Открытая олимпиада по программированию
Осенний тур 2017
28 октября 2017

A. Appetizing problem

Автор: Баев А.Ж.

Ответ:
$$4T + D + \left[\frac{N_1}{100}\right] + \left[\frac{N_2}{100}\right] - 2.$$
Асимптотика — $O(1)$.

B. Bekarys' problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Если $n < 20$, то найти $n!$ явно и выделить его четвёртую цифру справа. Если $n \geqslant 20$, то ничего считать не надо — ответ будет заведомо 0.
Асимптотика — $O(1)$.

C. Car showroom problem

Автор: Абдикалыков А.К.

Найти количество строк из строчных латинских букв длины n, не содержащих подстроки «aa». Нетрудно вывести (рассматривая, например, отдельно строки, оканчивающиеся на 'a' и оканчивающиеся не на 'a') рекуррентную формулу
$$a_n = (p-1)(a_{n-1} + a_{n-2}).$$
Здесь a_n — ответ на задачу при заданном n. Чтобы его найти, надо использовать эту формулу, положив $a_0 = 1$, $a_1 = 26$.
Асимптотика — $O(n)$.

D. Dice problem

Автор: Баев А.Ж.

Определить, через какое минимальное число перекатываний по доске можно изменить состояние кубика с `(1, 1, RED_DOWN)` на `(1, 1, RED_UP)`. Используем обход в ширину для специального графа: его вершинами будут тройки `(i, j, state)`, где (i, j) — позиция кубика, *state* — одно из шести его положений: `RED_UP`, `RED_DOWN`, `RED_LEFT`, `RED_RIGHT`, `RED_FRONT`, `RED_BACK`.

То есть необходимо для каждого из 6 положений красной грани определить положение после каждого из 4 видов перекативаний: итого 24 перехода. Например, при перекатывании вниз из положения `(i, j, RED_UP)`, получаем положение `(i + 1, j, RED_FRONT)`. Они будут соединены ребром. При этом надо учитывать, что некоторые клетки недостижимы.

Асимптотика — $O(mn)$.

E. Easy problem

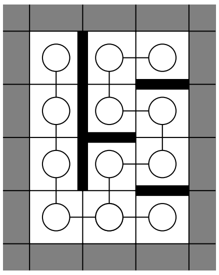
Автор: Баев А.Ж.

Найти количество таких пар (i, j), что $1 \leqslant i < j \leqslant n$ и $L \leqslant \dfrac{a_i + a_j}{2} \leqslant R$. Отсортируем числа $a_1, \ldots, a_n$, затем для каждого a_i с помощью бинарного поиска найдём минимальный индекс p_i такой, что $a_{p_i} \geqslant 2L - a_i$ и максимальный индекс q_i такой, что $a_{q_i} \leqslant 2R - a_i$. Просуммировав все $(q_i - p_i + 1)$, получим ответ.
Асимптотика — $O(n \cdot logn)$.

F. Flat problem

Автор: Баев А.Ж.

Определить, какое максимальное количество стен можно поставить в фигуре из клеток, чтобы она оставалась связной.



Сопоставим полученной клеточной области граф, вершины которого соответствуют клеткам, а две вершины соединены ребром только в том случае, если соответствующие клетки имеют общую сторону. Нетрудно видеть, что теперь задача сводится к следующему вопросу: какое максимальное количество рёбер можно удалить из графа, чтобы он оставался связным? Ясно, что останется дерево, то есть ответом будет число $E - V + 1$. Ограничения позволяют посчитать количество всех свободных клеток и количество соседних пар наивно на булевой таблице размера 2001×2001.
Асимптотика — $O(L^2)$.

G. Golden problem

Автор: Баев А.Ж.

Для каждого запроса определить, сколько не палиндромов, дающих в квадрате палиндром, находится на сегменте $[L, R]$. Таких чисел до 10^9 всего 24:

1 : 26	2 : 264	3 : 307
4 : 836	5 : 2285	6 : 2636
7 : 22865	8 : 24846	9 : 30693
10 : 798644	11 : 1042151	12 : 1109111
13 : 1270869	14 : 2012748	15 : 2294675
16 : 3069307	17 : 11129361	18 : 12028229
19 : 12866669	20 : 30001253	21 : 64030648
22 : 110091011	23 : 111091111	24 : 306930693

Достаточно было их предпросчитать во вспомогательной программе, а затем перебирать для каждого запроса. Простейший наивный генератор вычисляет все 24 числа за 3 минуты.
Асимптотика — $O(M)$.

H. Honey cake problem

Автор: Баев А.Ж.

Определить, чередуются ли в данном многоугольнике выпуклые углы с невыпуклыми. Нужно было вычислить все ориентированные площади вида $S_i = S_{A_i A_{i+1} A_{i+2}}$. Многоугольник будет удовлетворять условию, только если S_i чередуются знаками и количество вершин чётное.
Асимптотика — $O(M)$.

I. Is that even a problem?

Автор: Абдикалыков А.К.

Подсказка: мама — первое слово у детей, абырвалг — первое слово Шарикова, Поехали! — первое слово Гагарина перед полетом в космос.

Поставив вместе все первые слова из текстов остальных задач, вы получите выражение

Дважды А да куб В плюс квадрат С,

то есть, ответ

$$ans = 2A + B^3 + C^2.$$

Асимптотика — $O(1)$.