تمرین تئوری سوم هوش

بنام خدا

SUBJECT

Year: Month: Day:

علی قاسم زاده ۴۰۱۱۰۶۳۲۹

Page : ( )

سوالات بخش دوم:

۴

$$P_\infty(X) = P_{\infty+1}(X) = \sum_x P(X|x) P_\infty(x)$$

$$\Rightarrow P_\infty(Accident) = P(A|R)P_\infty(R) + P(A|S)P_\infty(S)$$

$$P_\infty(R) = P_{\infty+1}(R) = P(R|R) P_\infty(R) + P(R|S) P_\infty(S)$$

← قبلی R باشه

$$P_\infty(S) = P_{\infty+1}(S) = P(S|S) P_\infty(S) + P(S|R) P_\infty(R)$$

← قبلی S باشه

$$\Rightarrow P_\infty(R) = 0.4\, P_\infty(R) + 0.2\, P_\infty(S) \longrightarrow \boxed{3P_\infty(R) = P_\infty(S)}$$

$$P_\infty(S) = 0.8\, P_\infty(S) + 0.6\, P_\infty(R) \qquad \boxed{P_\infty(S) + P_\infty(R) = 1} \longrightarrow$$

$$\boxed{P_\infty(R) = 0.25,\ P_\infty(S) = 0.75}$$

$$P_\infty(A) = P(A|R)P_\infty(R) + P(A|S)P_\infty(S) = 0.6 \times 0.25 + 0.1 \times 0.75 =$$

$$0.15 + 0.075 = 0.225$$

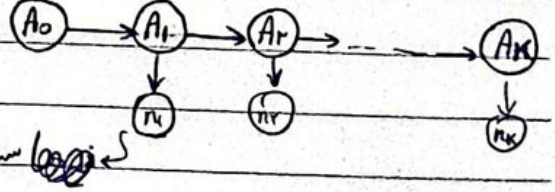
۵- الف) بیمار بودن در لحظه t را A_t در نظر بگیرید!

Cpt $P(A_t|A_{t-1})$

A_{t-1}	A_t	$P(A_t|A_{t-1})$
$+\alpha$	$+\alpha$	0/7
$+\alpha$	$-\alpha$	0/3
$-\alpha$	$+\alpha$	0/4
$-\alpha$	$-\alpha$	0/6

$+\alpha$ بیمار بودن $\quad -\alpha$ خوب بودن

A_0	$P(A_0)$
$+\alpha$	0/7
$-\alpha$	0/3



initial $\longrightarrow A_0$ Transition: $P(A_t|A_{t-1})$

Emissions: $P(E_t|X_t) \longrightarrow P(n_t|A_t)$

Senobar

$B'_0 \to B_0 \to B'_1 \to B_1 \to B'_2 \to B_2$

$B_t(X) = P(X_t | e_{1:t})$ $P(-n_0, +n_1, +n_2)$

$B'_t(X) = P(X_t | e_{1:t})$

$B'_0 = (0.3, 0.7) \to B_0 = (0.3 \times 0.9, 0.7 \times 0.3) = (0.27, 0.21) \xrightarrow{normalize} (0.5625, 0.4375)$

$\to B'_1 = (0.5625 \times 0.6 + 0.4375 \times 0.3, 0.5625 \times 0.4 + 0.4375 \times 0.7) = (0.46875, 0.53125)$

$\to B_1 = (0.46875 \times 0.1, 0.53125 \times 0.7) = (0.046875, 0.371875)$

$\xrightarrow{normalize} (0.11194, 0.88806)$

$\to B'_2 = (0.11194 \times 0.6 + 0.88806 \times 0.3, 0.11194 \times 0.4 + 0.88806 \times 0.7)$

