

XI Республиканская студенческая предметная олимпиада  
по направлению «Математическое и компьютерное моделирование»  
18 апреля 2019

1. Пусть  $n > 1$ . Приведите пример четырёх квадратных вырожденных матриц  $A, B, C, D$  порядка  $n$  таких, что блочная матрица порядка  $2n$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

невырождена.

2. Найдите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(k - \sin \frac{k}{n})^{2018}}{n^{2019}}.$$

3. Даны  $N$  различных точек на координатной прямой и число  $K \leq N$ . Чёрный ящик позволяет узнать координаты центра тяжести любых  $K$  точек из данных. За какое минимальное количество запросов можно определить координаты всех точек?

4. Найдите все многочлены  $P(x)$  с неотрицательными коэффициентами, для которых верно

$$3 \int_{-1}^1 P(x) dx = P(-1) + 4P(0) + P(1).$$

5. Существует ли такая функция `int f(int x)`, что присваивание  $y = f(f(x))$  при всех  $x$  даёт тот же результат, что и  $y = g(x)$ , где  $g(x)$  описана следующим образом?

a) `int g(int x) {  
    return x + 2019;  
}`

б) `int g(int x) {  
    if (x % 2 == 0)  
        return x + 1;  
    else  
        return x - 1;  
}`

*Примечание:* Все арифметические действия производятся по правилам знаковой арифметики с модулем  $2^{32}$ . Например, если  $x = 2147483647$ , то  $x + 1$  принимает значение  $-2147483648$ .

6. Дана бесконечная лента из белых и чёрных клеток. Робот начинает своё движение с некоторой клетки и движется вправо на одну клетку, если текущая клетка белая, и влево, если чёрная. Найдите математическое ожидание количества различных клеток, которые посетит этот робот.