бауыржан	ВМК	1	100	0		24		26		1	150
14	Кияжикеева Дина	ВМК	2	100		36					1	136
15	Михно Ксения	ММ	1	86	32						0	118
16-17	Мустафин Ануар	ММ	2	100	0				16		1	116
16-17	Бигалиева Айымкоз	ВМК	1	100			16		0		1	116
18	Мырзабеков Руслан	ВМК	1	100					0		1	100
19	Алимгазиев Сержан	ВМК	1			30	60				0	90
20	Кожемяк Виталий	ВМК	1	34			16				0	50
21	Татин Алмаз	ВМК	1	4							0	4
	Успешных попыток			15	2	0	5	1	3	1		
	Всего попыток			20	11	7	16	4	10	4		

Весенний тур 2016

30 апреля 2016

A. Alexandra's subtractions

Саша в совершенстве владеет мастерством сортировки чисел, поэтому для настоящего вызова ей нужна по-настоящему сложная задача. Она решила, что будет сортировать не множество чисел, а всевозможные попарные разности чисел этого множества. Например, для множества $\{1, 10, 5, 7\}$ она получит ответ $\{-9, -6, -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$, а для множества $\{1, 2, 3\}$ ответом будет $\{-2, -1, -1, 1, 1, 2\}$. Задача довольно сложная, поэтому мы вас просим найти только второе максимальное число в полученном наборе.

Ввод.

В первой строке одно целое число n , где $3 \leq n \leq 10^5$.
Во второй строке n различных целых чисел a_1, \dots, a_n , где $1 \leq a_i \leq 10^6$.

Вывод.

Одно целое число — вторая максимальная разность.

Пример.

Ввод	Вывод
4 1 10 5 7	6

B. Book of all the words

Денис решил выучить язык моржей. Оказалось, что алфавит моржей состоит из n букв, которые совпадают с n первыми буквами английского алфавита, а язык — из всевозможных слов длины m . Денис настроен решительно, поэтому он даже купил словарь, в котором все слова расположены по алфавиту. Подскажите Денису k -ое слово в словаре, чтобы помочь ему в изучении языка.

Ввод.

Три целых числа n, m, k , где $2 \leq n \leq 26, 1 \leq k \leq n^m \leq 10^{18}$.

Вывод.

Строка из n строчных латинских букв.

Пример.

Ввод	Вывод
3 5 6	aaabc
26 3 1739	cow
20 4 99431	milk

Комментарий.

В первом примере словарь будет начинаться со слов: aaaaaa, aaaab, aaaas, aaaba, aaabb, aaabc, aaasa,

C. Changing the word

Беда! Ответ Ерулана на задачу никак не хочет сходиться с тем, что указан в конце задачника. Чтобы подогнать своё слово (а ответом является именно слово) под правильное, он может за один шаг использовать одну из трех операций:

1. добавить одну любую букву в начало или конец слова;
2. убрать первую или последнюю букву слова;
3. заменить каждую букву слова на симметричную ей относительно центра алфавита (то есть, 'a' на 'z', 'b' на 'y', ..., 'z' на 'a').

Чтобы Ерулана мог побольше поспать, он хочет как можно быстрее справиться с этим заданием. За какое минимальное число действий он сможет привести свою строчку к правильной?

Ввод.

В первой строке строка из не более чем 1000 строчных латинских букв, оканчивающаяся точкой, — ответ Ерулана.

Во второй строке правильный ответ в таком же формате.

Вывод.

Одно целое число — минимальное число операций, за которое первую строку можно привести ко второй.

Пример.

Ввод	Вывод
drop. milk.	3
hardcore. texlive.	8

Комментарий.

В первом примере один из вариантов правильной последовательности может выглядеть так: $drop \rightarrow rop \rightarrow ilk \rightarrow milk$.

D. Doubtful numbers

Али любит вводить новые термины и обозначения. Например, составные числа, имеющие больше простых делителей, чем составных, он решил называть сомнительными. Скажите, сколько сомнительных чисел найдёт Али среди всех целых чисел отрезка $[A, B]$?

Ввод.

Два целых числа A, B , где $1 \leq A \leq B \leq 10^7$.

Вывод.

Одно целое число — количество сомнительных чисел на отрезке $[A, B]$.

Пример.

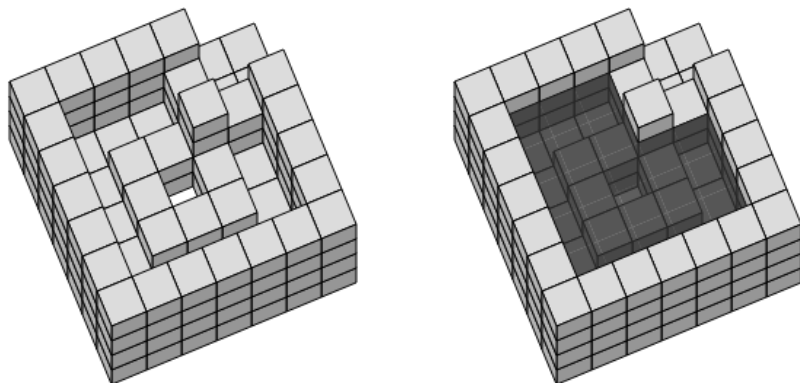
Ввод	Вывод
90 100	4
1 2016	564

Комментарий.

Число 90 не является сомнительным, поскольку имеет 3 простых делителя (2, 3 и 5) и 8 составных (6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 и 90); число 91 же сомнительное, поскольку имеет 2 простых делителя (7 и 13) и только 1 составной (91). Другими сомнительными числами из первого примера будут 93, 94 и 95. Число 97 также имеет больше простых делителей, чем составных, но оно само является простым.

Е. Experiment with tea

У Тимура есть стакан с квадратным основанием, в котором он выложил сахар-рафинад в аккуратные столбики. На дне стакана осталось место только под один кубик сахара. Чтобы сахар быстро не растворялся, он льет чай в именно в этот свободный квадрат. Какой максимальный объем чая он может налить в стакан так, чтобы чай не касался стенок стакана?



Ввод.

В первой строке одно целое число N от 1 до 100 — сторона квадратного основания стакана, выраженная в кубиках сахара.

В следующих N строках — матрица A размера $N \times N$ из целых чисел от 0 до 10^6 , где a_{ij} — высота соответствующего столбца. Гарантируется, что в матрице присутствует ровно один нулевой элемент, причем он не находится на границе матрицы.

Вывод.

Два целых числа: h — уровень чая в стакане в кубиках (при максимальном объеме) и v — максимальный объем налитого чая.

Пример.

Ввод	Вывод
7 4 4 4 4 4 4 4 4 1 1 1 1 1 4 4 1 2 2 2 1 4 4 1 2 0 2 1 4 4 3 4 2 2 1 4 1 1 3 1 1 1 4 1 1 4 4 4 4 4	3 36
3 2 3 4 9 0 5 8 7 6	3 3

Комментарий.

Сахар не тает и не пропускает чай.

F. Five words

Коровы понимают каждое сказанное человеком слово, правда, только частично.

Фермер рассказывал, что его коровы поели всю траву луга за 96 дней. Мы в таких случаях вспоминаем поговорку «сидит как на корове седло». Говорят, загар улучшает лактацию и удои коровы. Убегать от коровы во сне — к неожиданному разрешению финансовых проблем.

Ввод.

Целое число n , $1 \leq n \leq 35$.

Вывод.

Три строчных латинских буквы.

Пример.

Ввод	Вывод
4	cow
9	ate
18	sit
29	tan
33	ran

G. Glowing letters

Надира открыла сеть из двух автосалонов. В них еще нет ни одной машины, но зато уже есть одинаковые вывески, сделанные из светящихся букв. Адиль сказал, что обладает авторскими правами на букву 'a', поэтому Надире нельзя ее использовать в названиях своих салонов. Она не может снять вывески целиком, но может оставить включенными некоторые буквы. На первой вывеске она может оставить включенной любую подстроку, а на второй вывеске — любые буквы. Сколько различных способов у нее получить непустое название, не содержащее букву 'a' для первой и второй вывески?

Ввод.

Строка из не более чем 10^5 строчных латинских букв, оканчивающаяся точкой, — старое общее название двух салонов.

Вывод.

Два целых числа: количество способов получить первую и вторую вывеску. Так как количество способов может быть очень большим числом, ответы следует выводить по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
calf.	4 7
calfandcalf.	13 255

Комментарий.

Полученные два названия не обязаны совпадать. Способ определяется позициями выключенных букв, а не значением. В первом примере допустимые названия первого салона: c, l, f, lf; второго салона: c, l, f, cl, cf, lf, clf.

Н. Harmonic permutations

Мирас изучает свойства перестановок чисел от 1 до $2n$. Больше всего ему нравится порядок, но упорядоченных перестановок не так уж и много — всего одна. Он решил посчитать количество частично упорядоченных перестановок $(a_1, a_2, \dots, a_{2n})$, которые он назвал гармоничными:

1. a_1, \dots, a_n — упорядочены по возрастанию;
2. a_{n+1}, \dots, a_{2n} — упорядочены по возрастанию;
3. $a_i < a_{i+n}$ для всех i от 1 до n .

Помогите Мирасу посчитать число таких перестановок.

Ввод.

Одно целое число n от 1 до 1000.

Вывод.

Одно целое число — число гармоничных перестановок чисел от 1 до $2n$. Так как число перестановок может быть очень большим, ответ следует выводить по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
2	2
3	5

Комментарий.

В первом примере существует 2 гармоничных перестановки: (1, 2, 3, 4), (1, 3, 2, 4).

I. Infinity problem

Темирхан выписал на доске все натуральные числа, сумма цифр которых равна трём. Как он это сделал (ведь таких чисел бесконечно много!), вопрос к нему. Нас же интересует кое-что другое: есть ли среди этих чисел хотя бы одно кратное n ?

Ввод.

Одно целое число n , где $1 \leq n \leq 10000$.

Вывод.

Слово YES (если существует натуральное число с суммой цифр 3 и кратное n) или NO (если такого числа нет).

Пример.

Ввод	Вывод
8	YES
9	NO

Комментарий.

В первом примере подходящим кратным является, например, число 120. Во втором примере таких чисел не найдётся, поскольку любое кратное 9 имеет также кратную 9 сумму цифр.

J. Jelly cake

У Ильи есть вкусный жележный круглый торт радиуса 1000 с N ягодками на его окружности по краям торта. Он хочет отрезать себе треугольный кусок с тремя ягодками в вершинах. Какой минимальной площади он может выбрать кусок, чтобы на завтра осталось больше торта?

Ввод.

В первой строке одно целое число N , где $3 \leq N \leq 10000$, — количество ягодок, расположенных на границе торта.

Каждая из следующих N строк содержит по три числа: g_i , m_i , s_i — градусы, минуты и секунды угла, определяющего позицию i -й ягодки, где $0 \leq g_i \leq 359$, $0 \leq m_i \leq 59$, $0 \leq s_i \leq 59$.

Вывод.

Одно вещественное число — минимальная площадь треугольного куска с вершинами в ягодах. Ответ больше 0.0001 засчитывается, если относительная погрешность не превосходит 0.0001. Остальные ответы можно считать нулевыми.

Пример.

Ввод	Вывод
4 0 0 0 90 0 0 180 0 0 270 0 0	1000000.0
5 180 20 30 120 20 30 0 0 0 45 45 45 90 20 30	118947.66

Результаты 30 апреля 2016

Весенний тур 2016

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ+	Σ-
1		A+B	Шаварш Бадалян (Ташкент) The art of war (Ташкент)	+ 0:04	+ 0:52	+5 3:05	+ 0:17	+ 0:36	+26 3:20	+ 1:04	+3 1:43	+	+	10	1509
2		NU: Pretty Hugs D Riot	Уллубек Адильбеков (НУ) Сергазы Калмурзаев (НУ) Бекжан Кассенов (НУ)	+ 0:06	+ 0:10	+1 1:29	+1 0:53	+ 0:28	-39	+ 0:41	+	+	+	9	473
3		NU: Джулия	Багирхан Орынқұл (НУ) Нурсултан Джубатыров (НУ) Нұртаулет Кеңес (НУ)	+1 0:04	+	+	+1 0:32	+1 1:20	-2	+	+	+2 1:45	-1	8	713
4	1	Snowy Cube	Абадулы Ерулан (BM-2) Журавская Александра (BM-2) Камалбеков Тимур (BM-2)	+ 0:04	+ 0:38	+	-3		-1	+1 0:57			+3 3:36	5	460
5	2	Big Dipper	Шокетаева Надира (MM-3) Таранов Денис (BM-3) Тлеубаев Адиль (BM-4)	+	+1 0:25		+14 3:58		-24	+1 1:43			+	5	893
6	3	Mad Cow	Турганбаев Сатбек (BM-2) Омаров Темирхан (BM-2) Жусупов Али (MM-2)	+1 0:13	+ 0:57	+3 2:49			-6	+			-2	4	361
7		Небесная Касатка	Шин Кирилл (Ташкент) Ахмедшин Раиф (Ташкент)	+	+1 0:20	-1	-12		-7	+1 2:54	+			4	469
8		Pullers	toyo ilmur the best farzand3	+1 0:14	+				+	-5		-4		3	299
9		proGram1st	Up-2-110H	+	+	-2								2	38
10		TPCIT Programmers	mytwink ilkhom98 progerkiller97	+	+		-2		-1	-4		-5		2	47

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ_+	Σ_-
11	4	Bad habit	Колесников Владислав (BM-2) Иглымов Алишер (BM-2) Болотников Дмитрий (MM-1)	+ 0:14	+1 0:51		-1		-12					2	85
12	5	It is 42!	Малик Алмат (MM-2) Ганиев Адлет (MM-2) Кертаев Темирлан (MM-2)	+ 0:58	+2 1:15		-2		-1	-2				2	173
13	6	A\$K	Амир Мирас (BM-3) Шабхатов Асылжан (BM-3)	+1 0:46	+2 1:36									2	202
14		M1-14	Dior r The force of codes firdavs	+ 0:51	+4 1:22		-8							2	213
15		NBP	Shatmaroff chollak Kill	+ 1:05	+1 2:19							-5		2	224
16	7	Lord Bendtner Team	Вержицкий Владислав (BM-3) Седакин Илья (BM-3) Таскынов Ануар (BM-3)	+3 1:25	+2 1:24			-3	-9				-1	2	269
17	8	Association of Angry Coderz	Ким Владимир (BM-1) Абдыкалик Чингиз (BM-1) Турукпаев Исламбек (BM-1)	+4 2:52	+ 3:20				-1			-6		2	452
18	9	Михалыч	Агтайкин Мария (BM-4) Журавлев Вадим (BM-4) Оспанов Аят (BM-4)	+8 2:01	+2 3:18	-2			-10					2	519
19	10	Cow Hunters	Коробов Павел (MM-1) Газизов Куат (MM-1) Киселёв Илья (MM-1)	+8 2:42	+ 3:56		-2		-1					2	558
20	11	Черные сердечки	Алимгазиев Сержан (BM-1) Кобекбай Бауыржан (BM-1) Керопян Агаси (BM-1)	+17 2:54	+1 1:28				-2					2	622
21		NU#1	Aidarbek Suleimenov Rasul Khasen	+ 0:22										1	22

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ+	Σ-
22		Awesome Team	Capitan	+2 0:47										1	87
23		Accepted	Раушан Ергожиева Айзада Кабиденова Победа Багдаг	+2 1:22			-12							1	122
24	12	Traitors	Пикулина Алиса (ММ-1) Сеилов Айтмухаммед (ММ-1) Михно Ксения (ММ-1)	+4 1:58			-5					-1		1	198
25	13	VIK	Виктор Вишнеvский (ММ-2)	+3 3:37										1	277
26	14	Prog club M	Казбекова Диана (ВМ-1) Кемпирова Наргиз (ВМ-1) Куленова Лариса (ВМ-1)	+5 3:27			-3					-1		1	307
		Успешных попыток		26	20	5	4	3	2	7	4	3	4	78	
		Всего попыток		91	41	19	70	7	144	21	7	27	11	438	
		%		29%	49%	26%	6%	43%	1%	33%	57%	11%	36%	18%	

Осенний тур 2016

15 октября 2016

A. A sad number

Ввиду некоторых печальных событий, никак не связанных с учёбой в университете, Денис считает цифру 2 самой грустной цифрой. Соответственно натуральные числа, в десятичной записи которых есть цифра 2, Денис называет «грустными» числами; числам же, которые можно разложить на сумму двух «грустных» чисел, Денис дал название «очень грустные» числа. Поскольку определение вышло слишком сложным, помогите Денису определить, является ли данное число «очень грустным» или нет.

Ввод.

Одно целое число n , где $1 \leq n \leq 10^{18}$.

Вывод.

Слово YES, если введенное число является «очень грустным», и NO — иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
10	NO
14	YES
3018	YES

Комментарий.

Число 10 нельзя разложить на сумму двух грустных чисел.

Число $14 = 12 + 2$, здесь и 2, и 12 содержат двойку в своей записи.

Число $3018 = 2016 + 1002$ — оба слагаемых являются грустными числами.

B. Brute force

Тимур считает, что все задачи по программированию можно решить перебором. Казалось бы, чего сложного, например, перебрать все возможные пары различных натуральных чисел (a, b) не более некоторого n и вывести максимальный НОД из полученных? Не правда ли?

Ввод.

Одно целое число n , где $2 \leq n \leq 10^{18}$.

Вывод.

Одно целое число — максимальный НОД чисел a и b при всех возможных $1 \leq a < b \leq n$.

Пример.

Ввод	Вывод
2	1
5	2

Комментарий.

Во втором примере все возможны НОДы равны:

$\text{НОД}(1, 2) = 1$, $\text{НОД}(1, 3) = 1$, $\text{НОД}(1, 4) = 1$, $\text{НОД}(1, 5) = 1$, $\text{НОД}(2, 3) = 1$, $\text{НОД}(2, 4) = 2$, $\text{НОД}(2, 5) = 1$, $\text{НОД}(3, 4) = 1$, $\text{НОД}(3, 5) = 1$, $\text{НОД}(4, 5) = 1$.

Максимальным из полученных чисел является 2.

C. Curtains

Адиль хочет применить полученные знания на практике после окончания университета. Чтобы стать ближе к проектированию «умного дома», Адиль уже сейчас пытается написать что-то своё. Его первый проект — автоматическое управление шторами. Деталей разработки своего проекта Адиль не раскрывает, но на данный момент его у него имеется N петелек для штор, которые крепятся к карнизу в точках a_1, a_2, \dots, a_N

(координаты в см $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_N \leq 10^5$). А его «умный дом» может выполнять запросы вида:

1. сдвинуть k -ю петельку вправо или влево на 1 см;
2. сдвинуть k -ю петельку вправо или влево на 1 см.

При этом совпадать петельки в процессе действий не могут — такие действия следует игнорировать. Проект ещё далёк от завершения, а Адилю нужно готовиться к сессии. Чтобы контролировать, насколько сильно провисают шторы, Адилю важно знать максимальное расстояние между соседними петельками после каждого запроса. Обратите внимание, что карниз можно считать бесконечным и координаты могут становиться отрицательными в процессе перемещений.

Ввод.

В первой строке целое число N — число штор, где $2 \leq N \leq 10^5$, во второй строке N целых чисел a_1, a_2, \dots, a_N — начальное положение штор, где $1 \leq a_i \leq 10^5$, в третьей строке целое число Q — число запросов, где $1 \leq Q \leq 10^5$, в следующих Q строках содержится описание запросов одного из двух видов:

«R k » соответствует запросу типа «сдвинуть k -ую петельку вправо на 1 см»;

«L k » соответствует запросу типа «сдвинуть k -ую петельку влево на 1 см».

Вывод.

Q целых чисел в столбик — максимальное расстояние между соседними шторами после каждого запроса.

Пример.

Ввод	Вывод
3	5
1 5 10	5
3	4
R 2	
L 3	
R 1	
2	1
1 2	1
3	2
R 1	
L 2	
R 2	

D. Dimitriy and broken sum

Димитрий отлично знает, как находить сумму членов арифметической прогрессии, поэтому на этот раз ему дали задачу сложнее. Необходимо найти сумму $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$, где a_i отличается от i только k -ым битом справа в своей двоичной записи. Если число содержит недостаточно двоичных цифр, следует добавить незначащие нули слева.

Ввод.

Два целых числа n и k , где $0 \leq n \leq 10^9$ и $1 \leq k \leq 30$.

Вывод.

Одно целое число — ответ на задачу.

Пример.

Ввод	Вывод
7 3	28
5 3	23

Комментарий.

При $k = 3$ последовательность $\{a_n\}$ будет выглядеть следующим образом:

4, 5, 6, 7, 0, 1, 2, 3, 12, 13, 14, ...

Е. Excursion

Ребята из команды Snowy Cube сейчас учатся на 3 курсе ВМК и проходят один из самых интересных предметов — “Машинная графика”, где они программируют отрисовку трёхмерных изображений с помощью библиотеки OpenGL. Как и полагается, первой демонстрационной программой является отрисовка куба. Ребята так хотят научиться писать движки для трехмерных игр, что уже начали разрабатывать трехмерную игру «Экскурсия по снежному кубу». Изначально игровое пространство состоит из куба размера A , ребра которого параллельны осям координат. Суть игры заключается в том, чтобы добраться из угла куба $(0, 0, 0)$ в противоположный угол с координатами (A, A, A) . Двигаться можно только прыжками по снежинкам, расставленным внутри куба, при этом общая длина всех прыжков не должна превышать данного параметра K (уровень сложности игры). Штраф в игре вычисляется как длина максимального прыжка, совершенного во время преодоления пути. Ясно, что игроки будут пытаться получить минимальный штраф. Чему будет равен абсолютный рекорд для данной карты?

Ввод.

В первой строке два целых числа A и K — размер куба и уровень сложности ($1 \leq A \leq 1000$, $1 \leq K \leq 2000$); во второй строке — число снежинок N на данной карте ($0 \leq N \leq 100$); каждая из следующих N строк содержит три целых числа x_i , y_i , z_i — координаты i -ой снежинки ($0 \leq x_i, y_i, z_i \leq A$).

Вывод.

Одно вещественное число — минимальный штраф L (с точностью в 2 знака после запятой), с которым можно пройти данную карту. Если эту карту на данном уровне сложности пройти невозможно, то вывести -1.

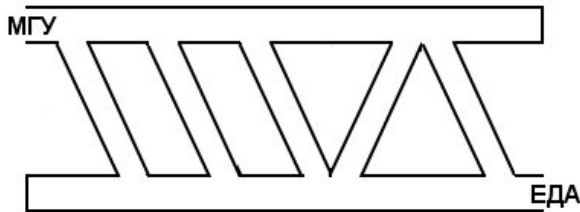
Пример.

Ввод	Вывод
10 20 5 5 0 0 10 0 0 10 5 0 10 10 0 10 10 5	17.320
10 30 5 5 0 0 10 0 0 10 5 0 10 10 0 10 10 5	7.071
10 40 5 5 0 0 10 0 0 10 5 0 10 10 0 10 10 5	5.000
10 16 2 6 2 1 4 0 6	-1

F. Food getting ways

Знаете ли вы, где можно вкусно перекусить рядом с филиалом МГУ? В соседнем с нашим архитектурно-строительным корпусе работает замечательная столовая с оригинальным названием The Stolovka. От нашего корпуса до корпуса, в котором находится The Stolovka, можно пройти по одной из двух параллельных аллей, соединённых между собой некоторой

системой из попарно не пересекающихся переулков. Ерулан, как большой любитель покушать, собрался посетить данное место. Но, кроме прочего, он еще и большой любитель математики, поэтому он решил воспользоваться случаем и на основе этого маленького приключения составить задачу.



