به نام خدا

تمرینات سری اول درس کنترل تطبیقی

دانشجو: علی رضائی 402123093

سؤال اول) مطلوب است شناسایی سیستم اسکالر زیر با استفاده از مدل 1.

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

سیستم فوق را می‌توان در فضای حالت به شکل زیر نمایش داد:

$$\dot{x_p} = -x_p + u$$

بنابراین

$$a_p = -1, k_p = 1$$

1. پارامتریزه کردن مدل

$$\dot{\hat{x_p}} = \hat{a_p}\hat{x_p} + \hat{k_p}u$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = \hat{x_p} - x_p$$
$$\dot{e} = \dot{\hat{x_p}} - \dot{x_p}$$
$$\dot{e} = \hat{a_p}\hat{x_p} + \hat{k_p}u - a_p x_p - k_p u \pm a_p \hat{x_p}$$
$$\dot{e} = a_p e + (\hat{a_p} - a_p)\hat{x_p} + (\hat{k_p} - k_p)u$$
$$\dot{e} = a_p e + \phi\hat{x_p} + \psi u$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \phi^2 + \psi^2)$$
$$\dot{V} = e\dot{e} + \phi\dot{\phi} + \psi\dot{\psi}$$
$$\dot{V} = e(a_p e + \phi\hat{x_p} + \psi u) + \phi\dot{\phi} + \psi\dot{\psi}$$

$$\dot{V} = a_p e^2 + \phi(e\hat{x_p} + \dot{\phi}) + \psi(eu + \dot{\psi})$$

$$\dot{\phi} = -e\hat{x_p}$$

$$\dot{\psi} = -eu$$

$$\dot{V} = a_p e^2 \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e, \phi, \psi \in L^\infty$$

$$\dot{e} \in L^\infty$$

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = a_p \int_0^\infty e^2 dt = V(\infty) - V(0) < \infty \rightarrow e \in L^2$$

$$\lim_{t\rightarrow\infty} e(t) = 0$$

5. نتایج شبیه‌سازی

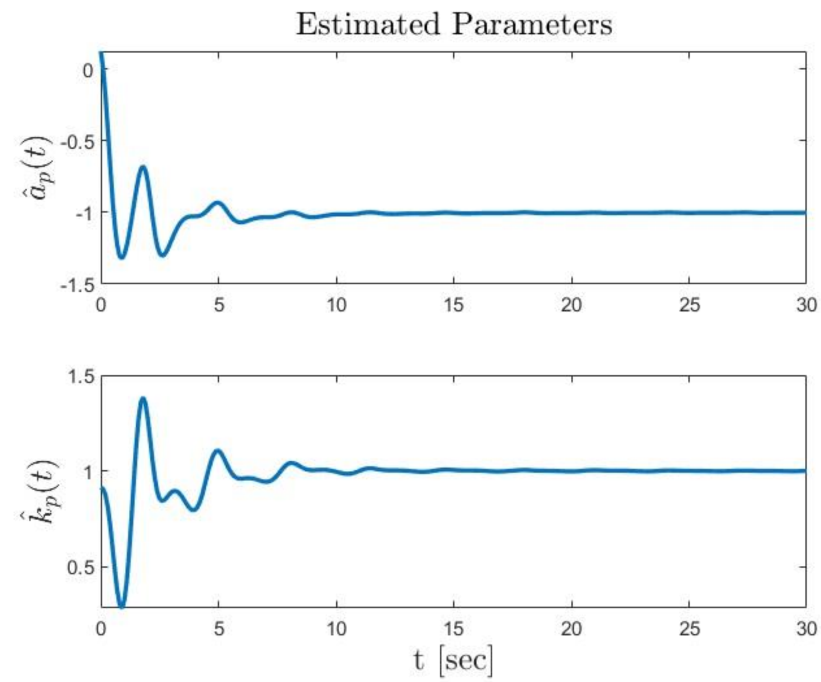
برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

