METODE ANALITIK DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN GETARAN PEGAS TEREDAM

Zahra Nabila Falenanda, Muhammad Nabil Perwira Temenggung, Reza Febryan Saputra, Ilham Alamsyah, Fahmi Ibrahim, Aulia Nisa Agus Setiana

1,2,3,4,5,6) Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta.

Jalan Ir. H. Djuanda No. 95, Cempaka Putih, Ciputat Timur, Tangerang Selatan, Banten.

E-mail: zahranabila.falenanda20@mhs.uinjkt.ac.id[1)], nabil.perwira20@mhs.uinjkt.ac.id[2)], reza.febryan20@mhs.uinjkt.ac.id[3)], ilham.alamsyah20@mhs.uinjkt.ac.id[4)], fahmi.ibrahim20@mhs.uinjkt.ac.id[5)], aulianisa.agussetiana20@mhs.uinjkt.ac.id[6)]

ABSTRAK

Persamaan getaran pegas teredam disajikan dalam bentuk persamaan diferensial biasa orde dua. Pada jurnal ini, persamaan getaran pegas teredam diselesaikan dengan menggunakan metode analitik dan metode Runge-Kutta orde 4. Penyelesaian analitik menggunakan metode karakteristik. Penyelesaian dengan Runge-Kutta orde 4 yang dibandingkan dengan solusi analitiknya ketika $m = 2$, $b = 1$, $k = 28$ dan sesuai percobaan dan hasil penelitian kami, kami mendapatkan hasil dengan iterasi 3. Disimpulkan bahwa metode Runge-Kutta orde 4 dalam penelitian ini dikategorikan sebagai salah satu metode yang masih bisa mendekati solusi analitiknya. Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menggunakan metode Runge-Kutta yang berorde lebih tinggi dan menggunakan MATLAB agar lebih detail secara data maupun grafis.

Kata kunci: Persamaan Diferensial, Persamaan Getaran, Metode Analitik, Metode Runge-Kutta Orde 4

I. PENDAHULUAN

Getaran dapat didefinisikan sebagai gerak bolak balik suatu benda yang terjadi secara periodik atau berkala yaitu gerak benda tersebut berulang-ulang pada selang waktu yang tetap. Getaran telah menjadi salah satu fenomena fisis yang penting. Prinsip getaran banyak diterapkan pada alat-alat yang digunakan manusia. Getaran berhubungan dengan gerak osilasi benda dan gaya yang berhubungan dengan gerak tersebut. Semua benda yang mempunyai massa dan elastisitas mampu bergetar, jadi kebanyakan mesin dan struktur rekayasa (*engineering*) mengalami getaran sampai derajat tertentu dan rancangannya memerlukan pertimbangan sifat osilasi dari getaran tersebut (Soedojo, 1999).

Salah satu getaran yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah getaran pada pegas. Getaran pada pegas akan terjadi jika terdapat gaya yang bekerja pada pegas tersebut. Beberapa gaya yang mempengaruhi getaran pada pegas yaitu gaya gravitasi bumi, gaya tarik pegas, gaya gesek dan gaya luar (Dafik, 1999).

Getaran pada pegas dapat dibedakan menjadi gerak harmonik sederhana, gerak harmonik teredam, dan gerak harmonik teredam dengan faktor luar. Gerak harmonik sederhana adalah getaran benda yang terjadi secara terus menerus dan tidak terdapat faktor hambatan atau redaman. Gerak harmonik sederhana juga dapat diartikan sebagai suatu sistem yang bergetar dimana gaya pemulih berbanding lurus dengan negatif simpangannya. Gaya pemulih merupakan gaya yang bekerja dalam arah mengembalikan massa ke posisi setimbangnya. Akan tetapi, pada

kenyataannya suatu getaran pada benda tidak akan terjadi secara terus menerus karena terdapat faktor hambatan berupa gaya gesek udara dan faktor internal yang menyebabkan getaran yang terjadi perlahan-lahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti, getaran benda yang demikian biasanya disebut sebagai gerak harmonik teredam (Giancoli, 1997).