Ерулан записал её условие в следующем формальном виде: две аллеи — горизонтальные отрезки. Выходит он из верхнего левого угла, прийти должен в правый нижний. Переулки между аллеями бывают 2 видов: / и \. Ерулан всегда движется слева направо. На каждом шаге он может либо продолжить движение по той же аллее, либо перейти по переулку на другую, если есть такая возможность. Посчитайте количество способов попасть в столовую.

Ввод.

Одно целое число N , где $1 \leq N \leq 10000$.
На следующей строке строка длины N из символов вида '/' и '\'.

Вывод.

Одно целое число — ответ по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
5 \\ \ \ \ \	7
2 //	0

Комментарий.

обратите внимание, что в языке C и C++ константы прямого и обратного следа обозначаются как '/' и '\\'.

G. Great and Mighty

Илья учится уже на 4 курсе, но всё ещё отлично помнит что, студенты ВМК за первые три семестра знакомятся с тремя не самыми популярными, но одними из самых важных для понимания основ, языками программирования: pascal, pasm и C. Правда, эта информация никак не помогла ему во время сдачи уравнений математической физики, и навряд ли поможет вам.

Ввод.

Одно целое число от 1 до 10.

Пример.

Ввод	Вывод
9	6 5 4
2	3 3 3

H. Hobby

Темирхан очень обрадовался не столько победе на личной олимпиаде в прошлом году (которая проводится традиционно в декабре в филиале МГУ), сколько подарку в виде сборной модели здания МГУ. Он увлекся различным конструированием, и в частности, задумался о сборке железной дороги. Для этого Темирхан купил себе большую пачку деталей двух видов: прямой прогон (длины 2) или поворот на 90 (ширина 1, высота 1).



После того, как он принес A деталей первого вида и B деталей второго вида, у него моментально возник вопрос: можно ли составить замкнутую железную дорогу, используя все детали? Помогите ему ответить на этот странный вопрос.

Ввод.

Два целых числа A и B , где $0 \leq A \leq 10^9$, $0 \leq B \leq 10^9$ и $A + B > 0$.

Вывод.

Слово YES, если собрать дорогу возможно, и NO — иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
0 4	YES
0 8	NO
3 3	NO

I. IMC problem

Надира и Саша этим летом участвовали в IMC — международной студенческой олимпиаде по математике в Болгарии. На тренировках они решили огромное количество различных задач, в том числе и по теории чисел. Иногда попадались задачи, которые проще запрограммировать, чем решить честно. Например, как вам такая задача:

найти n -ое число вида $2^p \cdot 5^q$, то есть, n -ое число последовательности 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, ...

Ввод.

Одно положительное целое число n такое, что ответ гарантированно не превосходит 10^{18} .

Вывод.

Одно целое число — n -ое число последовательности.

Пример.

Ввод	Вывод
8	20
100	1000000
500	1000000000000000

J. Join the knowledge

Куат изучает очень много математики. За первые два семестра он прослушал курсы «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра» и «Математический анализ». Знания по всем этим предметам занимают большую часть его памяти. Свою память он представляет в виде таблицы $n \times n$. Если клетка памяти занята знаниями, то в таблице это отмечено точкой. Если она еще свободна — звездочкой. Будучи настоящим математиком, Куат верит, что все предметы и знания по ним должны быть связаны друг с другом (две единицы знаний считаются соседними, если они имеют общую сторону; все единицы считаются связанными между собой, если для любых двух единиц знания A и B можно составить цепочку $A = v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_k = B$, где v_i и v_{i+1} — соседние клетки для любого i). Куат очень надеется, что его знания связаны друг с другом. А если нет, то он готов потратить еще один вечер и заполнить знаниям еще один кусок памяти, чтобы они стали связаны. Гарантируется, что у Куата уже есть как минимум две единицы знаний. Сможет ли он добиться того, чтобы все его знания стали связаны после добавления одной единицы знаний?

Ввод.

В первой строке одно целое число n , где $2 \leq N \leq 300$, — размер матрицы знаний.

На следующих n строках описание таблицы знаний $n \times n$ из символов * (звездочка) и . (точка).

Вывод.

Слово YES, если Куат может добиться связности знаний, заменив не более одной звездочки на точку, и NO — иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
3 *** . *. . *.	YES
3 *. * . *. *. *	YES
3 . *. *. * . *.	NO

K. Keg and dipper

В Казахстанском филиале МГУ с недавнего времени появилась традиция пить чай на тренировках по программированию. Команда Big dipper сразу начала навязывать свои привычки: всё мерить в ковшах, а чай пить только из бесконечно большого бочонка. Ещё ребята определили комфортную температуру чая, при которой его можно пить: от A до B градусов включительно. Кипяток из чайника имеет температуру H , молоко — температуру C . Количество молока и кипятка не ограничено. Помогите им выяснить, какое минимальное количество мерительных ковшей необходимо налить в бочонок, чтобы получить в нём чай комфортной температуры?

Ввод.

В первой строке два целых числа A и B .

Во второй строке два целых числа C и H , где $0 \leq C < A < B < H \leq 10^6$.

Вывод.

Одно целое число — минимальное число ковшей, при котором можно получить комфортную температуру чая.

Пример.

Ввод	Вывод
36 37 25 95	6
23 24 20 30	3

Комментарий.

Температура чая, получаемой при смешивании x ковшей кипятка и y ковшей молока, равна $T = \frac{x \cdot H + y \cdot C}{x + y}$.

В первом примере, если взять 5 ковшей кипятка и 1 ковш молока, то получим температуру $36\frac{2}{3}$, которая является комфортной.

В втором примере, если взять 2 ковша кипятка и 1 ковш молока, то получим температуру $23\frac{1}{3}$, которая является комфортной.

L. Lazy programming

На механико-математическом факультете филиала МГУ студенты 1 курса проходят замечательные предметы «Элементы теории чисел» и «Технология программирования на ЭВМ». Айтмухаммед и Павел в ответ на «ленивые математические вычисления», про которые слышали на программировании, решили изобрести метод «ленивого программирования» для задач по теории чисел. На такой шаг они пошли с целью не увеличивать всемирную энтропию работающих компьютеров, на которых написаны «решения в лоб», выполняющие много лишних циклов. Для этого они выводят формулу для решения задачи на бумаге так, чтобы в программе не было циклов вообще. Вот задача, которую они выбрали в качестве первого претендента:

проверить, является ли чётным число $\tau(1) + \tau(2) + \tau(3) + \dots + \tau(n)$, где $\tau(k)$ — количество натуральных делителей числа k .

Попробуйте написать эту программу и Вы.

Ввод.

Одно целое число n , где $1 \leq n \leq 10^{18}$

Вывод.

Слово YES, если результат вычислений будет четным и NO — иначе.

Пример.

Ввод	Вывод
5	YES
10	NO

Результаты
15 октября 2016

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	Σ+	Σ-
1		NU: EPS	Улугбек Адильбеков (НУ) Мадиар Айтжанов (НУ) Сергазы Калмурзаев (НУ)	+1 0:25	+1 0:07	+	+	+	+1 1:44	-1 0:28	-13	+	+1 0:04	+	+1 1:51	10	712
2		NU MVP	Батырхан Орынкул (НУ)	+1 0:23	+0:25	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+1 1:22	10	992
3		ITU T	Сатылханов Темирлан (МУИТ)	+	+0:06	-10	+	+	+	-8	+	+	+	+	+2 0:25	8	495
4		ENU Eagles	Айкен (ЕНУ) Нурбек (ЕНУ) Азамат (ЕНУ)	+	+0:15	-2	+	+	+1 2:50	+	+	+	+	+	+0:12	7	617
5	1	Snowy Cube	Журавская Александра (ВМ-3)	+4 1:22	+	+6 3:33	+2 2:34	+	+	+	-3	+5 3:23	-2	-5	+2 2:28	7	1277
6	2	Big Dipper	Камалябеков Тимур (ВМ-3) Абайулы Ерулан (ВМ-3) Надира Шокегаева (ММ-4) Амир Мирас (ВМ-4) Таранов Денис (ВМ-4)	+	+0:09	+	+5 3:15	+	+	+	+	+5 2:46	+10 3:38	-7	+4 1:00	7	1301
7	3	Жизнь за Нерзула	Болотников Дмитрий (ММ-2) Газизов Куат (ММ-2) Аскергали Ануар (ВМ-1)	+	+0:26	+	-3	+	+1 2:06	+	+	+	+	+1 2:35	+2:48	6	771
8	4	Lord Bendtner Team	Верхбицкий Владислав (ВМ-4) Седякин Илья (ВМ-4) Таскынов Ануар (ВМ-4)	+	+0:45	+	+4 3:45	+	-1	+	+	+	+	+2 2:29	+3 2:40	6	889
9		ENU Tigers	Нурлан (ЕНУ) Адилет (ЕНУ) Шамиль (ЕНУ)	+1 0:30	+	+0:24	+3 3:57	+	+6 3:58	+	+	+	+	+	+3 2:53	5	962

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	Σ ₊	Σ ₋
10	5	Эсприт	Шарипов Азат (BM-1) Узақбай Каби (BM-1) Танкибаева Салима (BM-1)	+	+				-3					+2 3:04	+1 1:16	4	385
11	6	dovahkin	Темирхан Омаров (BM-3)	+1 0:33	+2 1:01		-2					+	3:15		+2 2:35	4	544
12		ПТУ А	Андрей Ким (МУИТ)	+	+							+1 0:18				3	55
13		M&M's	Лежников Макар Кенжегалиев Мирас	+	+	-1	+1 2:08			-3					-2	3	201
14	7	Dark Horses	Абдыкалик Чингиз (BM-2) Ким Владимир (BM-2) Козган Айжас (BM-2)	+	+1 1:19		-1			-2	-1				+	3	231
15		ательсин	Ера (ЕНУ) Ануар (ЕНУ) Али (ЕНУ)	+	+2 0:44					-1		-4	+3 2:16		-4	3	299
16		ENU go Team	Назаров Елыпат (ЕНУ) Шаги Лесбек (ЕНУ) Галы Махмуд (ЕНУ)	+	+	-4				+	3:26			-6		3	489
17		UAB	Еркін Асқар Жүніс Бағырбек Даулетқали Ұлан	+	+1 2:10		-3			+	3:38					3	490
18		Quiant	Бауыржан Нурғалиев Меірхан Есеев Данияр Бахытов	+1 1:11	+2 2:21	-4	-9			+3 3:26		-2		-3		3	538
19	8	Moby-Dick	Коробов Павел (ММ-2) Сейлов Айтмухамед (ММ-2) Алан Вагнер (60)	+	+						-2		-7		-6	2	93
20		Guys from hell	Алмат Малик Кайратұлы Темирлан	+	+4 1:17	-2	-6									2	246
21	9	Черные Сердечки	Керопян Агаси (BM-2) Кобекбай Бауыржан (BM-2) Турукпаев Исламбек (BM-2)	+5 1:49	+6 1:13					-11					-1	2	402

№	№	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	Σ ₊	Σ ₋
22	10	Complicate	Бекмаганбетов Бекарыс (ММ-1)		+ 0:19	-1	-2		-3				-2	-4	-2	1	19
			Қунакбаев Рамазан (ММ-1)														
			Киселёв Илья (ММ-2)														
23	11	Sorax	Кожемьяк Виталий (ВМ-2)		+1 0:41							-1			-2	1	61
			Бексугуров Азамат (ММ-1)														
24		ВМТГ AL 1	Ергашев Адизбек	-9	+1 1:10											1	90
			Гайратов Мухриддин														
			Ергашев Лязизбек														
25		Qwerty	Исабеков Еркебулан	-4	+ 2:48											1	168
			Надирбек Нурлыбеков														
			Аманбаев Асыл														
26	12	uni.CORN	Садыхова Сымбат (ММ-1)		+4 2:55						-6					1	255
			Сланова Айгерим (ММ-1)														
			Жунусова Асыллия (ММ-1)														
		Успешных попыток	9	12	1	3	0	2	1	0	4	2	3	7	44		
		Всего попыток	19	26	8	19	0	12	14	12	14	23	24	30	195		

Зимний тур 2016

13 декабря 2016

А. A train problem

Айтмухамед во время своего последнего путешествия в поезде заказал обед из вагона ресторана. Официант постоянно проходил мимо, открывая и закрывая двери между вагонами, но заказа всё еще не было. В ожидании трапезы Айтмухамед решил подсчитать сколько же щелчков от закрытия дверей услышал сам официант. При этом он, как истинный математик, четко формализовал эту задачу:

Поезд состоит из n вагонов. Известно, что k -й по счету вагон — это вагон ресторан. В каждом вагоне, кроме вагона ресторана, едет ровно один пассажир, который заказал одну порцию. Официант должен разнести всем заказы, при этом одновременно он может нести только одну порцию. Когда официант проходит через переход между вагонами он открывает и закрывает две двери. Сколько всего дверей он откроет, чтобы разнести все заказы, если блюда разносить он начал из вагона ресторана и закончить свой поход намерен там же?

Ввод.

Два целых числа n и k , где $1 \leq n \leq 10^9$ и $1 \leq k \leq n$.

Вывод.

Одно целое число — ответ на задачу.

Пример.

Ввод	Вывод
3 1	12
3 2	8
5 2	28

Комментарий.

В первом примере официант сходит во второй вагон (4 двери) и в

третий вагон (8 дверей).

B. Bead garland

К Новому году Вова уже приготовил n коробок елочных шариков в количестве a_1, a_2, \dots, a_n , соответственно (абсолютно все шарики попарно различны). Он хотел собрать гирлянду, взяв из каждой коробки ровно по одному шарик, но получилось слишком много различных вариантов гирлянды (порядок шариков в гирлянде не важен). Чтобы уменьшить количество различных способов собрать гирлянду, Вова решил объединить некоторые коробки (после объединения коробок он опять будет выбирать ровно один шарик из каждой полученной коробки). Так чему же равно минимальное количество различных гирлянд при всех возможных объединениях коробок?

Ввод.

На первой строке одно целое число n , где $1 \leq n \leq 10^5$.
На второй строке n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n , где $1 \leq a_i \leq 10^9$.

Вывод.

Одно целое число — ответ на задачу.

Пример.

Ввод	Вывод
2 1 2	2
3 3 3 3	9

Комментарий.

В первом примере: если он объединит две коробки, то получит 3 варианта гирлянды из одного шарика; если не будет объединять коробки, то получит $1 * 2 = 2$ варианта гирлянды из двух шариков.
Во втором примере: если он объединит 3 коробки, то получит 9 вариантов гирлянды из одного шарика; если он объединит любые 2 коробки, то

получит $6 * 3 = 18$ вариантов гирлянды из двух шариков; если не будет объединять коробки, то получит $3 * 3 * 3 = 27$ вариантов гирлянды из трех шариков.

C. Champion

Темирхан, студент 3 курса ВМК, является действующим победителем данной олимпиады прошлого года. Это просто информация.

Ввод.

Три целых числа.

Пример.

Ввод	Вывод
89 101 115	Yes
78 111 32	No

D. Digits

Команда Снежный Куб как опытная команда уже давно привыкла к задачам, в которых условие выглядит значительно проще решения. Вот пример такой простой задачи: найти количество n -значных чисел, у которых сумма цифр равна k . А сможете ли Вы решить эту задачу?

Ввод.

Два целых числа n и k , где $1 \leq n \leq 500$ и $1 \leq k \leq 10^6$.

Вывод.

Одно целое число — ответ на задачу по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
2 5	5
3 12	66
10 50	349279750

Комментарий.

В первом примере подходят числа 14, 23, 32, 41 и 50.

Е. Elimination

Однажды Павел решил подключить 2 компьютера с помощью сетевого k -жильного шнура. Длина шнура равна n метров, а расстояние между компьютерами m метров ($m \leq n$). При этом Павел знает, что на некоторых участках у отдельных жил шнура есть разрывы, поэтому он хочет обрезать шнур (возможно, с двух концов) до длины m метров так, чтобы осталось максимальное количество полностью работающих жил. Какое максимальное количество жил будет без разрывов на отрезке из m метров?

Ввод.

Три целых числа n , k и m , где $1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq k \leq 10$ и $1 \leq m \leq n$. Далее k строк длины n из нулей и единиц, где i -я строка описывает состояние i -й жилы: 1 — участок без разрывов, 0 — участок с разрывом).

Вывод.

Одно целое число — ответу на задачу.

Пример.

Ввод	Вывод
10 4 3 1110111111 1011111111 0011111100 1111110111	3

F. Forts

Куат и Димитрий недавно решили написать двумерную компьютерную игру «Forts». Цель игры — разрушить базу соперника, которая имеет прямоугольную форму. Как только бомба взрывается в некоторой точке с координатами (a, b) , то уничтожается всё, что попадает в радиус R . Поскольку игру разрабатывает Куат, то он сделал себе бесконечную базу, которая занимает весь 3 квадрант ($x < 0$ и $y < 0$). Димитрий уже и не надеется разрушить всю базу, поэтому ему достаточно узнать, какая площадь базы Куата будет уничтожена за данный ход.

Ввод.

Три целых числа a, b, R , где $0 \leq a \leq 1000$, $0 \leq b \leq 1000$ и $1 \leq R \leq 1000$.

Вывод.

Одно вещественное число — ответ на задачу с точностью не менее 2 знаков после запятой.

Пример.

Ввод	Вывод
0 0 1	0.78540
3 4 10	22.08995

Результаты 13 декабря 2016

Место	Участник	ВУЗ	Курс	А	В	С	Д	Е	F	Задачи	Очки
1-2	Жусупов Али	ЕНУ	2	100	100	100	100	100	100	6	600
1-2	Аскергали Ануар	ВМК	1	100	100	100	100	100	100	6	600
3	Сапаргалиев Олжас	60 лицей	10	100	100	100		100		4	400
4	Бекмаганбетов Бекарыс	ММ	1	100	100	2	3	99	21	2	325
5	Кунакбаев Рамазан	ММ	1	100	95	100	0	6		2	301
6	Ильясов Алияр	ВМК	1	100	50	100	19		1	2	270
7	Болотников Дмитрий	ММ	2	100	100	2		55		2	257
8	Танкибаева Салима	ВМК	1	51	100	100				2	251
9	Погребная Александра	6	11	92	60	2			83	0	237
10	Ким Владимир	ВМК	2	100	100		25			2	225
11	Какенов Бауыржан	ВМК	1	51	49	100				1	200
12	Шарипов Азат	ВМК	1	100	60	2		4	1	1	167
13	Ержанов Жалгас	ВМК	1	47		100				1	147
14	Кобекбай Бауыржан	ВМК	2	100	41	2				1	143
15	Нурахметов Жалгас	ВМК	1	100	23	2	0	0		1	125
16	Керопян Агаси	ВМК	2	51		2	40			0	93
17	Осанов Руслан	ВМК	1	49		2	39			0	90
18	Касымов Алишер	ВМК	1	49			39	0		0	88
19	Кожемяк Виталий	ВМК	2		60	2		22		0	84
20	Ергалиев Иса	ВМК	1	51		2	26			0	79
21	Туменбаев Махат	ВМК	1	49			25			0	74
22	Узакбай Каби	ВМК	1	51		2	13			0	66
23	Ким Антон	ВМК	1	41		0	19			0	60
24	Апирбаев Нурлыбек	ЕНУ			15	0				0	15
25	Кабудали Бек	ВМК	1	14						0	14
26	Камбаров Динмухаммед	ВМК	1	3	0	2				0	5
27	Ильясов Жан	ВМК	1					0	0		
	Успешных попыток			11	7	8	2	3	2	33	
	Всего попыток			96	56	88	29	28	11	308	

Весенний тур 2017

31 мая 2017

A. Azat's rounding

Азату дали задание округлить число вида $1/n$ до нескольких двоичных знаков после запятой. Например, округляя

$$1/5 = 0,2 = 0,001100110011\dots_2$$

до 4 цифр после запятой, он получает $0,0011_2 = 0,1875$. Задача нетривиальная, но зато Азату можно самому выбирать k — количество знаков после запятой, которые остаются после округления данного ему число. Чтобы было как можно проще, он решил выбрать такое минимальное k , чтобы результат округления совпадал с начальным числом. Какое k ему следует выбрать?

Ввод.

Одно целое число n (от 1 до 10^9).

Вывод.

Одно целое число k . Если такого k не существует, вывести -1 .

Пример.

Ввод	Вывод
4	2
3	-1

Комментарий.

Округляя $1/4 = 0,01_2$ до двух знаков после запятой, Вы получаете само число $1/4$.

B. Billiards

Чтобы отдохнуть от теории чисел и прочей математики, Димитрий решил сыграть в бильярд на столе шириной w и длиной h . Он пускает круглый шар из левого нижнего угла и ждёт, когда он вернётся в тот же угол. Так как Димитрий отдыхает от математики, посчитайте за него, сколько раз шар отразится от горизонтальных и вертикальных бортиков.

Ввод.

Четыре целых числа w, h, x, y (от 1 до 10^9), w, h — ширина и длина стола, (x, y) — вектор скорости, которая была придана шару.

Вывод.

Два целых числа — количество отражений от горизонтальных и от вертикальных бортиков, соответственно.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 2 2	3 5
2 3 2016 2017	4033 6047

Комментарий.

Шар летит с постоянной скоростью, равной начальной. Вектор скорости при отражениях меняется согласно стандартным законам отражения света. Стол не имеет луз и при попадании в угол стола шар просто идёт обратно. Отражение от угла считается отражением от двух бортиков одновременно.

C. Circles

Саша любит рисовать круги на клетчатой бумаге. Целым кругом она называет такой круг, у которого центр имеет координаты $(x, 0)$, где x — целое число, а радиус равен R — целому положительному числу. Недавно

она узнала об очень интересной научной задачке: подсчитать количество точек с целочисленными координатами внутри целого круга. Александра уже развила в себе дух МГУ, и поэтому она ставит более сложную задачу: найти количество целых точек, которые принадлежат сразу двум целым кругам.

Ввод.

Четыре целых числа x_1 , R_1 , x_2 , R_2 , где x_1 и x_2 (от -10^5 до 10^5) — абсциссы центров двух окружностей, а R_1 и R_2 (от 1 до 10^5) — радиусы окружностей.

Вывод.

Одно целое число — количество целых точек внутри пересечения целых кругов.

Пример.

Ввод	Вывод
3 4 -1 2	5
0 5 0 13	81

D. Diners

Айтмухаммед, Куат и Павел, как и многие другие студенты, после университета добираются домой на автобусах. Сами автобусные маршруты обладают следующими свойствами:

- каждая остановка является либо конечной для некоторого маршрута, либо проходной для одного или нескольких маршрутов;
- все маршруты курсируют от конечных до университета и обратно (маршруты совпадают при движении от университета до дома и обратно).

- от любой конечной остановки до университета можно добраться только одним маршрутом.

Самые отдаленные от университета конечные остановки являются домашними, потому что именно там выходят все студенты, которые едут домой. При этом на каждой домашней остановке обязательно выходит кто-то из студентов. После долгих исследований Илья выяснил, что абсолютно у всех студентов возникает желание перекусить по пути домой. Чтобы удовлетворить желание одноклассников, предприимчивый Илья решил открыть сеть столовых «Круглый обед». Разместить столовые он собирается на остановках, которые находятся ровно на половине пути из университета домой каждого из студентов (если половина пути находится между двумя остановками, то он выберет ближайшую к университету). Где же Илья разметит столовые?

Ввод.

В первой строке одно целое число n (от 2 до 100) — количество остановок в городе, которые пронумерованы числами от 1 до n (остановка 1 соответствует университету). Во второй строке $(n - 1)$ целое число p_2, p_3, \dots, p_n (от 1 до n), где p_k — остановка, на которую едет автобус после остановки k при движении от конечной остановки к университету.