$$a_m = -1$$

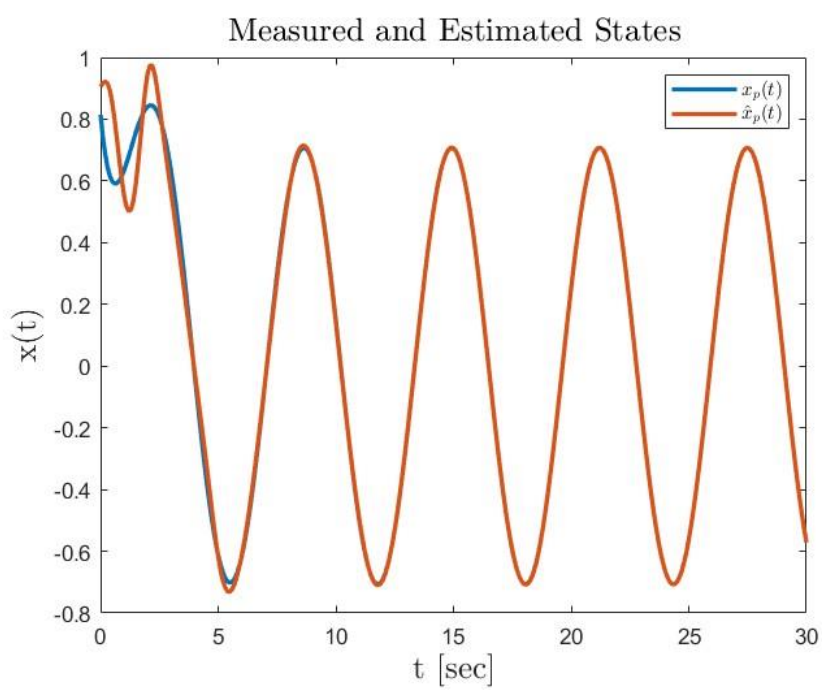
$$\gamma = 10$$

$$u(t) = sin(t)$$

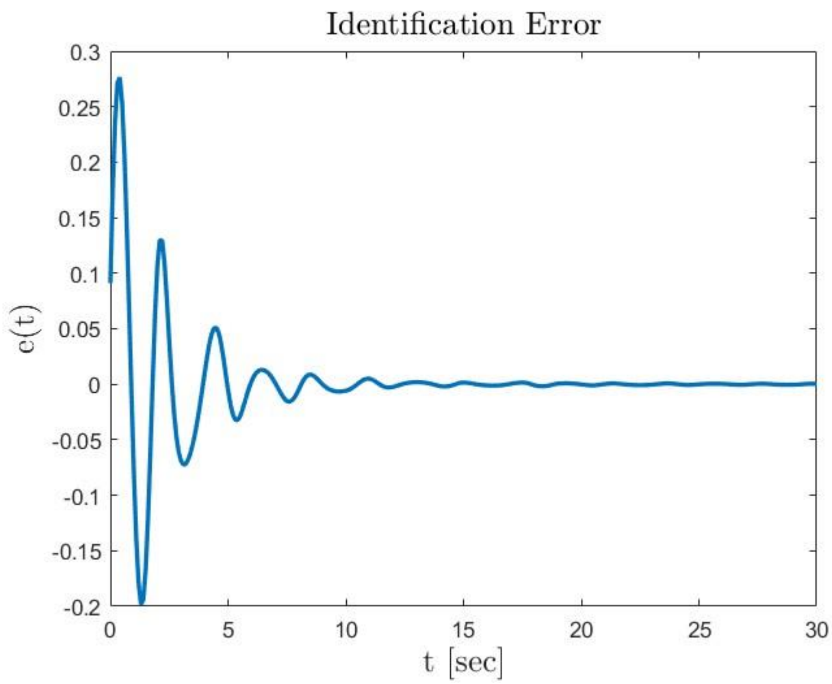
• پارامترهای تخمینی :



• حالتهای سیستم واقعی و سیستم تخمینی :



- همگرایی خطا :



سؤال دوم) مطلوب است شناسایی سیستم اسکالر غیرخطی زیر، با استفاده از مدل 2.

$$\dot{x_p} = -x_p - 2x_p^3 + 3sin(u)$$

داریم

$$f(x_p) = x_p^3, g(u) = sin(u)$$

همچنین

$$a_p = -1, \alpha = -2, k_p = 3$$

1. پارامتریزه کردن مدل

$$\dot{\hat{x_p}} = a_m\hat{x_p} + (\hat{a_p} - a_m)x_p + \hat{\alpha}f(x_p) + \hat{k_p}g(u)$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = \hat{x_p} - x_p$$
$$\dot{e} = \dot{\hat{x_p}} - \dot{x_p}$$

$$\dot{e} = a_m e + (\hat{a_p} - a_p)x_p + (\hat{\alpha} - \alpha)f(x_p) + (\hat{k_p} - k_p)g(u)$$

$$\dot{e} = a_m e + \phi_1 x_p + \phi_2 f(x_p) + \psi g(u)$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \psi^2)$$

$$\dot{V} = e\dot{e} + \phi_1\dot{\phi_1} + \phi_2\dot{\phi_2} + \psi\dot{\psi}$$

$$\dot{V} = e(a_m e + \phi_1 x_p + \phi_2 f(x_p) + \psi g(u)) + \phi_1\dot{\phi_1} + \phi_2\dot{\phi_2} + \psi\dot{\psi}$$

$$\dot{V} = a_m e^2 + \phi_1(e x_p + \dot{\phi_1}) + \phi_2(e f(x_p) + \dot{\phi_2}) + \psi(e g(u) + \dot{\psi})$$

$$\dot{\phi_1} = -e x_p$$

$$\dot{\phi_2} = -e f(x_p)$$

$$\dot{\psi} = -e g(u)$$

$$\dot{V} = a_m e^2 \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e, \phi_1, \phi_2, \psi \in L^\infty$$

$$\dot{e} \in L^\infty$$

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = a_m \int_0^\infty e^2 dt = V(\infty) - V(0) < \infty \rightarrow e \in L^2$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

5. نتایج شبیه‌سازی

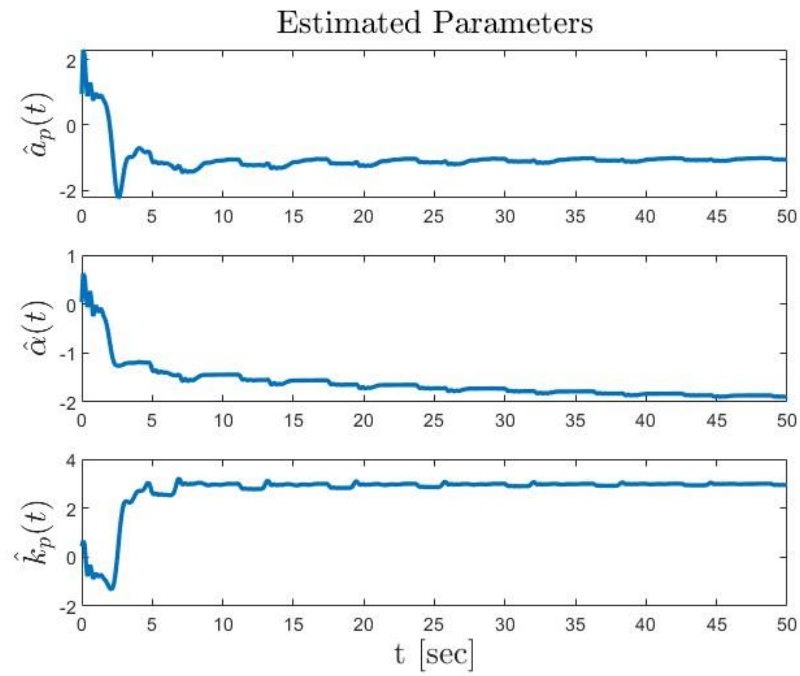
برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

