

## 1.4. ОТРАВЛЕНИЕ РЕАКТОРА

### 1.4.1. Отравление реактора ксеноном

При делении ядер возникают осколки, обладающие большим сечением поглощения нейтронов. Поглощение нейтронов стабильными или долгоживущими осколками называют зашлаковыванием, а поглощение короткоживущими радиоактивными ядрами — отравлением. Максимальным сечением поглощения нейтронов обладает нуклид  $Xe^{135}$  (ксенон). Среднее время жизни ядер ксенона  $T_x = 13.4$  ч. Сечение поглощения в зависимости от энергии нейтронов изображено на рис 1.29. Как видно из рисунка, сечение поглощения максимально в области энергий порядка десятых долей электронвольта и в дальнейшем быстро падает с увеличением энергии: при  $E \sim 1$  эВ сечение в 100 раз меньше, чем в максимуме. Таким образом, нуклид  $Xe^{135}$  поглощает в основном нейтроны тепловых энергий. Этим и объясняется тот факт, что наиболее сильно отравление оказывается в реакторах на тепловых нейтронах, например, типа РБМК, ВВЭР.

$\sigma_a$ , барн

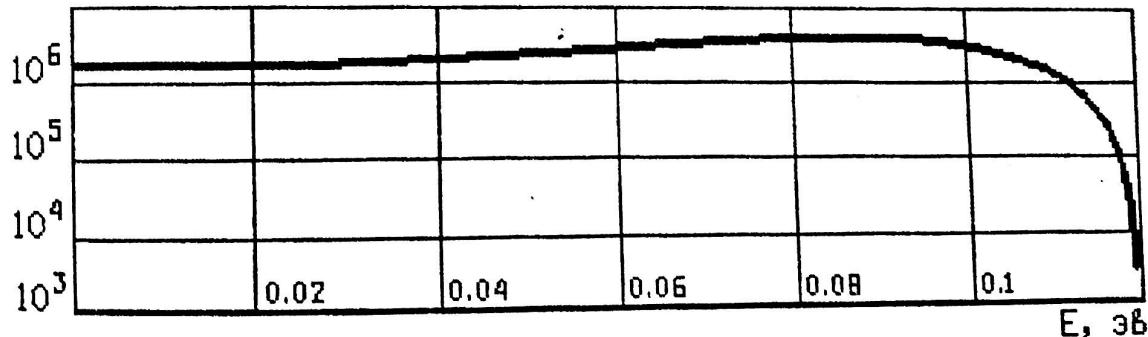
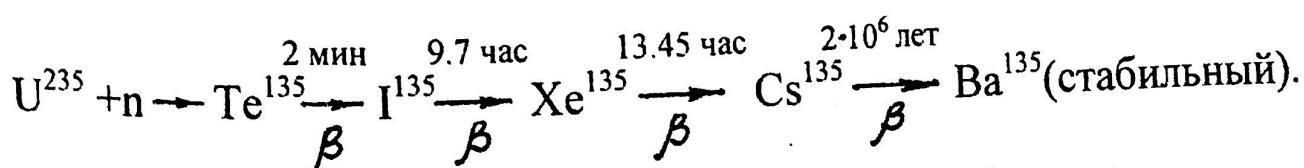


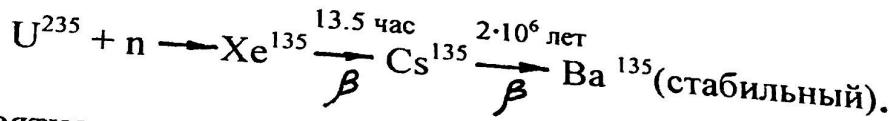
Рис. 1.29. Зависимость сечения поглощения  $Xe^{135}$  от энергии нейтронов

Около 95% ядер  $Xe$  возникают согласно схеме:



Вероятность выхода этой цепочки при делении  $\gamma_J = 0.06$ .

Остальные 5 % ядер ксенона образуются непосредственно при делении  $U^{235}$  (прямой выход):



Вероятность выхода этой цепочки  $\gamma_x = 0.003$ .

Константы распада иода и ксенона соответственно равны:

$$\lambda_J = 1/T_J = 0.1026 \text{ 1/час} = 2.853 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1};$$

$$\lambda_X = 1/T_X = 0.0758 \text{ 1/час} = 2.11 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

Сечение поглощения ксенона в тепловой области энергий  $\sigma_X = 3 \cdot 10^6$  барн.

### Математическая модель отравления ксеноном

В соответствии с основной цепочкой образования ксенона нетрудно написать балансные соотношения, определяющие изменения концентраций йода и ксенона

$$\begin{array}{ccl} \text{Скорость} & \text{Прибыль} & \text{Убыль в} \\ \text{изменения} & = & \text{в единицу} \\ \text{концентрации} & & \text{времени} \\ & & - \quad \text{единицу} \\ & & \text{времени.} \end{array}$$

Для ядер йода:

$$\frac{\partial J(\vec{r}, t)}{\partial t} = \gamma_J \sum_f \varphi(\vec{r}, t) - \lambda_J J(\vec{r}, t). \quad \left. \right\} \quad (68)$$

Для ядер ксенона:

$$\frac{\partial X(\vec{r}, t)}{\partial t} = \lambda_J J(\vec{r}, t) - [\sigma_X \varphi(\vec{r}, t) + \lambda_X] X(\vec{r}, t).$$

Для однозначного решения системы уравнений (68) дополняется начальными условиями:

$$J(\vec{r}, 0) = J_0(\vec{r}); \quad X(\vec{r}, 0) = X_0(\vec{r}).$$

$$X_{p\infty} = \frac{\lambda_x \sum_f}{\lambda_p}.$$

На рис.1.30 показана зависимость нормированной равновесной концентрации ксенона от абсолютного значения плотности потока нейтронов. Из рис.1.31 видно, что в рабочем диапазоне  $10^{13}$ — $10^{14}$  Н/см<sup>2</sup>·с, равновесная концентрация ксенона по активной зоне не совпадает с распределением плотности потока нейтронов.

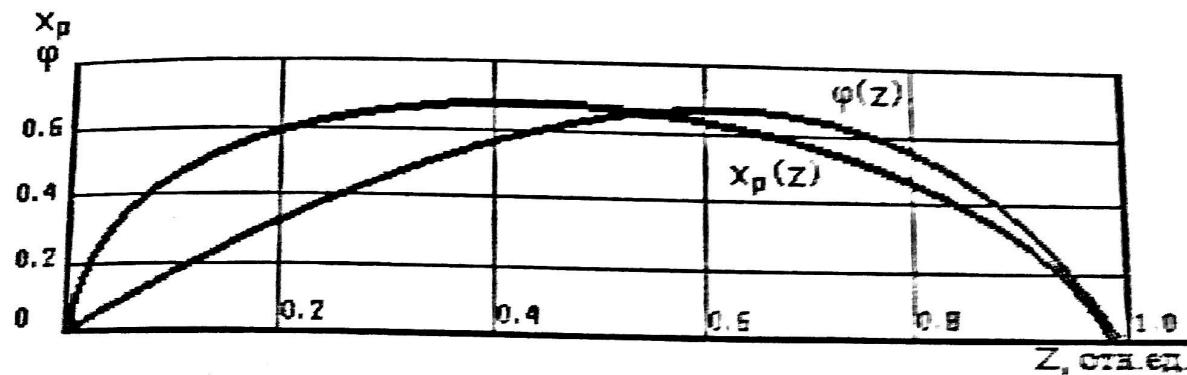


Рис. 1.31. Распределение плотности потока нейтронов и равновесной концентрации ксенона по размеру реактора

### Нестационарное отравление ксеноном (точечное приближение)

Анализ нестационарного ксенонового отравления в точечном приближении означает, что пренебрежение пространственным распределением плотности потока нейтронов приводит к независящим от координаты концентрациям йода и ксенона. При этом в качестве  $\varphi(t)$  принимается обычно средний по активной зоне поток нейтронов. Тогда, уравнения, описывающие процесс нестационарного отравления имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \sigma_x \varphi(t) - \lambda_i i(t); \\ \frac{dx}{dt} = \lambda_i i(t) - \sigma_x x(t) \varphi(t) - \lambda_x x(t), \end{cases} \quad (71)$$

скорость прибыли равна скорости убыли ядер йода и ксенона и изменения их концентраций во времени не происходит, т.е.