Getaran pada pegas merupakan salah satu contoh getaran harmonik teredam. fenomena getaran pada pegas banyak dikaji oleh para peneliti. Berbagai model matematika dikontruksi untuk menggambarkan sifat fisis dari getaran tersebut. Osilasi merupakan suatu sifat getaran yang sangat menarik untuk dikaji. Osilasi terjadi ketika sistem kesetimbangan suatu getaran diganggu sehingga menimbulkan gerakan periodik. Suatu persamaan yang mendeskripsikan gaya pada pegas dengan peredam dan osilasi melibatkan massa beban m, konstanta redaman b dan k adalah modulus pegas (Wijayanto, 2009).

Teknologi getaran juga banyak dikaji di dalam al-Qur’an. Salah satunya yaitu terdapat dalam surat al-Anfaal/8:2, yang berbunyi:

اِنَّمَا الْمُؤْمِنُوْنَ الَّذِيْنَ اِذَا ذُكِرَ اللّٰهُ وَجِلَتْ قُلُوْبُهُمْ وَاِذَا تُلِيَتْ عَلَيْهِمْ اٰيٰتُهٗ زَادَتْهُمْ اِيْمَانًا وَّعَلٰى رَبِّهِمْ يَتَوَكَّلُوْنَۙ

Artinya: “Sesungguhnya orang-*orang yang beriman adalah mereka yang apabila disebut nama Allah gemetar hatinya, dan apabila dibacakan ayat-ayat-Nya kepada mereka, bertambah (kuat) imannya dan hanya kepada Tuhan mereka bertawakkal”*. (QS. Al-Anfaal/8:2)

Rasulullah SAW menyebutkan: “kadang naik kadang turun”. Agar iman seseorang tidak naik turun maka orang itu harus memperbanyak beramal shaleh, serta menjaga perkataannya (Al-Khalaal, 2013).

Ali Ibnu Talhah telah meriwayatkan dari Ibnu Abbas bahwa orang-orang munafik itu tiada sesuatu pun dari sebutan nama Allah SWT. yang dapat mempengaruhi hati mereka untuk mendorong mereka mengerjakan hal-hal yang diwajibkan-Nya. Mereka sama sekali tidak beriman kepada ayat-ayat Allah SWT, tidak bertawakal, tidak sholat apabila sendirian dan tidak menunaikan zakat harta bendanya. Maka Allah Swt. menyebutkan bahwa mereka bukan orang- orang yang beriman (Ibnu Katsir, 2016).

Persamaan getaran dinyatakan dalam persamaan diferensial biasa. Karakteristik persamaan diferensial biasa umumnya dapat diselesaikan menggunakan metode analitik.

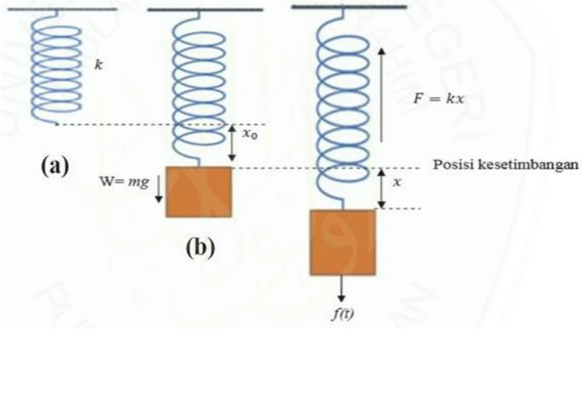
Namun, pada bentuk kompleks persamaan diferensial biasa tidak dapat dengan mudah ditentukan penyelesaian analitiknya. Oleh karena itu, dikembangkan berbagai metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode numerik merupakan metode hampiran yang pasti memiliki galat. Suatu metode numerik mungkin sangat akurat apabila digunakan untuk menyelesaikan masalah tertentu, namun belum tentu tepat untuk menyelesaikan masalah lain.

Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan metode numerik yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Berdasarkan ekspansi fungsi dari deret Taylor, metode Runge-Kutta orde 4 memiliki galat pemotongan yang minimum sehingga menghasilkan solusi yang baik. Ketelitian solusi suatu metode numerik pada umumnya juga bergantung pada ukuran langkah yang digunakan. Semakin kecil ukuran langkah yang digunakan akan diperoleh solusi yang semakin baik. Namun, dengan memperkecil ukuran langkah mengakibatkan komputasi yang dilakukan semakin berat.

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan sebelumnya, pada penelitian ini akan diselesaikan persamaan getaran pegas teredam dengan metode analitik dan metode Runge-Kutta Orde empat. Hasil penyelesaian tersebut akan dibandingkan, sehingga diketahui perbedaan kedua metode untuk menyelesaikan masalah getaran pegas teredam. Dengan demikian pada jurnal ini diambil judul "Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Pada Persamaan Getaran Pegas Teredam".

II. LANDASAN TEORI

a. Analisis Getaran pada Pegas



Pada gambar diatas akan dilakukan analisis secara matematik getaran pada pegas, dapat dijelaskan bahwa pegas tergantung secara vertikal dan tidak terdapat beban sehingga pegas tidak mengalami peregangan (a). Sedangkan pada gambar (b) dapat dijelaskan bahwa pegas tergantung pada ujung pegas. Keadaan ini pegas teregang dan mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 serta mencapai posisi kesetimbangan. Pada gambar (*f(t)*) pegas telah mencapai posisi kesetimbangan selanjutnya ditarik atau disimpangkan sejauh x (bisa dilihat pada gambar (*f(t)*). Sehingga keadaan ini gaya yang bekerja pada benda adalah:

$$F = -kx$$

Persamaan tersebut merupakan bentuk dari hukum Hooke. Dan bentuk negatifnya merupakan tanda bahwasannya gaya yang bekerja pada benda selalu berlawanan arah dengan arah simpangannya dan posisi setimbang adalah pada saat x sama dengan 0.

Hukum newton kedua menyatakan bahwa $F = ma$ maka didapatkan:

$$-kx = ma$$

Maka rumus persamaan differensial gerak harmonik sederhana yakni:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

b. Metode Runge-Kutta Orde 4

Penyelesaian persamaan diferensial adalah suatu fungsi yang memenuhi persamaan diferensial dan juga memenuhi kondisi awal yang diberikan pada persamaan tersebut. Di dalam penyelesaian persamaan diferensial secara analitis, biasanya dicari penyelesaian umum yang mengandung konstanta sembarang dan kemudian mengevaluasi konstanta tersebut sedemikian sehingga hasilnya sesuai dengan kondisi awal.

Metode penyelesaian persamaan diferensial secara analitis terbatas pada persamaan-persamaan dengan bentuk tertentu dan biasanya hanya untuk menyelesaikan persamaan linier dengan koefisien konstan sedangkan metode penyelesaian numerik tidak ada batasan mengenai bentuk persamaan diferensial. Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode numerik dilakukan pada titik-titik yang ditentukan secara berurutan. Untuk mendapatkan hasil yang lebih teliti maka jarak (interval) antara titik-titik yang berurutan tersebut dibuat semakin kecil.

Salah satu metode penyelesaian persamaan diferensial secara numerik ialah Metode Runge-Kutta. Metode Runge-Kutta memberikan hasil ketelitian yang tinggi dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah:

$$y_{i+1} = y_i + \Phi\,(x_i, y_i, \Delta x)\,\Delta x \quad (1)$$

Dengan $\Phi\,(x_i, y_i, \Delta x)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval.