Вывод.

Последовательность целых чисел — номера остановок в порядке возрастания, на которых Илья разместит столовые.

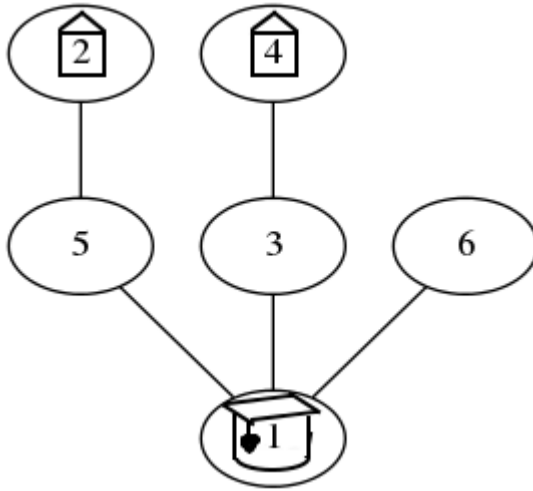
Пример.

Ввод	Вывод
6 5 1 3 1 1	3 5
2 1	1

Комментарий.

В первом примере студенты выходят на остановках под номерами 2

и 4. Соответственно, столовые разместить надо на 5-й и 3-й остановках.



Е. Examination aura

Аура сессии, которую Ануар постоянно чувствует вокруг себя в университете, подвигла его начать подготовку к экзамену по «Языкам и методам программирования». Ануару необходимо подготовить n билетов. На данный момент его уверенность в понимании i -го билета составляет a_i процентов. До экзамена осталось всего k часов, а за 1 час подготовки он может поднять уровень своей уверенности по какому-то одному билету на свой выбор на один процент. Ануара абсолютно не смущает, что он может быть уверен в билете больше, чем на 100 процентов. Да хоть на 256 процентов! Общая уверенность перед экзаменом равна минимальной уверенности среди всех билетов. Какую максимальную общую уверенность перед экзаменом Ануар может гарантировать себе?

Ввод.

В первой строке два целых числа: n (от 1 до 10^5) — количество билетов и k (от 1 до 10^{18}) — количество часов до экзамена.

Во второй строке n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n (от 0 до 10^9) — уверенность в понимании билетов.

Вывод.

Одно целое число — максимальная общая уверенность.

Пример.

Ввод	Вывод
5 6	3
5 1 4 1 2	

F. Fibonaccissimo

Темирхан любит большие числа. Разумеется, он давно знаком с числами Фибоначчи F_n , которые, по его словам, с ростом n растут не так быстро, как ему хотелось бы. Чтобы ускорить рост этих чисел, он ввел понятие «головокружительно больших чисел Фибоначчи», где n -е число определяется как F_{F_n} . Это действительно большие числа! Осталось только придумать, как их вычислять.

Ввод.

Одно целое число n (от 1 до 10^{18}).

Вывод.

Одно целое число F_{F_n} . Так как ответ может быть очень большим, вывести ответ по модулю $10^9 + 9$.

Пример.

Ввод	Вывод
6	21
2017	372625276

G. Good round numbers

Бекарыс придумал новый термин — «круглость» числа! Круглостью натурального числа n он называет минимальное такое k , для которого найдутся два натуральных числа p и q таких, что $|p - q| = k$ и $pq = n$. Например, круглость точных квадратов равна нулю, что довольно-таки логично. Помогите Бекарысу найти все числа с заданной круглостью на данном отрезке.

Ввод.

Три целых числа A , B (от 1 до 10^9) и C (от 0 до 4).

Вывод.

Одно целое число — количество чисел с круглостью C на отрезке $[A, B]$.

Пример.

Ввод	Вывод
8 32 4	2
1 2017 3	42

H. Hit a ball

Игры с мячом, разумеется, полезны для вашего здоровья; вообще, полезны регулярные занятия любым спортом, даже если это никак не относится к данной задаче.

Ввод.

Одно целое число n (от 0 до 10).

Пример.

Ввод	Вывод
0	3
2	4
4	5

I. Incalculable result

Тимур и Ерулан недавно узнали, что игры с мячом полезны для здоровья, так что они решили устроить товарищеский теннисный матч между собой. Призом, естественно, является «Снежный Глобус». Правила игры они немного упростили: игра идёт, пока кто-нибудь не наберёт не менее K очков, опережая при этом соперника как минимум на два очка. Нечётные подачи подаёт Тимур, чётные — Ерулан, то есть, когда кто-то выигрывает очко, подача переходит к следующему игроку. Будем говорить, что произошла неожиданность, если игрок выиграл очко на подаче соперника. Тимур и Ерулан при этом записали номера подач, на которых возникали неожиданности. Восстановите число подач в данной игре.

Ввод.

В первой строке два целых числа: N (от 1 до 100) и K (от 1 до 100), число неожиданностей и минимальное количество очков, нужное для победы, соответственно.

Во второй строке N целых чисел (от 1 до 1000) — номера подач, на которых произошли неожиданности.

Вывод.

Одно целое число — количество подач в данной партии. Если партия не могла развиваться по описанному сценарию, то вывести -1.

Пример.

Ввод	Вывод
3 6 1 4 5	10
4 10 1 4 7 10	-1
2 2 1 2	-1

Комментарий.

В первом примере выигрывает Ерулан со счётом 6:4, взяв очки на сво-

их подачах 2, 6, 8, 10 и на чужих под номерами 1 и 5.

Во втором примере никто никогда не наберёт на два очка больше соперника, поскольку после десятой подачи при счёте 5:5 Тимур и Ерулан начинают брать очки поочерёдно.

Результаты
31 мая 2017

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Σ_+	Σ_-
1	WeeD	Орынкул Батырхан (НУ) Иманмали Ержан (НУ)	+ 0:07	+1 2:08	+ 0:18	+ 1:14	+3 1:21	+1 3:44	+ 0:34	+43 2:28	+ 0:51	9	1725
2	1 гРиБы	Аскергали Ануар (ВМ-1) Бекмаганбетов Бекарыс (ММ-1) Шарипов Азат (ВМ-1)	+ 0:11	-1	+ 1:50	+ 1:28	+ 0:42		+ 0:52	-4 1:37	+1 1:37	6	420
3	Premium Basher	Сайланбаев Алибек (НУ) Жусупов Али (ЕНУ) Дүйсенбаев Азамат (ЕНУ)	+ 0:11	-5	+ 1:01	+ 1:48	+1 0:44		+ 2:39	-29 1:26	+2 1:26	6	529
4	2 Snowy Cube	Журавская Александра (ВМ-3) Абайұлы Ерулан (ВМ-3) Камалбеков Тимур (ВМ-3)	+ 0:07		+2 1:41	+1 0:41	+ 0:21				+5 1:30	5	420
5	FM-coders	Айкен (ЕНУ) Адилет (ЕНУ) Нурлан (ЕНУ)	+ 0:28		+3 2:49	+1 2:17	+6 3:18		+ 1:22	-24	-2	5	814
6	3 Жизнь за Нерзула	Болотников Дмитрий (ММ-2) Газизов Куат (ММ-2) Кунакбаев Рамазан (ММ-1)	+ 2:45		-2	+2 3:15	+ 2:00		+ 2:51		+1 3:41	5	932
7	Тот самый бэт-спрей против акул	Погребная Александра (6 гимназия) Сапаргалиев Олжас (60 лицей) Агаси Керопян (ВМ-2)	+ 1:29			+1 2:20	+5 1:15	-1	-2	+43 3:56	-16	4	1520
8	4 AAC	Козган Айжас (ВМ-2) Ким Владимир (ВМ-2) Абдыклик Чингиз (ВМ-2)	+ 2:10	-1		+1 2:58	-6		+ 2:51		-7	3	499
9	5 VirusVAR	Татин Алмаз (ВМ-2) Кожемьяк Виталий (ВМ-2) Мырзабеков Руслан (ВМ-2)	+ 0:37				-1		+1 3:03			2	240

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	$\Sigma+$	$\Sigma-$
10	6 tomorrow exam	Омаров Темирхан (ВМ-3)	+0:41				-3					1	41
11	7 ZhalgasIChiki	Ержанов Жалгас (ВМ-1)	+11:37				-5					1	117
	Успешных попыток		11	1	5	8	7	1	7	2	5	47	
	Всего попыток		13	9	12	14	50	4	10	148	46	306	
	%:		85%	11%	42%	57%	14%	25%	70%	1%	11%	15%	

Осенний тур 2017

28 октября 2017

А. Appetizing problem

Дважды пытался отпроситься с пары Азат, чтобы сбежать в столовую, но преподаватель был непреклонен. Кое-как дождавшись перемены, Азат понял, что рискует не успеть проделать весь свой путь: аудитория \rightarrow лифт \rightarrow столовая \rightarrow лифт \rightarrow новая аудитория. Расстояние от любой аудитории до лифта, как и расстояние от лифта до столовой, Азат пробегает за T секунд; лифт ждать не надо — он всегда приезжает моментально; лифт движется со скоростью один этаж в секунду; ну и естественно, Азату нужно ровно D секунд, чтобы покушать. Какой минимальной продолжительности должна быть перемена, чтобы Азат благополучно пообедал и не опоздал на следующую пару?

Ввод.

Четыре целых числа через пробел: N_1 , N_2 (от 200 до 999), T и D (от 1 до 1000).

Вывод.

Одно целое число — время от выхода из аудитории N_1 до входа в аудиторию N_2 в секундах.

Пример.

Ввод	Вывод
714 601 25 300	411
201 201 10 10	52

Комментарий.

Аудитория с номером N находится на этаже, номер которого является первой цифрой числа N . Например, 714 аудитория находится на седьмом этаже. Столовая находится на первом этаже.

B. Bekarys' problem

А вот Бекарыс уже покушал и готов находить четвёртые справа цифры факториалов разных чисел. Ведь этим все и занимаются после плотного обеда, не так ли?

Ввод.

Одно целое число N (от 1 до 10^{18}).

Вывод.

Одно целое число от 0 до 9.

Пример.

Ввод	Вывод
3	0
7	5

Комментарий.

Если в десятичной записи числа $N!$ меньше четырёх цифр, вывести ноль.

C. Car showroom problem

Да, дела у Надиры с её автосалоном идут хорошо. Правда, у него до сих пор нет названия. Надира даже частично выкупила авторские права на букву 'а'. Теперь она может использовать эту букву, но не слишком часто: ей нельзя ставить буквы 'а' рядом друг с другом. Сколько разных допустимых вариантов названий есть у Надиры?

Ввод.

Одно целое число N от 1 до 10^7 — количество букв в планируемом названии автосалона.

Вывод.

Количество допустимых вариантов — строк длины N из строчных латинских букв, не содержащих двух букв 'а' подряд. Поскольку ответ может оказаться очень большим, его следует вывести по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
2	675
2017	379347254

Комментарий.

В первом примере допустимы все сочетания из двух букв, кроме «aa».

D. Dice problem

Куб, находящийся во владении команды Снежный Куб и являющийся её талисманом, представляет собой кубик единичного размера. Одна его грань окрашена в красный цвет, противоположная ей — в синий, остальные четыре белы как снег. Кубик стоит на своей красной грани в левом верхнем углу доски $N \times M$. Тимур с Еруланом (только с разрешения Александры, конечно) могут перекатить куб через ребро на одну из четырёх соседних клеток доски, если она не занята. Какое наименьшее количество перекачиваний им понадобится, чтобы этот куб оказался на своей начальной позиции, стоя на синей грани?

Ввод.

На первой строке два целых числа N и M от 1 до 100. В следующих N строках матрица N на M — описание доски: '#' — недоступные клетки, '.' — свободные клетки. Гарантируется, что клетка, на которой изначально находится кубик, свободна.

Вывод.

Одно целое число — минимальное количество перекатов. Если такой последовательности перекатов не существует, вывести -1 .

Пример.

Ввод	Вывод
3 3 .##	8
3 3 .## ..# ...	-1

Комментарий.

В первом примере подходит следующая последовательность: вниз, вправо, вправо, вниз, влево, влево, вверх, вверх.

Е. Easy problem

В нашем филиале чтят традиции. Вот и Куат, Димитрий и Павел переняли традицию команды Big Dipper пить чай на тренировках. Как и их старшие товарищи, они определили комфортную температуру чая, при которой его можно пить — от L до R градусов. Сейчас перед ними N чашек с чаем. Сколько у них различных способов смешать чай из двух чашек так, чтобы получился чай комфортной температуры?

Ввод.

В первой строке три целых числа: N — количество чашек, L и R — границы комфортной температуры чая, где N от 2 до 10^5 , $-10^9 \leq L \leq R \leq 10^9$.

Во второй строке N целых чисел x_i — температура чая в i -й чашке, где x_i от -10^9 до 10^9 .

Вывод.

Одно целое число — количество способов получить чай нужной температуры.

Пример.

Ввод	Вывод
4 1 4 1 2 3 4	6
5 8 10 1 20 2 19 10	1

Комментарий.

Смешивая две чашки чая с температурами A и B , вы получите чай с температурой $\frac{A+B}{2}$. В первом примере смешать чай можно из любых двух чашек. Во втором примере условиям удовлетворяет только одна пара (1, 19).

F. Flat problem

Плюс жизни под землёй в том, что вам не надо покупать жильё по высоким ценам, ведь вы можете вырыть себе квартиру сами! Как раз этим и занят домашний питомец Ануара — крот Кртек. Он начинает с одной свободной квадратной клетки. Затем он выбирает одно из четырёх направлений, расчищает, если нужно, соседнюю клетку в этом направлении и перемещается туда. Какое максимальное количество дверей сможет поставить крот Кртек так, чтобы из любой точки полученного жилища он мог попасть в любую другую, не пройдя ни через одну дверь?

Ввод.

Строка из не более, чем 1000 символов 'N', 'E', 'S', 'W', описывающая маршрут Кртека.

Вывод.

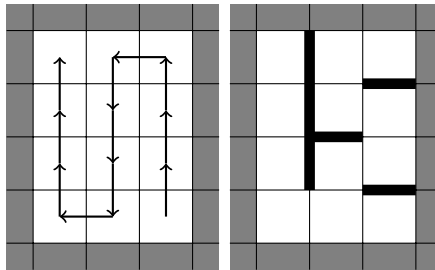
Ответ — максимальное количество дверей.

Пример.

Ввод	Вывод
NNNWSSSWNNN	6
NNWSSEENNWSSEE	1

Комментарий.

Двери ставить можно только на границе двух смежных жилых клеток. В первом примере можно поставить шесть дверей следующим образом:

**G. Golden problem**

Квадрат числа 26 равен 676 — палиндрому. Также палиндром получится, если в квадрат возвести 2285. Этими и подобными числами заинтересовался Рамазан, дав им название золотых. Все эти числа он мог бы выписать на полях Демидовича, но там слишком мало места. Каждому, кто сможет внести хоть какой-то вклад в развитие теории золотых чисел (то есть, не палиндромов, дающих палиндромы при возведении в квадрат), Рамазан обещает дать два пирожка: с картошкой и капустой. Не сто тысяч марок, конечно, но тоже достойная награда. Покажите, что вы заслуживаете этот приз.

Ввод.

В первой строке целое число M от 1 до 10^5 — количество запросов. В следующих M строках по два целых числа L_i , R_i такие, что $1 \leq L_i \leq R_i \leq 10^9$.

Вывод.

M строк, на каждой из которых одно целое число — количество золотых чисел в сегменте $[L_i, R_i]$.

Пример.

Ввод	Вывод
3	0
2 3	1
22 33	2
222 333	

Комментарий.

Золотыми числами из третьего запроса являются 264 и 307 ($264^2 = 69696$, $307^2 = 94249$).

Н. Honey cake problem

«С понедельника никакого сладкого!» — твёрдо решил Илья. Но пока только суббота и перед ним на столе медовый торт. На коробке написано «Звёздный торт», но Илья относится к этому названию с некоторой долей скепсиса. Всем ведь известно, что $2n$ -угольный торт может называться звёздным, только если углы, от которых можно отрезать треугольный кусок, чередуются с углами, от которых нельзя отрезать треугольный кусок. Помогите Илье определить, является ли данный торт звёздным на самом деле.

Ввод.

Одно целое число M от 3 до 1000 — количество вершин торта. Далее M пар целых чисел от -1000 до 1000 — координаты вершин. Вершины перечислены в порядке обхода против часовой стрелки.

Вывод.

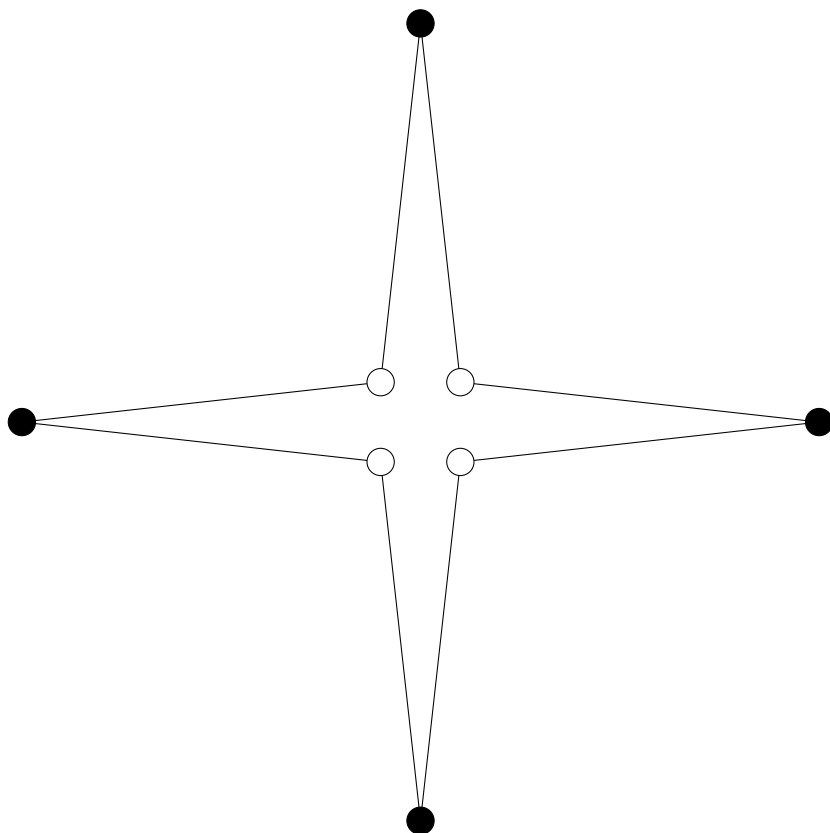
Если этот торт является звёздным, вывести «YES» (без кавычек), иначе «NO» (также без кавычек).

Пример.

Ввод	Вывод
8 10 0 1 1 0 10 -1 1 -10 0 -1 -1 0 -10 1 -1	YES
4 10 0 1 1 0 10 -10 -10	NO

Комментарий.

На картинке видно, что торт из первого примера является звёздным. Черным цветом отмечены вершины, от которых можно отрезать треугольный кусок, белым — от которых нельзя отрезать треугольный кусок.



I. Is that even a problem?

Абырвалг. Поехали!

Ввод.

Три целых числа A , B , C от -1000 до 1000 .

Вывод.

Одно целое число.

Пример.

Ввод	Вывод
0 0 0	0
0 1 0	1

Результаты
28 октября 2017

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Σ_+	Σ_-
1	Morzhuy	Abay Baimukanov Daniyar Zakarin Albar Kuanishbai (RPhMS + 178 Liceum)	+	+	+1 0:07	+	+1 0:27	+	+1 1:45	+2 1:22	-31	8	455
2	BrainBurst	Аскергали Ануар (ВМ-2) Бекмаганбетов Бекарыс (ММ-2) Шарипов Азат (ВМ-2)	+	+	+	+2 2:18	+	+	+	+	-13	8	523
3	Snowy Cube (Three different ones)	Абайулы Ерулан (ВМ-4) Журавская Александра (ВМ-4) Камалбеков Тимур (ВМ-4)	+	+	+	+	+1 1:34	+2 2:19	+	+2 1:13	-8	8	856
4	Tima	Сатылханов Темирлан (МУИТ)	+	+	+	+	+	-7	+1 1:06	+	-27	7	388
5	Хукуток	Меденцов Никита (МГУ)	+	+	+		+	+	+1 3:01	+1 2:29	-3	7	554
6	BLR	Пчелинцев (МГУ)	+	+1 0:13	+1 0:23		+2 1:00	+1 2:36	+	+2 1:26		7	622
7	erik	Майоров Эрнест Рустемович (МГУ)	+	+	+2 0:29		+1 0:52	+	+	-2	-2	6	495
8	AKim	Ким Андрей (МУИТ)	+	+	+		+		+5 1:01		-186	5	215
9	DianaNigm	Нигметзянова Диана (МГУ)	+	+	+1 0:48		+2 1:19	+3 2:30				5	436
10	zak	Жусупов Али (ЕНУ)	+	+	+9 0:59		+	+2 3:42		-8		5	617
11	3 Остроумное название	Болотников Дмитрий (ММ-3) Газизов Куат (ММ-3) Коробов Павел (ММ-3)	+	+	+1 2:44		+			-6	+6 3:51	5	728

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	$\Sigma+$	$\Sigma-$
12	Esketit	Ярлыченко Николай Цхай Александр Арифкулов Тигран (2/3 СЛ№165+1/3 РФМШ)	+ 0:09	+ 0:10	+3 2:17		-2		+3 1:00		-14	4	336
13	4 Murtmaider	Вагнер Алан (ВМ-1) Азатов Таир (ВМ-1) Понамарёв Валерий (ВМ-1)	+ 0:29	+ 0:39	+2 1:18					+2 2:46	-6	4	392
14	5 AAC	Абдыкалик Чингиз (ВМ-3) Ким Владимир (ВМ-3) Керолян Агаси (ВМ-3)	+ 0:14	+2 0:26	+3 3:04		-8				+8 3:53	4	717
15	romansp	Спиркин Роман (МГУ)	+ 0:27	+ 0:17	+ 0:44		-3	-1				3	88
16	Недо- фиолетовые чайнички	Коробейникова Екатерина Терновой Даниил Махсотов Рифат (РФМШ + 134 + 48)	+ 0:52	+ 0:08	+2 1:32		-3				-7	3	192
17	Работяги	Ногаев Нурас (ЕНУ) Хамза Олжас (ЕНУ) Бабылбек Аян (ЕНУ)	+ 0:17	+1 0:39			-2				+ 3:44	3	300
18	MNM	Рашиден Нурсагымбек (ЕНУ) Даирбекова Мадина (ЕНУ) Утаралиева Маржан (ЕНУ)	+ 0:13	+5 3:53			-2				+ 3:50	3	576
19	6 Валентин Дядька	Кунакбаев Рамазан (ММ-2) Жунусова Асыллия (ММ-2) Бексугуров Азамат (ММ-2)	+ 0:17	+ 0:13	-2		-7				-5	2	30
20	7 Inteam	Ергалиев Иса (ВМ-2) Ильясов Жан (ВМ-2) Ержанов Жалгас (ВМ-2)	+ 0:13	+ 0:21			-6				-2	2	34
21	я уже стал в этом месяце	Сапаргалиев Олжас (ШЛ 60)	+ 0:14	+ 0:27					-1		-2	2	41