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial t} = 0;$$

$$J_p(\vec{r}, t) = \gamma_J \sum_f \varphi(\vec{r}, t);$$

$$J_p = \frac{\gamma_J \sum_f \varphi(\vec{r}, t)}{\lambda_J}. \quad (69)$$

$$\lambda_x J(\vec{r}, t) = [\sigma_x \varphi(\vec{r}, t) + \lambda_x] X(\vec{r}, t);$$

$$X_p(\vec{r}, t) = \frac{\gamma_J \sum_f \varphi(\vec{r}, t)}{\lambda_x + \sigma_x \varphi(\vec{r}, t)}, \quad (70)$$

где  $J_p, X_p$  — равновесные концентрации йода и ксенона соответственно.

Из формулы (69) видно, что равновесная концентрация йода зависит линейно от уровня плотности потока нейтронов и имеет то же пространственное распределение.

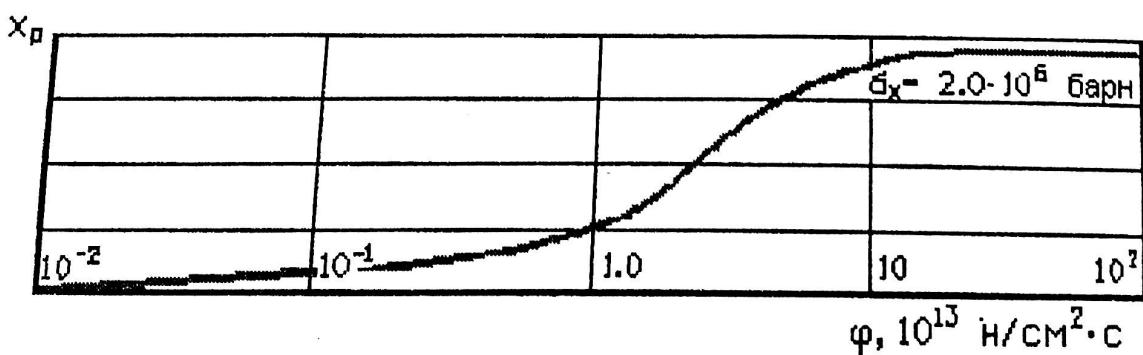


Рис. 1.30. Зависимость равновесной концентрации ксенона от уровня плотности потока нейтронов

Концентрация ксенона нелинейно зависит от плотности потока нейтронов и не повторяет профиль поля. При увеличении  $\varphi$  равновесная концентрация стремится к предельному значению:

Физический смысл членов системы уравнений (68) следующий:

1.  $\sum_f \varphi(\vec{r}, t)$  — скорость делений в  $1 \text{ см}^3$  среды. Так как только доля делений, равная  $\lambda_J$ , приводит к образованию  $J^{135}$ , то число ядер  $J^{135}$ , образующихся в единицу времени в единице объема, есть

$$\lambda_J \sum_f \varphi(\vec{r}, t).$$

2. Согласно закону радиоактивного распада, скорость исчезновения ядер  $J^{135}$  пропорциональна концентрации и константе распада йода  $\lambda_J$ , таким образом, число ядер йода, исчезающих из единицы объема в единицу времени, есть

$$\lambda_J J(\vec{r}, t).$$

3. Ядра йода в результате радиоактивного распада превращаются в ядра  $Xe^{135}$ . В результате скорость образования ядер ксенона в единице объема есть

$$\lambda_J J(\vec{r}, t).$$

4. Убыль ядер ксенона осуществляется за счет двух процессов:

- радиоактивного распада :  $\lambda_X X(\vec{r}, t)$ ;
- выгорания за счет поглощения нейтронов и перехода в другой изотоп. Скорость выгорания ксенона пропорциональна его макроскопическому сечению поглощения и потоку нейтронов:

$$\sigma_X X(\vec{r}, t) \varphi(\vec{r}, t).$$

При известном законе изменения плотности потока нейтронов, в математическом плане решение системы уравнений (68) не представляет труда. Рассмотрим несколько физически важных частных случаев.

### Равновесное (стационарное) отравление

Равновесным (стационарным) называется отравление при неизменной во времени плотности потока нейтронов, когда

где  $i, x$  — нормированные концентрации йода и ксенона, т.е.

$$i = J/J_{\rho\infty}; \quad x = X/X_{\rho\infty}.$$

При заданном законе изменения  $\varphi(t)$  решение системы уравнений (71) не представляет трудностей:

$$i(t) = i_0 e^{-\lambda_J t} + \sigma_x \int_0^t \varphi(\tau) e^{-\lambda_J(t-\tau)} d\tau; \quad (72)$$

$$x(t) = x_0 e^{-A(t)} + \int_0^t \lambda_x i(\tau) e^{A(\tau)-A(t)} d\tau, \quad (73)$$

где

$$A(t) = \int_0^t (\sigma_x \varphi(\tau) + \lambda_x) d\tau.$$

Рассмотрим наиболее важные частные случаи отравления ксеноном в переходных режимах.

### Мгновенная остановка реактора

Пусть реактор длительное время работал в стационарном режиме на уровне потока нейtronов  $\varphi_0$ .

В момент времени  $t=0$  мощность реактора мгновенно снижена до нулевого уровня. Уравнения, описывающие процесс отравления имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\lambda_J i(t); \\ \frac{dx}{dt} = \lambda_J i(t) - \lambda_x x(t); \end{cases} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} i(0) &= i_p = \sigma_x \varphi_0 / \lambda_J; \\ x(0) &= x_p = \sigma_x \varphi_0 / (\lambda_x + \sigma_x \varphi_0). \end{aligned} \quad (75)$$

Учитывая, что  $\int (\varphi \Delta \varphi_0 - \varphi_0 \Delta \varphi) dV = 0$ , легко получим:

$$\rho_x = - \frac{\int \frac{\sigma_x X(\vec{r}) \varphi_0(\vec{r}) \varphi(\vec{r})}{\Sigma_a} dV}{\int K_{\infty_0} \varphi_0^2 dV}.$$

Полученная формула учитывает искажение поля нейtronов за счет ксенонового отравления. Если считать, что  $\varphi_0 = \varphi$ , то

$$\rho_x = - \frac{\int \frac{\sigma_x X(\vec{r}) \varphi^2}{\Sigma_a} dV}{\int K_{\infty_0} \varphi^2 dV}.$$

Из этого выражения следует, что потеря реактивности за счет поглощения ксеноном зависит не только от его концентрации, но и от распределения плотности потока нейtronов в реакторе. В точечном приближении, когда  $X$ ,  $\varphi_0$  не зависят от координат, получим:

$$\rho_x = - \frac{\sigma_x X}{K_{\infty_0} \Sigma_a}.$$

Предполагая, что  $K_{\infty_0}$  близко к 1, получим приближенное соотношение:

$$\rho_x = - \frac{\sigma_x X}{\Sigma_a}.$$

Из этого выражения следует, что потеря реактивности на компенсацию ксенонового отравления пропорциональна ксеноновому отравлению.

Используя решение уравнений (78), можно определить время наступления максимума ксенонового отравления. На рис.1.34 показана зависимость времени достижения экстремума от степени снижения мощности реактора.

### Потеря реактивности при отравлении реактора ксеноном

Наличие ксенонового отравления приводит к дополнительному поглощению нейтронов, величина которого определяется выражением  $\delta_x X \varphi$ .