Metode Runge-kutta orde 4 banyak digunakan karena mempunyai ketelitian lebih tinggi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde yang lebih rendah. Metode ini mempunyai bentuk:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

dengan:

$$k_1 = hf\,(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\,(x_i + \tfrac{1}{2}h,\ y_i + \tfrac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf\,(x_i + \tfrac{1}{2}h,\ y_i + \tfrac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf\,(x_i + h,\ y_i + k_3)$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penjelasan sebelumnya yakni, Penyelesaian persamaan diferensial merupakan suatu fungsi yang memenuhi persamaan diferensial sekaligus memenuhi kondisi awal yang diberikan pada persamaan tersebut. Metode penyelesaian persamaan diferensial secara analitis terbatas pada persamaan-persamaan dengan bentuk tertentu dan biasanya hanya untuk menyelesaikan persamaan linier dengan koefisien konstan sedangkan metode penyelesaian numerik tidak ada batasan mengenai bentuk persamaan diferensial.

Dalam penyelesaian yang sudah kami jelaskan sebelumnya secara analitik dan penyelesaian secara numerik model getaran pegas teredam, diperoleh bentuk persamaan getaran pada pegas teredam yaitu:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\,\frac{dx}{dt} + kx = 0.$$

Yang mana *m*, *b*, dan *k* adalah konstanta riil. Digunakan parameter yang telah kelompok kami tentukan yaitu $b = 1$, $m = 2$, $k = 28$ sehingga persamaan dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = f\,(t, x, v) = v$$

$$\frac{dx}{dt} = g\,(t, x, v) = -\,\frac{b}{m}\,v - \frac{k}{m}\,x$$

Kami membuktikan dengan membuat sebuah program untuk metode ini memakai bahasa *python* menggunakan v*isual studio code*. Berikut programnya:

```
# RK-4 method python program 2nd derivative

# function to be solved
def f(x,y,z):
   return z

def g(x,y,z):
   return ((-0.5)*z) + ((-14)*y)

# or
# f = lambda x: x+y

# RK-4 method
def rk4(x0,y0,z0,xn,h):

   # Calculating step size
   n = int((xn-x0)/h)

   print('\n--------------SOLUTION--------------')
   print('-------------------------------------')
```

```python
    print('x0\ty0\tyn\tz0\tzn')
    print('------------------------------------')
    for i in range(n):
        k1 = h * (f(x0, y0, z0))
        l1 = h * (g(x0, y0, z0))
        k2 = h * (f((x0+h/2), (y0+k1/2), (z0 + l1/2)))
        l2 = h * (g((x0+h/2), (y0+k1/2), (z0 + l1/2)))
        k3 = h * (f((x0+h/2), (y0+k2/2), (z0 + l2/2)))
        l3 = h * (g((x0+h/2), (y0+k2/2), (z0 + l2/2)))
        k4 = h * (f((x0+h), (y0+k3), (z0 + l3)))
        l4 = h * (g((x0+h), (y0+k3), (z0 + l3)))
        k = (k1+2*k2+2*k3+k4)/6
        l = (l1+2*l2+2*l3+l4)/6
        yn = y0 + k
        zn = z0 + l
        print('%.4f\t%.4f\t%.4f\t%.4f\t%.4f'% (x0,y0,yn,z0,zn) )
        print('------------------------------------')
        y0 = yn
        z0 = zn
        x0 = x0+h

    print('\nAt x=%.4f, y=%.4f, z=%.4f' %(xn,yn,zn))

# Inputs
print('Enter initial conditions:')
x0 = float(input('x0 = '))
y0 = float(input('y0 = '))
z0 = float(input('z0 = '))

print('Enter calculation point: ')
xn = float(input('xn = '))

print('Enter number of steps:')
interval = float(input('Number of interval = '))

# RK4 method call
rk4(x0, y0, z0, xn, interval)
```

Dan berikut adalah hasil output dari program tersebut:

```
Enter initial conditions:
x0 = 0
y0 = 2
z0 = 10
Enter calculation point:
xn = 0.3
Enter number of steps:
Number of interval = 0.1

--------------SOLUTION--------------
------------------------------------
x0      y0      yn      z0      zn
------------------------------------
0.0000  2.0000  2.8166  10.0000 6.1759
------------------------------------
0.1000  2.8166  3.2133  6.1759  1.7050
------------------------------------

At x=0.3000, y=3.2133, z=1.7050
```