$= (0.323582, 0.666418)$

حالا مقدار $P(-n_0, +n_1, +n_2)$ را بر اساس B'_i ها و B_i ها حساب می‌کنیم

$P(+n_2 | +n_1, -n_0) \times P(+n_1 | -n_0) P(-n_0)$

$P(-n_0) = P(-n_0 | B'_0 = +a) P(B'_0 = +a) + P(-n_0 | B'_0 = -a) P(B'_0 = -a)$

$= 0.9 \times 0.3 + 0.3 \times 0.7 = 0.48$

$P(+n_1 | -n_0) = P(+n_1 | B'_1 = +a) P(B'_1 = +a) + P(n_1 | B'_1 = -a) P(B'_1 = -a)$

$= 0.1 \times 0.46875 + 0.7 \times 0.53125 = 0.41875$

$P(+n_2 | +n_1, -n_0) = P(+n_2 | B'_2 = +a) P(B'_2 = +a) + P(+n_2 | B'_2 = -a) P(B'_2 = -a)$

$= 0.1 \times 0.3335 + 0.7 \times 0.667 = 0.5002$

$\to 0.48 \times 0.41875 \times 0.5002 = 0.1005402 \simeq 0.1$

$P(X_0, O_0=B) = P(X_0)\,P(O_0=B|X_0) =$ (ج-۴

X_0	$P(X_0, O_0=B)$
0	۰٫۳ × ۰٫۱ = ۰٫۰۳
1	۰٫۷ × ۰٫۸ = ۰٫۵۶

(ب

$P(X_1, O_0=B, O_1=B) = P(O_1=B|X_1) \times$

$\left(\sum_{x_0} P(X_0=x_0)\,P(X_1|X_0=x_0)\,P(O_0=B|X_0=x_0)\right)$

X_1	
0	۰٫۰۲۳۹
1	۰٫۲۸۰۸

$X_1=0 \rightarrow P(O_1=B|X_1=0) = ۰٫۱$

$\rightarrow ۰٫۱ \left(۰٫۳ \times ۰٫۵ \times ۰٫۱ + ۰٫۷ \times ۰٫۴ \times ۰٫۸\right) = ۰٫۰۲۳۹$

$X_1=1 \rightarrow P(O_1=B|X_1=1) = ۰٫۸$

$\rightarrow ۰٫۸ \left(۰٫۳ \times ۰٫۵ \times ۰٫۱ + ۰٫۷ \times ۰٫۶ \times ۰٫۸\right) =$

Senobar

SUBJECT

Year: Month: Day:

$$P(X_1 \mid O_0 = B, O_1 = B) = \frac{P(X_1, O_0 = B, O_1 = B)}{P(O_0 = B, O_1 = B)}$$ (ج