$$a_m = -5$$

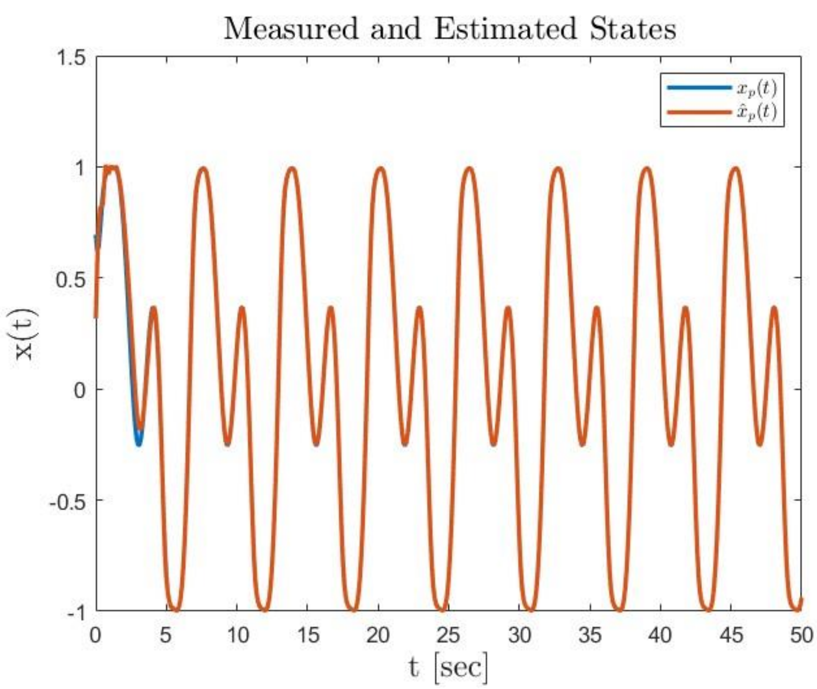
$$\gamma = 100$$

$$u(t) = sin(t) + sin(2t)$$

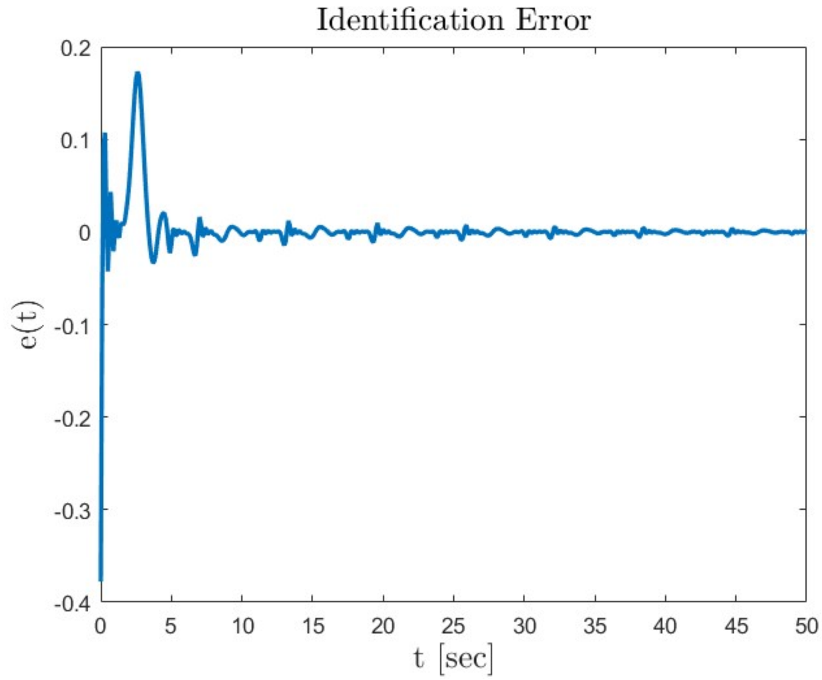
- پارامترهای تخمینی :



- حالتهای سیستم واقعی و سیستم تخمینی :



- همگرایی خطا :



سؤال سوم) مطلوب است شناسایی برداری سیستم زیر با استفاده از مدل 2.

$$\dot{x_p} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

1. پارامتریزه کردن مدل

$$\dot{\hat{x_p}} = A_m \hat{x_p} + (\hat{A_p} - A_m) x_p + \hat{B_p} u$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = \hat{x_p} - x_p$$

$$\dot{e} = \dot{\hat{x_p}} - \dot{x_p}$$

$$\dot{e} = A_m e + (\hat{A_p} - A_p) x_p + (\hat{B_p} - B_p) u$$

$$\dot{e} = A_m e + \phi x_p + \psi u$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^T P e + Tr\{\phi^T \phi + \psi^T \psi\})$$

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2}(e^T P \dot{e} + \dot{e}^T P e) + Tr\{\phi^T \dot{\phi}\} + Tr\{\psi^T \dot{\psi}\}$$

$$\vdots$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + Tr\{\phi^T (\dot{\phi} + P e x_p^T)\} + Tr\{\psi^T (\dot{\psi} + P e u^T)\}$$

$$\dot{\phi} = -P e x_p^T$$

$$\dot{\psi} = -P e u^T$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e, \phi, \psi \in L^\infty$$

$$\dot{e} \in L^\infty$$

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = -\frac{1}{2} \int_0^\infty e^T Q e dt = V(\infty) - V(0) < \infty \rightarrow e \in L^2$$

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$$

5. نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

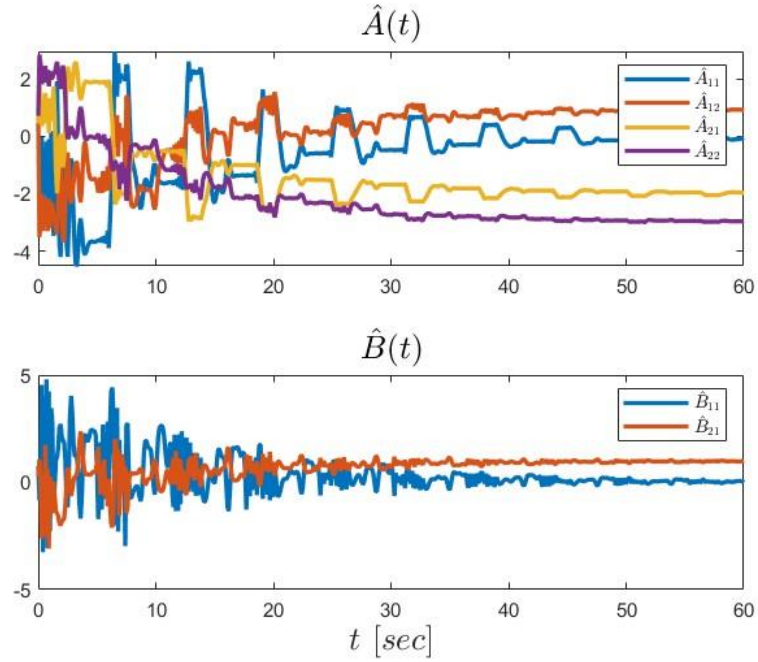
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

