חישוביות וסיבוכיות
תרגול מס' 7

R ו RE

- תזכורת להרצאה:
- R סגורה תחת איחוד, חיתוך, שרשור, * קליני ומשלים.
- RE סגורה תחת איחוד, חיתוך, שרשור, * קליני ואינה סגורה תחת משלים.

- אם RE $\in$ L לאן שייך $\bar{L}$?

תזכורת

$$RE = \{L \subseteq \Sigma^* | there\ exists\ a\ TM\ that\ recognizes\ L\}$$
$$R = \{L \subseteq \Sigma^* | there\ exists\ a\ TM\ that\ decides\ L\}$$

$$CO\_RE = \{L \subseteq \Sigma^* | \bar{L} \in RE\}$$

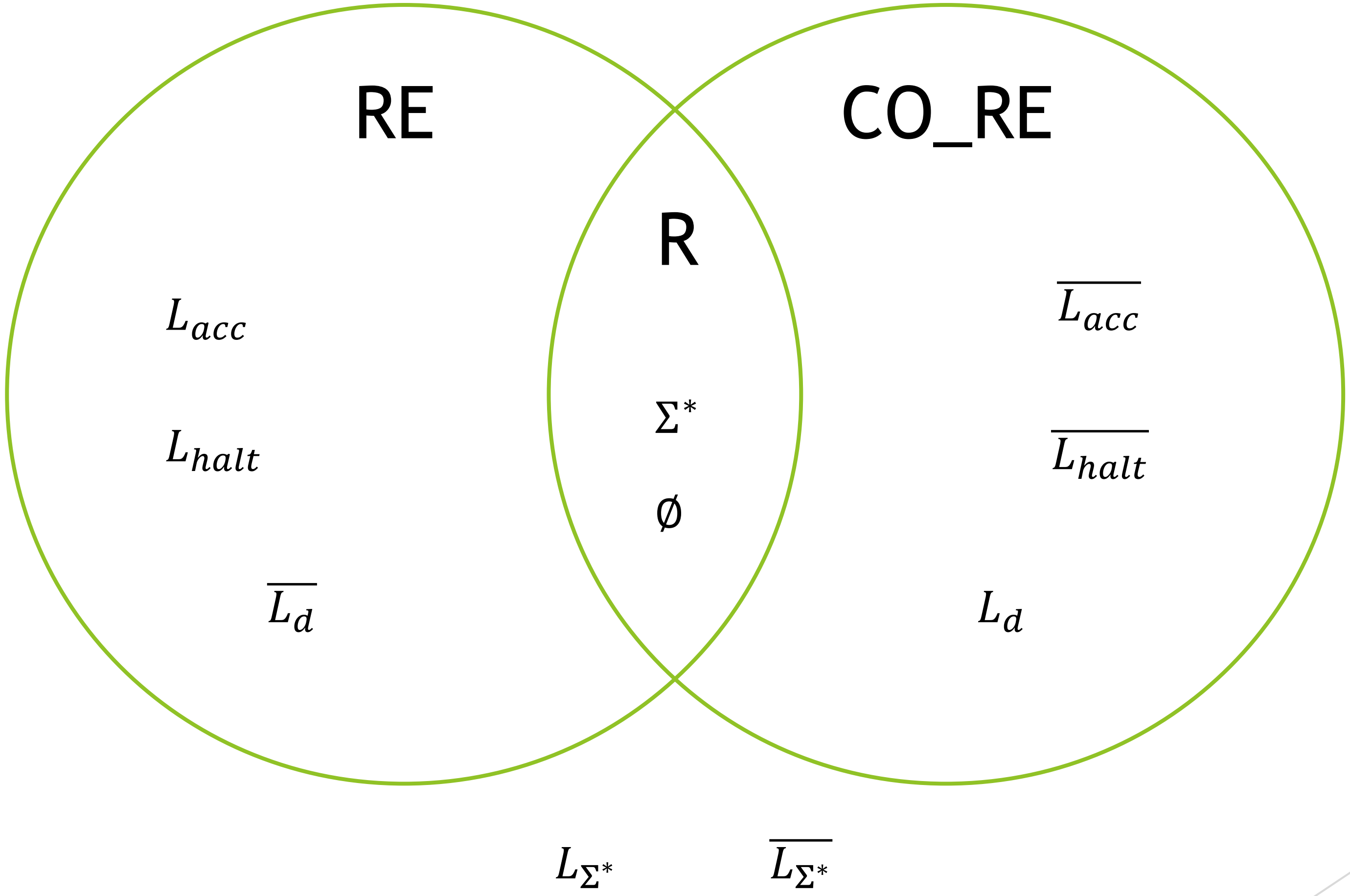
$$L(U) = L_{acc} = \{< M >, < w >: w \in L(M)\}$$

$$L_{halt} = \{< M >, < w >: M\ stops\ for\ w\}$$

$$L_d = \{< M >: < M > \notin L(M)\}$$

$$L_{\Sigma^*} = \{< M >: L(M) = \Sigma^*\}$$

תזכורת


RE
CO_RE
R
L_{acc}
L_{halt}
$\overline{L_d}$
Σ^*
$\emptyset$
$\overline{L_{acc}}$
$\overline{L_{halt}}$
L_d
L_{Σ^*}
$\overline{L_{\Sigma^*}}$