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Σ_+	Σ_-
22	FM-coders	S. Aiken (ЕНУ) Y. Adiler (ЕНУ) M. Nurlan (ЕНУ) (ЕНУ)	+ 0:13	+ 0:30			-4				-12	2	43
23	-	Благинин (МГУ)	+ 0:08	+1 0:16	-1		-2				-1	2	44
24	МOne	Omurbek Nur-Mukhammed (ИТУ)	+ 0:35	+ 0:15			-1					2	50
25	stack <pair<int, double>> > enum{r};	Ильнур Байков (АЛWИUT) Сардор Гулямов (АЛWИUT) Данила Даныко (АЛWИUT)	+ 0:10	+ 0:46	-5		-3				-3	2	56
26	Rkus	Rkus (МГУ)	+ 0:23	+1 0:36								2	79
27	8 Турецкий Гамбит	Сатыбалды Арсен (ММ-1) Мукин Алтай (ММ-1) Абай Динмухамед (ММ-1)	+ 0:33	+ 0:50			-3				-4	2	83
28	9 Команда АТА	Алмат Малик (ММ-4) Темирлан Кайратулы (ММ-4) Адлет Ганиев (ММ-4)	+ 0:22	+ 1:05			-1		-5			2	87
29	10 Эсприт	Касымов Алишер (ВМ-2) Осанов Руслан (ВМ-2) Узакбай Каби (ВМ-2)	+1 0:21	+1 0:39			-1				-4	2	100
30	11 МЕХа МАТа ФАК	Мешитбай Асия (ММ-1) Дукенбай Аслан (ММ-1) Джекембаев Руслан (ММ-1)	+ 0:29	+2 0:48	-2							2	117
31	12 Déduit et +1	Алимгазиев Сержан (ВМ-1) Мустафин Ануар (ВМ-1) Ялалетдинов Идрис (ВМ-1)	+ 0:12	+2 1:15							-1	2	127
32	MathAndCode	Zhumazhenis Dairabay (НУ) Maksat Kuanyshbay (НУ) Azat Azamat (НУ)	+ 2:03	+ 0:13								2	136

	Team	Students	A	B	C	D	E	F	G	H	I	$\Sigma+$	$\Sigma-$
33	King Of The North	Ломоносов Дмитрий Сергеевич (МГУ)	+ 0:38	+2 1:08	-1							2	146
34	step1	Курмангалиев Мадияр (ЕНУ) Абдильманов Ернар (ЕНУ) Ислямов Ильяс (ЕНУ)	+ 0:28	+ 2:01	-2							2	149
35	rakuzan	Ким Василий (КГИУ) Даниил Прохорович (КГИУ) Захватов Константин (КГИУ)	+1 0:37	+2 1:51					-4		-5	2	208
36	Eat food and sleep at night	Дубинин Вячеслав (выпускник)							+ 2:18	+ 2:26	-1	2	284
37	Java	Исильбаев Жасулан (ЕНУ) Кайратович (ЕНУ) Шаймурат Айбарыс (ЕНУ)	+1 1:13	+6 1:51			-5					2	324
38	13 Anadolu Eyaleti (Эялет)	Булгаков Анатолий (ВМ-м) Заричанский Давид (ВМ-м) Макатова Батима (ММ-2)	+ 2:22	+3 3:32	-2		-3				-4	2	414
39	Q-IT	Жумагалиев Омар Дамысбек Бақытбек Кундакбаев Диар (ЕНУ)	+ 0:25	+9 3:47								2	432
40	turarbek	Serzhan Kamzin (ЕНУ)	+ 0:23	-6								1	23
41-42	IT-project	Erema (ЕНУ) Kuka_b (ЕНУ)	-2				-1				-1	0	0
41-42	Born in Tashkent	Ялаглов Ильдар (Иннополис) Шин Сергей (Иннополис) миска плова (Иннополис)									-17	0	0
	Успешных попыток		39	38	16	4	11	8	10	8	4	138	
	Всего попыток		44	82	56	6	75	24	31	33	377	728	
	%:		89%	46%	29%	67%	15%	33%	32%	24%	1%	19%	

Зимний тур 2017

19 декабря 2017

A. Askhana

Рамазан любит кушать в столовой. После долгого размышления на тему о правильном питании, он пришел к выводу, что каждый день будет брать одно из 3 блюд. При этом блюда он выбирает поочередно: первое, второе, третье, первое, второе, третье и т.д. Чувство удовлетворённости от каждого обеда равно $(1000Q - P)$, где P — цена блюда (установлена столовой), Q — жирность блюда (установлена Рамазаном опытным путём). Рамазан посетил столовую уже N раз. Чему равно суммарное чувство удовлетворенности от всех обедов?

Ввод.

В первой строке целое число N от 1 до 10^9 — число обедов. Далее **три** строки по два числа: цена блюда P (от 100 до 1000) и жирность блюда Q от 1 до 5.

Вывод.

Одно целое число — чувство удовлетворенности за N дней.

Пример.

Ввод	Вывод
5 100 5 150 4 250 3	20250
3 200 1 400 2 700 5	6700

В. Binecraft

Грамотно распределяя деньги со стипендии, Жалгас купил машину, правда пока только в компьютерной игре Binecraft. Особенность игры в том, что вся поверхность мира, и даже парковка, поделена на квадратные клетки размера 1. Теперь Жалгасу предстоит выбрать парковочное место под размер своей машины (ни больше, ни меньше). Строгие правила парковки разрешают ставить машину только по вертикали или горизонтали, занимая несколько целых клеток. При этом часть клеток парковки уже занята другими объектами игровой Вселенной. Сколькими способами Жалгас может выбрать себе парковочное место?

Ввод.

В первой строке даны два целых числа N и M от 1 до 1000 — размеры машины.

Во второй строке даны два целых числа H и W от 1 до 1000 — размеры парковки.

Далее в H строках описание парковки размера $H \times W$, где . (точка) соответствует свободной клетке, а # (решётка) — занятой.

Вывод.

Одно целое число — количество различных способов выбрать парковочное место.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 4 5 ..#.. ..#..	7
3 3 3 6###	1

C. Course

У группы мехмата начался блок, который проходит в аудитории 603. Места в этой аудитории можно описать в виде матрицы 6×6 . Парты, расположенные на одинаковом расстоянии от доски, образуют ряд. В каждом ряду есть 6 мест, которые определяются номером варианта от 1 до 6 (слева направо).

Батима, как староста, следит за временем прихода одnogруппников. Например, в первый день блока i -й студент группы пришел в момент времени A_i . Батима заметила, что с каждым днем её одnogруппники приходят всё позже и позже, а именно время прихода i -го студента в j -й день увеличивается на P_{ij} минут по сравнению с предыдущим днём. Студенты всегда хотят сесть как можно ближе к доске. Когда студент заходит в аудиторию, он ищет наиболее близкое к доске место. А если таких мест в ряду несколько, то студент выбирает место с минимальным вариантом. В случае, когда время прихода у двух или нескольких студентов одинаково, то сначала место занимает студент с меньшим номером.

Батима записала некоторые интересные данные: кто сидел в день d на r -м ряду на варианте s . Можете ли Вы восстановить эту информацию?

Ввод.

В первой строке дано два целых числа: N от 1 до 36 — количество студентов и D от 1 до 100000 — длительность блока в днях.

Далее N строк, в i -й строке (i — номер студента по жураналу от 1 до N) записано число A_i от 0 до 10^7 и $(D - 1)$ число P_{ij} от 0 до 10^7 (j — номер дня от 2 до D).

Далее число M от 1 до 100000 — число запросов.

Далее M троек чисел: d_k от 1 до D — номер дня, r_k и c_k от 1 до 6 — номер ряда и варианта соответственно (k от 1 до M).

Вывод.

M целых чисел — номер студента, сидящего в d_k -й день на ряду r_k за вариантом c_k (k от 1 до M).

Пример.

Ввод	Вывод
4 3	3
1 3 2	4
3 1 1	
3 0 3	
3 1 2	
2	
2 1 1	
3 1 4	

Комментарий.

В первый день студенты сидели так:

1 2 3 4 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

В второй день студенты сидели так:

3 1 2 4 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0

В третий день студенты сидели так:

2 1 3 4 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0

D. Decoration

Димитрий, Павел и Куат готовятся к новому году. Они купили N коробок, в i -й из них находится A_i новогодних шаров, которыми они хотят нарядить K ёлок. При этом на всех ёлках должно быть одинаковое количество шаров. Сколько у них способов выбрать несколько подряд стоящих коробок, чтобы суммарное количество шаров в этих коробках делилось на K ?

Ввод.

В первой строке целое число N от 1 до 10^5 и K от 1 до 10^5 .
 Во второй строке N целых чисел от 0 до 10^{18} .

Вывод.

Одно целое число — количество различных способов выбрать подряд стоящие коробки.

Пример.

Ввод	Вывод
5 3 1 2 3 4 5	7
6 2 2 2 2 1 1 1	11

Комментарий.

В первом примере подходят варианты:

$1+2$, 3 , $1+2+3$, $4+5$, $3+4+5$, $1+2+3+4+5$, $2+3+4$.

E. Easy shifting

Азат недавно познакомился с инверсиями. Он взял некоторую перестановку чисел от 1 до N и посчитал количество инверсий. Но данное количество ему показалось недостаточно большим. Какое максимальное число инверсий Азат может получить, если он умеет циклически сдвигать исходную перестановку?

Ввод.

В первой строке одно целое число N от 1 до 10^5 .

Во второй строке N целых чисел — перестановка чисел от 1 до N .

Вывод.

Одно целое число — максимальное число инверсий.

Пример.

Ввод	Вывод
5 1 4 2 3 5	6
6 1 3 4 5 6 2	10

Комментарий.

В первом примере максимальное количество инверсий будет в перестановке: 3 5 1 4 2.

F. Fix position

Ануар ответственный за рассадку участников олимпиады. В компьютерном кабинете компьютеры стоят в два параллельных ряда, между которыми ровно 1 метр. Ануар заметил, что участники, сидящие в одном ряду, не могут списать друг у друга. А участники, сидящие в разные ряды, могут, причем, чем меньше расстояние между ними, тем больше шансов списать. В связи с этим, Ануар хочет узнать минимальное расстояние между компьютерами из разных рядов. Помогите ему!

Ввод.

В первой строке вводится одно целое число N от 1 до 10^5 .
Во второй строке N целых чисел от -10^9 до 10^9 — координаты компьютеров по оси OX первого ряда (координата по оси OY у всех равна 0).
В третьей строке вводится одно целое число M от 1 до 10^5 .
Во четвертой строке M целых чисел от -10^9 до 10^9 — координаты компьютеров по оси OX второго ряда (координата по оси OY у всех равна 1).

Вывод.

Одно целое число — минимальное расстояние с точностью 4 знака после запятой.

Пример.

Ввод	Вывод
3 1 2 3 3 3 4 5	1.0000
6 1 2 3 6 5 4 1 0	1.4142

G. Graphland

В вымышленной стране Бекарыса, Графландии, есть N городов с номерами от 1 до N , которые образуют области. Областью называется такое множество городов, что из любого города области по дорогам можно добраться до любого другого города области. Бекарыс решил объединить две какие-то области, построив одну дополнительную дорогу. Стоимость строительства дороги между городами i и j равна a_{ij} условных единиц, причем далеко не все пары городов можно соединить. Какую наиболее дешевую дорогу он сможет построить?

Ввод.

В первой строке два целых числа N от 1 до 10^5 и M от 1 до $2 \cdot 10^5$. Далее каждая из M строк содержит два числа i и j от 1 до N , задающие дорогу между городами i и j .

Далее одно целое число T от 1 до $2 \cdot 10^5$.

Далее каждая из T строк содержит три числа i , j от 1 до N и a_{ij} от 1 до 10^9 , определяющие возможную дорогу между городами i и j , которую можно построить за a_{ij} условных единиц. Гарантируется, что каждая пара городов встречается во входных данных не более одного раза.

Вывод.

Два числа i , j ($i < j$) — номера городов, между которым следует построить дорогу. Если ответов несколько, выведите тот, для которого i

минимален. Если же таких несколько, выведите тот для которого u минимален. В случае, если такой дороги не существует, выведите -1 (минус один).

Пример.

Ввод	Вывод
3 1 1 2 2 1 3 5 3 2 4	2 3
4 4 1 3 1 4 2 3 2 4 2 1 2 5 3 4 2	-1

Результаты
19 декабря 2017

Место	Участник	ВУЗ	Курс	A	B	C	D	E	F	G	Задачи	Итог
1	Жусупов Али	ЕНУ	3	100	99	100	40	28	100	100	5	567
2	Спиркин Роман	МГУ	4	99	96		100		71		3	366
3	Кунакбаев Рамазан	КФ МГУ	1	98	60		40		98		2	296
4	Понамарёв Валерий	КФ МГУ	1	99	4	6	40	32	45	8	1	234
5	Есенбаев Адилер	ЕНУ	2	99	4		39	12	49		1	203
6	Жумағалиев Омар	ЕНУ	3	98	4	6	39	12	43		1	202
7	Ногаев Нурас	ЕНУ	2	98	60		40				1	198
8	Абдильманов Ернар	ЕНУ	3	98	44		40		12		1	194
9	Сұлтан Айкен	ЕНУ	3	98			40		48		1	186
10	Алан Вагнер	КФ МГУ	1	99			79		6		1	184
11	Дамысбек Бакытбек	ЕНУ	3	97			40		45		1	182
12	Сатыбалды Арсен	КФ МГУ	1	99			39	24	6		1	168
13	Осанов Руслан	КФ МГУ	2	96			40	28	3		1	167
14	Рашиден Нурсагымбек	ЕНУ	2	99			38		16		1	153
15	Дайрабай Жұмаженис	НУ	2	98					50		1	148
16	Ергалиев Иса	КФ МГУ	2	99				40			1	139
17	Дукенбай Аслан	КФ МГУ	1	59			40	28	3		0	130
18	Ислямов Ильяс	ЕНУ	3	96	6				18		1	120
19	Ержанов Жалғас	КФ МГУ	2	100					9		1	109
20	Джекембаев Руслан	КФ МГУ	1	60			40		5		0	105
21-22	Шарварова Анастасия	КФ МГУ	1	60			40	0			0	100
21-22	Ярматов Исламбек	КФ МГУ	2	94					6		1	100
23-24	Утаралиева Маржан	ЕНУ	2	59			40		0		0	99
23-24	Далел Махамбет	КФ МГУ	1	59			40				0	99
25	Куанышбай Максат	НУ	2	95							1	95
26	Хамза Олжас	ЕНУ	2	59			20		6		0	85
27	Азатов Таир	КФ МГУ	1	60			8		6		0	74
28	Мешигбай Асия	КФ МГУ	1	59					6		0	65
29	Даирбекова Мадина	ЕНУ	2	60			4				0	64

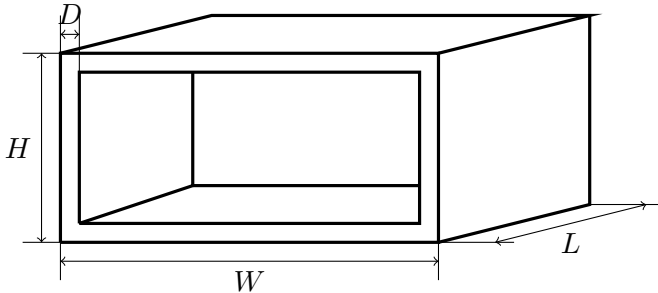
Место	Участник	ВУЗ	Курс	A	B	C	D	E	F	G	Задачи	Итог
30	Ергеш Абылайхан	КФ МГУ	1	56			7				0	63
31	Курмангалиев Мадияр	Ену	3	60							0	60
32-33	Доспаев Таир	ЕНУ	3	4							0	4
32-33	Бабылбек Аян	ЕНУ	2	4							0	4
34	Бабенов Куаныш	ЕНУ	2	0							0	0
	Успешных попыток			20	2	1	1	0	2	1	27	
	Всего попыток			103	16	3	33	11	48	2	216	
	%			19%	13%	33%	3%	0%	4%	50%	13%	

Весенний тур 2018

19 мая 2018

A. Azat and bookshelf

Азат готовится к сессии. Именно поэтому ему лезут в голову вопросы, которые мало относятся к подготовке к зачетам. Например, сколько надо деревянных опилок, чтобы сделать книжную полку, которая наполнилась знаниями в виде конспектов за целый семестр? Книжная полка представляет собой прямоугольный параллелепипед без передней стенки. Все 5 стенок сделаны из фанеры толщиной D . А размеры полки по внешней стороне равны: H (высота), W (ширина) и L (глубина). Чтобы Азат мог приступить к изучению содержимого этой полки, помогите ему ответить на вопрос, какой объем фанерного листа был использован?

**Ввод.**

Четыре целых положительных числа D , H , W , L от 1 до 1000, причем $2D < \min(W, H, L)$.

Вывод.

Одно целое число — объем листа.

Пример.

Ввод	Вывод
3 5 **** ***/* ***/*	8
2 2 /\n \\	1

C. Computer vision

Ануар занялся задачами компьютерного зрения. Он уже написал программу, которая распознает числа. Если программа не может достоверно определить цифру, она заменяет ее на звездочку. Ануар получил очередной результат своей программы в виде строки из звездочек и цифр.

Ануару нравятся числа, которые делятся на 11. Поэтому он задумался, сколько различных чисел кратных 11 соответствуют такой строке? При этом Ануара абсолютно не смущают ведущие нули.

Ввод.

Строка длиной не более 100 000, содержащая символы цифр и звездочки.

Вывод.

Одно целое число — количество подходящих чисел. Так как ответ может быть очень большим вывести его по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
**	10
10*	0
1*1*	9

D. DPK rover

Димитрий, Павел и Куат управляют группой марсоходов с секретным названием DPK. Все марсоходы изначально находятся на базе, где хранится неограниченный запас топлива. Полный бак топлива позволяет проехать марсоходу расстояние D . При движении марсоход расходует топливо пропорционально пройденному расстоянию, а пока стоит на месте, не расходует топлива вовсе. Любой марсоход может отдать любую часть топлива другому марсоходу с учетом ограниченности бака.

Ребята хотят отвезти флаг базы как можно дальше согласно хитрому плану. Одновременно с базы выезжают все M марсоходов. Через некоторое время все они разбиваются на **равные** группы. Из каждой группы ровно один марсоход продолжает путь, а остальные марсоходы из этой группы отдают ему топливо и возвращаются назад для дозаправки на базе или для дозаправки от других марсоходов. Далее оставшиеся марсоходы снова делятся на равные группы, пока не останется один марсоход, который и водрузит флаг. На какое максимальное расстояние марсоходы смогут увезти флаг от базы так, чтобы все смогли вернуться на базу?

Ввод.

Два целых числа D (от 1 до 10) и M (от 1 до 10^{12}).

Вывод.

Одно вещественное число — максимальное расстояние с точностью 5 знаков после запятой.

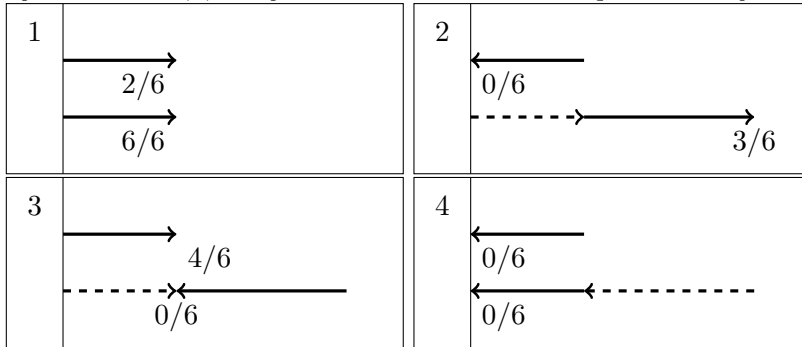
Пример.

Ввод	Вывод
5 1	2.500000
6 2	5.000000

Комментарий.

Второй пример. Оба марсохода продвигаются на расстояние 2. Потом первый марсоход отдает второму половину оставшегося топлива, а сам возвращается на базу. Второй марсоход проезжает еще расстояние 3

и ставит флаг на отсечке в 5. После разворота он возвращается на расстояние 2, где его снова заправляет первый марсоход, который опять вернулся с базы. Для лучшего понимания смотрите схему.



E. Excellent idea

Иногда всё хочется поставить с ног на голову. Например, поменять задания и вердикты местами! Данная предыстория не сильно помогает решить эту задачу. В отличие от Надиры и других выпускников, которые сильно помогают в проведении этой олимпиады!

Ввод.

Строка.

Пример.

Ввод	Вывод
Memory limit exceeded, test 2	e
Presentation error, test 3	e
Time limit exceeded, test 4	e

F. Forced reduction

Тимур любит изучать сложные структуры данных. Ерулан любит изучать простые структуры данных. Тимур зачем-то недавно рассказал

про структуру данных «бор» Ерулану: «бор — это корневое дерево, каждое ребро которого помечено каким-то символом так, что для любого узла все рёбра, соединяющие этот узел с сыновьями, помечены разными символами.»

Ерулан решил, что определение слишком сложное и надо бы его сократить. Полученную структуру он назвал «недобор». А именно, «недобор» — это корневое дерево, каждое ребро которого помечено каким-то символом.

Вершины дерева пронумерованы целыми числами от 1 до N, при этом 1 является корнем дерева. Как же найти в «недоборе» количество различных слов, которые можно получить, двигаясь по ребрам от корня?

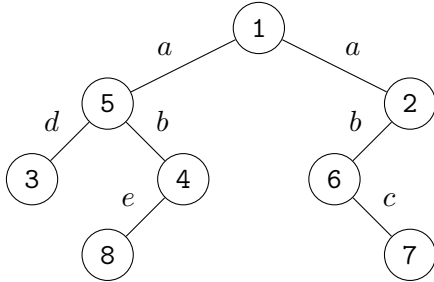
Ввод.

На первой строке целое число N от 1 до 10^5 . Далее $(N-1)$ строка. На i -й строке указан p_i — родитель i -й вершины и буква, соответствующая ребру между вершинами p_i и i .

Вывод.

Одно целое число — количество различных слов.

Пример.

Ввод	Вывод	Пояснение
8 1 a 5 d 5 b 1 a 2 b 6 c 4 e	5	Слова: a, ab, ad, abc, abe. 

G. Giant chandelier

Чингиз, Вова и Агаси наслаждаются всеми прелестями проживания в общежитии. Для создания студенческого уюта они решили повесить в комнату люстру. Ребята выбрали гигантскую люстру-ежик с N лампочками. Пытаясь определить, поместится ли люстра в комнате, Агаси начал крутить ее в руках. Но его роста оказалось не достаточно, чтобы подвесить люстру за соответствующее крепление. Поэтому он взял в руки эту люстру и попросил Вову и Чингиза зафиксировать положение всех лампочек в Агаси-центрированной прямоугольной системе координат. В этой системе крепление имеет координаты $(0, 0, 0)$, а i -я лампочка находится в точке (x_i, y_i, z_i) . Какой минимальной высоты должна быть комната, чтобы люстра целиком поместилась в комнату в подвешенном состоянии за крепление, после того как она развернется под действием силы тяжести?

Сила тяжести направлена вниз (вдоль вектора $(0, 0, -1)$). Все конструкции люстры, кроме лампочек, невесомы и жестко фиксированы друг относительно друга. Точка крепления не обязательно должна быть на потолке. Все лампочки имеют одинаковый вес и их можно считать точками.

Ввод.

Одно целое число N от 1 до 10^5 . Далее N строк. В каждой по три целых числа x_i, y_i, z_i от -1000 до 1000 . Гарантируется, что центр тяжести точек отличен от $(0, 0, 0)$.

Вывод.