При этом, чтобы реактор остался в критическом состоянии, необходимо в  $K_{\text{эф}}$  раз изменить коэффициент размножения в неотравленном реакторе. В математическом плане это означает следующее. Если в неотравленном реакторе распределение плотности нейтронов подчиняется уравнению

$$\Delta \varphi_0 + \frac{K_{\infty_0} - 1}{M^2} \varphi_0 = 0;$$

$$\varphi_0|_{\Gamma} = 0;$$

$\Gamma$  — граница реактора,

то уравнения реактора с учетом отравления ксеноном есть

$$\Delta \varphi + \frac{\frac{K_{\infty_0}}{K_{\text{эф}}} - 1 - \frac{\delta_x X}{\Sigma_a}}{M^2} \varphi = 0;$$

$$\varphi|_{\Gamma} = 0.$$

Из этих двух соотношений легко получить связь  $K_{\text{эф}}$  с дополнительным поглощением, обусловленным ксеноновым отравлением. Действительно, умножив первое уравнение на функцию  $\varphi$ , а второе на  $\varphi_0$ , после интегрирования по объему реактора и почлененного вычитания, получим:

$$\int_V (\varphi \Delta \varphi_0 - \varphi_0 \Delta \varphi) dV + \frac{1}{M^2} \int_V (K_{\infty_0} - 1) \varphi_0 \varphi dV - \\ - \frac{1}{M^2} \int_V \left( \frac{K_{\infty_0} - 1}{K_{\text{эф}}} - 1 - \frac{\delta_x X}{\Sigma_a} \right) \varphi_0 \varphi dV = 0.$$

рост концентрации ксенона до тех пор, пока его образование не начнет "отслеживать" изменение мощности. Уменьшение же концентрации ксенона обусловлено его распадом. Если же снижение мощности происходит лишь до некоторого уровня  $\alpha\varphi_0$  (где  $\alpha < 1$ ), то физика процесса здесь та же самая, отличаются лишь количественные результаты (рис.1.33).

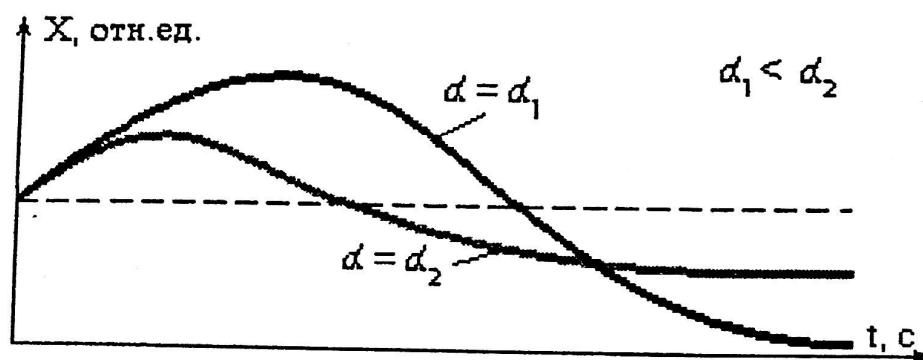


Рис. 1.33. Изменение концентрации ксенона при ступенчатом изменении уровня потока до величины  $\alpha\varphi_0$

Уравнения отравления после частичного снижения мощности имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \alpha \sigma_x \varphi_0 - \lambda_j i ; \\ \frac{dx}{dt} &= \lambda_j i - \sigma_x x \alpha \varphi_0 - \lambda_x x ; \\ i(0) &= i_p = \frac{\sigma_x \varphi_0}{\lambda_j} ; \quad x(0) = x_p = \frac{\sigma_x \varphi_0}{\lambda_x + \sigma_x \varphi_0}. \end{aligned} \quad (78)$$

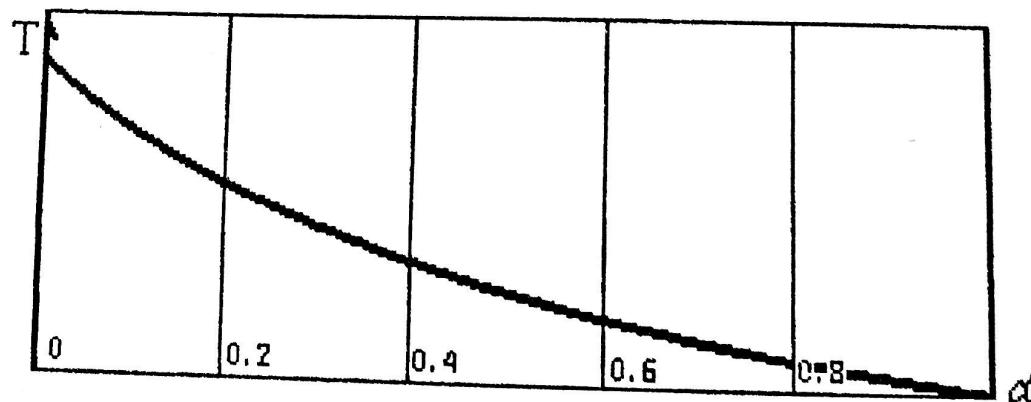


Рис.1.34. Зависимость времени достижения экстремума от степени снижения мощности реактора

Решение уравнений (74) с начальными условиями (75) имеет вид:

$$i(t) = \frac{\sigma_x \varphi_0}{\lambda_x} e^{-\lambda_x t}; \quad (76)$$

$$x(t) = \frac{\sigma_x \varphi_0}{\lambda_x + \sigma_x \varphi_0} \cdot \left[ e^{-\lambda_x t} + \frac{\lambda_x + \sigma_x \varphi_0}{\lambda_x - \lambda_x} (e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_x t}) \right]. \quad (77)$$

На рис. 1.32 показаны зависимости концентраций йода и ксенона от времени при полном сбросе мощности. Из рисунка видно, что концентрация йода убывает со временем, а концентрация ксенона на протяжении нескольких часов после остановки реактора растет. Причем, значение концентрации ксенона в максимуме в несколько раз может превышать равновесное отравление.

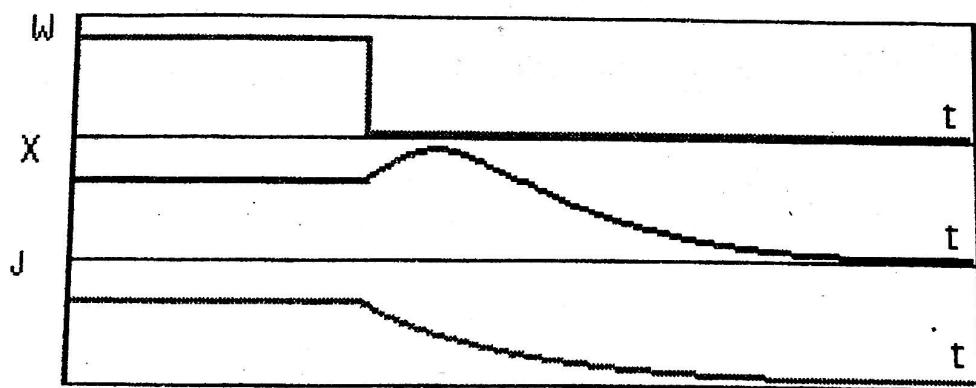


Рис. 1.32. Изменение концентрации иода и ксенона после мгновенной остановки

Рост концентрации ксенона после остановки реактора обусловлен тем, что ксенон образуется из йода спустя среднее время жизни йода, т.е. через время порядка 9.7 часов. Иначе говоря, образование ксенона отстает по времени от изменения мощности и происходит, как будто плотность потока нейтронов не изменилась, а убыль ксенона за счет выгорания следует непосредственно за изменением мощности, и при полной остановке убыли ксенона за счет выгорания не происходит. Поэтому в целом происходит

## 1.4.2. Кееноновые колебания

Опыт эксплуатации больших энергетических реакторов показывает, что распределение энерговыделения по объему активной зоны может быть нестабильным. Причиной нестабильности является наличие пространственно-распределенных положительных обратных связей. Одной из них является обратная связь по ксеноновому отражению. Действительно, при повышении мощности происходит увеличение выгорания ядер ксенона, что увеличивает реактивность и, следовательно, способствует росту мощности и т.д. до тех пор, пока не начнет увеличиваться концентрация ксенона за счет распада йода (рис.1.35). При снижении мощности картина обратная.