$$\sum_{q_0 q_1} P(q_0, q_1, O_0 = B, O_1 = B)$$

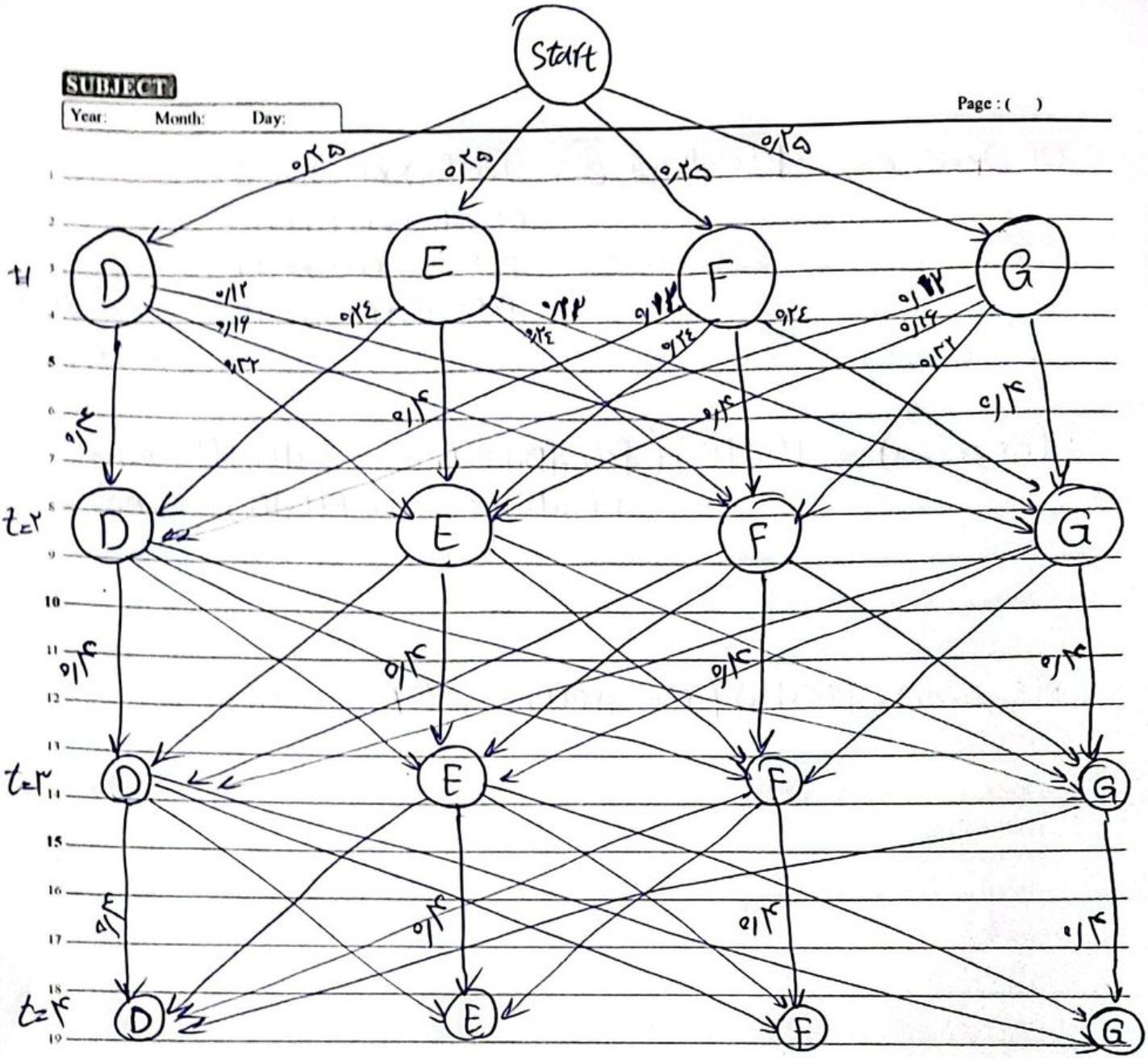
$$P(q_0)\, P(O_0 = B \mid q_0)\, P(q_1 \mid q_0)\, P(O_1 = B \mid q_1)$$

$$= 0{,}2 \times 0{,}1 \times 0{,}5 \times 0{,}1 + 0{,}2 \times 0{,}1 \times 0{,}5 \times 0{,}8 + 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}4 \times 0{,}1 + 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}6 \times 0{,}1$$

$$\longrightarrow P(X_1 \mid O_0 = B, O_1 = B)$$

X_1	
0	0/078
1	0/922

(الف ـ 7)



$P(D_1) = 0.25$ $P(E_1) = 0.25$ $P(F_1) = 0.25$ $P(G_1) = 0.25$

$P(D_1) = 0.25 \times 0.1 + 0.25 \times 0.3 + 0.25 \times 0.4 + 0.25 \times 0.2 = \frac{1}{4}(0.1 + 0.3 + 0.4 + 0.2) = 0.25$

$P(E_1) = 0.25 \times 0.2 + 0.25 \times 0.4 + 0.25 \times 0.3 + 0.25 \times 0.1 = \frac{1}{4}(0.2 + 0.4 + 0.3 + 0.1) = 0.25$

$P(D_1, e_1) = 0.25 \times 0.11 = 0.0275$

$P(E_1, e_1) = 0.25 \times 0.22 = 0.0550$

$P(F_1, e_1) = 0.25 \times 0.14 = 0.0350$

$P(G_1, e_1) = 0.25 \times 0.12 = 0.0300$

Senobar

$P(D_2, e_1, e_2) = P(e_2|D_2) \max_{X_1} P(D_2|X_1)P(X_1, e_1) = 0.178 \times 0.12 \times 0.008 = 0.00017088$ (G)