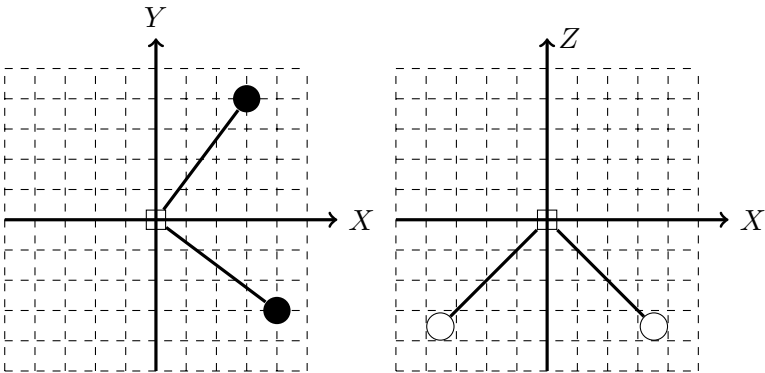
Одно вещественное число — минимальная высота комнаты с точностью 5 знаков после запятой.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3 4 0 4 -3 0	3.5355339
3 39 0 0 0 52 0 0 0 156	144.0000000
2 1 0 0 -2 0 0	3.0000000

Комментарий.

В первом примере Агаси держит плоскую люстру горизонтально. Под действием силы тяжести люстра опустится вниз так, что координаты лампочек будут равны $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ с точностью до поворота вокруг оси OZ . То есть достаточно высоты $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.



Н. Hyper numbers

Рамазан всё еще находится под впечатлением от теории чисел, которую сдал больше года назад. Иногда он придумывает свойства для чисел

и дает таким числам интересные названия. К примеру, вот определение гипер-числа: N — является гипер-числом, если $D(N)$ содержит нечетное количество элементов, где $D(N)$ — это множество чисел X от 1 до $(N-1)$ таких, что X и N взаимно просты. Рамазан придумал очень хитрый способ находить количество всех гипер-чисел из заданного диапазона. А Вы сможете найти?

Ввод.

Два целых положительных числа L и R от 2 до 10^{18} и $L \leq R$.

Вывод.

Одно целое число — количество гипер-чисел. Так как ответ может быть очень большим выведите ответ по модулю $10^9 + 7$.

Пример.

Ввод	Вывод
2 3	1

Результаты
19 мая 2018

№	КФ	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	Σ_+	Σ_-
1		NKVD	Арифуров Тигран (НАО РФМПШ) Сардарбеков Батыр (НАО РФМПШ) Джанкуразов Руслан (НАО РФМПШ)	+ 0:09	+ 0:23	+ 0:13	+ 2:13	+35 2:26	+ 0:45	+ 1:40	+ 0:15	8	1184
2	1	BrainBurst	Аскералиев Ануар (КФ МГУ, ВМ-2) Бекмаганбетов Бекарыс (КФ МГУ, ММ-2) Шарипов Азат (КФ МГУ, ВМ-2)	+ 0:06	+ 0:41	+ 1:17	-1	+2 2:21	+ 2:03	+2 1:43	+ 0:22	7	593
3		Моржи	Баймуканов Абай (НАО РФМПШ) Қуанышбай Айбар (НАО РФМПШ) Закарин Данияр (НАО РФМПШ)	+ 0:05	+1 0:21	+ 0:27	+1 0:56	-27	+ 0:48		+2 0:33	6	270
4	2	Ess'tuath esse!	Омаров Темирхан (КФ МГУ, ВМ-4) Камалбеков Тимур (КФ МГУ, ВМ-4) Абайулы Ерулан (КФ МГУ, ВМ-4)	+ 0:06	+ 0:14	+1 1:14	+4 2:51	-8	+ 1:52	-1	+ 0:39	6	516
5		Сорокин Сергей	Сорокин Сергей (МАИ)	+ 0:07	+ 0:13	+ 0:18		-140	+ 0:53		+ 0:29	5	120
6		Носатая утконосина	Газизов Куат (КФ МГУ, ММ-3) Коробов Павел (КФ МГУ, ММ-3) Болотников Димитрий (КФ МГУ, ММ-3)	+2 0:16	+ 0:38	-1		+4 3:00	+ 2:00		+ 0:58	5	532
7		mr Stark, I don't feel so good	Жусупов Али (ЕНУ)	+ 0:06	+ 0:45			-5	+ 0:25		+1 0:55	4	151
8	4	IZBa	Ержанов Жалғас (КФ МГУ, ВМ-2) Ерғалиев Иса (КФ МГУ, ВМ-2) Кәкенов Бауржан (КФ МГУ, ВМ-2)	+ 0:07	+ 2:44			-3		+ 1:32	+ 0:53	4	316
9		Kardel Sharpreye	Нұрлыбеков Надирбек (ЕНУ) Исабеков Ержебулан (ЕНУ)	+ 0:14	+ 1:07			+ 2:48			+ 2:09	4	378
10	5	ДАЙТЕ АВТОМАТ:	Ильясов Жан (КФ МГУ, ВМ-2) Ильясов Алияр (КФ МГУ, ВМ-2) Нурахметов Жалғас (КФ МГУ, ВМ-2)	+1 0:16	+1 0:59			+1 2:35			+ 1:54	4	404

№	КФ	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	Σ_+	Σ_-
11	6	Murmaider	Вагнер Алан (КФ МГУ, ВМ-1) Азагов Таир (КФ МГУ, ВМ-1) Понамареv Валерий (КФ МГУ, ВМ-1)	+ 0:17	+3 2:17	-1		+	2:49		+	4	446
12	7	ball	Кабудали Бек (КФ МГУ, ВМ-2) Касымов Алишер (КФ МГУ, ВМ-2) Камбаров Динмухаммед (КФ МГУ, ВМ-2)	+	+			+2 2:26			+	4	452
13		VVA	Головачев Владислав (КГУ) Баева Виолетта (КГУ) Ленгард Андрей (КГУ)	+	+			+6 2:10			+2 1:56	4	488
14		Awesome Team	Акмал Аширматов (АЛ при УЗГУМЯ)	+	+			-21			+	3	134
15	8	Esprit	Калдаров Бердыбек (КФ МГУ, ВМ-2) Осанов Руслан (КФ МГУ, ВМ-2) Узакбай Каби (КФ МГУ, ВМ-2)	+	+			-5			+1 2:14	3	246
16	9	RAMAZAN the best	Кунакбаев Рамазан (КФ МГУ, ММ-2) Дукенбай Аслан (КФ МГУ, ММ-1) Джексембаев Руслан (КФ МГУ, ММ-1)	+1 0:32	+1 1:28			-5			+	3	275
17		Dream Team	Манакбаев Адилхан (ЕНУ) Дамысбек Бакытбек (ЕНУ) Максатов Шалкар (ЕНУ)	+	+1 1:56			+	2:53		-1	3	351
18		Q-it.kz	Жұмағалиев Омар (ЕНУ) Жалелов Ержан (ЕНУ) Жаркын Бағыр (ЕНУ)	+4 1:21	+2 0:54			+3 2:02			-4	3	437
19		MSU MOSCOW	Спиркин Роман Олегович (МГУ)	+	+							2	61
20	10	Димаш + 2	Сатыбалды Арсен (КФ МГУ, ММ-1) Абай Динмухамед (КФ МГУ, ММ-1) Есбай Еркын (КФ МГУ, ММ-1)	+	+							2	75

№	КФ	Команда	Состав	A	B	C	D	E	F	G	H	Σ ₊	Σ ₋
21		XXX Degeneration	Аян (ЕНУ) Нурас (ЕНУ) Нурик (ЕНУ)	+	+		-2	-3				2	76
22	11	Черные Сер- дечки	Керопян Агаси (КФ МГУ, ВМ-3) Абдыкалик Чингиз (КФ МГУ, ВМ-3) Ким Вова (КФ МГУ, ВМ-3)	+	+2 1:35			-4				2	146
23	12	ISM XXI	Азимжанова Инаара (КФ МГУ, ВМ-2) Югай Светлана (КФ МГУ, ВМ-2) Омарова Мадина (КФ МГУ, ВМ-2)	+	-1 0:58		-2	-4			+ 2:56	2	234
24		[Пулсики]	Далел Махамбет (КФ МГУ, ВМ-1) Ергеш Абылайхан (КФ МГУ, ВМ-1)	+	0:12			-5				1	12
25		Токаш Бокин	Умурзак Шерхан (140 гимназия) Нурталиев Ерасыл (140 гимназия) Талгаткызы Алина (140 гимназия)	+	0:21			-1				1	21
26	13	Лило и Стич	Борсова Зурета (КФ МГУ, ВМ-2) Ковалёва Василина (КФ МГУ, ВМ-2)	+	1:40						-2	1	100
27		Cooltest monkey in the jungle	Мазя (ЕНУ) Олж (ЕНУ) Мадо (ЕНУ)	+	1:50							1	110
		Успешных попыток		27	22	5	3	10	7	3	17	94	
		Всего попыток		35	34	8	13	294	7	6	30	432	
		%:		77%	65%	63%	23%	3%	100%	50%	57%	22%	

Указания

Зимний тур 2013

11 декабря 2013

А. А

Предложил: Баяев А.Ж.

Ограничение на длину входной строки позволяют написать наивное решение.

Асимптотика: $O(n)$.

В. Beautiful tree

Предложил: Баяев А.Ж.

Запустив обход в глубину из вершины 1, построим компоненту связности. Если в компоненте будет менее n вершин или $m \neq n - 1$, то граф не является деревом. В противном случае, выведем все вершины степени 1 за исключением корня (в случае, если это тоже вершина степени 1).

Асимптотика: $O(n^2)$.

С. Cube

Автор: Баяев А.Ж.

Если $a^3 = k = b^2$, то k — это шестая степень некоторого числа. Обозначим n_2 , n_3 и n_6 — количество квадратов, кубов и шестых степеней на отрезке $[1; n]$ соответственно, которые можно найти перебором за $O(\sqrt{n})$. Имеется $(n - n_2) \cdot (n - n_3)$ различных пар чисел, которые могут загадать ребята. При этом $(n - n_6)$ — количество подходящих пар. Вероятность того, что ребята загадают одну и ту же пару равно:

$$\frac{n - n_6}{(n - n_2)(n - n_3)}.$$

Асимптотика: $O(\sqrt{n})$.

D. Difficult geometry*Автор: Баяев А.Ж.*

Обозначим вершины исходного треугольника A, B, C . Тогда, траектория будет представлять собой подобный ему треугольник A_1, B_1, C_1 . Центр вписанной в треугольник $A_1B_1C_1$ окружности равноудален от сторон треугольника ABC , поэтому является центром гомотетии этих треугольников. Радиус вписанной в треугольник $A_1B_1C_1$ окружности меньше радиуса вписанной в треугольник ABC окружности на величину R . То есть радиус вписанной в ABC окружности равен $r = \frac{S}{p}$, а радиус вписанной в $A_1B_1C_1$ окружности равен $r_1 = r - R$. Если $r_1 < 0$, то решения нет, иначе ответ $(a + b + c) \frac{r-R}{r}$.

Асимптотика: $O(1)$.**E. Easy number***Предложил: Баяев А.Ж.*

Посчитаем количество решений уравнения $xy = n$, где $x = a - b$, $y = a + b$. Пусть $n = 2^s p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$, где $s \geq 0$, $k_i > 0$. Данное разложение можно сделать стандартным перебором минимальных делителей за $O(\sqrt{n})$. Каждый из делителей p_1, \dots, p_k может быть либо множителем x , либо множителем y . Общее количество вариантов $(k_1 + 1) \dots (k_m + 1)$. Так как $a - b$ и $a + b$ должны быть одной четности, то в разложении x и y на простые должно содержать как минимум по одной двойке (или не быть вообще двоек). Оставшиеся двойки раскладываются $s - 1$ способом. С учетом знаков x и y (могут быть оба отрицательными или оба положительными), ответ:

$$\begin{cases} 2(s-1)(k_1+1)\dots(k_m+1), & \text{если } s \geq 1 \\ 2(k_1+1)\dots(k_m+1), & \text{если } s < 1 \end{cases}$$

Асимптотика: $O(\sqrt{n})$.**F. Friends***Предложил: Баяев А.Ж.*

Количество магнитов должно делиться на все числа от 1 до n , то есть ответом должен быть наибольший общий делитель 1, 2, ..., n , который можно найти вычислить алгоритмом Евклида, примененный $n - 1$ раз.

Асимптотика: $O(n \log n)$.

G. Game

Предложил: Баяев А.Ж.

Пусть $d[i] = 1$ — выигрышная позиция (то есть при правильной игре из i брусков выигрывает начинающий) и $d[i] = 0$ — проигрышная позиция (то есть при правильной игре выигрывает продолжающий). Определим $d[i]$ рекуррентно. Если среди $d[i - 1]$, $d[i - 2]$ и $d[i/2]$, есть хотя бы одна проигрышная позиция, то $d[i]$ — выигрышная позиция. Если среди $d[i - 1]$, $d[i - 2]$ и $d[i/2]$ все позиции выигрышные, то $d[i]$ — проигрышная позиция. Начальные позиции: $d[1]$ — выигрышная, $d[2]$ — проигрышная.

Асимптотика: $O(n)$.

H. Hypnoses

Автор: Баяев А.Ж.

Напишем уравнения траекторий движения для всех машин: $x_i + v_i t$. Пусть k — номер машины, за которой сейчас следит Надира, а d — текущее время. Найдём времена t_{ik} и точки пересечения k -й траектории со всеми остальными траекториями i : $x_k + v_k t_{ik} = x_i + v_i t_{ik}$. Из всех t_{ik} выберем минимальное, которое больше d , но меньше t . Если такое значение есть, то соответствующий номер машины возьмем в качестве следующего k , иначе выведем ответ $x_k + v_k t$. Отдельно стоит найти первую траекторию. Стоит отметить, что каждая траектория будет встречаться не более 1 раза.

Асимптотика: $O(n^2)$.

Весенний тур 2014

17 марта 2014

A. Ayat and the film

Предложил: Баяев А.Ж.

Ограничения на количество элементов массива позволяют написать наивное решение.

Асимптотика: $O(n)$.

B. Big dipper

Автор: Баяев А.Ж.

Если второе число меньше первого, то вывести сумму и разность чисел, записанные слитно, иначе вывести 0.

Асимптотика: $O(1)$.

C. Comparing

Автор: Баяев А.Ж.

Если количество букв a в первой и второй строке различаются, то привести строки нельзя, иначе можно. Отметим позиции букв a в первой строке x_1, x_2, \dots, x_n , позиции букв a во второй строке y_1, y_2, \dots, y_n . Ответом на задачу будет:

$$|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \dots + |x_n - y_n|.$$

Асимптотика: $O(N)$.

D. Dima's divided numbers

Автор: Баяев А.Ж.

Необходимо найти минимальное K такое, что K^M делится на D . Для этого найдем разложение числа D на простые множители:

$$D = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_s^{\alpha_s}$$

Сделать это можно за $O(\sqrt{D})$ делений. Ясно, что минимальное K будет вида $p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_s^{\beta_s}$, где $\beta_i M \geq \alpha_i$. Причем β_i должно быть минимально возможным, то есть $\beta_i = \lceil \alpha_i / M \rceil$.

Асимптотика: $O(\sqrt{D})$.

E. Elegant system

Автор: Баяев А.Ж.

Рассматривая число как строку s длины n слева направо, найдем первую цифру, отличную от 0 и 1 (обозначим соответствующую позицию k).

Если $s[k-1] = 0$ и число, образованное подстрокой $s[k:n]$, больше 555...55 ($n-k+1$ цифр 5), то применим округление вверх: заменим $s[k:n]$ на нули и прибавим единицу к числу $s[1:k-1]$ (длинная арифметика). В противном случае, применим округление вниз: заменим все цифры подстроки $s[k:n]$ на нули.

Асимптотика: $O(n)$.

F. Fantastic chess

Предложил: Баяев А.Ж.

Обозначим $d[i][j] = 1$ выигрышной позицией, если начинающий с этой позиции игрок при правильной игре выигрывает, $d[i][j] = 0$ — проигрышной позицией, в противном случае. Просчитаем $d[i][j]$ для всех i от N до 1 и j от M до 1 (порядок вычисления определен с учетом допустимых ходов ферзя). Для каждого $d[i][j]$ просмотрим все допустимые ходы:

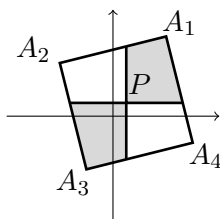
- $d[i+k][j]$, при k от 1 до $\min(N-i, z)$, где z минимальное такое, что $a[i+z][j] = 'x'$;
- $d[i][i+k]$, при k от 1 до $\min(M-j, k)$, где z минимальное такое, что $a[i][j+z] = 'x'$;
- $d[i+k][j+k]$, где k от 1 до $\min(N-i, M-j, k)$, где z минимальное такое, что $a[i+z][j+z] = 'x'$;

Если среди допустимых позиций все выигрышные, то данная позиция проигрышная, иначе она выигрышная. Ответ определяется от $d[1][1]$.

Асимптотика: $O(n \cdot m \cdot \max(n, m))$.

G. Geometry

Автор: Баяев А.Ж.



Обозначим $A_i(x_i, y_i)$ — четыре точки в соответствующих четвертях. Фиксируем точку $P(a, b)$, через которую пройдут разрезы $x = a$ и $y = b$. Чтобы определить площади четырех частей, достаточно: найти точки пересечения прямой $x = a$ с отрезками A_1A_2 и A_3A_4 , точки пересечения $y = b$ с отрезками A_1A_4 и A_2A_3 и вычислить площадь всех четырех частей S_1, S_2, S_3, S_4 (площадь четырехугольника вычисляется как площадь двух треугольников).

Осталось заметить, что величины $S_1 + S_2$ и $S_3 + S_4$ зависят только от b (не зависят от a), причем являются монотонными функциями от b . Подобрать такое значение b , чтобы $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ можно бинарным поиском на отрезке $[\max(y_3, y_4); \min(y_1, y_2)]$. Аналогично подбирается a .

Асимптотика: $O(\log(\max(X_i, Y_i) - \min(X_i, Y_i)))$.

H. Ha-ha-ha

Автор: Баяев А.Ж.

Запустим обход в глубину (или в ширину) с 4 переходами до соседей: $(\pm 1, 0)$ и $(0, \pm 1)$. Если при обходе получилось дойти до ускорителя, то запустим еще один обход но с 8 переходами: $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$, $(\pm 2, 0)$ и $(0, \pm 2)$.

Асимптотика: $O(nm)$.

Зимний тур 2014

9 декабря 2014

A. Automultiplicative numbers

Автор: Абдикалыков А.К.

Автомультимпликативными числами будут только однозначные числа, так как если число разрядов $n \geq 1$, то

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_n} \geq 10^{n-1} \cdot a_1 > 9^{n-1} \cdot a_1 \geq a_1 \cdot a_2 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_n.$$

Ответ: $\max(\min(b, 9) - a + 1, 0)$.

Асимптотика: $O(1)$.

B. BNF

Автор: Абдикалыков А.К.

Символ c может находиться на любой из N позиций. Остальные позиции могут быть заняты одним из 2 символов: a или b . Общее количество строк: $2^{N-1}N$. Стоит отметить, что ответ должен быть вычислен по модулю, соответственно, все умножения производятся по модулю. Ограничения N не позволяют вычислять 2^{N-1} наивно — следовало воспользоваться бинарным возведением в степень:

$$2^K = \begin{cases} 2^{K/2}, & \text{если } K \text{ — четное,} \\ 2^{K/2} \cdot 2, & \text{если } K \text{ — нечетное,} \\ 1, & \text{если } K = 0 \end{cases}$$

Асимптотика: $O(\log N)$.

C. Cheer up!

Обозначим $dp[n][s]$ — вероятность того, что после n бросков выпадет сумма s . По определению полной вероятности:

$$dp[n][s] = \frac{1}{6} \sum_{i \in [1;6], x[i] \leq s} dp[n-1][s-x[i]].$$

Начальные значения: $dp[0][0] = 1.0$, $dp[i][0] = 0.0$ при всех $i > 0$.

Асимптотика: $O(ns)$.

D. Decks

Автор: Баяев А.Ж.

Для каждой строки подсчитаем $count[i][c]$ сколько раз в i -й строке встречается символ c (каждая из 26 возможных букв). Далее для каждой буквы выберем минимальное значение среди всех строк $ans[c] = \min_{1 \leq i \leq n} count[i][c]$. Выведем каждый символ c в количестве $ans[c]$.

Асимптотика: $O(n)$.

E. Ellipse

Автор: Баяев А.Ж.

Эллипс с полуосями a и b (где $a > b$) получается из окружности радиуса a параллельным проектированием, при котором все площади умножаются $\frac{b}{a}$. Соответственно, достаточно решить задачу для окружности. Максимальную площадь будет иметь правильный n -угольник, вписанный в окружность радиуса a : $\frac{na^2}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$. Ответ: $\frac{nab}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$.

Асимптотика: $O(1)$.

F. Flip

Автор: Баяев А.Ж.

Необходимо было посчитать количество совпадающих символов в исходной и перевернутой строке.

Асимптотика: $O(n)$.

G. GOR

Автор: Баяев А.Ж.

Реализовать наивное решение можно с помощью рекурсивного определения:

$$gor(x, y) = \begin{cases} gor(\lfloor \frac{x}{g} \rfloor, \lfloor \frac{y}{g} \rfloor) \cdot g + (x + y) \bmod g, & \text{если } x > 0, y > 0 \\ x + y, & \text{если } x = 0 \text{ или } y = 0 \end{cases}$$

Но ограничения по времени не дают возможности просчитать всё наивно, поэтому оптимизируем операцию. Основная идея заключается в том, что операция производится независимо по всем разрядам (при записи чисел в g -чной системе счисления). Поэтому результат можно вычислить отдельно по каждому разряду.

Вычислим за $O(1)$ сумму из N подряд идущих чисел от gk до $gk + (g - 1)$. Рассмотрим некоторый разряд, отличный от младшего. У всех g чисел он будет одинаковым. Так как сумма g одинаковых чисел при делении на g дает остаток ноль, то все разряды результата, отличные от младшего, равны нулю. Рассмотрим самый младший разряд: это сумма чисел от 0 до $g - 1$ по модулю g . Если g нечетно, то сумма равна нулю, если g четно — $g/2$.

Теперь можно суммировать все числа эффективно: ищем минимальное $L \geq A$ и максимальное $R \leq B$, которые кратны g . Находим результат вычисления от A до $L - 1$ наивно, от L до $R - 1$ эффективно и от R до B наивно.

Асимптотика: $O(g \log n / \log g)$.

Н. Holes

Автор: Абдикалыков А.К.

Рассмотрим граф, у которого вершины — клетки, а ребрами соединены либо соседние по границе клетки, либо клетки с одинаковым буквенным обозначением. Запустим обход в ширину или в глубину из левого верхнего угла и проверим, достигим ли правый нижний угол.

Асимптотика: $O(nm)$.

I. Interesting permutation

Автор: Абдикалыков А.К.

Пусть $(q - 1)^2 < n \leq q^2$. Построим решение жадно: для n выберем позицию a_n так, что $n + a_n = q^2$. Следует принять во внимание, что a_n определяется корректно ($a_n \leq n$), так как

$$(q - 1)^2 \leq n - 1$$

$$q \leq \sqrt{n-1} + 1$$

$$q^2 - n \leq 2\sqrt{n-1} \leq n$$

так как $4n - 4 \leq n^2$. Таким же образом можно расставить числа $(n - k)$ на позиции $a_{n-k} = q^2 - (n - k)$, для которых $a_{n-k} \leq n$, то есть $k \leq 2n - q^2$.

Среди еще не расставленных чисел (это все числа от 0 до $q^2 - n - 1$) выберем максимальное и проведем такую процедуру.

Асимптотика: $O(n)$.

Замечание: ответов может несколько, данное решение строит только один из вариантов.