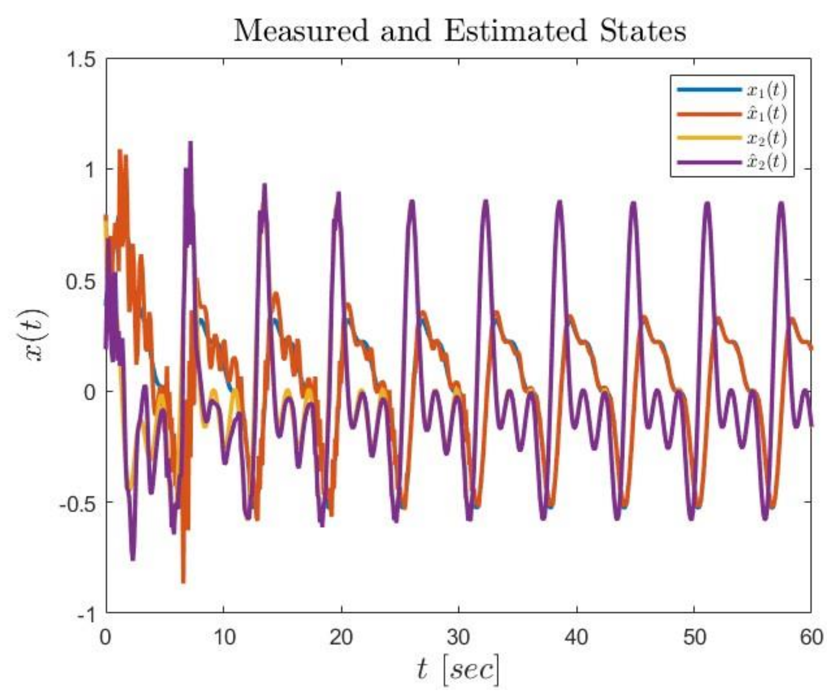
$$\gamma = 100$$

$$u(t) = sin(t) + sin(2t) + sin(3t)$$

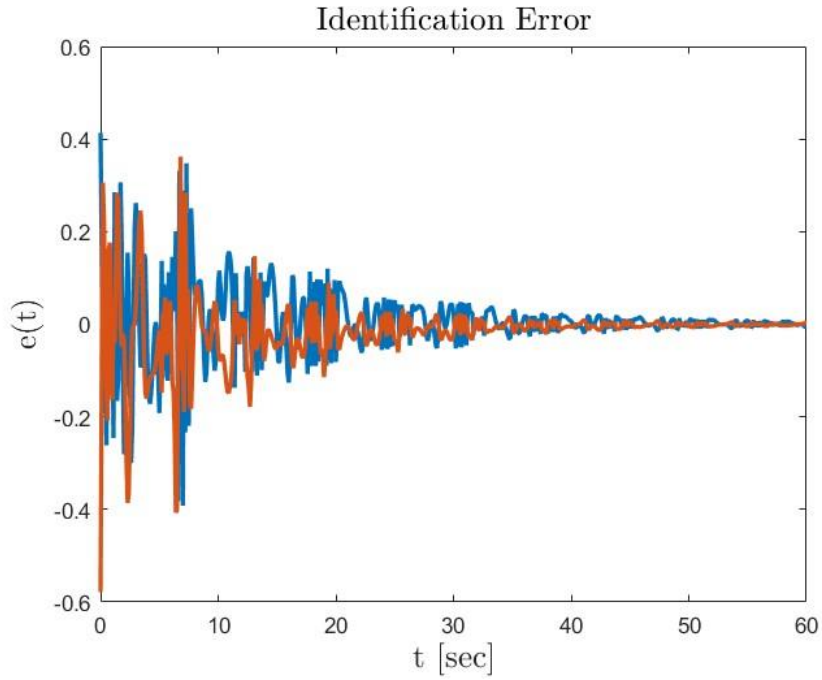
- پارامترهای تخمینی :



- حالتهای سیستم واقعی و سیستم تخمینی :



- همگرایی خطا :



سؤال چهارم) مطلوب است طراحی کنترل مدل مرجع به دو روش مستقیم و غیرمستقیم برای سیستم اسکالر زیر.

$$\dot{x_p} = 2x_p + 2u$$

$$\dot{x_m} = -3x_m + 3r$$

- روش مستقیم با فرض معلوم بودن علامت k_p:

1. پارامتریزه کردن کنترل‌کننده

$$u = \hat{\theta}x_p + \hat{k}r$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = x_p - x_m$$

$$\dot{e} = \dot{x_p} - \dot{x_m}$$

$$\dot{e} = a_p x_p + k_p(\hat{\theta}x_p + \hat{k}r) - a_m x_m - k_m r \pm k_p \theta x_p$$

$$\dot{e} = a_m e + k_p(\hat{\theta} - \theta)x_p + k_p(\hat{k} - k)r$$

$$\dot{e} = a_m e + k_p \phi x_p + k_p \psi r$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + |k_p|(\phi^2 + \psi^2))$$

$$V = e\dot{e} + |k_p|(\phi\dot{\phi} + \psi\dot{\psi})$$

$$\dot{V} = e(a_m e + k_p \phi x_p + k_p \psi r) + |k_p|(\phi\dot{\phi} + \psi\dot{\psi})$$

$$\dot{V} = a_m e^2 + \phi(k_p e x_p + |k_p|\dot{\phi}) + \psi(k_p e r + |k_p|\dot{\psi})$$

$$\dot{\phi} = -sign(k_p) e x_p$$

$$\dot{\psi} = -sign(k_p) e r$$

$$\dot{V} = a_m e^2 \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e, \phi, \psi \in L^\infty$$

$$\dot{e} \in L^\infty$$

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = a_m \int_0^\infty e^2 dt = V(\infty) - V(0) < \infty \rightarrow e \in L^2$$