Kami juga mencoba untuk menghitung secara manual, dengan nilai yang diketahui

$m = 2$, $b = 1$, $k = 28$,

$t_n = 0.3$, $h = 0.1$,

Untuk mencari iterasinya kita menggunakan rumus

$$n = \frac{(t_n - t_0)}{h} = \frac{(0.3 - 0)}{0.1} = 3$$

berikut hasil hitungan kami:

Dengan rumus fungsi

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, v) = v$$

$$\frac{d^2x}{dt} = g(t, x, v) = -\frac{b}{m}v - \frac{k}{m}x$$

$$= -\frac{1}{2}v - \frac{28}{2}x = -(0.5)v - (14)x$$

Iterasi 1

$t_0 = 0,\ x_0 = 2,\ v_0 = 10$

- k_1 $= h.f\ (t_0, x_0, v_0)$

  $= 0.1\ (0, 2, 10)$

  $= 0.1\ (10)$

  $= \mathbf{1}$

- l_1 $= h.g\ (t_0, x_0, v_0)$

  $= 0.1\ (0, 2, 10)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_0 - \frac{k}{m}\ x_0\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ 10 - \frac{28}{2}\ 2\right)$

  $= \mathbf{-\ 3.3}$

- k_2 $= h.f\ \left(t_0 + \frac{1}{2}h, x_0 + \frac{1}{2}k_1, v_0 + \frac{1}{2}l_1\right)$

  $= 0.1\ (0.05; 2.5; 8.35)$

  $= 0.1\ (v_0 + \frac{1}{2}l_1)$

  $= 0.1\ (8.35)$

  $= \mathbf{0.835}$

- l_2 $= h.g\ \left(t_0 + \frac{1}{2}h, x_0 + \frac{1}{2}k_1, v_0 + \frac{1}{2}l_1\right)$

  $=0.1\ (0.05; 2.5; 8.35)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_0 - \frac{k}{m}\ x_0\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \left(v_0 + \frac{1}{2}l_1\right) - \frac{28}{2}\ (x_0 + \frac{1}{2}k_1)\right)$

  $= 0.1\ ((-0.5)(8.35) + (-14)(2.5))$

  $= \mathbf{-3.9175}$

- k_3 $= h.f\ \left(t_0 + \frac{1}{2}h, x_0 + \frac{1}{2}k_2, v_0 + \frac{1}{2}l_2\right)$

  $= 0.1\ (0.05; 2.4175; 8.04125)$

  $= 0.1\ (v_0 + \frac{1}{2}l_2\ )$

  $= 0.1\ (8.04125)$

  $= \mathbf{0.804125}$

- l_3 $= h.g\ \left(t_0 + \frac{1}{2}h, x_0 + \frac{1}{2}k_2, v_0 + \frac{1}{2}l_2\right)$

  $= 0.1\ (0.05; 2.4175; 8.04125)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_0 - \frac{k}{m}\ x_0\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \left(v_0 + \frac{1}{2}l_2\right) - \frac{28}{2}\ (x_0 + \frac{1}{2}k_2\right)$

  $= 0.1((-0.5)(8.04125)+(-14)(2.4175))$

  $= \mathbf{-3.78656}$

- k_4 $= h.f\ (t_0 + h, x_0 +\ k_3, v_0 + l_3)$

  $= 0.1\ (0.05; 2.804125; 6.21344)$

  $= 0.1\ (v_0 + l_3)$

  $= 0.1\ (6.21344)$

  $= \mathbf{0.621344}$

- l_4 $= h.g\ (t_0 + h, x_0 +\ k_3, v_0 + l_3)$

  $= 0.1\ (0.05; 2.804125; 6.21344)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_0 - \frac{k}{m}\ x_0\right)$

  $=\ 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \left(v_0 + \frac{1}{2}l_1\right) - \frac{28}{2}\ \left(x_0 + \frac{1}{2}k_1\right)\right)$