Весенний тур 2015

18 марта 2015

A. Adamant digit

Автор: Абдикалыков А.К.

Число будет состоять из m одинаковых цифр $(n - 1) \bmod 9 + 1$, где $m = \left\lceil \frac{n-1}{9} \right\rceil + 1$.

Асимптотика: $O(n)$.

B. Binary palindromes

Автор: Баев А.Ж.

Обозначим $f(k)$ — число, полученное перевернутой битовой записью числа k .

Пусть двоичная запись числа n состоит из $2d$ бит. Отразим первую половину битов (число $k = \left\lfloor \frac{n}{2^d} \right\rfloor$) на вторую зеркально:

$$g_1(n) = 2^d k + f(k)$$

Если $g_1(n) \leq n$, то $g_1(n)$ является ответом. Иначе уменьшим на единицу первую битовую половину числа n и также отразим на вторую зеркально:

$$g_2(n) = 2^d(k - 1) + f(k - 1)$$

Если двоичная запись числа n состоит из $2d + 1$ бит, то поступаем аналогично:

$$g_1(n) = 2^d k + f\left(\left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor\right)$$

$$g_2(n) = 2^d(k - 1) + f\left(\left\lfloor \frac{k - 1}{2} \right\rfloor\right)$$

Асимптотика: $O(\log n)$.

C. Composition of matrices

Автор: Баяев А.Ж.

Вектор не изменит свою длину, если перед операцией проектирования на ось, он параллелен этой оси. Переберем все возможные целочисленные углы поворота α от 0 до 179 (градусов). Перед каждым оператором проектирования, начиная со второго, проверим величину текущего угла по модулю 180. Если перед проектированием на OX угол отличен от 0, то α не подходит. Если перед проектированием на OY угол отличен от 90, то α не подходит.

Асимптотика: $O(n)$.

D. Deep tree

Автор: Абдикалыков А.К.

Заметим, что переходы по дереву соответствуют нахождению наибольшего общего делителя чисел. Причем, если наибольший общий делитель (p, q) отличен от 1, то решения нет. Значит, ответом будет количество итераций в алгоритме Евклида. Если $\gcd(a, b)$ — количество действий для получения чисел (a, b) , то

$$\gcd(a, b) = \gcd(b, a \bmod b) + a/b.$$

Асимптотика: $O(\log \max(a, b))$.

Указание: алгоритм Евклида с вычитанием не проходил из-за ограничений по времени.

E. Empty cornet

Автор: Баяев А.Ж.

Если хотя бы у одной из трех точек координата $z_i < 0$, то решения нет. В противном случае, достаточно найти объем тетраэдра

$$V = \frac{1}{6} \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}$$

Так как уровень должен быть параллелен плоскости XOY , то необходимо произвести нормировку векторов (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) и (x_3, y_3, z_3) так, чтобы их z -координата была равна $h = \min z_1, z_2, z_3$ — минимальной из трех. Таким образом, объем равен:

$$\tilde{V} = V \cdot \frac{h^3}{z_1 z_2 z_3}.$$

Асимптотика: $O(1)$.

F. Fantastic system

Автор: Абдикалыков А.К.

Пусть $d[i]$ — количество способов записать i в фантастической системе счисления.

Если $i = 2k + 1$, то разряд единиц может быть только 1, а остальные разряды являются разрядами числа k .

Если $i = 2k$, то разряд единиц может быть либо 0, либо 2. Если это 0, то остальные разряды соответствуют разрядам числа k . Если это 2, то остальные разряды соответствуют числу $k - 1$.

Итог:

$$\begin{cases} d[2k + 1] = d[k] \\ d[2k] = d[k] + d[k - 1] \end{cases}$$

Начальные значения: $d[0] = 1$, $d[1] = 1$.

G. Great graph

Автор: Абдикалыков А.К., Баяев А.Ж.

Строим решето Эратосфена для первых 10000 чисел. Фиксируем n . Числа будем искать обходом в глубину или ширину, где переход между числами проверяется по решету Эратосфена. Ясно, что если задача имеет решение при некотором n , то она имеет решение и при больших n . Аналогично, если она не выполнима при n , то и не выполнима при меньших. Значит ответ можно найти бинарным поиском по n из диапазона от 0 до 10 000.

Стоит отметить, что число ребер не превышает n^2 .

Асимптотика: $O(m \log m + n^2 \log m)$

Н. Н

Автор: Абдикалыков А.К., Баяев А.Ж.

Ответом на задачу было название задачи этой олимпиады: 'Adamant digit', 'Binary palindromes', 'Composition of matrices', 'Deep tree', 'Empty cornet', 'Fantastic system', 'Great graph', 'Н', 'Insidious time limit', 'Jagged sequence'.

Асимптотика: $O(1)$.

I. Insidious time limit

Автор: Абдикалыков А.К.

Используем матричное умножение:

$$\begin{pmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ a_{n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ a_{n-3} \end{pmatrix}$$

Таким образом $(a_n, a_{n-1}, a_{n-2})^T = A^{n-2}(a_2, a_1, a_0)^T$. Осталось вычислить степень матрицы A^{n-2} , что можно сделать бинарным возведением в степень:

$$A^m = \begin{cases} E, & \text{если } m = 0 \\ (A^{[n/2]})^2, & \text{если } m \text{ — четное, } m > 0 \\ (A^{[n/2]})^2 \cdot A, & \text{если } m \text{ — нечетное} \end{cases}$$

Асимптотика: $O(\log n)$

Замечание 1: все умножения в матричных действиях необходимо производить по модулю.

Замечание 2: наивное решение не проходит по ограничениям времени.

J. Jagged sequence

Автор: Абдикалыков А.К.

Рассмотрим вспомогательную последовательность $b_i = a_i - i$. Необходимо изменить ее числа так, чтобы все числа стали равными.

Решение 1. Отсортируем числа по возрастанию \tilde{b}_i . Искомым числом будет медиана $\tilde{b}[n/2]$. Действительно, если искомое число меньше, то каждое число $\tilde{b}[i]$ при $i \geq [n/2]$ необходимо уменьшить дополнительно на 1, а числа $\tilde{b}[i]$ при $i < [n/2]$ необходимо увеличить дополнительно на 1. Тогда общее количество изменений увеличится, так как чисел первой группы больше, чем чисел второй группы.

Асимптотика: $O(n \log n)$.

Решение 2. Рассмотрим m — итоговое значение всех чисел. Тогда количество изменений равно

$$f(m) = \sum_{i=1}^n |b_i - m|$$

Данная функция является кусочно-линейной и выпуклой вниз. Поэтому ее минимум можно найти тернарным поиском по m на отрезке от $\min b_i$ до $\max b_i$.

Асимптотика: $O(m \log(\max |a_i| + n))$.

Осенний тур 2015

20 октября 2015

A. Alternative result

Автор: Абдикалыков А.К.

Несложно убедиться, что можно получить все значения от 0 до $3n$, кроме $3n - 1$.

Асимптотика: $O(n)$.

B. Boolean

Автор: Абдикалыков А.К.

Необходимо было вывести N -е слово из текста.

Асимптотика: $O(1)$.

C. Car collection*Автор: Баев А.Ж.*

Ответом на задачу является:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_i a_j = \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n a_i^2 \right).$$

Асимптотика: $O(n)$.

Замечание: наивное решение не проходит ограничения по времени.

D. Domino*Автор: Баев А.Ж.*

Промоделируем падения слева направо и справа налево. Для этого найдем максимальную длину положительной подстроки массива l_i , где $l_i = a_i - a_{i-1} - h_{i-1}$, и максимальную длину положительной подстроки массива r_i , где $r_i = a_i - a_{i+1} - h_{i+1}$. Ответов будет максимум из первого и второго случая.

Асимптотика: $O(n)$.

E. Enlarged triangle*Автор: Баев А.Ж.*

Пусть $S(a, b, c)$ — площадь треугольника со сторонами a, b, c . Несложно проверить, что функция $f(m) = S(a + m, b + m, c + m)$ является монотонно возрастающей (при условии, что $m > 0$ и треугольник с данными сторонами существует). Значит, ответ можно найти бинарным поиском по m на отрезке $[0; \sqrt{2S}]$.

Асимптотика: $O(\log S)$.

F. Footprints

Автор: Баяев А.Ж.

Обозначим начальную позицию $(0, 0)$. Далее промоделируем шаги (x_i, y_i) . Минимальные размеры лабиринта будут $(\max_{1 \leq i \leq n} x_i - \min_{1 \leq i \leq n} x_i)$ и $(\max_{1 \leq i \leq n} y_i - \min_{1 \leq i \leq n} y_i)$ соответственно.

Асимптотика: $O(N)$.

G. Great divisors

Автор: Абдикалыков А.К.

Максимальный собственный делитель числа n равен n/p_n , где p_n — минимальное простое число, на которое делится n . Последовательность p_n легко построить, используя стандартный алгоритм решета Эратосфена (у всех еще не вычеркнутых чисел вида $p^2 + p \cdot j$ минимальным простым делителем будет p).

Асимптотика: $O(n \log n)$.

H. Honest gifts

Автор: Баяев А.Ж.

Ясно, что максимальным количеством наборов с общим количеством синих и q красных карандашей будет (p, q) — наибольший общий делитель p и q . Поэтому достаточно перебрать все числа i от 0 до k и выбрать максимум из $\gcd(a - i, b - (k - i))$.

Асимптотика: $O(k \log \max(a, b))$.

I. Inner subset

Автор: Баяев А.Ж.

Необходимо посчитать количество способов выбрать подпоследовательность так, чтобы сумма чисел была кратна k . Обозначим $d[i][r]$ — количество подпоследовательностей из первых i элементов, которые в

сумму дают остаток r при делении на k . Каждое такое подмножество можно получить, либо добавив $a[i]$ элемент к подмножествам множества из первых $i - 1$ с остатком суммы равным $(r - a[i]) \bmod k$, либо не добавляя $a[i]$ элемент:

$$d[i][r] = d[i - 1][r] + d[i - 1][(r - a[i]) \bmod k].$$

Инициализировать динамику можно $d[0][0] = 1$ и $d[0][r] = 0$ при r от 1 до $k - 1$.

Асимптотика: $O(nk)$.

Замечание: не стоит забывать производить каждое сложение по модулю $10^9 + 7$, иначе произойдет переполнение ответа.

Зимний тур 2015

18 декабря 2015

A. Alexandra and Exam

Автор: Жусупов Али

Вычислим четыре значения $x \pm y \pm z$ и прибавим к ответу те из них, которые делятся на 10.

Асимптотика: $O(1)$.

B. Ball and Snowy Cube

Автор: Журавская Александра

Если сфера целиком лежит в одном из октантов ($|x| \geq r$, $|y| \geq r$ и $|z| \geq r$), то минимальная возможная сторона куба равна

$$\max(|x| + r, |y| + r, |z| + r).$$

В противном случае, такого куба не существует.

Асимптотика: $O(1)$.

C. Calculation of Erulan Numbers

Автор: Абайулы Ерулан

Легко найти, что при k равном 1, 2, 3 и 4 подходящих чисел будет $num[k] : 9, 14, 56$ и 260 , соответственно. Что сразу позволяет отсеять неподходящие варианты, если $n > num[k]$.

При $k < 6$ ответы можно сгенерировать вручную, проверяя каждое число. При $k = 6$ подходящих чисел набирается достаточно среди чисел одного из двух видов: из цифр 1, 2, 4 и 8 и из цифр 1 и 5. В частности, 1000-ное число такого вида равно 884488 (если оставить только числа первого вида, то их будет всего 984, что недостаточно для крайнего случая). Таким образом, можно сгенерировать 1000 подходящих шестизначных чисел.

Заметим, что при добавлении ведущих единиц, делимость на 1, 2, 4, 5 и 8 не изменяется. Соответственно, при $k > 6$, можно дописать к полученным числам слева $(k - 6)$ единиц.

Асимптотика: $O(nk)$.

D. Do Rain Dance

Автор: Жусупов Али

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (i + j^2) = \frac{mn(n+1)}{2} + \frac{nm(m+1)(2m+1)}{6}.$$

Асимптотика: $O(1)$.

Замечание: наивное решение не проходит ограничения по времени.

E. ECM and Cognitive Dissonance

Предложил: Камалбеков Тимур

Если $k > \frac{n(n-1)}{2}$, то такой перестановки не существует. А если $k < n$, то достаточно расставить все числа по возрастанию от 2 до n , а число 1 поставить между k -м и $(k+1)$ -м числом.

Иначе будем размещать числа от 1 до n в массиве с конца в начало ($a[n + 1 - i] = i$) до тех пор, пока количество инверсий, которые образуют уже расставленные числа со всеми остальными и между собой не превосходит k . Это легко сделать, так как число i на позиции $n + 1 - i$ образует $n - i$ инверсию с числами, которые стоят на позициях с 1 по $n - i$. После того, как данные числа будут расставлены останутся t чисел, на которых останется менее t инверсий между этими t числами. Достаточно расставить их также как и в случае $k < n$.

Асимптотика: $O(n)$.

F. Fibonacci and Prime Number

Автор: Жусупов Али, Васильев А.Н.

Достаточно заметить, что простых чисел в диапазоне от 1 до N порядка $O(N / \log N)$ (при указанных ограничениях задачи их около $4 \cdot 10^{10}$). В то время как чисел Фибоначчи порядка $O(\log N)$ (при указанных ограничениях задачи их не более 60). Поэтому разумно перебирать числа Фибоначчи F_k , которые не превосходят n и проверять, является ли число $N - F_k$ простым наивным способом (делители до корня из числа).

Асимптотика: $O(\sqrt{N} \log N)$.

Замечание: перебор всех простых от 1 до N не укладывается по ограничениям времени.

G. Game of Castles

Автор: Камалбеков Тимур

В задаче необходимо было промоделировать то, что написано в условии. Для этого достаточно хранить статус ($status[k] = 1$, если k -й замок уставший и $status[k] = 0$ — иначе). Если при ходе $i \rightarrow j$ известно, что $a_i > 0$, то необходимо уменьшить здоровье j -го на $1 - status[i] + status[j]$.

Асимптотика: $O(N + M)$.

Весенний тур 2016

30 апреля 2016

A. Alexandra's subtractions

Автор: Абдикалыков А.К.

Вторая максимальная разность равна: $d_2 = \max(a_n - a_2, a_{n-1} - a_1)$.

Асимптотика: $O(n)$.

Замечание: прямой перебор $O(n^2)$ не проходит по ограничениям времени.

B. Book of all the words

Автор: Абдикалыков А.К.

Перевести число $(k - 1)$ в n -ричную систему счисления.

Асимптотика: $O(n)$.

Замечание: прямой перебор $O(n^m)$ не проходит по ограничениям времени.

C. Change the word

Автор: Баяев А.Ж.

Если запретить операцию изменения букв строки на симметричные, то ответ будет:

$$f(s_1, s_2) = \text{len}(s_1) + \text{len}(s_2) - 2 * \text{len}(\text{lcs}(s_1, s_2)),$$

где $\text{len}(a)$ — длина строки a , $\text{lcs}(a, b)$ — наибольшая общая подстрока строк a и b (считается динамическим программированием за $O(\text{len}(a) * \text{len}(b))$).

Если вернуть операцию изменения строк, то ясно, что она применяется не более одного раза. Тогда ответ на задачу:

$$\max(f(s_1, s_2), f(s_1, \bar{s}_2) + 1),$$

где \bar{s} — строка, полученная из строки s заменой всех букв на симметричные.

Асимптотика: $O(\text{len}(s_1)\text{len}(s_2))$.

D. Doubtful numbers

Автор: Абдикалыков А.К.

Легко понять, что подходят только числа вида pq , где p и q — различные простые числа. Обозначим через $z(n)$ — количество чисел такого вида среди чисел от 1 до n (тогда ответ вычисляется как $z(b) - z(a - 1)$). Фиксируем простое p . Подходящих чисел вида pq , где $p < q$ и $pq \leq n$ будет: $\pi\left(\left[\frac{n}{p}\right]\right) - \pi(p)$. Заметим, что перебирать данные p достаточно до \sqrt{n} :

$$z(n) = \sum_{p \leq \sqrt{n}} \pi\left(\left[\frac{n}{p}\right]\right) - \pi(p)$$

Решение состоит из 3 частей: построение всех простых от 1 до n ($O(n \log \log n)$ — решето Эратосфена), просчет $\pi(k)$ за $O(n)$ действий и вычисление $z(n)$ за $O(\sqrt{n})$.

Вместо вычисления функции $pi(n)$ можно вычислить данную сумму с помощью 2 указателей (p — первый указатель,двигающийся от 1 до n , q — второй указатель,двигающийся от n до 1).

Асимптотика: $O(n \log \log n)$.

Замечание 1: решения с асимптотикой $O(n\sqrt{n})$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

Замечание 2: решения с неэффективным построением решета (например 2 целочисленных массива размера n) не проходят по ограничениям памяти.

Замечание 3: данную задачу можно решить с асимптотикой $O(\sqrt{n})$, используя подход Генри Лемера для метода Мейсселя.

E. Experiment with tea

Автор: Баяев А.Ж.

Зафиксируем некоторый уровень воды h . Построим компоненту связности, начиная с нулевой по высоте клетки, на таблице со следующим условием связности: из клетки (i_1, j_1) можно попасть в (i_2, j_2) , если эти

клетки соседние по стороне и $a_{i_2 j_2} < h$. Обход можно произвести с помощью алгоритма поиска в ширину или в глубину. При этом, если мы выходим на граничные клетки, то считаем, что обход завершился переполнением. Задача сводится к поиску максимального h , при котором обход не завершается переполнением, что легко решается бинарным поиском по h .

Асимптотика: $O(n^2 \log(h))$.

Замечание: решения с асимптотикой $O(n^2 h)$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

F. Five words

Автор: Абдикалыков А.К., Баяев А.Ж.

Подсказка 1: «Коровы понимают каждое сказанное человеком слово, правда, только частично».

Подсказка 2: первые буквы каждой строки (КФМГУ).

Ответом является подстрока длины 3 строки:

moscowstateuniversitykazakhstanbranch

G. Glowing letters

Автор: Абдикалыков А.К.

Для строки длины m без букв 'а' количество подстрок равно

$$\frac{m(m+1)}{2},$$

а количество подпоследовательностей

$$2^m - 1.$$

Пусть буквы 'а' делят исходную строку на подстроки без букв 'а' с длинами m_1, m_2, \dots, m_k . Тогда количество подстрок равно

$$\sum_{i=1}^k \frac{m_i(m_i+1)}{2},$$

а количество подпоследовательностей

$$2^{\sum_{i=1}^k m_i} - 1.$$

Асимптотика: $O(n)$.

Замечание 1: решения с асимптотикой $O(n^2)$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

Замечание 2: решения с неаккуратным взятием ответа по модулю не проходят некоторые тесты. Например следующий код дает неверный ответ:

$$ans := (ans + m[i] * m[i + 1]) \mod 1000000007.$$

Н. Harmonic permutations

Автор: Абдикалыков А.К.

Решим эту задачу в общем виде, а именно найдём число $d(s, t)$ перестановок длины $s + t$ таких, что:

1. $a_1 < a_2 < \dots < a_s$;
2. $a_{s+1} < a_{s+2} < \dots < a_{s+t}$;
3. $a_i < a_{s+i}, \forall i = 1, 2, \dots, \min(s, t)$.

Тогда ответом будет число $d(n, n)$.

Чтобы найти $d(s, t)$, определим положение числа $s + t$. Если $s \leq t$, то возможен только один вариант: $a_{s+t} = s + t$. Если $s > t$, то появляется второй вариант $a_s = s + t$. Таким образом определяется рекуррентная формула:

$$d(s, t) = \begin{cases} d(s, t - 1) + d(s - 1, t), & s > t, \\ d(s, t - 1), & s \leq t. \end{cases}$$

Асимптотика: $O(n^2)$.

Замечание 1: решения с асимптотикой $O(n^3)$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

Замечание 2: если заметить соответствие строящейся перестановки с правильными скобочными структурами, то можно понять, что ответом будут числа Каталана, соответственно существует решение за $O(n)$.

I. Infinity problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Числа с суммой цифр равной 3 представляются в виде: $10^b + 10^c + 10^d$. Сгенерируем все остатки $10^i \bmod n$; их будет не более n штук (для данных ограничений, можно убедиться, что их не более 2000): $rem[t] = 1$, если остаток t был сгенерирован, и $rem[t] = 0$ иначе. Далее достаточно перебрать все возможные остатки t_1 и t_2 , которые сгенерированы и проверить наличие остатка $n - t_1 - t_2$.

Асимптотика: $O(n^2)$.

Замечание 1: решения с асимптотикой $O(n^3)$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

Замечание 2: заметим, что при n взаимно простым с 10 число $10^b + 10^c + 10^d$ делится на n только если $10^{b-d} + 10^{c-d} + 1$. Соответственно существует решение за $O(n)$.

J. Jelly cake

Автор: Баев А.Ж.

Легко доказывается, что вершины треугольника с минимальной площадью будут соседними. Поэтому сортируем все точки по их углам φ_i , перебираем все тройки соседних точек и выбираем минимальную. Площадь каждого такого треугольника можно найти по формуле:

$$2R^2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma),$$

где $\alpha = \frac{1}{2}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)$, $\beta = \frac{1}{2}(\varphi_{i+2} - \varphi_{i+1})$, $\gamma = \frac{1}{2}(\varphi_{i+2} - \varphi_i)$ и углы φ_i зациклены (то есть $\varphi_{n+k} = \varphi_k$).

Асимптотика: $O(n \log n)$.

Замечание 1: решения с асимптотикой $O(n^2)$ и хуже не проходят по ограничениям времени.

Замечание 2: решение на типе *float* на языке C получает неверный ответ из-за ошибок округления.

Осенний тур 2016

15 октября 2016

A. A sad number

Автор: Абдикалыков А.К.

Любое число n , начиная с 22, можно представить в виде суммы числа, начинающегося с двойки и числа, оканчивающегося двойкой: $n = 2 \cdots + \dots 2$. А среди чисел от 1 до 21 на требуемую сумму разбить можно только числа 4 и 14.

Асимптотика: $O(1)$.

B. Brute force

Автор: Абдикалыков А.К.

Рассмотрим $1 \leq a < b \leq n$. Поскольку $(a, b) = \frac{b}{k}$ для некоторого натурального k , то $(a, b) \leq \frac{b}{2} \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$. Значение в правой части достигается, если взять $a = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ и $b = 2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$.

Асимптотика: $O(1)$.

Замечание: прямой перебор $O(n)$ не проходит по ограничениям времени.

C. Curtains

Автор: Баев А.Ж.

Вместо чисел a_i будем хранить их разности $d_i = a_{i+1} - a_i$. Тогда запрос $a_i := a_i \pm 1$ будет обрабатываться как:

$$d_i := d_i \mp 1, d_{i-1} := d_{i-1} \pm 1.$$

Чтобы быстро находить максимум, воспользуемся «подсчетом»: будем хранить p_k — сколько раз встречается число k среди чисел d_i . Тогда увеличение d_i на единицу влечёт следующие изменения:

$$p_{d_i} := p_{d_i} - 1, p_{d_{i+1}} := p_{d_{i+1}} + 1.$$

Асимптотика: $O(N + Q)$.

Замечание: с помощью структур поиска (например, *multiset*) можно реализовать решение за $O(Q \log N)$.

D. Dimitriy and broken sum

Автор: Абдикалыков А.К.

Видно, что $a_i = i + b_i 2^{k-1}$, где $b_i = \pm 1$. Значит,

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n = \frac{n(n+1)}{2} + (b_0 + b_1 + \dots + b_n) 2^{k-1}.$$

При этом суммы b_i легко вычисляются — это периодическая последовательность с периодом 2^k , в начале которой идут 2^{k-1} единиц, затем 2^{k-1} минус единиц, и так далее.

