Открытая олимпиада по программированию
Весенний тур 2014
17 марта 2014

A. Ayat and the film

Предложил: Баев А.Ж.

Ограничения на количество элементов массива позволяют написать наивное решение.
Асимптотика: $O(n)$.

B. Big dipper

Автор: Баев А.Ж.

Если второе число меньше первого, то вывести сумму и разность чисел, записанные слитно, иначе вывести 0.
Асимптотика: $O(1)$.

C. Comparing

Автор: Баев А.Ж.

Если количество букв a в первой и второй строке различаются, то привести строки нельзя, иначе можно. Отметим позиции букв a в первой строке x_1, x_2, ..., x_n, позиции букв a во второй строке y_1, y_2, ..., y_n. Ответом на задачу будет:

$$|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + ... + |x_n - y_n|.$$

Асимптотика: $O(N)$.

D. Dima's divided numbers

Автор: Баев А.Ж.

Необходимо найти минимальное K такое, что K^M делится на D. Для этого найдем разложение числа D на простые множители:

$$D = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} ... p_s^{\alpha_s}$$

Сделать это можно за $O(\sqrt{D})$ делений. Ясно, что минимальное K будет вида $p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} ... p_s^{\beta_s}$, где $\beta_i M \geqslant \alpha_i$. Причем β_i должно быть минимально возможное, то есть $\beta_i = \lceil \alpha_i / M \rceil$.
Асимптотика: $O(\sqrt{D})$.

E. Elegant system

Автор: Баев А.Ж.

Рассматривая число как строку s длины n слева направо, найдем первую цифру, отличную от 0 и 1 (обозначим соответствующую позицию k).

Если $s[k-1] = 0$ и число, образованное подстрокой $s[k:n]$, больше 555...55 ($n-k+1$ цифр 5), то применим округление вверх: заменим $s[k:n]$ на нули и прибавим единицу к числу $s[1:k-1]$ (длинная арифметика). В противном случае, применим округление вниз: заменим все цифры подстроки $s[k:n]$ на нули.
Асимптотика: $O(n)$.

F. Fantastic chess

Предложил: Баев А.Ж.

Обозначим $d[i][j] = 1$ выигрышной позицией, если начинающий с этой позиции игрок при правильной игре выигрывает, $d[i][j] = 0$ — проигрышной позицией, в противном случае. Просчитаем $d[i][j]$ для всех i от N до 1 и j от M до 1 (порядок вычисления определен с учетом допустимых ходов ферзя). Для каждого $d[i][j]$ просмотрим все допустимые ходы:

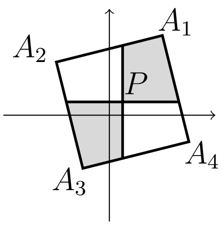
- $d[i+k][j]$, при k от 1 до $\min(N-i, z)$, где z минимальное такое, что $a[i+z][j] =$ 'x';
- $d[i][i+k]$, при k от 1 до $\min(M-j, k)$, где z минимальное такое, что $a[i][j+z] =$ 'x';
- $d[i+k][j+k]$, где k от 1 до $\min(N-i, M-j, k)$, где z минимальное такое, что $a[i+z][j+z] =$ 'x';

Если среди допустимых позиций все выигрышные, то данная позиция проигрышная, иначе она выигрышная. Ответ определяется от $d[1][1]$.

Асимптотика: $O(n\, m \max(n, m))$.

G. Geometry

Автор: Баев А.Ж.



Обозначим $A_i(x_i, y_i)$ — четыре точки в соответствующих четвертях. Фиксируем точку $P(a, b)$, через которую пройдут разрезы $x = a$ и $y = b$. Чтобы определить площади четырех частей, достаточно: найти точки пересечения прямой $x = a$ с отрезками A_1A_2 и A_3A_4, точки пересечения $y = b$ с отрезками A_1A_4 и A_2A_3 и вычислить площадь всех четырех частей S_1, S_2, S_3, S_4 (площадь четырехугольника вычисляется как площадь двух треугольников).

Осталось заметить, что величины $S_1 + S_2$ и $S_3 + S_4$ зависят только от b (не зависят от a), причем являются монотонными функциями от b. Подобрать такое значение b, чтобы $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ можно бинарным поиском на отрезке $[\max(y_3, y_4); \min(y_1, y_2)]$. Аналогично подбирается a.

Асимптотика: $O(\log(\max(X_i, Y_i) - \min(X_i, Y_i)))$.

H. Ha-ha-ha

Автор: Баев А.Ж.

Запустим обход в глубину (или в ширину) с 4 переходами до соседей: $(\pm 1, 0)$ и $(0, \pm 1)$. Если при обходе получилось дойти до ускорителя, то запустим еще один обход но с 8 переходами: $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$, $(\pm 2, 0)$ и $(0, \pm 2)$.

Асимптотика: $O(nm)$.