Вступительный экзамен по математике — 2016

Вариант 1

1. Сколько различных решений имеет уравнение

$$7x^2 + 6x + 7 = 2\sqrt{10} \cdot (x^2 - 1)?$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^3 - y^3 = 335. \end{cases}.$$

3. Дана квадратная таблица 10×10 клеток (10 строк, 10 столбцов). В каждой клетке таблицы стоит число. Известно, что при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку, расположенную ниже, число увеличивается на 4, а при переходе из любой клетки в соседнюю с ней клетку справа число уменьшается на 1. Сумма всех чисел в таблице равна 250. Какое число стоит в самой левой клетке нижнего ряда?

4. Решите неравенство

$$\sqrt{7 + 2^{\log_x 5}} \geqslant 1 + 4^{\log_x \sqrt{5}}.$$

5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} 2x = 9 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x.$$

6. В четырехугольнике $ABCD$ сторона AD в $\sqrt{\frac{19}{4}}$ раз длиннее стороны BC и $AB = CD = 2$. Продолжения сторон AB (за точку B) и DC (за точку C) пересекаются в точке K, при этом $BK = 1$, $CK = 2$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

7. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\cos \frac{(10x - 48)\pi}{3x + 5} = 1.$$

8. В правильной треугольной пирамиде радиус вписанного шара в 3 раза короче высоты и равен $7 + \sqrt{21}$. Найдите радиус шара, который касается всех ребер пирамиды.