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$$

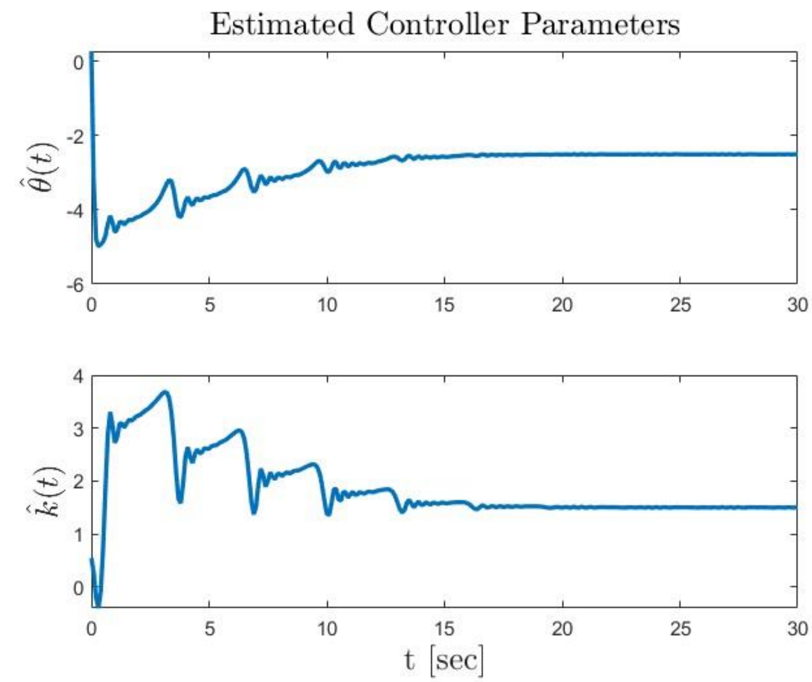
5. نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

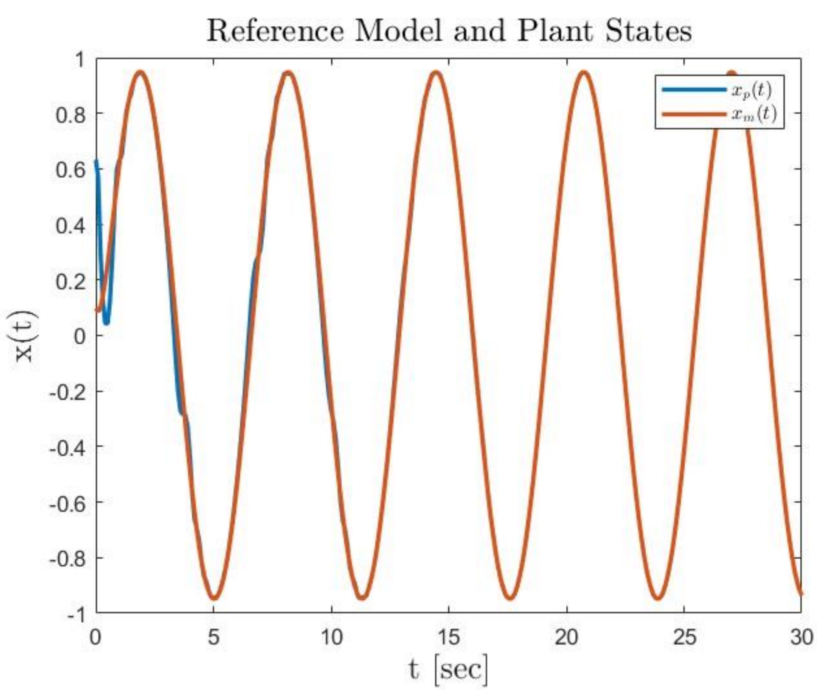
$$\gamma = 100$$

$$r(t) = sin(t)$$

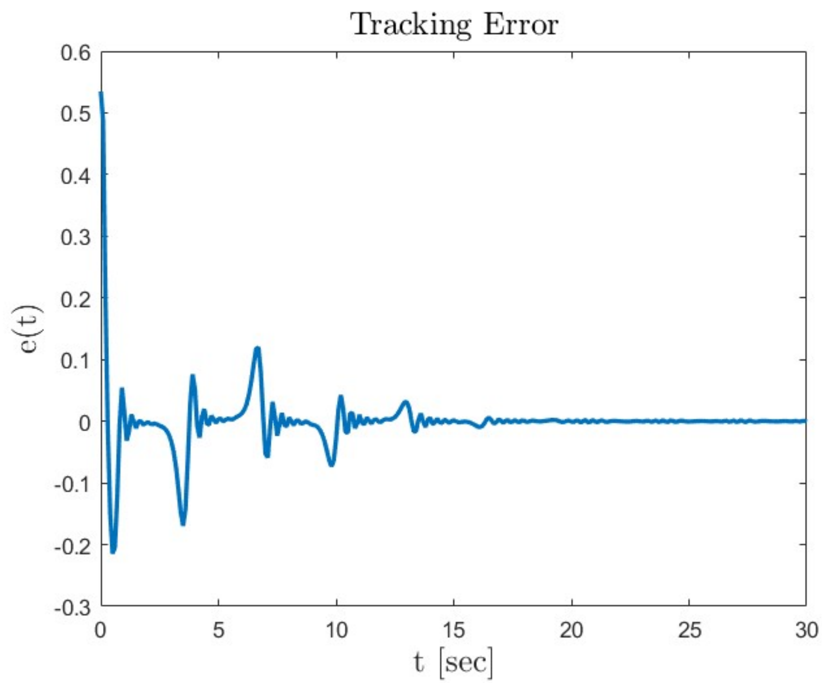
- پارامترهای تخمینی :



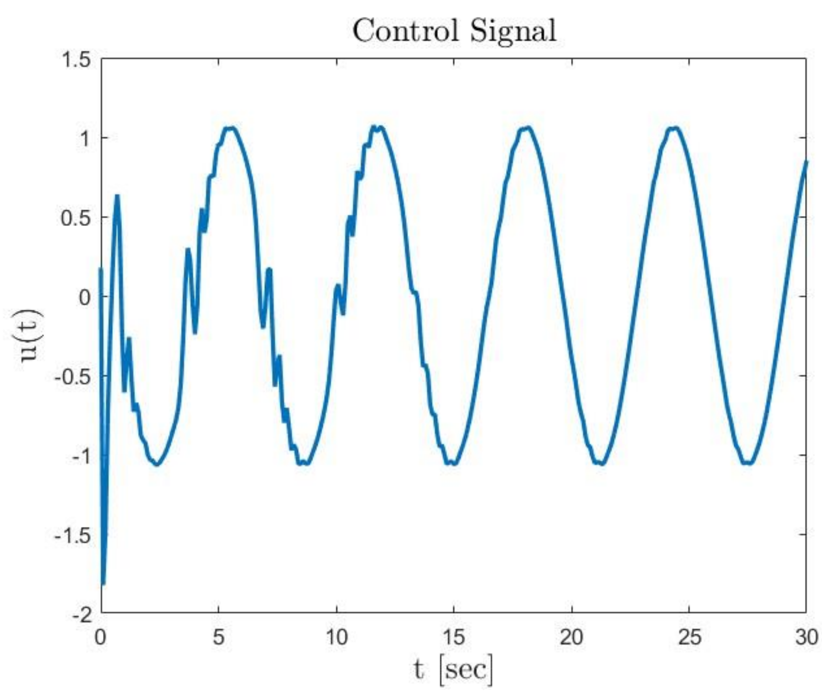
- حالتهای سیستم واقعی و مدل مرجع :



