

Вступительный экзамен по математике — 2018

Вариант 1

1. Какое целое число задано выражением $\frac{\sqrt{8} \cdot (\frac{5}{3} + \frac{1}{5})}{(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}) \cdot \sqrt{32}}$?

2. Решить уравнение:

$$\sqrt{10x + 6} = 5x - 9.$$

3. Решить неравенство:

$$\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{x}} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{3-x}}.$$

4. В геометрической прогрессии 50 членов (все положительные). Если просуммировать логарифмы по основанию 2 от каждого члена прогрессии, то получится 1325. Если вычислить сумму логарифмов по основанию 2 только первых 30 членов, то получится 495. Вычислите сумму первых 10 членов прогрессии.

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5 \sin y - 3\sqrt{5} \cos x = 7 - 2 \cos^2 y, \\ \operatorname{tg} x = 2. \end{cases}$$

6. В треугольнике ABC со сторонами: $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$ проведены высоты AH_1 , BH_2 , CH_3 . Найдите отношение длин отрезков $H_1H_3 : H_2H_3$.

7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|(2 - a)x - a| = (2 - a)(x + 1)^2 + 2ax - 2x + 2a$$

имеет ровно одно решение.

8. В треугольной пирамиде $SABC$ длины всех ребер одинаковы. Точка M в пространстве такова, что $MA = MB = MC = \sqrt{3}$ см и прямая AM пересекается с высотой треугольника SBC , опущенной из вершины B . Найдите объем пирамиды $SABC$.