Асимптотика: $O(1)$.

E. Excursion in snowy cube

Автор: Баяев А.Ж.

Рассмотрим взвешенный граф, в котором вершины — это точки, а ребра — это длина отрезка между точками в пространстве.

Зафиксируем L . Далее построим кратчайший путь от вершины A до вершины B осуществляется с помощью алгоритма Дейкстры, при этом игнорируем все ребра весом более L .

Очевидно, что если такой путь найдётся для некоторого L , то он найдётся и для любого $L' > L$. Соответственно, подходящее L можно найти бинарным поиском по L из диапазона $[0; K]$ до соответствующей точности. При этом необходимо проверить существует ли вообще такое L (если при $L = K$ такой путь не найдется, то ответ отрицательный).

Асимптотика: $O(N^2 \log K)$.

Замечание: с помощью структур поиска можно реализовать быстрый алгоритм Дейкстры за $O(N \log N \log K)$.

F. Food getting ways

Автор: Баяев А.Ж.

Пусть u_i и d_i — число способов дойти до верхнего и нижнего конца i -го переулка соответственно. Тогда ответом на задачу будет d_n , и его

можно найти с помощью рекуррентных формул

$$\begin{cases} d_i := (d_{i-1} + u_{i-1}) \bmod M \\ u_i := u_{i-1} \end{cases}$$

если i -ый переулок вида ' / ' и

$$\begin{cases} d_i := d_{i-1} \\ u_i := (d_{i-1} + u_{i-1}) \bmod M \end{cases}$$

иначе.

Замечание: можно обойтись без хранения всего массивов d и u , каждый раз обновляя только два текущих элемента.

G. Great and mighty

Автор: Баяев А.Ж.

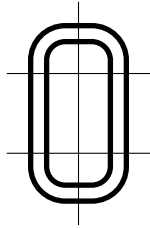
Ответом являлось количество букв в записи числа на трёх языках:

десять	он	ten
6	2	3
два	eki	two
3	3	3

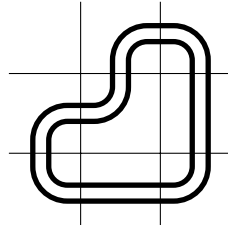
H. Hobby

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, можно ли собрать замкнутую железную дорогу из A прямых элементов и B уголков. Очевидно, что оба числа в паре (A, B) должны быть чётными; также необходимо, чтобы уголков было как минимум 4 штуки. Рассмотрим сначала случай $A \geq 2$. Нам понадобятся базовые сборки $(2, 4)$ и $(2, 6)$.

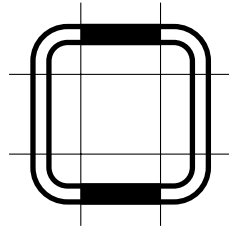
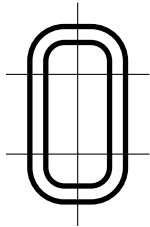


$$A = 2, B = 4$$



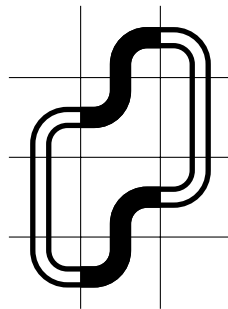
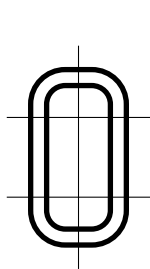
$$A = 2, B = 6$$

В любую уже построенную конструкцию можно добавить два прямых элемента. Соответственно, из конструкции с (A, B) элементами, можно получить $(A + 2, B)$.



$$(A, B) \rightarrow (A + 2, B)$$

Также в любую уже построенную конструкцию, где имеется хотя бы по два элемента каждого вида, можно добавить четыре уголка.



$$(A, B) \rightarrow (A, B + 4)$$

Соответственно, можно построить дорогу для любой пары $(2n, 2m)$, где $n > 1, m > 2$.

Рассмотрим отдельно $A = 0$. Несложно показать, что B обязательно кратно четырем. Используя базовый пример $(0, 12)$ и перебрав меньшие варианты вручную, получаем, что возможны все конструкции вида $(0, 4k)$, кроме $(0, 8)$.

I. IMC problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Фиксируем число k . Посчитаем сколько чисел такого вида не превосходят k . Для это для каждой степени двойки такой, что $2^i \leq k$ достаточно перебрать все степени пятерки такой, что $5^j 2^i \leq k$. Ясно что итоговое количество таких чисел будет не больше, чем $\log_2 k \log_5 k$. Так количество подходящих чисел с ростом k не уменьшается, то можно использовать бинарный поиск на отрезке $[0; 10^{18}]$.

Асимптотика: $O(\log^2 n)$.

Замечание: учитывая, что $n \leq 813$, можно просто сгенерировать все числа.

J. Join the knowledge

Автор: Абдикалыков А.К.

Найдём число компонент связности обходом в ширину или глубину, и каждой клетке присвоим соответствующий номер. Если компонент больше 4, то ответ заведомо «нет». В противном случае нужно будет перебрать все клетки со стенами и проверить, найдется ли среди них такая, которая имеет общую сторону с каждой компонентой связности.

Асимптотика: $O(n^2)$.

K. Keg and dipper

Автор: Басев А.Ж.

Будем перебирать количество ковшей N начиная с 1. Заметим, что ответ на задачу не меняется, если уменьшить все температуры на одно и тоже число. Уменьшим всё на C : $A_1 = A - C$, $B_1 = B - C$, $H_1 =$

$H - C$. Остается найти такое N , что $A_1 \leq \frac{xH_1}{N} \leq B_1$. То есть существует целое x между $\frac{A_1 N}{H_1}$ и $\frac{B_1 N}{H_1}$. Так как при $N = H_1$ данные числа будут гарантировано целыми, то перебор не превысит H проверок.

Асимптотика: $O(H)$.

L. Lazy programming

Автор: Абдикалыков А.К.

$\tau(k)$ является нечётным тогда и только тогда, когда k — точный квадрат. Таким образом, задача сводится к проверке на чётность число точных квадратов, не превосходящих n . Чётность искомой суммы совпадает с чётностью числа $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$.

Асимптотика: $O(1)$.

Зимний тур 2016

13 декабря 2016

A. A train problem

Автор: Баяев А.Ж.

Ответ: $2k(k-1) + 2(n-k)(n-k+1)$.

Асимптотика: $O(1)$.

B. Bead garland

Автор: Баяев А.Ж.

Количество различных гирлянд изначально равно $a_1 a_2 \dots a_n$. Гирлянду длины один не выгодно объединять ни к какой другой гирлянде (вместо $a \cdot 1 < a + 1$), гирлянды большей длины наоборот выгоднее объединять между собой ($a_1 \cdot a_2 > a_1 + a_2$). Значит, выгоднее всего объединить все гирлянд, с длиной больше 1. При этом стоит обратить внимание на случай, когда имеются гирлянды только единичной длины.

Асимптотика: $O(n)$.

C. Champion

Автор: Абдикалыков А.К.

Вывод является буквами, `ascii`-код которых дан на вводе (32-й символ таблицы является пробел).

Асимптотика: $O(1)$.

D. Digits

Автор: Абдикалыков А.К.

Пусть $d[n][k]$ — количество n -значных чисел, у которых сумма цифр равна k . Ясно, что если у числа отбросить последнюю цифру z , то получим число с суммой цифр $k - z$. Значит,

$$d[i][j] = \sum_{z=0}^{\min(9,j)} d[i-1][j-z].$$

Что легко просчитать от для всех i от 1 до n и j от 1 до k . Начальные значения $d[0][0] = 1$ и $d[i][0] = 0$.

Асимптотика: $O(nk)$.

E. Elimination

Автор: Баяв А.Ж.

Пусть $d[i][j]$ — количество работающих участков у i -й жилы среди участков с $(j-m+1)$ -го до j -го включительно, которые можно вычислить за $O(1)$ каждый:

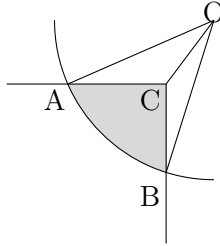
$$d[i][j] = d[i][j-1] + a[i][j] - a[i][j-m]$$

для всех i от 1 до k и j от m до n . Ответом на задачу будет $\max_{m \leq j \leq n} c_j$, где c_j — количество $d[i][j] = m$, для всех i от 1 до k .

Асимптотика: $O(nk)$.

F. Forts

Автор: Баяев А.Ж.



Искомая площадь равна нулю, если $a^2 + b^2 > r^2$. Иначе ее можно найти как разность площади кругового сектора OAB и двух треугольников AOC и BOC .

Асимптотика: $O(1)$.

Весенний тур 2017

31 мая 2017

A. Azats rounding

Автор: Баяев А.Ж.

Достаточно, заметить, что в двоичной системе счисления рациональными будут только числа вида $\frac{1}{2^k}$. Ответ: k , если $n = 2^k$, в противном случае ответ равен (-1) .

Асимптотика: $O(\log n)$.

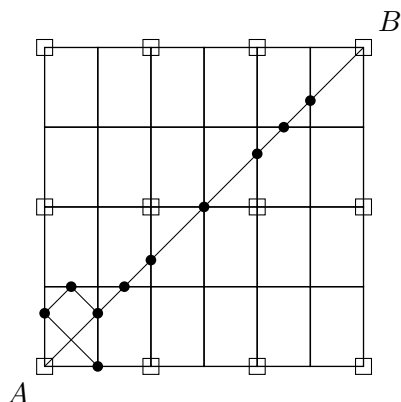
B. Billiards

Автор: Баяев А.Ж.

Отразим исходный прямоугольник $w \times h$ симметрично относительно каждой из сторон. Полученные прямоугольники снова отразим зеркально относительно каждой из сторон. Таким образом замостим всю

плоскость. Все точки, в которые попадают образы левого нижнего угла исходного прямоугольника, образуют сетку с шагом $(2w, 2h)$. Первое попадание в одну из данных точек прямой $(x, y) \cdot t$ при $t > 0$ и соответствует возврату шара в исходный угол:

$$\begin{cases} 2wn = xt \\ 2hm = yt \end{cases}$$



Чтобы найти минимальные подходящие n и m , поделим данные уравнения:

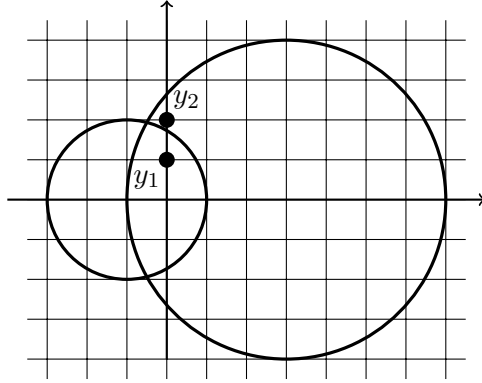
$$\frac{m}{n} = \frac{xh}{yw}$$

Пусть $d = (xh, yw)$ — наибольший общий делитель (можно найти алгоритмом Евклида). Тогда $n = \frac{xh}{d}$, $m = \frac{yw}{d}$. А ответ равен $2n - 1$ и $2m - 1$.

Асимптотика: $O(\log(\max(xh, yw)))$.

C. Circles

Автор: Баяев А.Ж.



Для каждого x можно легко определить максимальное значение $y_1(x)$ такое, что точка $(x, y_1(x))$ попадает во внутренность (или на границу) первого круга (в случае, если $|x - x_1| > r_1$, то таких точек нет вообще и будем считать $y_1(x) = -1$). Это можно сделать не прибегая к вещественной арифметике, с помощью бинарного поиска $y_1(x)$ по ответу от 0 до $r_1 + 1$ с условием, что $y_1(x)^2 + (x - x_1)^2 \leq r_1^2$. Аналогично находим $y_2(x)$ и находим $y(x) = \min(y_1(x), y_2(x))$. В случае, если $y(x) < 0$, то подходящих точек с абсциссой x нет. Иначе их в точности $2y(x) + 1$. Таким образом, перебирая все x от $\max(x_1 - r_1, x_2 - r_2)$ до $\min(x_1 + r_1, x_2 + r_2)$ мы найдем ответ.

Асимптотика: $O(r \log r)$.

Замечание: перебор за $O(r^2)$ превышает ограничения по времени.

D. Diners

Автор: Баяс А.Ж.

Запустим обход в глубину из вершины 1, расставляя у каждой вершины расстояние от корня. Дополнительно найдем d — максимальную глубину. Далее запустим еще один обход в глубину, при котором для каждой вершины v проверяем, можно ли от нее дойти вглубь до максимальной глубины d или нет. Если дойти можно, а сама вершина находится на глубине $[d/2]$, то эта вершина попадает в ответ.

Асимптотика: $O(n)$.

Е. Examination aura

Автор: Абдикалыков А.К.

Отсортируем все числа по возрастанию: $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$.

Решение 1. Для каждой пары последовательных вершин b_i и b_{i+1} проверяем, хватает ли времени k_i , чтобы увеличить все элементы с b_1 по b_i до уровня b_{i+1} . То есть суммарно увеличить на $(b_{i+1} - b_i)i \leq k_i$, где k_i — количество часов, оставшихся перед просмотром i -го элемента. Если $i = n$ или остается время, чтобы дополнить все элементы до уровня a_{i+1} , то уменьшаем оставшееся время: $k_{i+1} = k_i - (a_{i+1} - a_i)i$. В противном случае выводим ответ $a_i + \lceil k_i/i \rceil$.

Асимптотика: $O(n \log n)$.

Решение 2. Фиксируем a — минимальный уровень, до которого увеличиваем все элементы $b_i < a$. Проверяем, хватит ли времени k для соответствующих элементов: $\sum_{i=0}^n \max(a - b_i, 0) \leq k$. Для нахождения максимального подходящего уровня используем бинарный поиск по ответу от 0 до $\max b_i$,

Асимптотика: $O(n(\log n + \log a))$.

Г. Fibonaccissimo

Автор: Баев А.Ж.

Числа Фибоначчи с большим индексом можно найти в результате возведения в степень матрицы:

$$\begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n$$

Причем сделать это можно бинарным возведением в степень:

$$A = \begin{cases} (A^{n/2})^2, & \text{если } n \text{ — четное положительное,} \\ A \cdot (A^{n/2})^2, & \text{если } n \text{ — нечетное,} \\ E, & n = 0 \end{cases}$$

Проблема заключается в том, что само F_n не помещается стандартный тип. Докажем, что при возведении в степень матрицы Фибоначчи по

модулю $10^9 + 9$ можно использовать аналог малой теоремы Ферма, что позволит значительно упростить нахождение ответа.

Несложно убедиться, что существует такой элемент x , что $x^2 \equiv 5 \pmod{(10^9 + 9)}$. Значит, существуют элементы $\sqrt{5}$, $\lambda_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ и $\lambda_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ по модулю $10^9 + 9$. По аналогии с полем вещественных чисел матрицу можно привести к диагональному виду следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\lambda_2 & -\lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 \\ -\lambda_2 & -1 \end{pmatrix} = G \Lambda G^{-1}$$

Тогда ясно, что возведение в степень сводится к возведению в степень диагональной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^k = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\lambda_2 & -\lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1^k & 0 \\ 0 & \lambda_2^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 \\ -\lambda_2 & -1 \end{pmatrix} = G \Lambda^k G^{-1}$$

А для диагональных элементов матрицы применима малая теорема Ферма $\lambda^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. Значит, малая теорема Ферма применима при возведении в степень данной матрицы по данному модулю.

Теперь можно быстро возводить в степень:

$$A^k \equiv A^{k \bmod (p-1)} \pmod{p}.$$

Во-первых, с помощью матричного возведения находим $k = F_n \bmod (p-1)$. Во-вторых, находим $F_{F_n} = F_k \bmod p$.

Асимптотика: $\log n$.

Замечание: малая теорема Ферма по модулю p для целочисленных матриц выполняется в том случае, если все собственные значения матрицы существуют по модулю p .

G. Good round numbers

Автор: Абдикалыков А.К.

Ответом на задачу является значение $D(b) - D(a-1)$, где $D(m)$ — количество подходящих чисел среди чисел от 1 до m . Чтобы найти числа с круглостью c достаточно перебрать числа вида $n(n+c)$ (это можно

сделать за $O(\sqrt{m})$). При этом не забыть отбросить те из них, которые имеют другое разложение $n_1(n_1 + c_1)$, где $c_1 < c$. Несложно убедиться, что все числа вида n^2 , $n(n + 1)$ и $n(n + 2)$ имеют круглость 0, 1 и 2 соответственно. У чисел вида $n(n + 3)$ имеется единственное исключение: $4 = 1 \cdot (1 + 3) = 2 \cdot 2$, которое имеет круглость 0. У чисел вида $n(n + 4)$ имеется тоже единственное исключение: $12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$, которое имеет круглость 1.

Асимптотика: $O(\sqrt{B})$.

Замечание: при более существенных ограничениях на C асимптотика будет равна $O(C\sqrt{B})$.

Н. Hit a ball

Автор: Абдикалыков А.К.

Во всех других задачах можно было найти явные намеки на круги, сферы и шары. В самой задаче можно было посчитать количество слов между запятыми: 3 1 4 1 5 9 ... Название задачи состояло из слов 3, 1 и 4 буквами. Ответ: соответствующая цифра числа π .

Асимптотика: $O(1)$.

I. Incalculable result

Автор: Нуразханов Ч.

Промоделируем процесс для первых $\max(a_i + 2, 2k)$ игр (учитывая условия можно было промоделировать 1001 шаг). Игра будет некорректной в двух случаях: либо выигрыш серии наступил до последней неожиданной игры a_n ; либо после последней неожиданной игры разница a_n , разница в счете начинает повторяться (то 0, то 1).

Асимптотика: $O(\max a_i)$.

Осенний тур 2017

28 октября 2017

A. Appetizing problem*Автор: Баев А.Ж.*

Ответ:

$$4T + D + \left\lfloor \frac{N_1}{100} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{N_2}{100} \right\rfloor - 2.$$

Асимптотика — $O(1)$.**B. Bekarys' problem***Автор: Абдикалыков А.К.*

Если $n < 20$, то найти $n!$ явно и выделить его четвёртую цифру справа. Если $n \geq 20$, то ничего считать не надо — ответ будет заведомо 0.

Асимптотика — $O(1)$.**C. Car showroom problem***Автор: Абдикалыков А.К.*

Найти количество строк из строчных латинских букв длины n , не содержащих подстроки «aa». Нетрудно вывести (рассматривая, например, отдельно строки, оканчивающиеся на 'a' и оканчивающиеся не на 'a') рекуррентную формулу

$$a_n = (p - 1)(a_{n-1} + a_{n-2}).$$

Здесь a_n — ответ на задачу при заданном n . Чтобы его найти, надо использовать эту формулу, положив $a_0 = 1$, $a_1 = 26$.

Асимптотика — $O(n)$.**D. Dice problem***Автор: Баев А.Ж.*

Определить, через какое минимальное число перекачиваний по доске можно изменить состояние кубика с $(1, 1, \text{RED_DOWN})$ на $(1, 1, \text{RED_UP})$. Используем обход в ширину для специального графа: его вершинами будут тройки (i, j, state) , где (i, j) — позиция кубика, state — одно из шести его положений: RED_UP , RED_DOWN , RED_LEFT , RED_RIGHT , RED_FRONT , RED_BACK .

То есть необходимо для каждого из 6 положений красной грани определить положение после каждого из 4 видов перекачиваний: итого 24 перехода. Например, при перекачивании вниз из положения $(i, j, \text{RED_UP})$, получаем положение $(i + 1, j, \text{RED_FRONT})$. Они будут соединены ребром. При этом надо учитывать, что некоторые клетки недостижимы.

Асимптотика — $O(mn)$.

Е. Easy problem

Автор: Баяев А.Ж.

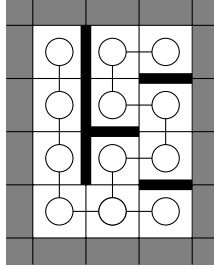
Найти количество таких пар (i, j) , что $1 \leq i < j \leq n$ и $L \leq \frac{a_i + a_j}{2} \leq R$. Отсортируем числа a_1, \dots, a_n , затем для каждого a_i с помощью бинарного поиска найдём минимальный индекс p_i такой, что $a_{p_i} \geq 2L - a_i$ и максимальный индекс q_i такой, что $a_{q_i} \leq 2R - a_i$. Просуммировав все $(q_i - p_i + 1)$, получим ответ.

Асимптотика — $O(n \cdot \log n)$.

Ф. Flat problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, какое максимальное количество стен можно поставить в фигуре из клеток, чтобы она оставалась связной.



Сопоставим полученной клеточной области граф, вершины которого соответствуют клеткам, а две вершины соединены ребром только в том случае, если соответствующие клетки имеют общую сторону. Нетрудно видеть, что теперь задача сводится к следующему вопросу: какое максимальное количество рёбер можно удалить из графа, чтобы он оставался связным? Ясно, что останется дерево, то есть ответом будет число $E - V + 1$. Ограничения позволяют посчитать количество всех свободных клеток и количество соседних пар наивно на булевой таблице размера 2001×2001 .

Асимптотика — $O(L^2)$.

G. Golden problem

Автор: Баяев А.Ж.

Для каждого запроса определить, сколько не палиндромов, дающих в квадрате палиндром, находится на сегменте $[L, R]$. Таких чисел до 10^9 всего 24:

1 : 26	2 : 264	3 : 307
4 : 836	5 : 2285	6 : 2636
7 : 22865	8 : 24846	9 : 30693
10 : 798644	11 : 1042151	12 : 1109111
13 : 1270869	14 : 2012748	15 : 2294675
16 : 3069307	17 : 11129361	18 : 12028229
19 : 12866669	20 : 30001253	21 : 64030648
22 : 110091011	23 : 111091111	24 : 306930693

Достаточно было их предпросчитать во вспомогательной программе, а затем перебирать для каждого запроса. Простейший наивный генератор вычисляет все 24 числа за 3 минуты.

Асимптотика — $O(M)$.

H. Honey cake problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, чередуются ли в данном многоугольнике выпуклые углы с невыпуклыми. Нужно было вычислить все ориентированные площади вида $S_i = S_{A_i A_{i+1} A_{i+2}}$. Многоугольник будет удовлетворять условию, только если S_i чередуются знаками и количество вершин чётное.

Асимптотика — $O(M)$.

I. Is that even a problem?

Автор: Абдикалыков А.К.

Подсказка: мама — первое слово у детей, абырвалг — первое слово Шарикова, Поехали! — первое слово Гагарина перед полетом в космос.

Поставив вместе все первые слова из текстов остальных задач, вы получите выражение

Дважды A да куб B плюс квадрат C ,

то есть, ответ

$$ans = 2A + B^3 + C^2.$$

Асимптотика — $O(1)$.

Зимний тур 2017

19 декабря 2017

A. Askhana

Автор: Бекмаганбетов Бекарыс (ММ-2016).

Обозначим

$$A = \left\lfloor \frac{N}{3} \right\rfloor \left(1000(Q_1 + Q_2 + Q_3) - (P_1 + P_2 + P_3) \right).$$

Тогда ответ равен:

$$\begin{cases} A, & N \equiv 0 \pmod{3}, \\ A + 1000Q_1 - P_1, & N \equiv 1 \pmod{3}, \\ A + 1000(Q_1 + Q_2) - (P_1 + P_2), & N \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Асимптотика: $O(1)$.

Решение за $O(N)$ было лишь частичным.

B. Vinecraft

Автор: Шарипов Азат (ВМК-2016).