  $= 0.1((-0.5)(6.21344)+(-14)(2.804125)$

  $= \mathbf{-4.236447}$

➢ $x_1 = x_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

➢ $x_1 = 2 + \frac{1}{6}(1+ 2(0.835) + 2(0.804125) +0.621344)$

➢ $x_1 = \mathbf{2.816}$

- $v_1 = v_0 + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$
- $v_1 = 10 + \frac{1}{6}(1+2(-3.3) + 2(-3.78656) +(-4.236447))$
- $v_1 = 6.175$

Iterasi 2

$t_1 = 0.1,\ x_1 = 2.816,\ v_1 = 6.175$

- $k_1 \quad = h.f\ (t_1, x_1, v_1)$

  $= 0.1\ (0.1\ , 2.816, 6.175)$

  $= 0.1\ (v_0)$

  $= 0.1\ (6.175)$

  $\mathbf{= 0.6175}$

- $l_1 \quad = h.g\ (t_1, x_1, v_1)$

  $= 0.1\ (0.1\ , 2.816, 6.175)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\, v_1 - \frac{k}{m}\, x_1\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \ 6.175 - \frac{28}{2}\ \ 2.816\right)$

  $= 0.1\ (\text{ -3.0875 -39.424})$

  $\mathbf{= -4.25115}$

- $k_2 \quad = h.f\ \left(t_1 + \frac{1}{2}h, x_1 + \frac{1}{2}k_1, v_0 + \frac{1}{2}l_1\right)$

  $= 0.1\ \left(0.1 + \frac{1}{2}(0.1);\ 2.816 + \frac{1}{2}(0.6175); 6.175 + \frac{1}{2}(-4.25115)\right)$

  $= 0.1\ (v_1 + \frac{1}{2}l_1\ )$

  $= 0.1\ \left(6.175 + \frac{1}{2}(-4.25115)\right)$

  $= 0.1(4.0494)$

  $\mathbf{= 0.40494}$

- $l_2 \quad = h.g\ \left(t_1 + \frac{1}{2}h, x_1 + \frac{1}{2}k_1, v_1 + \frac{1}{2}l_1\right)$

  $=0.1\ \left(0.1 + \frac{1}{2}(0.1);\ 2.816 + \frac{1}{2}(0.6175); 6.175 + \frac{1}{2}(-4.25115)\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\, v_1 - \frac{k}{m}\, x_1\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \left(6.175 + \frac{1}{2}(-4.25115)\right) - \frac{28}{2}\ \left(2.816 + \frac{1}{2}(0.6175)\right)\right)$

  $= 0.1\ (\text{-2.02471 -43.7465})$

  $= 0.1(-45.7712)$

  $\mathbf{= -4.57712}$

- $k_3 \quad = h.f\ \left(t_1 + \frac{1}{2}h, x_1 + \frac{1}{2}k_2, v_1 + \frac{1}{2}l_2\right)$

  $= 0.1\ \left(0.1 + \frac{1}{2}(0.1); 2.816 + \frac{1}{2}(0.40494); 6.175 + \frac{1}{2}(-4.57712)\right)$

  $= 0.1\ (v_1 + \frac{1}{2}l_2\ )$

  $= 0.1\ \left(6.175 + \frac{1}{2}(-4.5771)\right)$

  $= 0.1(3.8864)$

  $\mathbf{= 0.38864}$

- $l_3 \quad = h.g\ \left(t_1 + \frac{1}{2}h, x_1 + \frac{1}{2}k_2, v_1 + \frac{1}{2}l_2\right)$

  $= 0.1\ \left(0.1 + \frac{1}{2}(0.1); 2.816 + \frac{1}{2}(0.40494); 6.175 + \frac{1}{2}(-4.57712)\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\, v_1 - \frac{k}{m}\, x_1\right)$

  $= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ \left(6.175 + \frac{1}{2}(-4.57712)\right) - \frac{28}{2}\ \left(2.816 + \frac{1}{2}(0.40494)\right)\right)$

