

Вступительный экзамен по математике — 2012

Вариант 2

1. Определите, какие из чисел являются целыми, и вычислите эти целые числа:

а) $\frac{11}{3} + \frac{9}{11} + \frac{17}{33}$;

б) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{35} \cdot \sqrt{10}$;

в) $\frac{3,1 \cdot 3,8}{5,89}$.

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 + 12} = 8 - x^2.$$

3. Решите уравнение

$$\left(x + \frac{\pi}{2}\right)^2 |\cos x - \sin x| = \frac{\pi^2}{4} (\cos x - \sin x).$$

4. В арифметической прогрессии девятый член больше четвертого члена на 10 и больше третьего члена в 5 раз. Найдите сумму всех членов этой прогрессии, начиная с двухсотого члена и заканчивая трехсотым.

5. Решите неравенство

$$3 \log_{\sqrt{x}} 11 \leq 8 + 2 \log_{11} \left(\frac{1}{x}\right).$$

6. В выпуклом шестиугольнике все углы равны 120° и четыре последовательные стороны имеют длины 4, 5, 5, 6. Найдите площадь шестиугольника.

7. Найдите все значения, которые принимает функция

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - x + 1}.$$

8. Кусок сыра в форме правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ (S — вершина пирамиды) разрезали одним плоским разрезом, который проходит через ребро AB и делит ребро SC в отношении $2 : 3$, считая от вершины S . Найдите отношение объемов полученных кусков сыра.