תרגיל

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א) אם $L_1 \in R$ וגם $L_2 \in R$ אזי $L_1 \setminus L_2 \in R$.

ב) אם $L_1 \in RE$ וגם $L_2 \in R$ אזי $L_1 \setminus L_2 \in RE$.

ג) אם $L_1 \in R$ וגם $L_2 \in RE$ אזי $L_1 \setminus L_2 \in RE$.

פתרון א'

א) אם $L_1 \in R$ וגם $L_2 \in R$ אזי $L_1 \setminus L_2 \in R$.

- נכון.
- נזכור ש R סגורה תחת חיתוך ומשלים ונעזר בזהות $A \setminus B = A \cap \bar{B}$.

$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \bar{L}_2$

אם $R \in L2$ אז $R \in \bar{L}_2$ כי R סגורה תחת משלים.

אם $L1 \in R$ וגם $\bar{L}_2 \in R$ אז $L_1 \cap \bar{L}_2 \in R$ כי R סגורה תחת חיתוך.

לכן $L_1 \setminus L_2 \in R$

פתרון ב'

$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap L_2$

אם $R \in L2$ אז $R \in \bar{L}_2$ כי R סגורה תחת משלים.

- נכון.
- נזכור ש R סגורה תחת חיתוך ומשלים ונעזר בזהות $A \setminus B = A \cap \bar{B}$.
- עבור כל $R \in L$ מתקיים $L \in RE$

$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \bar{L}_2$

אם $R \in L2$ אז $R \in \bar{L}_2$ כי R סגורה תחת משלים.

אם $R \in \bar{L}_2$ אז $RE \in \bar{L}_2$ כי R מוכלת ב RE.

אם $RE \in L1$ וגם $RE \in \bar{L}_2$ אז $RE \in L_1 \cap \bar{L}_2$ כי RE סגורה תחת חיתוך.

לכן $RE \in L_1 \setminus L_2$

פתרון ג'

ג) אם $L_1 \in R$ וגם $L_2 \in RE$ אזי $L_1 \setminus L_2 \in RE$.

- לא נכון.
- דוגמה נגדית:
- נבחר: $L_1 = \Sigma^*$, $L_2 = L_{acc}$

$$L1 \setminus L2 = \Sigma^* \setminus L_{acc} = \overline{Lacc} \notin RE$$

$$\overline{Lacc} \in \text{CO-RE}$$

*

תרגיל 2

- אם $L_1 \in RE$ וגם $L_2 \in CO\text{-}RE$ אז $L_1 \cap L_2 \in R$

פתרון

- אם $L_1 \in RE$ וגם $L_2 \in CO\text{-}RE$ אז $L_1 \cap L_2 \in R$
- לא נכון.
- דוגמה נגדית:
- נבחר $L_1 = \Sigma^* \in RE$ ו - $L_2 = L_d \in CO\text{-}RE$
- אבל $L_1 \cap L_2 = L_d \notin R$

תרגיל 3

(8 נקודות) לכל שתי שפות L_1 ו- L_2 כך ש- $L_1 \subset L_2$, אם $L_2 \setminus L_1 \in RE$, אזי $L_1 \in RE$ או $L_2 \in RE$.

פתרון

לכל שתי שפות L_1 ו- L_2 כך ש- $L_1 \subset L_2$, אם $L_2 \setminus L_1 \in RE$, אזי $L_1 \in RE$ או $L_2 \in RE$.

לא נכון: דוגמא נגדית

$L_1 = L_{\Sigma^*}$, $L_2 = L_{\Sigma^*} \cup \{\varepsilon\}$

אז: $L_2 \setminus L_1 = \{\varepsilon\} \in RE$, $L_1 \subset L_2$

אבל: $L_1 \notin RE$, הוכחנו בכיתה.

וגם $L_2 \notin RE$ כי אם קיים מ"ט עבורה, אזי, ניתן להשתמש

במכונה זו כדי לבנות מ"ט עבור L_1.