  $= 0.1\ (\text{-1.94322 -42.25858})$

$= 0.1(-44.2018)$

$= -4.42018$

- $k_4 \quad = h.f\ (t_1 + h, x_1 + k_3, v_1 + l_3)$

$= 0.1\ (0.1 + (0,1);\ 2.816 + (0.38864); 6.175 + (-4.42018))$

$= 0.1\ (0.3\ ; 3.20464; 1.75482)$

$= 0.1\ (1.75482)$

$= 0.17548$

- $l_4 \quad = h.g\ (t_1 + h, x_1 + k_3, v_1 + l_3)$

$= 0.1\ (0.1 + (0,1);\ 2.816 + (0.38864); 6.175 + (-4.42018))$

$= 0.1\ (0.3\ ; 3.20464; 1.75482)$

$= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_1 - \frac{k}{m}\ x_1\right)$

$= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ (1.75482) - \frac{28}{2}\ (3.20464)\right)$

$= 0.1(-0.87741 - 44.86496)$

$= 0.1(-45.74237)$

$= -4.57423$

- $x_2 = x_1 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
- $x_2 = 2.816 + \frac{1}{6}(0.6175 + 2(0.40494) + 2(0.38864) + 0.17548)$
- **$x_2 = 3.213$**

- $v_2 = v_1 + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$

- $v_2 = 6.175 + \frac{1}{6}((-4.25115) + 2(-4.57712) + 2(-4.42018) + (-4.57423))$

- **$v_2 = 1.705$**

Iterasi 3

<u>$t_2 = 0.2,\ x_2 = 3.213,\ v_2 = 1.705$</u>

- $k_1 \quad = h.f\ (t_2, x_2, v_2)$

$= 0.1\ (0.2\ , 3.213, 1.705)$

$= 0.1\ (v_2)$

$= 0.1\ (1.705)$

$= 0.1705$

- $l_1 \quad = h.g\ (t_2, x_2, v_2)$

$= 0.1\ (0.2\ , 3.213, 1.705)$

$= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_2 - \frac{k}{m}\ x_2\right)$

$= 0.1\ \left(-\frac{1}{2}\ 1.705 - \frac{28}{2}\ 3.213\right)$

$= 0.1\ (\ -0.8525-44.982)$

$= -4.58345$

- $k_2 \quad = h.f\ \left(t_2 + \frac{1}{2}h, x_2 + \frac{1}{2}k_2, v_2 + \frac{1}{2}l_2\right)$

$= 0.1\ \left(0.2 + \frac{1}{2}(0.1);\ 3.213 + \frac{1}{2}(0.1705); 1.705 + \frac{1}{2}(-4.58345)\right)$

$= 0.1\ (v_2 + \frac{1}{2}l_1\ )$

$= 0.1\ \left(1.705 + \frac{1}{2}(-4.58345)\right)$

$= 0.1(-0.5867)$

$= -0.05867$

- $l_2 \quad = h.g\ \left(t_2 + \frac{1}{2}h, x_2 + \frac{1}{2}k_2, v_2 + \frac{1}{2}l_2\right)$

$=0.1\ \left(0.2 + \frac{1}{2}(0.1);\ 3.213 + \frac{1}{2}(0.1705); 1.705 + \frac{1}{2}(-4.58345)\right)$

$= 0.1\ \left(-\frac{b}{m}\ v_2 - \frac{k}{m}\ x_2\right)$

$= 0.1 \left(-\frac{1}{2}\left(1.705 + \frac{1}{2}(-4.58345)\right) - \frac{28}{2}\left(3.213 + \frac{1}{2}(0.1705)\right)\right)$

= 0.1 (-2.9335 -46.1755)

= 0.1(-46.4688)

= -4.64688

- $k_3 \; = h.f\left(t_2 + \frac{1}{2}h, x_2 + \frac{1}{2}k_2, v_2 + \frac{1}{2}l_2\right)$