В реакторах на тепловых нейтронах больших размеров, имеющих в активной зоне несколько критических масс, из-за локальных всплесков энерговыделения возможно появление колебаний энерговыделения.

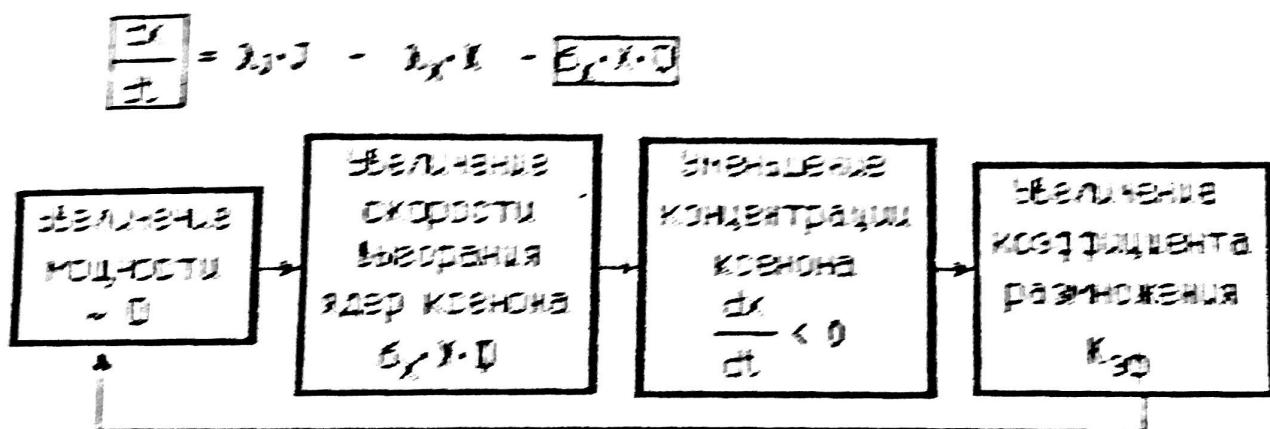


Рис. 1.35. Иллюстрация к положительной обратной связи по ксенону

Рассмотрим реактор, в котором система регулирования управляет только интегральной мощностью реактора. Если, например, произошло увеличение плотности потока нейtronов в верхней половине активной зоны, то выгорание ксенона мгновенно увеличится в этой области, а его образование за счет распада йода не успеет измениться. За счет появления положительного избытка коэффициента размножения увеличится плотность

потока нейтронов в верхней части реактора. Система регулирования же, стремясь сохранить неизменной интегральную мощность реактора, будет равномерно воздействовать на активную зону, т.е. снижать мощность равномерно по высоте, в том числе и в нижней половине. Это обстоятельство приведет к росту концентрации ксенона внизу и, следовательно, к снижению коэффициента размножения в этой области. Таким образом, увеличивается неравномерность в распределении размножающих свойств по высоте активной зоны, что приводит к перекосу поля энерговыделения. Однако по мере накопления йода процесс пойдет в обратном направлении, т.е. возникнут пространственно-временные колебания концентрации ксенона, а следовательно, и распределения энерговыделения (рис. 1.36).

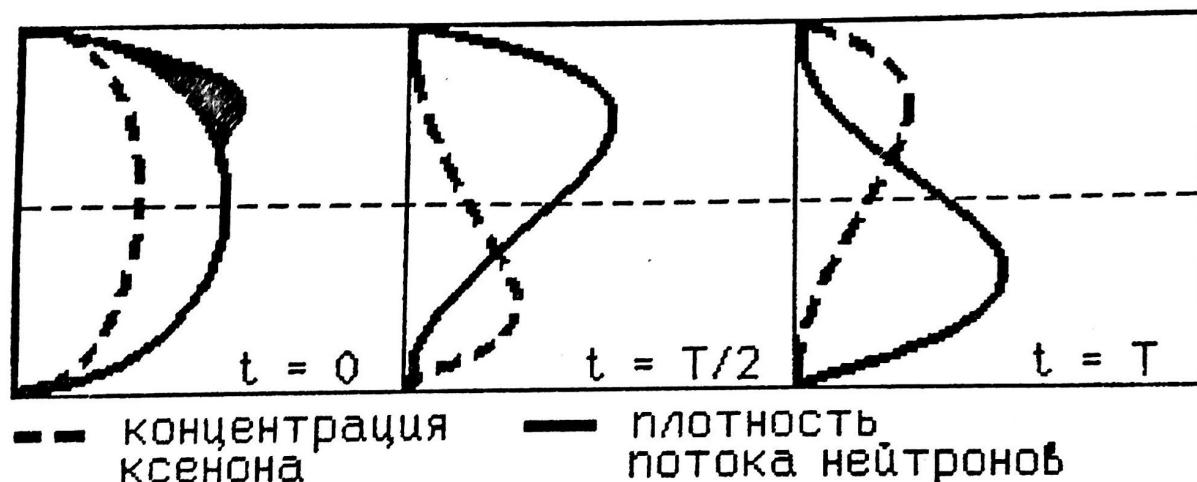


Рис. 1.36. Ксеноновые колебания

Отметим, что пространственно-временные колебания в активной зоне возникают не при любых условиях. Основными параметрами, определяющими порог устойчивости поля энерговыделения по отношению к возникновению ксеноновых колебаний, являются следующие: уровень мощности, мощностной коэффициент реактивности, размер реактора (выраженный в длинах миграции).

Условие устойчивости одномерного плоского реактора может быть получено достаточно просто. Для этого записывается уравнение для невозмущенного состояния

$$\Delta \varphi + B_o^2 \varphi = 0 \quad (79)$$

и уравнение после внесения возмущения

$$\Delta \varphi + B^2 \varphi = 0. \quad (80)$$

При этом полагается, что между материальными параметрами справедливо соотношение

$$B^2 = B_o^2 + \alpha_\varphi \delta \varphi + \alpha_x \delta x, \quad (81)$$

где  $\delta \varphi$  и  $\delta x$  — возмущения в поле нейтронов и распределении концентрации ксенона:

$$\delta \varphi = \varphi - \varphi_o; \quad (82)$$

$$\delta x = x - x_o;$$

$$\delta i = i - i_o;$$

$\alpha_x = -\sigma_x / (\Sigma_a M^2)$ ;  $\alpha_\varphi = \alpha_\tau / (\Sigma_a M^2)$  — соответственно, коэффициенты реактивности по ксеноновому отравлению и уровню потока нейтронов.

Система соотношений (79) — (82) дополняется уравнениями отравления:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \sigma_x \varphi - \lambda_j i; \\ \frac{dx}{dt} &= \lambda_j i - \lambda_x x - \sigma_x x \varphi, \end{aligned} \quad (83)$$

где концентрации йода и ксенона нормированы на равновесную концентрацию ксенона при бесконечном потоке.

После подстановки выражений (81) и (82) в уравнения (79) и (83) и последующей их линеаризации легко получить систему уравнений в отклонениях относительно возмущений  $\delta \varphi$  и  $\delta x, \delta i$ :

$$\begin{cases} \Delta \delta\varphi + B_0^2 \delta\varphi - \varphi_0 \delta_x \delta x + \varphi_0 \delta_\varphi \delta\varphi = 0; \\ \frac{d\delta x}{dt} = \lambda_J \delta i - \lambda_x \delta x - \delta_x x_0 \delta\varphi - \delta_x \delta x \varphi_0; \\ \frac{d\delta i}{dt} = -\lambda_J \delta i + \delta_x \delta\varphi. \end{cases} \quad (84)$$

Решение системы уравнений (84) ищется в виде:

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \delta\varphi' e^{wt}; \\ \delta x &= \delta x' e^{wt}; \\ \delta i &= \delta i' e^{wt}. \end{aligned}$$

После подстановки этих выражений в систему уравнений (84) получим:

$$\begin{cases} \Delta \delta\varphi' + B_0^2 \delta\varphi' + \varphi_0 \delta_x \delta x' + \varphi_0 \delta_\varphi \delta\varphi' = 0; \\ \omega \delta i' = \delta\varphi' \delta_x - \lambda_J \delta i'; \\ \omega \delta x' = \lambda_J \delta i' - \lambda_x \delta x' - \delta_x \varphi_0 \delta x' - \delta_x x_0 \delta\varphi'. \end{cases} \quad (85)$$

