



به نام خدا

بهینه‌سازی محدب ۱ (۲۵۷۵۶)

تمرین شماره ۵

نیم‌سال اول ۱۴۰۴-۱۴۰۳

سوالات این تمرین از مسائل مرجع اصلی درس انتخاب شده‌اند. لطفاً از نسخه قرار داده شده در CW استفاده کنید.

۱- طراحی آزمایش بر مبنای $D-, A-, E-Optimality$ (سوالات ۵.۱۰ و ۵.۴۰ کتاب)

۲- مرکز تحلیلی یک چندوجهی (سوال ۵.۱۲ کتاب)

۳- شرط Slater (سوال ۵.۲۱ کتاب)

۴- شرایط KKT و دوگانی قوی (سوال ۵.۲۶ کتاب)

۵- شرایط KKT و پاسخ تحلیلی مساله بهینه‌سازی (سوال ۵.۳۰ کتاب)

۶- ملایم‌سازی نیمه‌معین قیود (سوال ۵.۳۹ کتاب)

۷- روش پنالتی برای مسائل SDP (سوال ۵.۸ مسائل تکمیلی)

۸- سوال امتیازی: شرایط KKT برای مساله QCQP غیر محدب

در تمرین سری ۴ یک مساله QCQP غیرمحدب با یک قید تساوی را به فرم محدب زیر بیان کردیم که در آن کلیه بردارهای α, β, γ, y عضو \mathbb{R}^n هستند.

$$\begin{aligned} \min_y \quad & \alpha^T y - 2|\gamma|^T \sqrt{y} \\ \text{s. t.} \quad & \beta^T y = 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

با نوشتن شرایط KKT نشان دهید که پاسخ بهینه مساله فوق از طریق محاسبه ریشه تعدادی چندجمله‌ای به فرم زیر حاصل می‌شود:

$$\mathcal{P}(\lambda) = \sum_{i \in \mathcal{C}} \beta_i \gamma_i^2 \prod_{\substack{j \in \mathcal{C} \\ j \neq i}} (\alpha_j - \lambda \beta_j)^2$$

که در آن \mathcal{C} یک مجموعه مشخص است.