# Оглавление

1. Введение	3
2. Методы измерения массы нейтрального каона	
3. Детектор КМД-3	5
4. Экспериментальная статистика и отбор событий	6
5. Контроль энергии	8
6. Систематические эффекты и учёт поправок	10
7. Результаты	11
8. Список литературы	13

### 1. Введение

Целью данной работы является измерение массы нейтрального каона  $K_s^0$  на основе статистики, полученной на детекторе КМД-3 на коллайдере ВЭПП-2000 в области энергий, соответствующей  $\phi$ -мезонному резонансу ( $\sqrt{s}=1010-1028$  МэВ). В качестве источника каонов использовался процесс

$$e^+e^- \to \varphi(1020) \to K_s^0 K_L^0; K_s^0 \to \pi^+\pi^-.$$
 (1)

Таблица 1 и рисунок 1 содержат информацию о предыдущих измерениях массы как нейтрального, так и заряженного каона. Ранее в ИЯФ уже проводили подобные измерения. При помощи детектора КМД были проведены наиболее точные на своё время измерения массы нейтрального каона с помощью калибровки энергии пучка методом резонансной деполяризации (таблица 1, [1]). На данный момент наиболее точный результат получен в DAФNE при помощи детектора КLOE. Стоит отметить, что при измерении в DAФNE использовалась калибровка массы  $\phi$ -мезона, проведённая на ВЭПП-2М с детектором КМД. Помимо этого, на ВЭПП-2М с детектором КМД-2 была проделана работа по улучшению точности измерения, но анализ не был завершён [2].

Поскольку в эксперименте КМД-3 был набран интеграл светимости в районе  $\phi$ -мезонного резонанса превышающий значение предыдущих исследований (больше  $10~\text{пб}^{-1}$ ), ВЭПП-2000 имеет систему непрерывного мониторинга энергии методом обратного комптоновского рассеяния и в силу того, что угловое разрешения детектора было улучшено почти в три раза по сравнению с предыдущим детектором (КМД-2), есть надежда провести новое измерение массы нейтрального и заряженного каона с лучшей точностью (рисунок 1, 1).

На рисунке 1 видно, что предыдущие измерения дают достаточно точные, но не согласованные результаты. Поэтому представляет высокий интерес очередное измерение массы заряженного каона. Для этого планируется использовать изученные в этой работе методы для измерения массы заряженного каона.

В связи с недостаточным импульсным разрешением детектора КМД-3 масса определялась не прямым вычислением инвариантной массы, а при помощи двух малочувствительных к ошибке измерения импульса соотношений, которые позволяют по измеренным углам и отношению импульсов пионов определить массу каона [3].

На данный момент проведён предварительный анализ экспериментальных данных в одной точке по энергии на пике  $\phi$ -мезоного резонанса. Было проведено моделирование и отработана методика измерения массы с учётом следующих систематических эффектов: излучение фотонов в начальном состоянии  $e^+e^-$  (радиационная поправка), эффекты, связанные с импульсным и пространственным разрешением детектора (поправки на нелинейность) и взаимные корреляции этих эффектов.

Таблица 1. Предыдущие измерения массы нейтрального каона [2, 4]

Value (MeV)	Events	Document ID	Experiment
497.607±0.007±0.015	261k	Tomoradze	KLOE
497.583±0.005±0.020	35k	Ambrosino	KLOE
497.625±0.001±0.031	655k	Lai	NA48
497.661±0.033	3713	Barkov	CMD
497.742±0.085	780	Barkov	CMD
497.634±0.024	49k	Зайцев	CMD-2
497.611±0.013	PDG Fit (Error includes scale factor of 1.2)		