Неизвестные функции  $\delta\varphi'$  и  $\delta x'$  представляются в виде разложения по собственным функциям краевой задачи:

для реактора с идеальным отражателем:

$$\Delta \Psi_i + K_i^2 \Psi_i = 0;$$

$$\Psi_i'(0) = \Psi_i'(H) = 0;$$

$$\Psi_i = A \cos \frac{\pi(i+1)}{H} x;$$

$$B_0^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2.$$

$$\delta\varphi'(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \Psi_i(x);$$

для "голого" реактора:

$$\Delta \Psi_i + K_i^2 \Psi_i = 0;$$

$$\Psi_i(0) = \Psi_i(H) = 0;$$

$$\Psi_i = A \sin \frac{\pi(i+1)}{H} x;$$

$$B_0^2 = 0.$$

$$\delta x'(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \Psi_i(x). \quad (86)$$

$$\begin{cases} \Delta \delta\varphi + B_0^2 \delta\varphi - \varphi_0 d_x \delta x + \varphi_0 d_\varphi \delta\varphi = 0; \\ \frac{d\delta x}{dt} = \lambda_J \delta i - \lambda_x \delta x - \sigma_x x_0 \delta\varphi - \sigma_x \delta x \varphi_0; \\ \frac{d\delta i}{dt} = -\lambda_J \delta i + \sigma_x \delta\varphi. \end{cases} \quad (84)$$

Решение системы уравнений (84) ищется в виде:

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \delta\varphi' e^{wt}; \\ \delta x &= \delta x' e^{wt}; \\ \delta i &= \delta i' e^{wt}. \end{aligned}$$

После подстановки этих выражений в систему уравнений (84) получим:

$$\begin{cases} \Delta \delta\varphi' + B_0^2 \delta\varphi' + \varphi_0 d_x \delta x' + \varphi_0 d_\varphi \delta\varphi' = 0; \\ w \delta i' = \delta\varphi' \sigma_x - \lambda_J \delta i'; \\ w \delta x' = \lambda_J \delta i' - \lambda_x \delta x' - \sigma_x \varphi_0 \delta x' - \sigma_x x_0 \delta\varphi'. \end{cases} \quad (85)$$

Неизвестные функции  $\delta\varphi'$  и  $\delta x'$  представляются в виде разложения по собственным функциям краевой задачи:

для реактора с идеальным отражателем:

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_i + K_i^2 \Psi_i &= 0; \\ \Psi_i'(0) = \Psi_i'(H) &= 0; \\ \Psi_i &= A \cos \frac{\pi(i+1)}{H} x; \\ B_0^2 &= \left(\frac{\pi}{H}\right)^2. \end{aligned}$$

$$\delta\varphi'(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \Psi_i(x);$$

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_i + K_i^2 \Psi_i &= 0; \\ \Psi_i(0) = \Psi_i(H) &= 0; \\ \Psi_i &= A \sin \frac{\pi(i+1)}{H} x; \\ B_0^2 &= 0. \end{aligned}$$

$$\delta x'(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \Psi_i(x). \quad (86)$$

На рис.1.37 показаны гармоники  $\Psi_0, \Psi_1, \Psi_2$  для “голого” одномерного реактора.

Подстановка выражений (86) в систему уравнений (85), почлененное умножение на  $\Psi_j$  и интегрирование по объему (с учетом ортогональности собственной функции) дает систему линейных однородных уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $A_j$  и  $B_j$ :

$$A_j \left[ \frac{\sigma_x \lambda_j}{\omega + \lambda_j} - \sigma_x R_{xj} \right] - B_j [\omega + \lambda_j + \sigma_x R_{\varphi j}] = 0;$$

$$A_j [-K_j^2 + B_0^2 + \sigma_\varphi R_{\varphi j}] + B_j [\sigma_x R_{\varphi j}] = 0.$$

Из условия существования нетривиального решения системы линейных однородных уравнений, получим характеристическое уравнение:

$$\omega_j^2 + b_j \omega_j + c_j = 0. \quad (87)$$

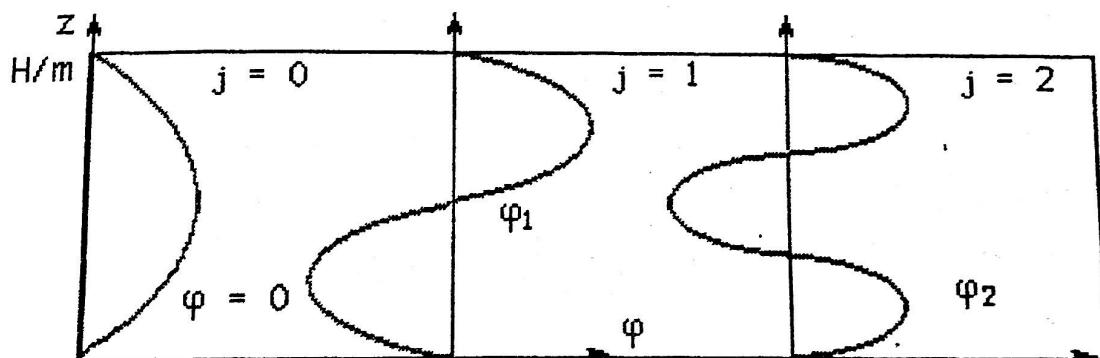


Рис. 1.37. Собственные функции “голого” одномерного реактора

Тогда отклонения от невозмущенного состояния будут описываться выражениями:

$$\delta\varphi(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \Psi_i(x) e^{\omega_i t};$$

$$\delta x(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \Psi_i(x) e^{\omega_i t}.$$

Из этих выражений следует, что устойчивость системы определяется знаками корней характеристического уравнения (87).

Если действительная часть  $\omega_j$  меньше нуля, то колебания затухают, в противном случае поле энерговыделения неустойчиво на данной гармонике (рис.1.38)

Понятно, что знак корней определяется знаком  $b_j$ . Если  $b_j < 0$  — реактор неустойчив,  $b_j > 0$  — реактор устойчив.

Явное выражение для  $b_j$  следующее:

$$b_j = \lambda_x + \lambda_j + \sigma_x R_{\varphi j} - \frac{\sigma_x d_o R_{xj} R_{\varphi j}}{b_0^2 - K_j + d_x R_{\varphi j}}. \quad (88)$$

Конкретизируя выражение порога устойчивости для реактора с размером активной зоны  $H/M$ , мощностным коэффициентом  $d_T$  и распределением поля энерговыделения  $\varphi_0(x)$ , получим: поле энерговыделения устойчиво по  $j$ -й гармонике, если выполняется неравенство:

$$\left(\frac{H}{M}\right)^2 < \frac{\pi_j^2}{\frac{\sigma_x R_{xj}}{\Sigma_a} f(R_{\varphi j}) + d_T R_{\varphi j}}. \quad (89)$$

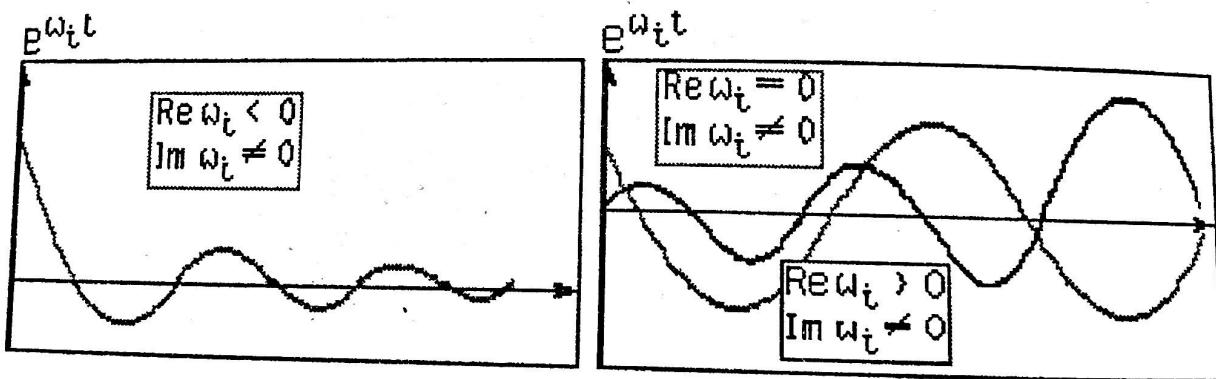


Рис. 1.38. Переходные процессы для различных корней характеристического уравнения

