

Открытая олимпиада по программированию  
Осенний тур 2015  
20 октября 2015

**A. Alternative result**

*Автор: Абдикалыков А.К.*

Несложно убедиться, что можно получить все значения от 0 до  $3n$ , кроме  $3n - 1$ .  
Асимптотика:  $O(n)$ .

**B. Boolean**

*Автор: Абдикалыков А.К.*

Необходимо было вывести  $N$ -е слово из текста.  
Асимптотика:  $O(1)$ .

**C. Car collection**

*Автор: Баев А.Ж.*

Ответом на задачу является:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_i a_j = \frac{1}{2} \left( \left( \sum_{i=1}^n a_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n a_i^2 \right).$$

Асимптотика:  $O(n)$ .  
Замечание: наивное решение не проходит ограничения по времени.

**D. Domino**

*Автор: Баев А.Ж.*

Промоделируем падения слева направо и справа налево. Для этого найдем максимальную длину положительной подстроки массива  $l_i$ , где  $l_i = a_i - a_{i-1} - h_{i-1}$ , и максимальную длину положительной подстроки массива  $r_i$ , где  $r_i = a_i - a_{i+1} - h_{i+1}$ . Ответов будет максимум из первого и второго случая.  
Асимптотика:  $O(n)$ .

**E. Enlarged triangle**

*Автор: Баев А.Ж.*

Пусть  $S(a, b, c)$  — площадь треугольника со сторонами  $a, b, c$ . Несложно проверить, что функция  $f(m) = S(a + m, b + m, c + m)$  является монотонно возрастающей (при условии, что  $m > 0$  и треугольник с данными сторонами существует). Значит, ответ можно найти бинарным поиском по  $m$  на отрезке  $[0; \sqrt{2S}]$ .  
Асимптотика:  $O(\log S)$ .

**F. Footprints**

*Автор: Баев А.Ж.*

Обозначим начальную позицию  $(0, 0)$ . Далее промоделируем шаги  $(x_i, y_i)$ . Минимальные размеры лабиринта будут  $(\max_{1 \leq i \leq n} x_i - \min_{1 \leq i \leq n} x_i)$  и  $(\max_{1 \leq i \leq n} y_i - \min_{1 \leq i \leq n} y_i)$  соответственно.  
Асимптотика:  $O(N)$ .

## G. Great divisors

Автор: Абдикалыков А.К.

Максимальный собственный делитель числа  $n$  равен  $n/p_n$ , где  $p_n$  — минимальное простое число, на которое делится  $n$ . Последовательность  $p_n$  легко построить, используя стандартный алгоритм решета Эратосфена (у всех еще не вычеркнутых чисел вида  $p^2 + p \cdot j$  минимальным простым делителем будет  $p$ ).

Асимптотика:  $O(n \log n)$ .

## H. Honest gifts

Автор: Баев А.Ж.

Ясно, что максимальным количеством наборов с общим количеством  $p$  синих и  $q$  красных карандашей будет  $(p, q)$  — наибольший общий делитель  $p$  и  $q$ . Поэтому достаточно перебрать все числа  $i$  от 0 до  $k$  и выбрать максимум из  $\gcd(a - i, b - (k - i))$ .

Асимптотика:  $O(k \log \max(a, b))$ .

## I. Inner subset

Автор: Баев А.Ж.

Необходимо посчитать количество способов выбрать подпоследовательность так, чтобы сумма чисел была кратна  $k$ . Обозначим  $d[i][r]$  — количество подпоследовательностей из первых  $i$  элементов, которые в сумму дают остаток  $r$  при делении на  $k$ . Каждое такое подмножество можно получить, либо добавив  $a[i]$  элемент к подмножествам множества из первых  $i - 1$  с остатком суммы равным  $(r - a[i]) \bmod k$ , либо не добавляя  $a[i]$  элемент:

$$d[i][r] = d[i - 1][r] + d[i - 1][(r - a[i]) \bmod k].$$

Инициализировать динамику можно  $d[0][0] = 1$  и  $d[0][r] = 0$  при  $r$  от 1 до  $k - 1$ .

Асимптотика:  $O(nk)$ .

Замечание: не стоит забывать производить каждое сложение по модулю  $10^9 + 7$ , иначе произойдет переполнение ответа.