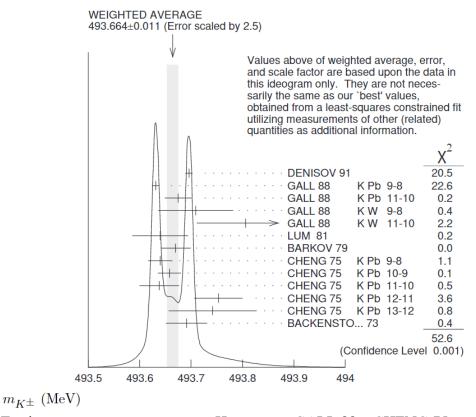


Рис. 1. График измерения массы  $m_{K^{\pm}}$ . Измерения GALL 88 и CHENG 75 показаны отдельно для каждого измеренного перехода. [4]

### 2. Методы измерения массы нейтрального каона

#### • Метод инвариантной массы:

Рассмотрим распад частицы массы M с энергией E на частицы с энергией  $E_i$  и  $\vec{p}_i$ . Тогда квадрат массы изначальной частицы равен

$$M^{2} = (\sum E_{i})^{2} - (\sum \vec{p}_{i})^{2}. \tag{1}$$

Если частицы, образовавшиеся в результате распада, надёжно идентифицируются детектором, то (1) можно переписать в следующем виде:

$$M^{2} = (\sum \sqrt{m_{i}^{2} + \vec{p}_{i}^{2}})^{2} - (\sum \vec{p}_{i})^{2}.$$
 (2)

То есть массу изначальной частицы можно измерить, зная лишь какие частицы родились и каков их импульс. Существенным недостатком данного метода является большая чувствительность к абсолютным сдвигам величин импульсов  $\vec{p}_i$  и углам разлёта частиц.

К сожалению, из-за недостаточной точности измерения импульсов и углов у детектора КМД-3 систематическая ошибка массы, определённой таким образом, достигает нескольких  $M \ni B/c^2$ . Однако в экспериментах NA48 и KLOE систематическая погрешность измерения импульсов мала, что позволяет измерять массу при помощи (1) с ошибкой порядка нескольких сотых  $M \ni B/c^2$  [5, 6].

### • Метод предельного угла:

Если энергия каона  $E_K$  может быть измерена независимо, то масса каона  $M_K$  можно определить соотношением

$$M_{K_S^0} = E_{K_S^0} \sqrt{1 - \beta_m^2 \cos(\frac{\psi_c}{2})},$$
(3)

где  $\beta_m^2=1$  –  $M_\pi^2/E_K^2$ ,  $\psi_c$  — предельный пространственный угол разлёта пионов в распаде  $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$  [1].

Так как в эксперименте величина  $\psi_c$  определяется с некоторым конечным разрешением  $\sigma_{\psi}$ , при определении средней массы  $\langle M_{K_S^0} \rangle$  по выборке следует учитывать сдвиг  $\Delta M_{K_S^0}$ , связанный с нелинейностью зависимости (3) от параметра  $\psi_c$ . С точностью до второго порядка этот сдвиг равен [3]

$$\Delta M_{K_S^0} = \langle M_{K_S^0} \rangle - M_{K_S^0} \approx \frac{\sigma_{\psi_c}^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi_c^2} M_{K_S^0}. \tag{4}$$

Угловое разрешение детектора КМД-3  $\sigma_{\psi}=0.0164\pm0.0001$  рад. При энергии пучка  $E_{beam}=510$  МэВ это соответствует  $\Delta M_{K_S^0}\approx-11.258\pm0.002$  кэВ/с². У детектора КМД-2  $\sigma_{\psi}=0.040\pm0.002$  рад, что соответствует  $\Delta M_{K_S^0}\approx-60\pm7$  кэВ/с² [2].