Из выражения (89) видно, что устойчивость поля энерговыделения в реакторе по отношению к возбуждению  $j$ -й гармоники определяется:

— мощностью реактора и ее распределением до возмущения (параметры  $R_{\varphi j}$ ,  $R_{xj}$ ), где

$$R_{\varphi_j} = \frac{\int_0^H \varphi_0 \varphi_j^2 dx}{\int_0^H \varphi_j^2 dx}; \quad R_{x_j} = \frac{\int_0^H x_0 \varphi_j^2 dx}{\int_0^H \varphi_j^2 dx};$$

— величиной коэффициента обратной связи по мощности (обычно  $\alpha_t < 0$ );

— размером реактора ( $H/M$ ).

Из выражения (89) видно, что нулевая гармоника (фундаментальное решение) неустойчива при любом размере реактора (положительная обратная связь по ксенону). Более высокие гармоники неустойчивы при определенных соотношениях между параметрами.

На рис. 1.39 показаны области устойчивости при фиксированном размере реактора ( $H/M$ ) в зависимости от величины мощностного коэффициента реактивности и уровня мощности реактора.

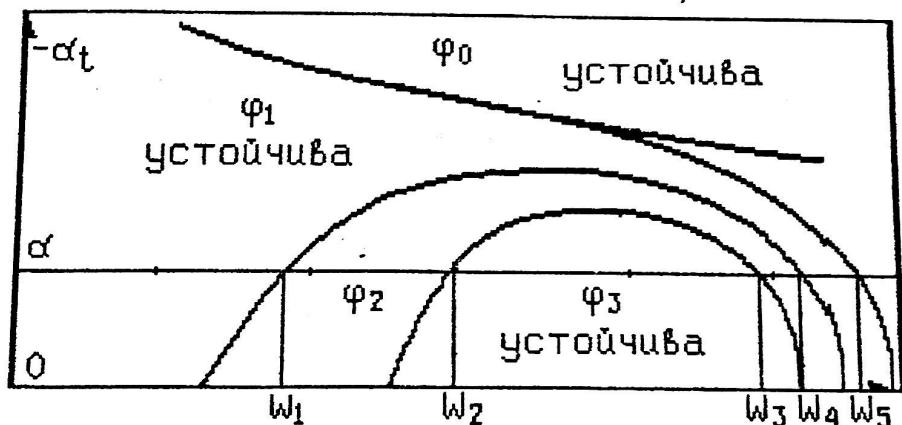


Рис. 1.39. Области устойчивости реактора

Из рисунка видно, что если, например, реактор обладает отрицательным коэффициентом реактивности  $\alpha_t = -\alpha$ , то при увеличении уровня мощности состояние поля энерговыделения будет меняться следующим образом:

при  $W < W_1$  неустойчивой является основная гармоника — мощность;

$W_1 < W < W_2$  — возникает неустойчивость не только по уровню мощности, но и по пространственным перекосам по половинам реактора (неустойчива первая гармоника);

$W_2 < W < W_3$  — возникают дополнительные колебания по второй гармонике (провалы и выпуклости в центре активной зоны);  
 $W_3 < W < W_4$  — стабилизируется вторая гармоника за счет роста отрицательного мощностного эффекта реактивности;  
 $W_4 < W < W_5$  — стабилизируется первая гармоника за счет роста мощностного эффекта реактивности;  
 $W > W_5$  — стабилизация интегральной мощности реакто-ра.

В заключение отметим, что в больших энергетических реакторах на тепловых нейтронах в рабочих диапазонах мощностей неустойчивость, как правило, проявляется лишь во второй гармонике. Период колебаний мощности в энергетических реакторах составляет порядка десятка часов. Современные энергетические реакторы оснащены разветвленной системой органов регулирования, позволяющей управлять не только интегральной, но и локальной мощностью. Тем не менее, проблема подавления высотных колебаний остается, несмотря на специальные конструкции органов регулирования, укороченные поглощающие стержни, стержни половинной длины и т.д. Правда, проблема подавления ксеноновых колебаний рассматривается в оптимизационном плане.

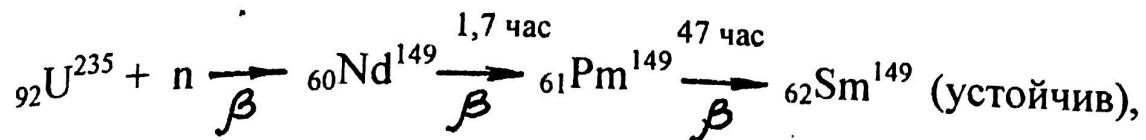
### 1.4.3. Отравление реактора самарием

#### Цепочка образования ядер самария

Наряду с ксеноновым отравлением, важное влияние на реактивность оказывают ядра самария  $\text{Sm}^{149}$ . Сечение поглощения самария в зависимости от энергии показано на рис. 1.40.

Как видно из рисунка, сечение поглощения максимально в тепловой области энергии (с увеличением энергии до 1 эВ сечение поглощения уменьшается на два порядка) и составляет

величину  $\delta_{Sm} = 5 \cdot 10^4$  барн. Ядра самария образуются по следующей цепочке:



где Nd — неодим, Pm — прометий.

Вероятность выхода этой цепочки при делении урана  $\chi_p = 0.014$ .

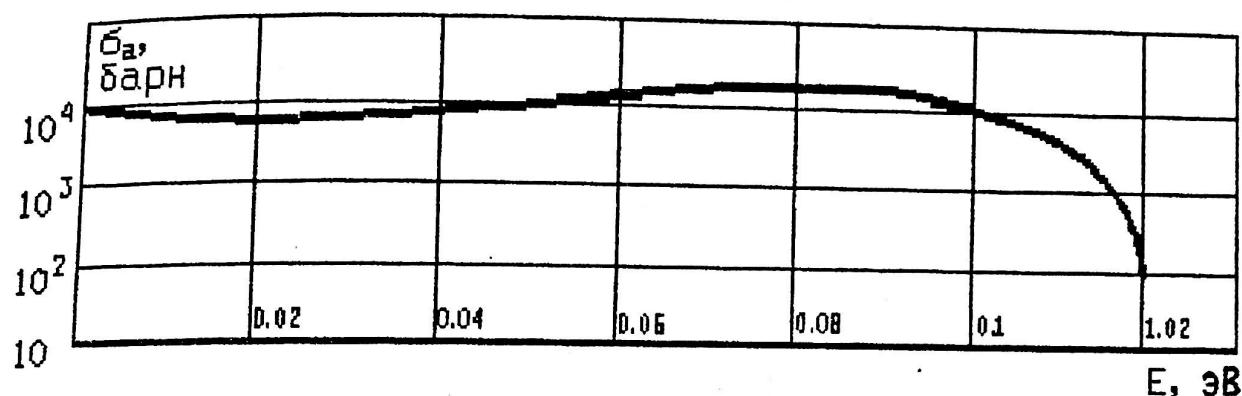


Рис. 1.40. Зависимость сечения поглощения  $\text{Sm}^{149}$  от энергии нейтронов

### Математическая модель отравления реактора самарием

В соответствии с цепочкой образования самария нетрудно написать балансные соотношения, определяющие изменения концентраций прометия и самария:

$$\begin{array}{lcl} \text{Скорость} & \text{Прибыль в} & \text{Убыль в} \\ \text{изменения} & \text{ед. объема в} & \text{ед. объема в} \\ \text{концентрации} & \text{ед. времени} & \text{ед. времени.} \end{array} = +$$

Для ядер прометия:

$$\frac{\partial Pm(\vec{r}, t)}{\partial t} = \delta_p \sum_f \varphi(\vec{r}, t) - \lambda_p Pm(\vec{r}, t).$$

Для ядер самария:

$$\frac{\partial Sm(\vec{r}, t)}{\partial t} = \lambda_p Pm(\vec{r}, t) - \delta_{Sm} Sm(\vec{r}, t) \varphi(\vec{r}, t).$$

Для однозначного решения системы уравнений (90) дополняется начальными условиями:

$$Pm(\vec{r}, 0) = Pm_0; Sm(\vec{r}, 0) = Sm_0.$$

Константы самариевого отравления:

постоянная распада прометия:  $\lambda_p = 4.1 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ ;

среднее время жизни  $T_p = 1/\lambda_p = 47$  часов;

$Pm(\vec{r}, t)$ ,  $Sm(\vec{r}, t)$  — соответственно, концентрации прометия и самария около точки  $\vec{r}$  в момент времени  $t$  [ $1/\text{см}^3$ ].