• همگرایی خطای ردیابی :



• سیگنال کنترلی :



- روش غیرمستقیم :

1. پارامتریزه کردن کنترل‌کننده و مدل

$$u = \frac{a_m - \hat{a}_p}{\hat{k}_p} x_p + \frac{k_m}{\hat{k}_p} r$$

$$\dot{\hat{x}}_p = a_m \hat{x}_p + (\hat{a}_p - a_m) x_p + \hat{k}_p u$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = \hat{x}_p - x_p$$

$$\dot{e} = \dot{\hat{x}}_p - \dot{x}_p$$

$$\dot{e} = a_m e + (\hat{a}_p - a_p) x_p + (\hat{k}_p - k_p) u$$

$$\dot{e} = a_m e + \phi x_p + \psi u$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \phi^2 + \psi^2)$$

$$\dot{V} = e\dot{e} + \phi\dot{\phi} + \psi\dot{\psi}$$

$$\dot{V} = e(a_m e + \phi x_p + \psi u) + \dot{\phi}\phi + \dot{\psi}\psi$$

$$\dot{V} = a_m e^2 + \phi(\dot{\phi} + e x_p) + \psi(\dot{\psi} + eu)$$

$$\dot{\phi} = -e x_p$$

$$\dot{\psi} = -eu$$

$$\dot{V} = a_m e^2 \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e \in L^\infty, \hat{x}_p \in L^\infty$$

$$x_p \in L^\infty, u \in L^\infty$$

$$\dot{e} \in L^\infty$$

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = a_m \int_0^\infty e^2 dt = V(\infty) - V(0) < \infty \to e \in L^2$$

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$$

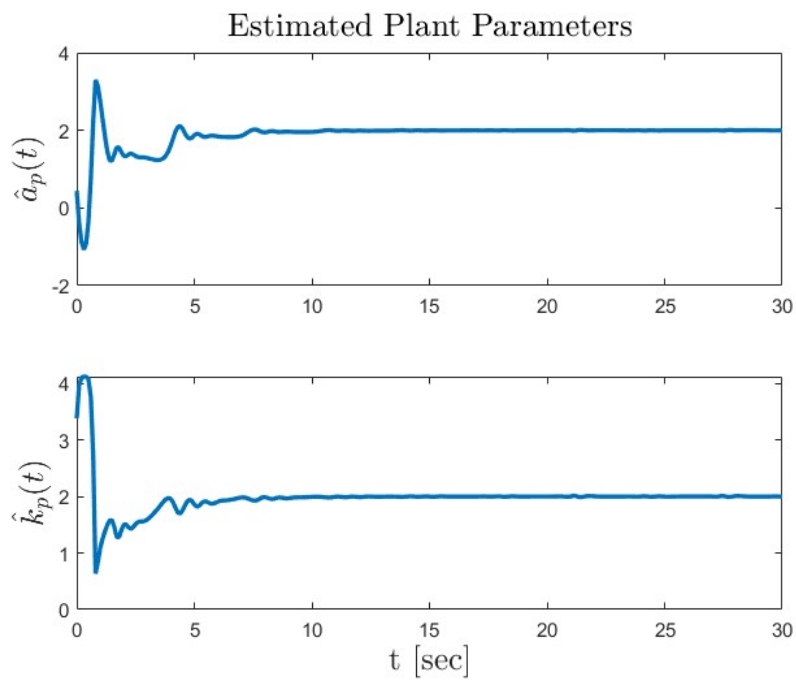
5. نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