$P(E_2, e_1, e_2) = P(e_2|E_2) \max_{X_1} P(E_2|X_1)P(X_1, e_1) = 0.178 \times 0.16 \times 0.09 = 0.0025632$ (G)

$P(F_2, e_1, e_2) = P(e_2|F_2) \max_{X_1} P(F_2|X_1)P(X_1, e_1) = 0.178 \times 0.32 \times 0.12 = 0.0068352$ (G)

$P(G_2, e_1, e_2) = P(e_2|G_2) \max_{X_1} P(G_2|X_1)P(X_1, e_1) = 0.178 \times 0.4 \times 0.743 = 0.0529016$ (G)

$P(D_3, e_1, e_2, e_3) = P(e_3|D_3) \max_{X_2} P(D_3|X_2)P(X_2, e_1, e_2) = 0.0529016 \times 0.12 \times 0.08 = 0.00050785536$ (G)

$P(E_3, e_1, e_2, e_3) = P(e_3|E_3) \max_{X_2} P(E_3|X_2)P(X_2, e_1, e_2) = 0.0529016 \times 0.16 \times 0.21 = 0.00177749376$ (G)

$P(F_3, e_1, e_2, e_3) = P(e_3|F_3) \max_{X_2} P(F_3|X_2)P(X_2, e_1, e_2) = 0.0529016 \times 0.32 \times 0.131 = 0.002217635072$ (G)

$P(G_3, e_1, e_2, e_3) = P(e_3|G_3) \max_{X_2} P(G_3|X_2)P(X_2, e_1, e_2) = 0.0529016 \times 0.4 \times 0.83 = 0.0175633312$ (G)

$P(D_4, e_1, e_2, e_3, e_4) = P(e_4|D_4) \max_{X_3} P(D_4|X_3)P(X_3, e_1, e_2, e_3) =$
$0.0175633312 \times 0.12 \times 0.181 = 0.000381475553$

$P(E_4, e_1, e_2, e_3, e_4) = P(e_4|E_4) \max_{X_3} P(E_4|X_3)P(X_3, e_1, e_2, e_3) =$
$0.0175633312 \times 0.16 \times 0.687 = 0.00193056136$

$P(F_4, e_1, e_2, e_3, e_4) = P(e_4|F_4) \max_{X_3} P(F_4|X_3)P(X_3, e_1, e_2, e_3) =$
$0.0175633312 \times 0.32 \times 0.033 = 0.000185468777$

$P(G_4, e_1, e_2, e_3, e_4) = P(e_4|G_4) \max_{X_3} P(G_4|X_3)P(X_3, e_1, e_2, e_3) =$
$0.0175633312 \times 0.4 \times 0.017 = 0.000119430652$

تا اینجا
← E بیشترین است. طبق محاسبات،

در ادامه داریم که GGGEFFFD محتمل‌ترین مسیر است.

SUBJECT

Year: Month: Day:

Page : ( )

ب) در resample براساس وزن های نرمال شده evidence ها و در elapse براساس وزن های transition ها عمل می کنیم.

ترتیب از چپ به راست

D	E	F	G
(۰/۰۱)	(۰/۰۳)	(۰/۱۲)	(۰/۸)
resample ↓	↓	↓	↓
G	F	G	G
(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)	(۰/۲۴ و ۰/۴۸ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)	(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)	(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)
elapse ↓	↓	↓	↓
F	G	D	F
۰/۱۲	۰/۷۵	۰/۱	۰/۱۲
resample ↓	↓	↓	↓
F	G	G	G
(۰/۱۲ و ۰/۲۴ و ۰/۴ و ۰/۲۴)	(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)	(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)	(۰/۴ و ۰/۳۲ و ۰/۱۶ و ۰/۱۲)
elapse ↓	↓	↓	↓
D	G	F	G
۰/۰۱	۰/۴۶	۰/۰۷	۰/۴۶
resample ↓	↓	↓	↓
F	G	G	G

در حل تمرین با آقایان امیرحسین صبوری و سعید فراتی کاشانی مشورت کردیم.