## ullet Метод полной реконструкции распада $K^0_S o \pi^+\pi^-$

Данный метод был предложен А. Зайцевым и изложен в [2, 3]. Рассмотрим распад нейтрального каона  $K^0_S$  массы  $M_{K^0_S}$  с энергии  $E_{K^0_S}$  на два заряженных пиона  $\pi^+\pi^-$  с массами  $M_\pi$  и импульсами  $\overrightarrow{p_+}$  и  $\overrightarrow{p_-}$ . Тогда согласно [3] верно соотношение

$$\beta_{K_S^0}^2 = \frac{1}{n^2} \left( 1 + \cos \psi \sqrt{1 - \eta^2} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \beta_m^2 \eta^2} \right],\tag{5}$$

где  $\beta_{K_S^0}^2 \equiv 1 - M_{K_S^0}^2 / E_{K_S^0}^2$ ,  $\eta \equiv \frac{1 - Y^2}{1 + Y^2}$ ,  $Y = |\overrightarrow{p_+}| / |\overrightarrow{p_-}|$ ,  $\cos \psi \equiv \frac{\overrightarrow{p_+} \cdot \overrightarrow{p_-}}{|\overrightarrow{p_+}||\overrightarrow{p_-}|}$ . Выразив массу  $M_{K_S^0}$  из (5) получим явное выражение:

$$\mathsf{M}_{K_S^0} = E_{K_S^0} \sqrt{[1 - \frac{1}{\eta^2} (1 + \sqrt{1 - \eta^2} \cos \psi)(1 - \sqrt{1 - \eta^2 \beta_m^2})}. \tag{6}$$

В пределе  $\eta \to 0$  (5) переходит в

$$\beta_{K_{S}^{0}}^{2} = \beta_{m}^{2} \cos^{2} \frac{\psi_{c}}{2},\tag{7}$$

где  $\psi_c$  — предельный пространственный угол разлёта пионов. В силу того, что (7) эквивалентно (3), вышеприведённые рассуждения о сдвиге средней массы  $\Delta M_{K_S^0}$ , связанный с нелинейностью зависимости  $M_{K_S^0}$  от параметра  $\psi_c$ , справедливы и для (5) при  $|\eta| \ll 1$  [3].

В отличии от прямого измерения инвариантной массы данный метод обладает малой чувствительностью к систематическим погрешностям измерения абсолютных значений импульсов пионов  $|\overrightarrow{p_+}|, |\overrightarrow{p_-}|$ , так как импульсы пионов входят в виде отношения  $Y = |\overrightarrow{p_+}|/|\overrightarrow{p_-}|$ . Аналогично методу предельного угла метод полной реконструкции распада обладает высокой чувствительностью к величине  $\psi_c$ .

## 3. Детектор КМД-3

Криогенный магнитный детектор (КМД-3, рис. 2) [7] установлен в одной из двух точек столкновения электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-2000 [8]. Треккинговая система детектора состоит из цилиндрической дрейфовой камеры (DC) и двухслойной цилиндрической многопроволочной пропорциональной Z-камеры. Обе камеры установлены внутри тонкого  $(0.085\,X_0)$  сверхпроводящего соленоида с магнитным полем 1.3 T. DC измеряет импульс и полярный  $(\theta)$  и азимутальный  $(\phi)$  углы заряженной частицы. Z-камера измеряет координату частиц вдоль оси пучка. Энергии и направления фотонов определяется при помощи размещённого вне соленоида баррельного электромагнитного калориметра, состоящего из двух систем: внутреннего калориметра на жидком ксеноне

(LXe) толщиной  $5.4\,X_0$  и внешнего калориметра на кристаллах йодида цезия (CsI) толщиной  $8.1\,X_0$  [9]. В торцах детектора стоят калориметры, основанные на кристаллах BGO, толщиной  $13.4\,X_0$ .

Контроль энергии пучка осуществлялся посредством лазерной системы методом обратного комптоновского рассеяния. Систематическая погрешность измерения энергии в системе центра масс  $E_{c.m}$  равняется 0.06 МэВ [10, 11].

События записываются согласно сигналам с двух независимых триггерных систем: нейтральной и заряженной. Заряженный триггер требует наличие хотя бы одного заряженного трека (использует информацию из DC). Нейтральный триггер требует либо энерговыделение в калориметре больше  $E_{beam}/2$ , либо наличие более двух кластеров с энерговыделением больше порога 25 МэВ.

