

VI Республиканская студенческая предметная олимпиада по направлению

«Математика»

27 марта 2014

1. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 - 1})^n + (x + \sqrt{x^2 - 1})^n}{x^n}.$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2} = 3 \\ x + y + z = 3 \\ \frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{y^2} + \frac{x^2}{z^2} = 3 \end{cases}$$

3. Дан многочлен с целыми коэффициентами. В трех целых точках он принимает значение 2. Докажите, что ни в какой целой точке он не принимает значение 3.

4. Найти все решения дифференциального уравнения второго порядка

$$f''(x) + f(\pi - x) = 1.$$