Обозначим $d_{i,j}$ — количество свободных клеток в прямоугольнике $(0; 0) - (i; j)$. Вычислить все $d_{i,j}$ можно за $O(W \cdot H)$ с помощью формулы включения-исключения:

$$d_{i,j} = \begin{cases} d_{i-1,j} + d_{i,j-1} - d_{i,j}, & \text{если } a_{ij} \text{ — занята,} \\ d_{i-1,j} + d_{i,j-1} - d_{i,j} + 1, & \text{если } a_{ij} \text{ — свободна.} \end{cases}$$

Для каждой клетки (i, j) исходной парковки можно за $O(1)$ проверить, сколько свободных клеток находится в прямоугольнике $N \times M$ с правым нижним углом в (i, j) :

$$d_{i,j} - d_{i-N,j} - d_{i,j-M} + d_{i-N,j-M}.$$

Если эта величина равна $N \cdot M$, то данное расположение подходит (прибавляем к ответу 1). В случае, если машина не квадратная ($N \neq M$), то выполняем такие же действия для прямоугольника $M \times N$.

Асимптотика: $O(W \cdot H)$.

Решение за $O(N \cdot M \cdot W \cdot H)$ было лишь частичным.

C. Course

Автор: Шарипов Азат (ВМК-2016).

Сделаем предпросчет для каждого дня d : $t[i]$ — время прихода i -го студента в день d . Отсортируем массив пар $(t[i], i)$ (не более 36 пар) и заполним массив ответов $ans[d][r][c] = t[6 * (r - 1) - (c - 1)]$. Далее отвечаем на каждый запрос за $O(1)$.

Асимптотика: $O(M + D)$.

Решение за $O(M \cdot D)$ было лишь частичным.

D. Decoration

Автор: Седякин Илья (ВМК-2013).

Посчитаем аккумулярованные префиксные суммы $s_m = \sum_{i=0}^m a_i$, при m от 0 до N . Заметим, что сумма $a_i + \dots + a_j = s_j - s_{i-1}$ делится на K тогда, и только тогда, когда s_j и s_{i-1} дают одинаковые остатки.

Посчитаем, d_r — количество префиксных сумм, которые дают в точности остаток r при делении на K (с подсчетом перебрав все префиксные суммы) при r от 0 до $K - 1$.

Ответ легко найти за $O(K)$:

$$\sum_{r=0}^{K-1} \frac{d_r(d_r - 1)}{2}.$$

Асимптотика: $O(N + K)$.

Решение за $O(N^2)$ было лишь частичным.

E. Easy shifting

Предложил: Шарипов Азат (ВМК-2016).

Число инверсий данной перестановки можно вычислить за $O(N \log N)$ с помощью известной модификации сортировки слиянием. Посчитаем как изменится число инверсий после циклического сдвига влево.

Допустим дана некоторая перестановка, в которой известно P — число инверсий. Обозначим X — первое слева число перестановки. Если убрать число X из перестановки, то количество инверсий уменьшится на $(X - 1)$ (все числа меньше X). Если добавить число X справа, то добавится $(N - X)$ инверсий. Таким образом общее количество инверсий станет

$$P - 2X + 1 - N.$$

То есть за $O(1)$ можно узнать на сколько изменится число инверсий при циклическом сдвиге влево. Максимальное число инверсий среди всех сдвигов можно найти перебором всех элементов массива без явного сдвига (за $O(N)$).

Асимптотика: $O(N \log N)$.

Решение за $O(N^2)$ было лишь частичным.

F. Fix position

Предложил: Аскергали Ануар (ВМК-2016).

Заметим, что если расстояние между i -й точкой первого ряда и j -й точкой второго ряда минимальное, то и разница координат по оси OX между этими точками будет минимальная (так как разница координат по оси OY равна 1).

Отсортируем точки в первом и втором ряду за $O(N \log N + M \log M)$. Обозначим u_i и d_j полученные координаты в первом и втором ряду соответственно.

Решение 1. Для каждой точки u_i из первого ряда запустим целочисленный тернарный поиск минимума для выпуклой вниз функции $f(j) = |u_i - d_j|$.

Асимптотика: $(N + M) \log(MN)$.

Решение 2. Заметим, что если $u_i < u_{i+1} < d_j$, то $|u_i - d_j| > |u_{i+1} - d_j|$. Заведем 2 указателя $i = 0$ и $j = 0$. Если $u_{i+1} < d_{j+1}$ то двигаем указатель $i = i + 1$, иначе двигаем указатель $j = j + 1$. Среди всех таких пар находим минимальную. Таким образом за $O(N + M)$ найдем ответ с помощью двух указателей.

Асимптотика: $O(N \log N + M \log M)$.

Решение за $O(N \cdot M)$ было лишь частичным.

G. Graphland

Автор: Бекмаганбетов Бекарыс (ММ-2016).

Построим компоненты связности обходом в ширину или в глубину за $O(N + M)$. Для каждой вершины запомним номер компоненты связности, в которой она находится. Далее переберем все ребра, которые можно добавить и которые при этом соединяют вершины из разных компонент связности. Среди таких ребер выберем наиболее дешевое.

Асимптотика: $O(N + M + T)$.

Весенний тур 2018

19 мая 2018

A. Azat and bookshelf

Автор: Баяев А.Ж.

Ответ равен разности объемов двух прямоугольных параллелепипедов:

$$W \cdot H \cdot L - (W - 2D)(H - 2D)(L - D).$$

Асимптотика: $O(1)$.

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main() {
4     long long d, w, h, l, volume_ext, volume_int;
5     cin >> d >> w >> h >> l;
6     volume_ext = w * h * l;
7     volume_int = (w - 2 * d) * (h - 2 * d) * (l - d);
8     cout << volume_ext - volume_int << endl;
9     return 0;
10 }

```

B. Bekarys and khet

Автор: Абдикалыков А.К.

Длина пути луча в каждой клетка равна 1. Значит, ответ — количество клеток, через которые пройдет луч. Для этого можно построить простой автомат, определяющий (x_k, y_k) — текущее положение, v_k — направление на входе в клетку.

Направление меняется следующим образом, если в клетке (x_k, y_k) находится зеркало вида '/' и вида '\' соответственно:

$$v_{k+1} = \begin{cases} UP, & v_k = RIGHT \\ DOWN, & v_k = LEFT \\ RIGHT, & v_k = UP \\ LEFT, & v_k = DOWN \end{cases} \quad v_{k+1} = \begin{cases} DOWN, & v_k = RIGHT \\ UP, & v_k = LEFT \\ LEFT, & v_k = UP \\ RIGHT, & v_k = DOWN \end{cases}$$

Положение меняется в зависимости от направления естественным образом.

Асимптотика: $O(M \cdot N)$ (так как каждую клетку луч пересечет не более двух раз).

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main() {
4     long long n, m;
5     char field[101][101];
6     cin >> n >> m;

```

```

7   for (int i = 0; i < n; i++)
8       cin >> field[i];
9
10  int dx[] = {0, 0, -1, 1};
11  int dy[] = {1, -1, 0, 0};
12  enum dir{RIGHT, LEFT, UP, DOWN};
13  int forward_slash[] = {UP, DOWN, RIGHT, LEFT};
14  int backward_slash[] = {DOWN, UP, LEFT, RIGHT};
15  int x = 0, y = 0, v = RIGHT;
16  int answer = 0;
17  while (x >= 0 && x < n && y >= 0 && y < m) {
18      if (field[x][y] == '/')
19          v = forward_slash[v];
20      if (field[x][y] == '\\')
21          v = backward_slash[v];
22      x += dx[v];
23      y += dy[v];
24      answer++;
25  }
26
27  cout << answer << endl;
28  return 0;
29 }

```

C. Computer vision

Автор: Абдикалыков А.К.

Обозначим: $dp[m][r]$ — количество m -значных чисел, которые соответствует первым m символам шаблона и дают остаток r при делении на 11.

В случае, если символ $a[m]$ в шаблоне является цифрой, то количество $dp[m][r]$ определяется как количество соответствующих $(m - 1)$ -значных чисел:

$$dp[m][r_k] = dp[m - 1][k],$$

где $r_k = 10k + a[m] \pmod{11}$, для всех $k = 0, \dots, 10$.

В случае, если символ $a[m]$ является звездочкой, то вместо неё можно подставить любую цифру. Для фиксированного k от 0 до 9, значение

$10 * k + r \pmod{11}$ дает все возможные остатки, кроме $10 - k$ (так как никакая цифра не может давать остаток $r = 10$ при делении на 11):

$$\begin{aligned} dp[m][r] &= \sum_{k+r \neq 10, k=0}^{10} dp[m-1][k] = dp[m][r] = \\ &= \sum_{k=0}^{10} dp[m-1][k] - dp[m-1][10-r], \end{aligned}$$

Асимптотика: $O(N)$.

```

1 #include <iostream>
2 #include <string>
3 using namespace std;
4
5 int dp[100001][11];
6 int main() {
7     string s;
8     cin >> s;
9     long long mod = 1000000007LL;
10    int n = s.size();
11    dp[0][0] = 1;
12    for (int m = 1; m <= n; m++) {
13        if (s[m - 1] != '*') {
14            for (int k = 0; k < 11; k++) {
15                int r = (10 * k + s[m - 1] - '0') % 11;
16                dp[m][r] = dp[m - 1][k];
17            }
18        } else {
19            long long s = 0;
20            for (int k = 0; k < 11; k++)
21                s = (s + dp[m - 1][k]) % mod;
22            for (int r = 0; r < 11; r++) {
23                dp[m][r] = (s + mod - dp[m - 1][10 - r]) % mod;
24            }
25        }
26    }
27    cout << dp[n][0] << endl;
28    return 0;
29 }
```

D. DPK rover

Автор: Баяев А.Ж.

При $M = 1$, ответ очевидно будет $D/2$. Пусть M — простое число. Обозначим x — расстояние, после которого первые $(M - 1)$ марсоходов отдадут топливо M -му марсоходу. На обратную дорогу они должны оставить себе столько же топлива, сколько потратили. Значит, каждый из них отдаст M -му марсоходу топлива, на котором можно проехать расстояние $(D - 2x)$. Итого: $(M - 1)(D - 2x)$.

У M -го марсохода бак свободен ровно настолько, сколько он уже проехал. Чтобы всё полученное топливо поместилось в его в бак необходимо выполнение:

$$x \geq (M - 1)(D - 2x).$$

Схема движения обратно соответствует и прямой схеме (если произвести все движения в обратном порядке). То есть полученного топлива должно хватать для движения обратно:

$$x \leq (M - 1)(D - 2x).$$

Таким образом, до точки разворота группа проедет:

$$x = \frac{M - 1}{2M - 1} D.$$

Покажем, что в случае с составным числом $M = A \cdot B$ всегда выгодно делиться на группы. Два деления (на группы размером B и далее на группы размером A) выгоднее, чем одно (на группу размера AB). Для этого проверим неравенство:

$$\begin{aligned} \frac{A - 1}{2A - 1} D + \frac{B - 1}{2B - 1} D &\geq \frac{AB - 1}{2AB - 1} D \\ \frac{(4AB - 1)(B - 1)(A - 1)}{(2AB - 1)(2B - 1)(2A - 1)} &\geq 0 \end{aligned}$$

Это верно с учетом $A > 1$ и $B > 1$.

Для решения задачи в общем виде достаточно получить каноническое разложение числа $M = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ на простые множители. Сделать

это можно стандартным алгоритмом разложения на простые множители, проверяя делители до \sqrt{M} . Ответ равен:

$$L = D \left(\frac{1}{2} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \frac{p_i - 1}{2p_i - 1} \right).$$

Асимптотика: $O(\sqrt{M})$.

Решение за $O(M)$ не проходило ограничения по времени.

```

1 #include <iostream>
2 #include <iomanip>
3 using namespace std;
4 int main() {
5     long long d, m;
6     long double answer = 0.5;
7     cin >> d >> m;
8     for (long long p = 2; p * p <= m; p++) {
9         while (m % p == 0) {
10             answer += (p - 1.0) / (2.0 * p - 1.0);
11             m /= p;
12         }
13     }
14     if (m != 1) {
15         answer += (m - 1.0) / (2.0 * m - 1.0);
16     }
17     cout << fixed << setprecision(10) << answer * d << endl;
18     return 0;
19 }
```

E. Excellent idea

Автор: Абдикалыков А.К.

Необходимо было вывести k -й символ текста, где k — это число в этом же тексте. Число было во всех тестах на последнем месте. В некоторых тестах числа были больше 10. Во всех тестах числа не превышали длину теста.

Асимптотика: $O(N)$, где N — длина теста.

```
1 #include <iostream>
2 #include <string>
3 using namespace std;
4 int main() {
5     string s;
6     getline(cin, s);
7     int index = 0, n = s.size();
8     for (int i = 0; i < n; i++)
9         if (s[i] >= '0' && s[i] <= '9')
10             index = 10 * index + s[i] - '0';
11     cout << s[index - 1] << endl;
12     return 0;
13 }
```

Ф. Forced reduction

Автор: Баяев А.Ж.

Решение 1. Дерево представим в виде списка ребер ориентированного графа (от родителя к детям). Для быстрого выделения ребер с одинаковыми буквами у каждой вершины будем хранить сразу 26 списков (по одному списку для каждой буквы).

Запустим обход в ширину из корня. При этом для каждой вершины, которая изымается из очереди, будет объединять всех её детей с одинаковыми ребрами. Например, у вершины v есть дети a_1, a_2, \dots, a_k , в которые ведут ребра с буквой **a**. В отличие от классического добавления в очередь всех вершин a_i , в очередь добавим только a_1 . При этом в список детей вершины a_1 добавим детей из a_2, a_3, \dots, a_k . То же самое исполним для списков b_i, c_i, \dots, z_i .

Каждый ребенок (точнее ребро) будет перенесено не более одного раза. Поэтому асимптотика аккумулировано не превосходит $O(N)$. Поиск ребер с одинаковыми буквами требует $O(1)$ действий, так как у каждой вершины есть отдельный список для каждой буквы. Остается алгоритм обхода в ширину: $O(N)$ действий.

Асимптотика: $O(N)$.

Решение 2 (которое, увы, проходило на олимпиаде). Достаточно промоделировать требуемый процесс при обходе дерева в глубину

или в ширину, начиная с корня. При этом поддерживать ответ в какой-либо структуре с элементами в виде строк (без повторов), например `set<string>`.

Такое решение в худшем будет работать на дереве типа «бамбук» (у каждого родителя ровно один ребенок). Длина k -й строки будет равна k . Поиск будет производиться за $O(\log k)$ в худшем, с добавлением за $O(k)$ в худшем. Общая сложность обработки $\sum_{k=1}^N k = O(N^2)$. Но оптимизации и кэширование значительно ускоряют процесс копирования строк.

Асимптотика: $O(N^2)$.

```

1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 #include <queue>
4 using namespace std;
5
6 vector < vector < vector <int> > > son;
7 int main() {
8     int n;
9     cin >> n;
10    son.resize(n + 1);
11    for (int from = 1; from <= n; from++)
12        son[from].resize(26);
13    for (int to = 2; to <= n; to++) {
14        int from;
15        char ch;
16        cin >> from >> ch;
17        son[from][ch - 'a'].push_back(to);
18    }
19
20    queue <int> q;
21    q.push(1);
22    int answer = 0;
23    while (!q.empty()) {
24        int current = q.front();
25        q.pop();
26        for (char ch = 0; ch < 26; ch++) {
27            if (son[current][ch].size() > 0) {
28                int dst = son[current][ch][0];
29                for (size_t i = 1;
30                    i < son[current][ch].size(); i++) {
31                    int src = son[current][ch][i];
32                    for (char c = 0; c < 26; c++) {

```

```

33         for (size_t j = 0;
34              j < son[src][c].size(); j++) {
35             int sonson = son[src][c][j];
36             son[dst][c].push_back(sonson);
37         }
38     }
39 }
40 q.push(dst);
41 answer++;
42 }
43 }
44 }
45
46 cout << answer << endl;
47 return 0;
48 }

```

G. Giant chandelier

Автор: Баев А.Ж.

Центр тяжести люстры:

$$\vec{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{v}_i.$$

Чтоб понять насколько отклоняется люстра вдоль центра тяжести, найдем длины проекций каждого вектора на вектор \vec{m} через скалярное произведение:

$$p_i = (\vec{v}_i, \vec{e}),$$

где $\vec{e} = \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|}$.

Ответ на задачу: $\max p_i - \min p_i$.

Асимптотика: $O(N)$.

```

1 #include <iostream>
2 #include <iomanip>
3 #include <cmath>
4 using namespace std;
5
6 struct Point {

```

```

7     double x, y, z;
8 };
9 double dot(const Point &a, const Point &b) {
10     return a.x * b.x + a.y * b.y + a.z * b.z;
11 }
12
13 Point lamp[100000];
14 int main() {
15     int n;
16     cin >> n;
17     Point m = {0, 0, 0};
18     for (int i = 0 ; i < n; i++) {
19         cin >> lamp[i].x >> lamp[i].y >> lamp[i].z;
20         m.x += lamp[i].x; m.y += lamp[i].y; m.z += lamp[i].z;
21     }
22     double length = sqrt(dot(m, m));
23     m.x /= length; m.y /= length; m.z /= length;
24     double p_min = 0.0, p_max = 0.0;
25     for (int i = 0; i < n; i++) {
26         double d = dot(lamp[i], m);
27         if (p_min > d)
28             p_min = d;
29         if (p_max < d)
30             p_max = d;
31     }
32     cout << fixed << setprecision(10) << p_max - p_min << endl;
33     return 0;
34 }

```

Н. Hyper numbers

Автор: Абдикалыков А.К.

Заметим, что всегда верно $(n, x) = (n, n - x)$. По определению гипер-чисел, не может быть несколько взаимно простых чисел. Значит, $x = n - x$. Тогда $n = 2x$ и $(n, x) = x$. Опять же по определению эти числа должны быть взаимно просты, то есть $x = 1$, $n = 2$. Таким образом, достаточно проверить, входит ли число 2 в указанный диапазон.

Асимптотика: $O(1)$.

```
1 #include <iostream>
```

```
2 using namespace std;
3 int main() {
4     long long L, R, answer;
5     cin >> L >> R;
6     answer = (L == 2);
7     cout << answer << endl;
8     return 0;
9 }
```

Тематический указатель

Линейный поиск и реализация

- A. Ayat and the film (2014 весна)
- D. Domino (2015 осень)
- F. Footprints (2015 осень)
- G. Game of Castles (2015 зима)
- A. Alexandra's subtractions (2016 весна)
- E. Examination aura (2017 весна)
- I. Incalculable result (2017 весна)
- C. Course (2017 зима)

Автомат

- B. Bekarys and khet (2018 весна)

Конструктив

- I. Interesting permutation (2014 зима)
- A. Automultiplicative numbers (2014 зима)
- A. Adamant digit (2015 весна)
- A. Alternative result (2015 осень)
- A. Alexandra and Exam (2015 зима)
- C. Calculation of Eulerian Numbers (2015 зима)
- A. A sad number (2016 осень)
- B. Brute force (2016 осень)
- H. Hobby (2016 осень)

- Н. Hyper numbers (2018 весна)

Математика

- G. GOR (2014 зима)
- C. Car collection (2015 осень)
- D. Do Rain Dance (2015 зима)
- K. Keg and dipper (2016 осень)
- L. Lazy programming (2016 осень)
- B. Bead garland (2016 осень)
- A. A train problem (2016 зима)
- G. Good round numbers (2017 весна)
- A. Appetizing problem (2017 осень)
- B. Bekarys' problem (2017 осень)
- A. Askhana (2017 зима)
- A. Azat and bookshelf (2018 весна)

«Разделяй и властвуй», бинарный поиск

- G. Great graph (2015 весна)
- I. Insidious time limit (2015 весна)
- J. Jagged sequence (2015 весна)
- E. Enlarged triangle (2015 осень)
- E. Experiment with tea (2016 весна)
- I. IMC problem (2016 осень)
- E. Examination aura (2017 весна)

-
- F. Fibonaccissimo (2017 весна)
 - E. Easy problem (2017 осень)

Два указателя:

- F. Fix position (2017 зима)

Сортировка и подсчет

- J. Jagged sequence (2015 весна)
- E. ECM and Cognitive Dissonance (2015 весна)
- D. Decks (2014 зима)
- C. Curtains (2016 осень)
- E. Easy shifting (2017 зима)

Предпросчет

- G. Golden problem (2017 осень)

Алгоритмы на графах

- B. Beautiful tree (2013 зима)
- H. Ha-ha-ha (2014 весна)
- H. Holes (2014 зима)
- G. Great graph (2015 весна)
- E. Experiment with tea (2016 весна)
- E. Excursion in snowy cube (2016 осень)
- J. Join the knowledge (2016 осень)
- D. Diners (2017 весна)
- D. Dice problem (2017 осень)

- F. Flat problem (2017 осень)
- G. Graphland (2017 зима)

Геометрия

- D. Difficult geometry (2013 зима)
- H. Hypnoses (2013 зима)
- G. Geometry (2014 весна)
- E. Ellipse (2014 зима)
- E. Empty cornet (2015 весна)
- E. Enlarged triangle (2015 осень)
- B. Ball and Snowy Cube (2015 зима)
- J. Jelly cake (2015 весна)
- F. Forts (2016 зима)
- C. Circles (2017 весна)
- H. Honey cake problem (2017 осень)
- G. Giant chandelier (2018 весна)

Разложение на простые

- E. Easy number (2013 зима)
- D. Dima's divided numbers (2014 весна)
- F. Fibonacci and Prime Number (2015 зима)
- D. DPK rover (2018 весна)

Решето Эратосфена

- G. Great graph (2015 весна)

-
- G. Great divisors (2015 осень)
 - H. Honest gifts (2015 осень)
 - D. Doubtful numbers (2016 весна)

Алгоритм Евклида

- F. Friends (2013 зима)
- D. Deep tree (2015 весна)
- B. Billiards (2017 весна)

Комбинаторика и теория вероятностей

- C. Cube (2013 зима)
- B. BNF (2014 зима)
- C. Cheer up! (2014 зима)
- G. Glowing letters (2016 весна)

Системы счисления

- G. GOR (2014 зима)
- F. Fantastic system (2015 весна)
- B. Book of all the words (2016 весна)
- D. Dimitriy and broken sum (2016 осень)
- A. Azats rounding (2017 весна)

Длинная арифметика

- E. Elegant system (2014 весна)
- B. Binary palindromes (2015 весна)

Строки

- A. A (2013 зима)
- C. Comparing (2014 весна)
- C. Composition of matrices (2015 весна) C. Change the word (2016 весна)

- F. Forced reduction (2018 весна)

Динамическое программирование

- G. Game (2013 зима)
- F. Fantastic chess (2014 весна)
- C. Cheer up! (2014 зима)
- F. Fantastic system (2015 весна)
- I. Inner subset (2015 осень)
- H. Harmonic permutations (2016 весна)
- I. Infinity problem (2016 весна)
- F. Food getting ways (2016 осень)
- D. Digits (2016 зима)
- E. Elimination (2016 зима)
- C. Car showroom problem (2017 осень)
- B. Binecraft (2017 зима)
- D. Decoration (2017 зима)
- C. Computer vision (2018 весна)

Задача без условия

- B. Big dipper (2014 весна)

-
- F. Flip (2014 зима)
 - H. H (2015 весна)
 - B. Boolean (2015 осень)
 - F. Five words (2016 весна)
 - G. Great and mighty (2016 осень)
 - C. Champion (2016 зима)
 - H. Hit a ball (2017 весна)
 - I. Is that even a problem? (2017 осень)
 - E. Excellent idea (2018 весна)