Как правило, в качестве  $\varphi(\vec{r}, t)$  можно рассматривать кусочно-непрерывные функции во времени, считая, что мощность понижается или повышается скачком. Это приближение обосновывается тем обстоятельством, что постоянные времени самариевого отравления существенно отличаются от постоянных времени изменения мощности.

Физический смысл членов системы уравнений (90) следующий:

$\sum_f \varphi(\vec{r}, t)$  — скорость делений в  $1 \text{ см}^3$  среды. Так как только доля делений, равная  $\delta_p$ , приводит к образованию  $Pm^{149}$ , то число ядер  $Pm^{149}$ , образующегося в единицу времени в единице объема, есть  $\delta_p \sum_f \varphi(\vec{r}, t)$ ;

согласно закону радиоактивного распада, скорость исчезновения ядер  $Pm^{149}$  пропорциональна его концентрации и константе радиоактивного распада  $\lambda_p$ . Таким образом, число ядер прометия, исчезающих из единицы объема в единицу времени есть  $\lambda_p Pm$ ;

ядра прометия в результате радиоактивного распада превращаются в ядра самария, следовательно, скорость образования ядер самария в единице объема есть  $\lambda_p Pm$ ;

убыль ядер самария возможна только за счет его выгорания в результате поглощения нейтронов и пропорциональна концентрации самария, микроскопическому сечению поглощения и плотности потока нейтронов, т.е. величине  $\delta_{Sm} \cdot Sm \cdot \varphi(\vec{r}, t)$ .

При известном законе изменения плотности потока нейтронов, решение системы (91) не представляет труда. Рассмотрим несколько физически важных частных случаев.

### Равновесное (стационарное) отравление самарием

При неизменной во времени плотности потока нейтронов скорость прибыли ядер равна скорости их убыли и изменения концентрации ядер не происходит:

$$\begin{cases} \delta_p \sum_f \varphi(\vec{r}) = \lambda_p Pm(\vec{r}); \\ \lambda_p Pm(\vec{r}) = \delta_{Sm} \cdot Sm \cdot \varphi(\vec{r}). \end{cases} \quad (92)$$

Из соотношений (93) легко получаются выражения для стационарных концентраций прометия и самария:

$$Pm_p = \frac{\delta_p \sum_f \varphi(\vec{r})}{\lambda_p}; \quad (93)$$

$$Sm_p = \frac{\delta_p \sum_f}{\delta_{Sm}}. \quad (94)$$

Из формулы (93) видно, что концентрация прометия линейно зависит от плотности потока нейтронов и имеет то же пространственное распределение. Концентрация же самария не зависит от плотности потока нейтронов. На рис.1.41 показан качественный вид зависимости равновесных концентраций прометия и самария от уровня плотности потока нейтронов.

При  $\varphi = 0$  в поведении  $Sm^{149}$  имеется разрыв, так как понятно, что если нет потока нейтронов, то нет и делений, значит не появляются и ядра самария, с другой стороны, в соответствии с формулой (94) для любого потока, отличного от 0, равновесная

концентрация  $\text{Sm}^{149}$  одна и та же. Это кажущееся противоречие снимается при рассмотрении динамики выхода в стационарное состояние.

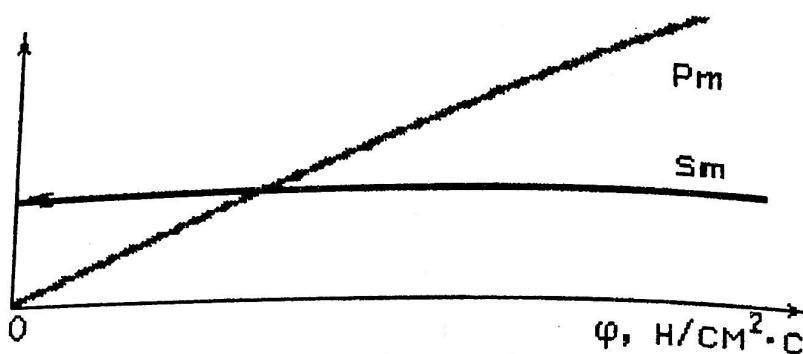


Рис. 1.41. Качественный вид зависимости концентрации прометия и самария от уровня плотности потока нейтронов

### Нестационарное отравление самарием в точечном приближении

Решение системы уравнений (90) при известном виде  $\varphi(\vec{r}, t)$  не вызывает затруднений и в общем виде есть:

$$Pm(t) = Pm_0 e^{-\lambda_p t} + \gamma_p \sum_f \int_0^t \varphi(\vec{r}, \tau) e^{-\lambda_p(\tau-t)} d\tau; \quad (95)$$

$$Sm(t) = Sm_0 e^{-A(t)} + \int_0^t \lambda_p Pm(\tau) e^{A(\tau)-A(t)} d\tau, \quad (96)$$

где

$$A(t) = \int_0^t \delta_{Sm} \varphi(\tau) d\tau.$$

Рассмотрим наиболее важные частные случаи самариевого отравления при работе реактора в переходных режимах.

Пуск реактора со свежим топливом

Предположим, что после пуска реактор выведен на уровень мощности, соответствующий плотности потока нейтронов  $\varphi_H$ . Поскольку мощность поднимается в реакторе со свежим топливом, то начальные концентрации прометия и самария равны нулю и выражение (95) принимает следующий вид:

$$\rho_m(\vec{r}, t) = \frac{\delta_p \sum_f \varphi_H}{\lambda_p} [1 - e^{-\lambda_p t}]. \quad (97)$$

Понятно, что при  $t \rightarrow \infty$  концентрация прометия достигает своего равновесного значения:

$$\rho_{m_p} = \frac{\delta_p \sum_f \varphi_H}{\lambda_p}.$$

Практически, выход на равновесную концентрацию самария осуществляется примерно через 10 суток. На рис.1.42 показано изменение концентрации прометия при пуске реактора. Скорость достижения равновесной концентрации определяется лишь  $\lambda_p$ .

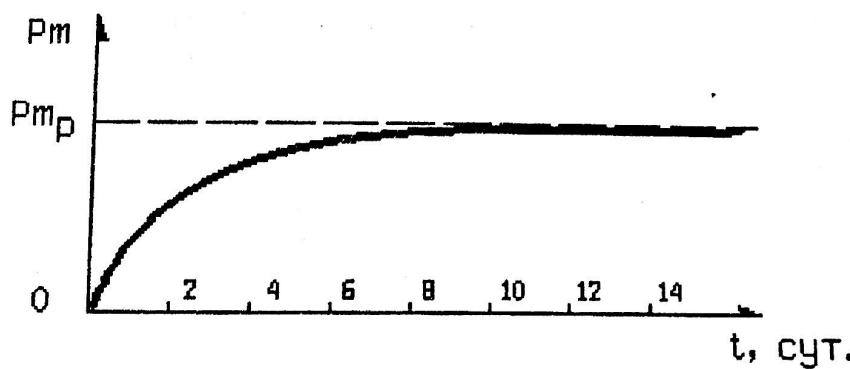


Рис. 1.42. Зависимость концентрации прометия от времени при пуске реактора

Закон изменения концентрации самария в таком режиме можно получить, подставив выражение (97) в формулу (96), учитывая, что  $S_{m_0} = 0$ ,  $\varphi(\vec{r}, t) = \varphi_H$ . Окончательно имеем:

$$S_m(t) = \frac{\lambda_p \Sigma_f}{\delta_{Sm}} [1 - \exp(-\delta_{Sm} \varphi_n t)] + \\ + \frac{\lambda_p \Sigma_f \varphi_n}{\lambda_p - \delta_{Sm} \varphi_n} [\exp(-\lambda_p t) - \exp(-\delta_{Sm} \varphi_n t)]. \quad (98)$$

Как и должно быть, из формулы (98) следует, что при  $t \rightarrow \infty$

$$S_m(t) \rightarrow S_{m_p} = \frac{\lambda_p \Sigma_f}{\delta_{Sm}}$$

На рис. 1.43 показано изменение концентрации самария при подъеме реактора на различный уровень мощности.

