

Открытая командная олимпиада по программированию
Осенний тур 2017
28 октября 2017

A. Appetizing problem

Автор: Баяев А.Ж.

Ответ:

$$4T + D + \left\lceil \frac{N_1}{100} \right\rceil + \left\lceil \frac{N_2}{100} \right\rceil - 2.$$

Асимптотика — $O(1)$.

B. Bekarys' problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Если $n < 20$, то найти $n!$ явно и выделить его четвёртую цифру справа. Если $n \geq 20$, то ничего считать не надо — ответ будет заведомо 0.

Асимптотика — $O(1)$.

C. Car showroom problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Найти количество строк из строчных латинских букв длины n , не содержащих подстроки «aa». Нетрудно вывести (рассматривая, например, отдельно строки, оканчивающиеся на 'a' и оканчивающиеся не на 'a') рекуррентную формулу

$$a_n = (p - 1)(a_{n-1} + a_{n-2}).$$

Здесь a_n — ответ на задачу при заданном n . Чтобы его найти, надо использовать эту формулу, положив $a_0 = 1$, $a_1 = 26$.

Асимптотика — $O(n)$.

D. Dice problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, через какое минимальное число перекачиваний по доске можно изменить состояние кубика с $(1, 1, \text{RED_DOWN})$ на $(1, 1, \text{RED_UP})$. Используем обход в ширину для специального графа: его вершинами будут тройки (i, j, state) , где (i, j) — позиция кубика, state — одно из шести его положений: RED_UP , RED_DOWN , RED_LEFT , RED_RIGHT , RED_FRONT , RED_BACK .

То есть необходимо для каждого из 6 положений красной грани определить положение после каждого из 4 видов перекачиваний: итого 24 перехода. Например, при перекачивании вниз из положения $(i, j, \text{RED_UP})$, получаем положение $(i + 1, j, \text{RED_FRONT})$. Они будут соединены ребром. При этом надо учитывать, что некоторые клетки недостижимы.

Асимптотика — $O(mn)$.

E. Easy problem

Автор: Баяев А.Ж.

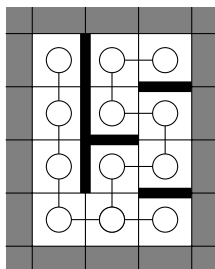
Найти количество таких пар (i, j) , что $1 \leq i < j \leq n$ и $L \leq \frac{a_i + a_j}{2} \leq R$. Отсортируем числа a_1, \dots, a_n , затем для каждого a_i с помощью бинарного поиска найдём минимальный индекс p_i такой, что $a_{p_i} \geq 2L - a_i$ и максимальный индекс q_i такой, что $a_{q_i} \leq 2R - a_i$. Просуммировав все $(q_i - p_i + 1)$, получим ответ.

Асимптотика — $O(n \cdot \log n)$.

F. Flat problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, какое максимальное количество стен можно поставить в фигуре из клеток, чтобы она оставалась связной.



Сопоставим полученной клеточной области граф, вершины которого соответствуют клеткам, а две вершины соединены ребром только в том случае, если соответствующие клетки имеют общую сторону. Нетрудно видеть, что теперь задача сводится к следующему вопросу: какое максимальное количество рёбер можно удалить из графа, чтобы он оставался связным? Ясно, что останется дерево, то есть ответом будет число $E - V + 1$. Ограничения позволяют посчитать количество всех свободных клеток и количество соседних пар на булевой таблице размера 2001×2001 . Асимптотика — $O(L^2)$.

G. Golden problem

Автор: Баяев А.Ж.

Для каждого запроса определить, сколько не палиндромов, дающих в квадрате палиндром, находится на сегменте $[L, R]$. Таких чисел до 10^9 всего 24:

1 : 26	2 : 264	3 : 307
4 : 836	5 : 2285	6 : 2636
7 : 22865	8 : 24846	9 : 30693
10 : 798644	11 : 1042151	12 : 1109111
13 : 1270869	14 : 2012748	15 : 2294675
16 : 3069307	17 : 11129361	18 : 12028229
19 : 12866669	20 : 30001253	21 : 64030648
22 : 110091011	23 : 111091111	24 : 306930693

Достаточно было их предпросчитать во вспомогательной программе, а затем перебирать для каждого запроса. Простейший наивный генератор вычисляет все 24 числа за 3 минуты. Асимптотика — $O(M)$.

H. Honey cake problem

Автор: Баяев А.Ж.

Определить, чередуются ли в данном многоугольнике выпуклые углы с невыпуклыми. Нужно было вычислить все ориентированные площади вида $S_i = S_{A_i A_{i+1} A_{i+2}}$. Многоугольник будет удовлетворять условию, только если S_i чередуются знаками и количество вершин чётное. Асимптотика — $O(M)$.

I. Is that even a problem?

Автор: Абдикалыков А.К.

Подсказка: мама — первое слово у детей, абырвалг — первое слово Шарикова, Поехали! — первое слово Гагарина перед полетом в космос.

Поставив вместе все первые слова из текстов остальных задач, вы получите выражение

Дважды А да куб В плюс квадрат С,

то есть, ответ

$$ans = 2A + B^3 + C^2.$$

Асимптотика — $O(1)$.