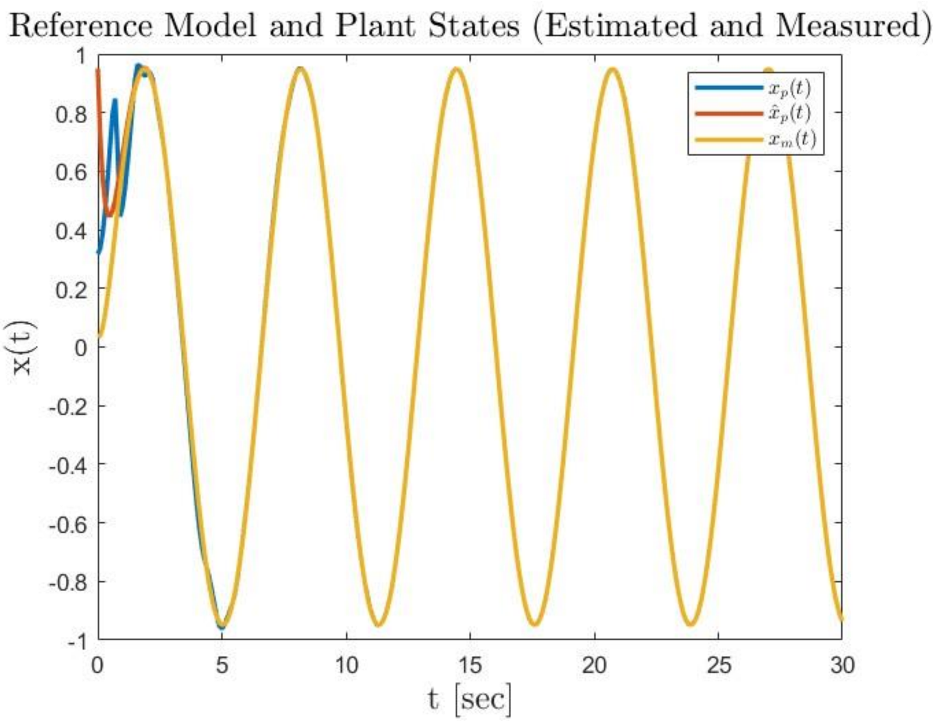
$$\gamma = 50$$

$$r(t) = sin(t)$$

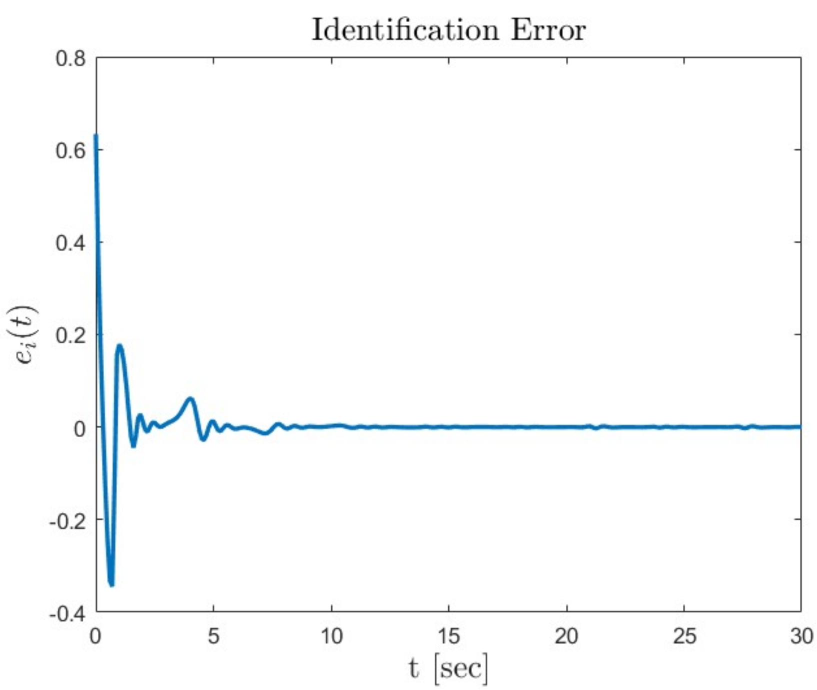
- پارامترهای تخمینی :



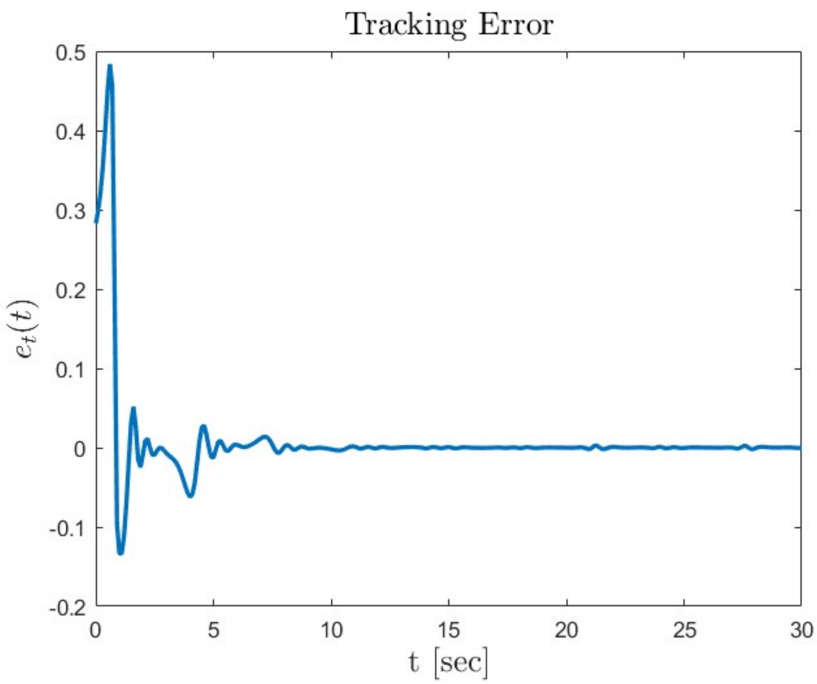
- حالتهای سیستم واقعی، سیستم تخمینی و مدل مرجع :



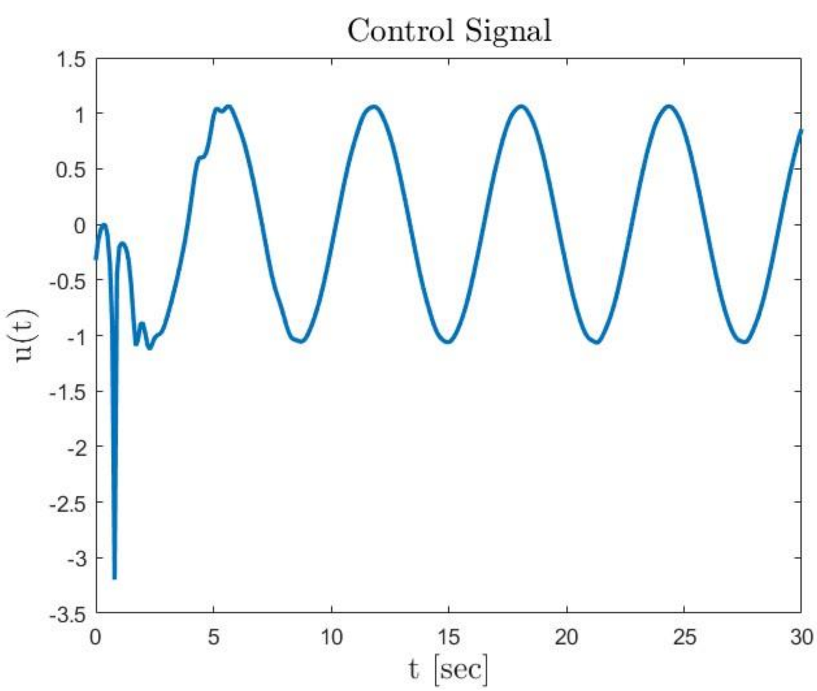
- همگرایی خطای شناسایی :



- همگرایی خطای ردیابی :



- سیگنال کنترلی :



سؤال پنجم) مطلوب است طراحی کنترل مدل مرجع به روش مستقیم برای سیستم برداری زیر.

$$\dot{x_p} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\dot{x_m} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

1. پارامتریزه کردن کنترل کننده

$$u = \hat{\theta} x_p + \hat{B} r$$

با فرض معلوم بودن B_p، کنترل کننده به شکل زیر پارامتریزه می‌شود:

$$u = \hat{\theta} x_p + r$$

2. دستیابی به معادله خطا

$$e = x_p - x_m$$

$$\dot{e} = \dot{x_p} - \dot{x_m}$$

$$\dot{e} = A_m e + B_p(\hat{\theta} - \theta) x_p$$

$$\dot{e} = A_m e + B_p \phi x_p$$

3. انتخاب تابع لیاپانف

$$V = \frac{1}{2}(e^T P e + Tr\{\phi^T \phi\})$$

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2}(\dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}) + Tr\{\phi^T \dot{\phi}\}$$

$$\vdots$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + Tr\{\phi^T(\dot{\phi} + B_p^T P e x_p^T)\}$$

$$\dot{\phi} = -B_p^T P e x_p^T$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e \leqslant 0$$