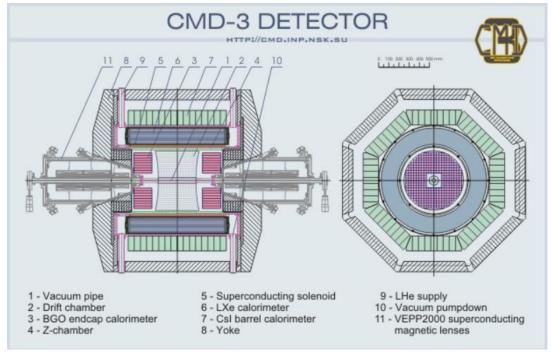


Рис. 2 Схема детектора КМД-3

## 4. Экспериментальная статистика и отбор событий

В данной работе каона использовались данные 2018 года (сезон PHI/OMEGA 2018), набранные вблизи пика  $\phi$ -мезонного резонанса ( $\sqrt{s}=1019~{\rm MpB}$ ). При измерении проводился непрерывный контроль энергии методом обратного комптоновского рассеяния [10, 11].

Процесс  $e^+e^- \to K_s^0 K_L^0$  регистрировался по распаду  $K_s^0 \to \pi^+\pi^-$ . Сначала отбирались «хорошие» треки, то есть треки для которых выполнялись следующие условия:

- 1. Координата вдоль пучка |z| < 12 см,
- 2. Качество реконструкции трека в r- $\phi$  и z-плоскостях  $\chi^2_{r-\phi} < 15$ ,  $\chi^2_z < 12$ ,
- 3. Количество сработавших проволочек в дрейфовой камере  $10 < n_{hit} < 30$ ,
- 4. Полярный угол трека  $\left|\theta \frac{\pi}{2}\right| \le 0.9$  (рис. 3).

Если в событии находилось два «хороших» трека, то к этим трекам применялись отборы, которые определяли сигнальные события:

- 1. Неколлинеарность треков,
- 2. Импульс трека  $120\frac{M_{9}B}{c} (рис. 4),$

- 3. Противоположные заряды треков,
- 4. Косинус угла между радиус-вектором, соединяющим место встречи пучков с вершиной распада  $K_S^0$ , и направлением импульса  $K_S^0$  в r- $\varphi$ -плоскости (рис. 5)  $\cos \alpha > 0.85$ ,
- 5. Средние потери двух треков на ионизацию в DC  $(\frac{dE_1}{dx} + \frac{dE_2}{dx})/2 < 5000$  (рис. 6).

Для изучения отклика детектора и для определения эффективности детектирования было проведено Монте Карло моделирование при помощи программного пакета GEANT4. Эффективность регистрации при данных условиях отбора составила  $\epsilon_{MC} \cong 24\%$ .

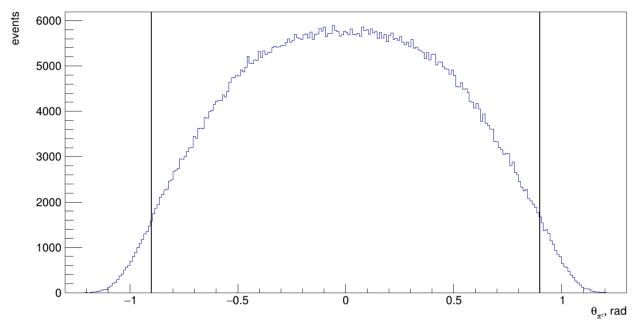


Рис. 3. Полярный угол трека  $\theta$  (моделирование,  $E_{beam}=510~{
m M}{
m sB}$ ). Чёрными линиями обозначены ограничения  $\left|\theta-\frac{\pi}{2}\right|\leq 0.9$ .

