

Республиканская студенческая олимпиада по математике  
2006

1. (6 баллов) Пусть  $f(x) \in C[0, +\infty)$  и для любого  $x \geq 0$  справедливо равенство

$$\sin \int_0^x f(u) du = \frac{x}{x+1}$$

Определить функцию  $f(x)$ .

2. (8 баллов) Доказать, что для любого  $n \in N \cup \{0\}$  справедливо равенство

$$\int_0^{2\pi} \sin(\sin x + nx) dx = 0.$$

3. (8 баллов) Доказать, что если  $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$ , где  $[AA_1]$ ,  $[BB_1]$ ,  $[CC_1]$  — биссектрисы треугольника, то треугольник правильный.
4. (8 баллов) Найти наибольшее значение определителя 3-го порядка, элементы которого состоят из 1 и  $-1$ .