4. اعمال لم باربالات و نشان دادن همگرایی خطا به صفر

$$e, \phi \in L^{\infty}$$

$$\dot{e} \in L^{\infty}$$

$$\int_0^{\infty} \dot{V}\,dt = -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^T Q e dt = V(\infty) - V(0) < \infty \rightarrow e \in L^2$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

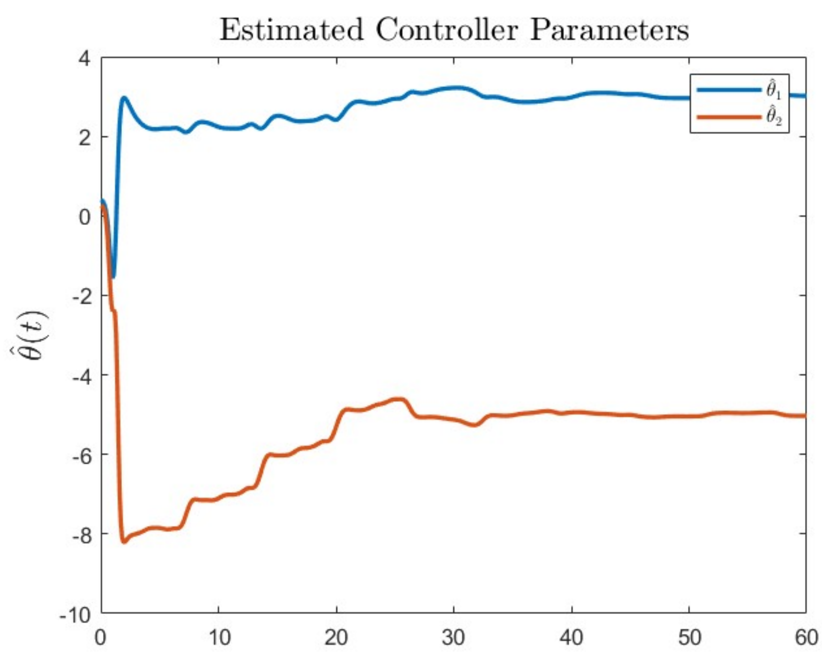
5. نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است :

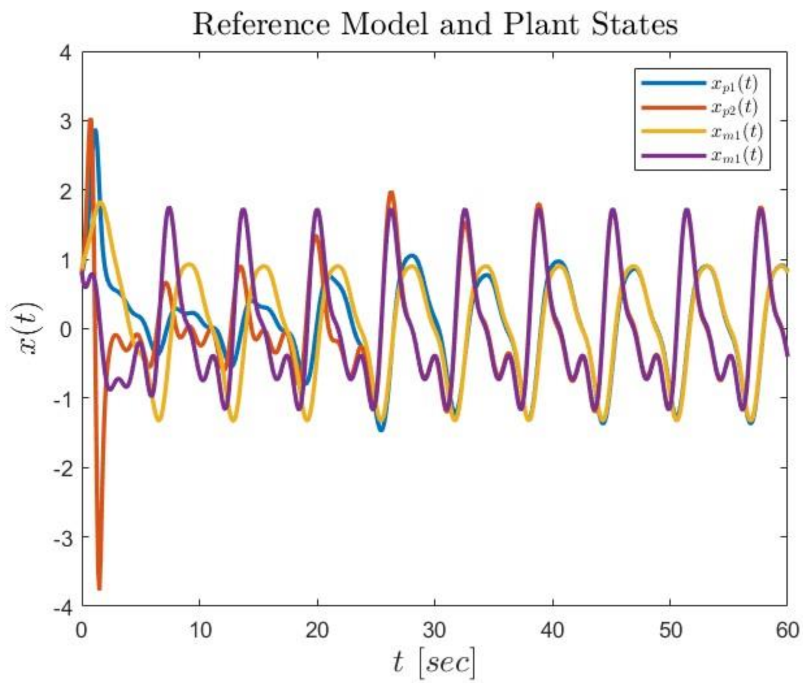
$$\gamma = 1$$

$$r(t) = sin(t) + sin(2t) + sin(3t)$$

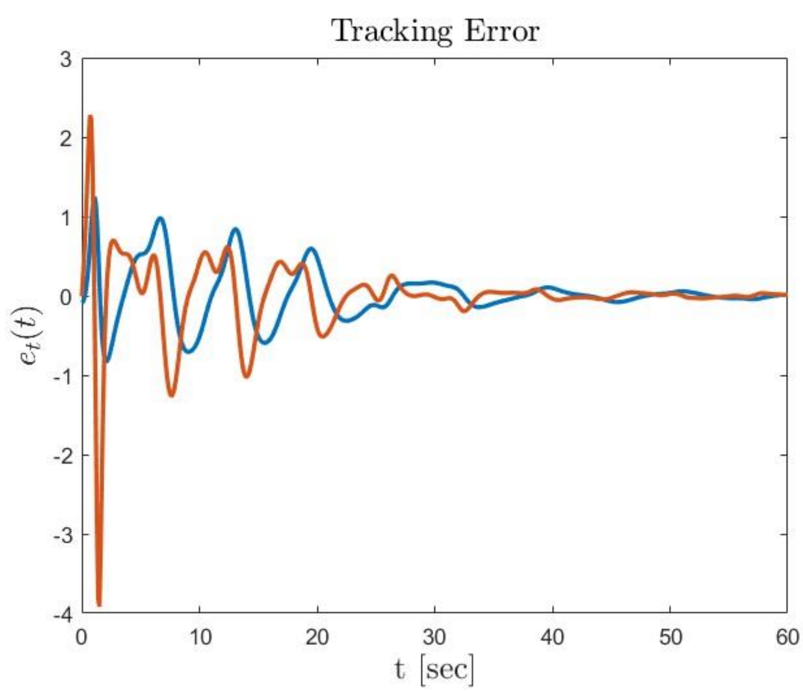
- پارامترهای تخمینی :



- حالتهای سیستم واقعی و مدل مرجع :



- همگرایی خطای ردیابی :



- سیگنال کنترلی :