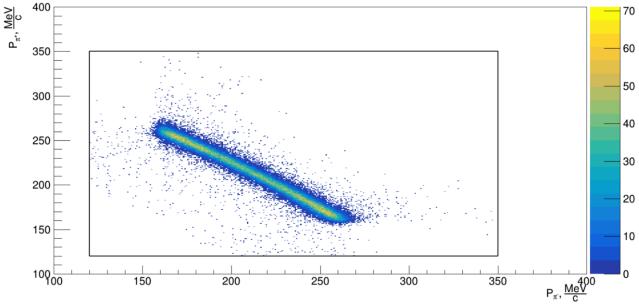


Рис. 4. График зависимости импульса  $\pi^+$   $P_{\pi^+}$  от импульса  $\pi^ P_{\pi^-}$  (моделирование,  $E_{beam}=509~{
m M}{
m s}{
m B}$ ).

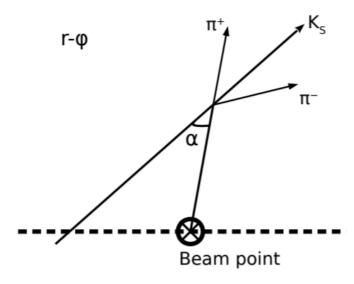


Рис. 5. Определение угла  $\alpha$  – угла между радиус-вектором, соединяющим место встречи пучков с вершиной распада  $K_S^0$ , и направлением импульса  $K_S^0$  в  $\mathbf{r}$ - $\varphi$ -плоскости

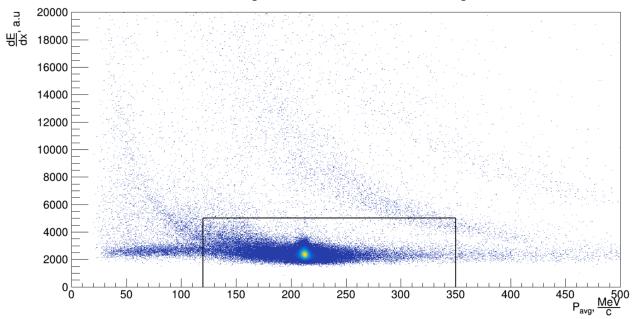


Рис. 6. Средние ионизационные потери двух «хороших» треков. Чёрным выделена сигнальная область.

### 5. Контроль энергии

Как ранее говорилось, в проведении эксперимента выполнялся контроль энергии методом обратного комптоновского рассеяния. На рисунке 7 изображена зависимость измеренной лазерной системой энергии от номера захода для энергетической точки  $E_{beam} = 509.5 \,\mathrm{Mps}$ . Не во время всех заходов было проведено измерение энергии. Заходам, во время которых не проводилось измерение энергии устанавливалась номинальное значение, которое определяется как средняя энергия заходов с учётом светимости.

Поскольку масса, определённая выражениями (3) и (6), сильно зависит от энергии пучка, было решено провести независимый контроль стабильности энергии по инвариантной массе заряженных каонов. Для этого использовался процесс  $e^+e^- \to \varphi(1020) \to K^+K^-$ .

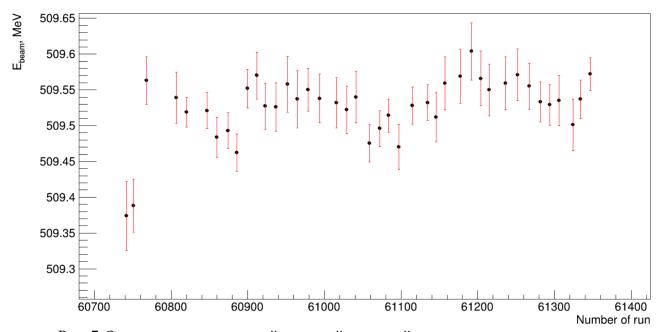


Рис. 7. Зависимость измеренной лазерной системой энергии пучка от захода. Кандидаты в зяряженные каоны отбирались в событиях, где было зарегистрировано два «хороших» трека (см. раздел 4 «Экспериментальная статистика и отбор событий»). Сигнальными событиями считались таковые, что для двух «хороших» треков в этом событии выполнялись следующие условия:

- 1. Треки коллинеарны,
- 2. Противоположные заряды треков,
- 3. Расстояние треков до пучка  $\rho < 0.3$  см,
- 4. Средние потери на ионизацию  $\frac{dE}{dx} > 7000$  (рис. 8)
- 5. Импульсы треков подчиняются условию  $|p_{K^+} p_{K^-}|/(p_{K^+} + p_{K^-}) < 0.3$  (рис. 9) Рис. 8. Ионизационные потери K+K-

#### Рис. 9. Отношение импульсов

Использую отобранные события, была построена зависимость инвариантной массы  $K^+K^-$  от захода. Из рисунка 10 видно, что для энергетической точки  $E_{beam}=509.5~\mathrm{M}$  эв инвариантная масса в высокой степени описывает зависимость энергии от захода.

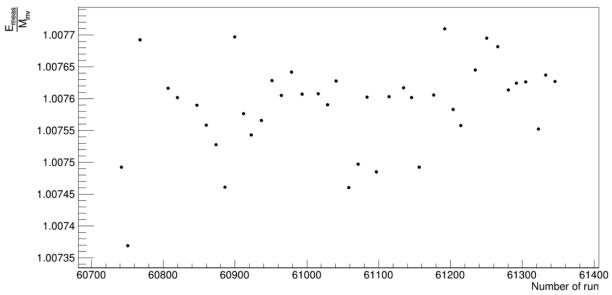


Рис. 10. Зависимость отношения измеренной лазерной системой энергии к инвариантной массе заряженных каонов от номера захода.

На данный момент ошибка измерения энергии пучка, которая для лазерной системы, установленной на ВЭПП-2000, составляет 0.03 МэВ, вносит основной вклад в погрешность измерения массы нейтрального каона. Для уменьшения ошибка измерения энергии требуется специальные усилия по улучшению лазерной системы, либо новые калибровки ВЭПП-2000 по резонансной деполяризации, либо калибровка по массе  $\phi$ -мезона.

### 6. Систематические эффекты и учёт поправок

Применяемые в этой работе методы требуют знание энергии нейтральных каонов, рождённых в процессе  $e^+e^- o \varphi(1020) o K_s^0 K_L^0$ , но точное измерение их энергии в эксперименте затруднительно. Предполагается, что энергия каона равна половине энергии в с.ц.м.  $E_{K_S^0} = E_{c.m}/2$ . Дальше массу, посчитанную для каждого события с соответствующей энергией, усредняют по всей выборке.

Так как в начальном состоянии при аннигиляции  $e^+e^-$  может быть излучён дополнительный фотон, энергия пары каонов  $K_s^0K_L^0$  определяется неоднозначно (то есть энергетический спектр не является  $\delta$ -функцией) и не равняется энергии системы в начальном состоянии. Следовательно, при измерении массы необходимо учитывать связанную с этим поправку, так называемую радиационную поправку к начальному состоянию. Радиационную поправку к некой функции F(s), где  $s=4E_{beam}^2$  от энергии (например,  $M_{K_s^0}$  определяемая соотношением (3) или (6)) можно определить, зная энергетический спектр излучённого фотона, который приведён в работе [12]. Значение функции F(s) с поправкой вычисляется следующим образом

$$F = N(s) \iint_{0 \le x_{1,2} \le 1} F(s') K_{RC}(s, x_1, x_2) \Theta_{cut}(s, x_1, x_2) dx_1 dx_2, \tag{8}$$

где  $s' = s(1-x_1)(1-x_2)$ ,  $\Theta_{cut} - \theta$ -функция, учитывающая экспериментальные условия детектирования частиц в конечном состоянии,

$$N(s) = \iint_{0 \le x_{1,2} \le 1} K_{RC}(s, x_1, x_2) \Theta_{cut}(s, x_1, x_2) dx_1 dx_2, \tag{9}$$

$$K_{RC} = D(s, x_1) D(s, x_2) \left[ 1 + \frac{2\alpha}{\pi} \left( 1 + a + b(s) \right) \right] \sigma_{e^+e^- \to K_S K_L}^{(0)}(s'), \tag{10}$$

 $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $a \equiv \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{4}$ , D(s,x) и b(s) определены в [12],  $\sigma_{e^+e^-\to K_SK_L}^{(0)}$  — сечение процесса  $e^+e^-\to K_SK_L$  (параметризация приведена в работе [13]) [3, 12].