$= 0.1\left(0.2 + \frac{1}{2}(0.1); 3.213 + \frac{1}{2}(0.05867); 1.705 + \frac{1}{2}(-4.64688)\right)$

$= 0.1\,(v_2 + \frac{1}{2}l_2\,)$

$= 0.1\left(1.705 + \frac{1}{2}(-4.64688)\right)$

= 0.1(-0.6184)

= 0.06184

- $l_3 \; = h.g\left(t_2 + \frac{1}{2}h, x_2 + \frac{1}{2}k_2, v_2 + \frac{1}{2}l_2\right)$

$=0.1\left(0.2 + \frac{1}{2}(0.1); 3.213 + \frac{1}{2}(0.05867); 1.705 + \frac{1}{2}(-4.64688)\right)$

$= 0.1\left(-\frac{b}{m}\,v_2 - \frac{k}{m}\,x_2\right)$

$= 0.1\left(-\frac{1}{2}\left(1.705 + \frac{1}{2}(-4.64688)\right) - \frac{28}{2}\left(3.213 + \frac{1}{2}(0.21212)\right)\right)$

= 0.1 (0.3092-43.49716)

= 0.1(-43.1879)

= -4.31879

- $k_4 \; = h.f\,(t_2 + h, x_2 + \; k_3, v_2 + l_3)$

$= 0.1\,(0.2 + (0{,}1);\; 3.213 + (-0.06184); 1.705 + (-4.31879))$

= 0.1 (0.3 ; 3.15-2.61379)

= 0.1 (-2.6137)

= **0.26137**

- $l_4 \; = h.g\,(t_2 + h, x_2 + \; k_3, v_2 + l_3)$

$= 0.1\,(0.2 + (0{,}1);\; 3.213 + (-0.06184); 1.705 + (-4.31879))$

= 0.1 (0.3 ; 3.15116; -2.61379)

$= 0.1\left(-\frac{b}{m}\,v_2 - \frac{k}{m}\,x_2\right)$

$= 0.1\left(-\frac{1}{2}\;(-2.61379) - \frac{28}{2}\;(3.15116)\right)$

= 0.1 (1.20689-44.11624)

= 0.1(-4.28093)

= -4.28093

- $x_3 = x_2 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
- $x_3 = 3.213 + \frac{1}{6}$(0.1705+ 2(-0.05867) + 2(-0.06184) +0.26137)
- $x_3 =$ **3.157**

- $v_3 = v_2 + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$
- $v_3 = 61.705 + \frac{1}{6}$((-4.58345) + 2(-4.64688) + 2(-4.31879) +(-4.28093))
- $v_3 =$ **-2.777**

IV. PENUTUP

Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil diskusi dan riset dari kelompok kami, dapat disimpulkan bahwasannya hasil dari pembahasan diatas. Kami hanya mampu mencoba hingga batas iterasi 3.

Dengan membuat program untuk langkah-langkah penyelesaian dengan metode runge-kutta orde 4. Kami menggunakan bahasa *python* dengan *software Visual Studio Code* agar dapat dengan mudah sekaligus lebih cepat dalam menyelesaikan persoalan.

Kami menggunakan metode runge-kutta orde 4, karena kami percaya metode tersebut memberikan hasil ketelitian yang tinggi. Hal ini dibuktikan melalui hitungan kami secara manual, bahwa hasilnya mendekati dengan apa yang kami peroleh.

Untuk saran mungkin dari kami kelompok 1 seharusnya dalam pemilihan bahasa pemrograman yang kami pilih lebih spesifik lagi untuk mengetahui gambaran yang lebih mudah dan nyaman dipahami, tetapi karena keterbatasan pengetahuan kelompok kami memakai MATLAB sehingga kami hanya mampu mencoba menggunakan bahasa *python* yang mana lebih mudah dipahami.

V. DAFTAR PUSTAKA

Huzaimah, 2016, "Metode Analitik Dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam", Fakultas Sains Dan Teknologi, Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.