

VII Республиканская студенческая предметная олимпиада по направлению
«Математическое и компьютерное моделирование»
26 марта 2015

1. а) Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \left(\pi \sqrt{n^2 + 2n} \right).$$

- б) Зная, что $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx = \frac{\pi^2}{12}$, вычислить

$$\int_0^1 \frac{\ln(1-x^3)}{x} dx.$$

2. Числа 53295, 67507, 88825, 81719, 39083 делятся на 3553. Не вычисляя определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 5 & 0 & 7 \\ 8 & 8 & 8 & 2 & 5 \\ 8 & 1 & 7 & 1 & 9 \\ 3 & 9 & 0 & 8 & 3 \end{pmatrix},$$

доказать, что он делится на 3553.

3. Доказать тождество:

$$\frac{x}{1} + \frac{x^3}{1 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dots = \exp^{x^2/2} \cdot \int_0^x \exp^{-t^2/2} dt.$$

4. Даны две строки, представляющие числа A и B в фибоначчевой системе счисления. Описать программу, которая находит строку, представляющую число $A + B$ в фибоначчевой системе счисления. Числа A и B могут превышать максимальное допустимое значение в стандартных целочисленных типах.

Примечание: Числа Фибоначчи F_1, F_2, \dots определяются начальными значениями:

$$F_1 = 1, F_2 = 2, F_{N+1} = F_N + F_{N-1}.$$

Рассмотрим фибоначчеву систему счисления с двумя цифрами 0 и 1, в которой, в отличие от двоичной системы весами являются не степени двойки 1, 2, 4, 8, 16, \dots , а числа Фибоначчи 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots . В этой системе счисления каждое положительное целое число единственным образом представляется в виде строки нулей и единиц, которая начинается с 1 и в которой нет двух единиц, стоящих рядом.

5. Совсем недавно Вася занялся программированием и решил реализовать собственную программу для игры в шахматы. Но у него возникла проблема определения правильности хода конем, который делает пользователь. Т.е. если пользователь вводит значение «C7-D5», то программа должна определить это как правильный ход, если же введено «E2-E4», то ход неверный. Так же нужно проверить корректность записи ввода: если например, введено «D9-N5», то программа должна определить данную запись как ошибочную. Помогите ему осуществить эту проверку!

Входные данные:

В единственной строке входного файла INPUT.TXT записан текст хода (непустая строка), который указал пользователь. Пользователь не может ввести строку, длиннее 5 символов.

Выходные данные:

В выходной файл OUTPUT.TXT нужно вывести «YES», если указанный ход конем верный, если же запись корректна (в смысле правильности записи координат), но ход невозможен, то нужно вывести «NO». Если же координаты не определены или заданы некорректно, то вывести сообщение «ERROR».