Как ранее говорилось, функция  $M_{K_S^0}$  нелинейно зависит от угла  $\psi$ , то есть в общем случае  $\langle M_{K_S^0} \rangle_{\psi} \neq M_{K_S^0} (\langle \psi \rangle)$ . Учитывая конечную точность измерения  $\psi$ , сдвиг, обусловленный нелинейностью,  $\delta M_{K_S^0} = \langle M_{K_S^0} \rangle_{\psi} - M_{K_S^0} (\langle \psi \rangle)$  в предположении гауссового отклика равен

$$\delta \mathbf{M}_{K_{S}^{0}} = -\mathbf{M}_{K_{S}^{0}}(\langle \psi \rangle) + \int 1/\sqrt{2\pi\sigma_{\psi}^{2}} \exp\left[-\frac{\psi - \langle \psi \rangle}{2\sigma_{\psi}^{2}}\right] \mathbf{M}_{K_{S}^{0}}(\psi) d\psi. \tag{11}$$

Так как функция  $M_{K^0_S}$  определённая выражением (3) или (6) является достаточно гладкой функцией  $\delta M_{K^0_S}$  можно разложить по центральным моментам  $M^{(k)}$  нормального распределения

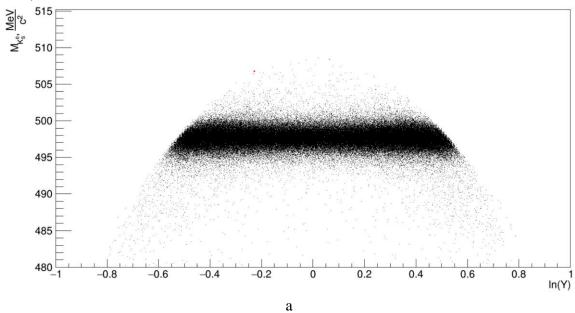
$$\delta \mathbf{M}_{K_S^0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial \psi^k} \mathbf{M}_{K_S^0}(\psi) \right]_{\psi = \langle \psi \rangle} M^{(k)}. \tag{12}$$

Поскольку и радиационная поправка к начальному состоянию, и поправка на нелинейность зависят от средней энергии пучка, для учёта взаимных корреляций между поправками необходим совместный расчёт. Тогда совместная поправка равна

$$\delta \mathbf{M}_{K_S^0} = -\mathbf{M}_{K_S^0}(s, \langle \psi \rangle) + N(s) \iiint K_{JC}(s, x_1, x_2, \psi) \mathbf{M}_{K_S^0}(s', \psi) \Theta_{cut}(s, x_1, x_2) d\psi dx_1 dx_2, \tag{13}$$
 где  $K_{JC} = 1/\sqrt{2\pi\sigma_\psi^2} \exp\left[-\frac{\psi - \langle \psi \rangle}{2\sigma_\psi^2}\right] K_{RC}(s, x_1, x_2, \psi).$ 

### 7. Результаты

Для дынных в соответствующей пику  $\phi$ -мезонному резонансу энергетической точке  $E_{beam}=510~{\rm M}{\rm pB}$ , смоделированных с учётом радиационных эффектов, была построена зависимость массы нейтрального каона, вычисленной при помощи выражения (6), от  $\ln(Y)$  (рис. 11 a).



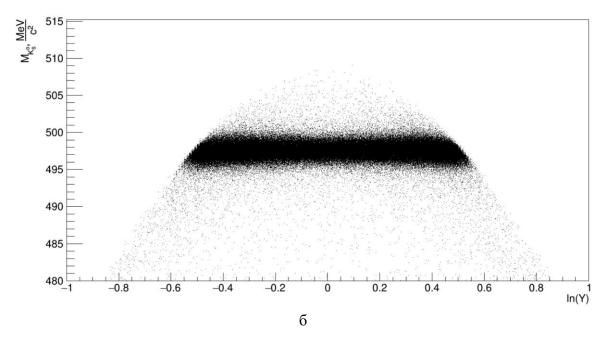


Рис. 11. Зависимость массы нейтрального каона, вычисленной с помощью выражения (6), для а) моделирования с  $E_{beam} = 510 \text{ M} \cdot \text{B}$ , б) эксперимента с  $E_{beam} = 509.5 \text{ M} \cdot \text{B}$ .

При использовании данных моделирования без излучения масса нейтрального каона согласно (6) составляет  $M_{K_S^0}=497.602\pm0.003\frac{\text{M}_{9B}}{c^2}$ , согласно (3)  $M_{K_S^0}=497.623\pm0.007\frac{\text{M}_{9B}}{c^2}$ . Поправка на нелинейность в первом случае будет равна  $\Delta M_{K_S^0}\approx-11.258\pm0.002\frac{\text{к}_{9B}}{c^2}$ , для второго случая  $\Delta M_{K_S^0}\approx-11.253\pm0.002\frac{\text{к}_{9B}}{c^2}$ .

Используя данные моделирования с излучением была получена масса, методом полной реконструкции была получена масса  $M_{K_S^0}=497.724\pm0.003\frac{\text{МэВ}}{c^2}$ . Если учесть совместную поправку, которая равна  $\Delta M_{K_S^0}=-111\frac{\text{кэВ}}{c^2}$ , то  $M_{K_S^0}=497.613\pm0.003\frac{\text{МэВ}}{c^2}$  (во всём этом разделе указывается только статистическая ошибка). При моделировании событий и отклика детектора закладывалась масса нейтрального каона  $M_{K_S^0}=497.614\frac{\text{МэВ}}{c^2}$ .

#### 8. Заключение

Пока работа по измерению массы нейтрального каона находится только на начальном этапе. Уже сейчас отработана методика измерения массы  $K_S^0$ . Также при помощи моделирования были изучены такие основные поправки, как радиационную поправку и поправку на нелинейность (то есть на разрешение детектора). Было показано на примере данных моделирования, что масса измеряется верно.

Далее планируется применить изученные методики к экспериментальным данным. Помимо этого, в планах есть проведение калибровки энергии по массе  $\phi$ -мезона, целью которой является уменьшение систематической ошибки измерения энергии пучка, а следовательно, и ошибки измерения массы  $K_S^0$ .

### 9. Список литературы

- 1. Барков et al, Ядерная физика выпуск 46 (1987)
- 2. Зайцев диплом
- 3. Мемо Зайцева
- 4. PDG KK
- 5. <a href="https://inspirehep.net/literature/766331">https://inspirehep.net/literature/766331</a>
- 6. <a href="https://inspirehep.net/literature/585079">https://inspirehep.net/literature/585079</a>
- 7. B. I. Khazin et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 376, 181 (2008).
- 8. Yu. M. Shatunov et al., in Proceedings of the 7th European Particle Accelerator Conference, Vienna, 2000, p. 439.
- 9. V. M. Aulchenko et al., JINST 10, P10006 (2015).
- 10. E.V. Abakumova, et al., Phys. Rev. Lett. 110 (2013) 140402
- 11. E.V. Abakumova, et al., J. Instrum. 10 (2015) T09001.
- 12. A.B. Arbuzov, V.A. Astakhov et al., Radiative corrections for pion and kaon production at  $e^+e^-$  colliders of energies below 2 GeV, JHEP 9710 (1997) 006
- 13. Achasov, N. N. and Dubrovin, M. S. and Ivanchenko, V. N. and Kozhevnikov, A. A. and Pakhtusova, E. V., A FRESH LOOK AT φ ω MIXING, Int.J.Mod.Phys.A 7 (1992) 3187-3202