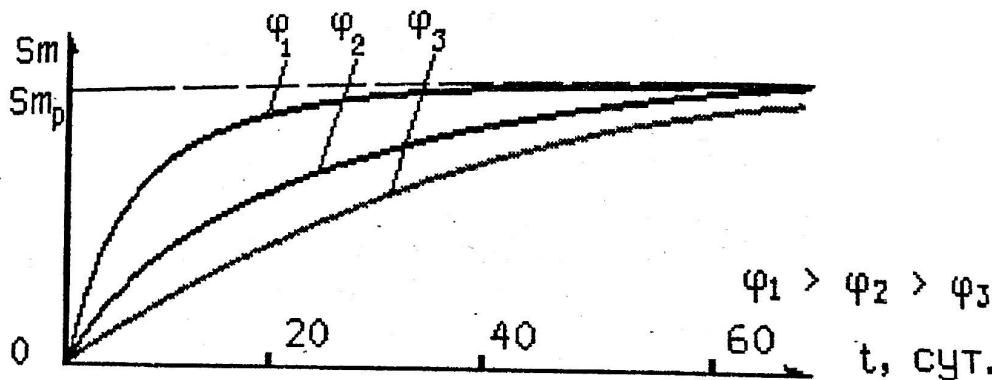


Рис. 1.43. Изменение концентрации самария при выходе неотравленного реактора на номинальную мощность

Из рисунка видно, что чем больше мощность реактора, тем скорее достигается концентрация, близкая к равновесной. Практически, в энергетических реакторах это время составляет 3—4 недели, в зависимости от уровня плотности потока нейтронов.

### Полная остановка реактора

Рассмотрим ситуацию полной остановки реактора, длительное время до этого работавшего на номинальном уровне мощности.

Уравнения, описывающие процесс самариевого отравления, в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m}{\partial t} &= -\lambda_p P_m ; \\ \frac{\partial S_m}{\partial t} &= \lambda_p P_m ; \\ P_m(0) &= P_{m_p} = \delta_p \Sigma_f \varphi_h / \lambda_p ; \\ S_m(0) &= S_{m_p} = \delta_p \Sigma_f / \delta s_m .\end{aligned}\tag{99}$$

Решение уравнения:

$$S_m(\vec{r}, t) = \frac{\delta_p \Sigma_f}{\delta s_m} + \frac{\delta_p \varphi_h(\vec{r}) \Sigma_f}{\lambda_p} (1 - e^{-\lambda_p t}).\tag{100}$$

При достаточно большом значении  $t$  после останова реактора значение концентрации Sm равно:

$$S_m = \frac{\delta_p \Sigma_f}{\delta s_m} + \frac{\delta_p \varphi_h \Sigma_f}{\lambda_p}.$$

На рис.1.44 показано изменение концентраций самария при полной остановке в зависимости от времени для различных уровней мощности до остановки. Из рисунка видно, что концентрация самария после полной остановки зависит от уровня мощности и для рабочих диапазонов мощностей превышает равновесный уровень приблизительно в два раза.

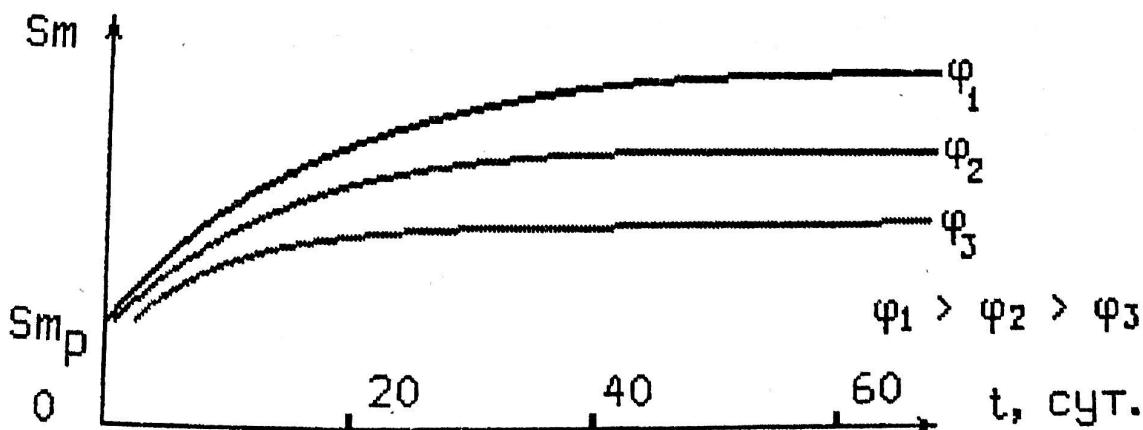


Рис. 1.44. Изменение концентрации самария при полной остановке реактора

При изменении (90) для конкретного вида  $\varphi(t)$  быть получено в результате изменения концентрации самария.

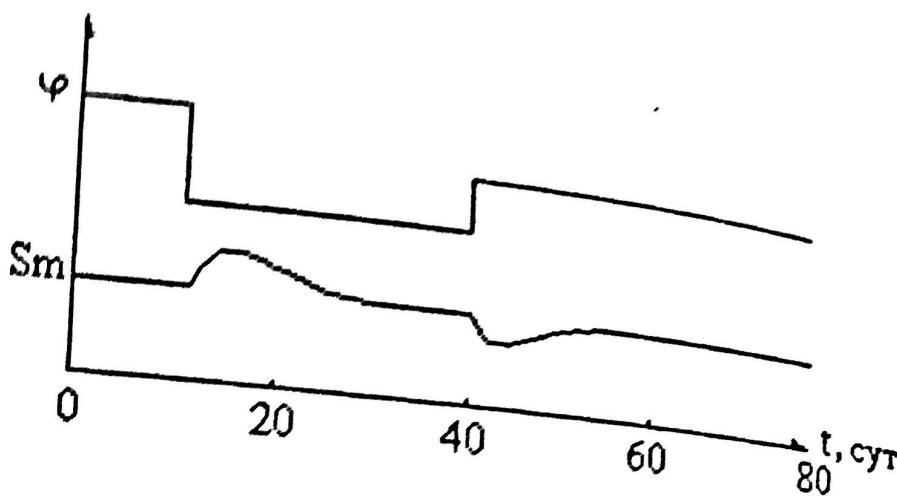


Рис. 1.45. Зависимость концентрации самария от уровня плотности потока нейтронов

### Потеря реактивности на компенсацию самарийевого отравления

Появление ядер самария при работе реактора на тепловых нейтронах приводит к снижению коэффициента размножения. Эффективный коэффициент размножения может быть записан в виде:

$$K_{\text{эфф}} = \bar{V}_{\text{эфф}} \mu \varphi \theta \rho,$$

где  $\rho$  — вероятность избежать утечки за пределы реактора;  $\bar{V}_{\text{эфф}}$  — число быстрых нейтронов, возникающих при поглощении теплового нейтрона в топливе;

$\mu$  — коэффициент размножения на быстрых нейтронах;  $\varphi$  — в нашем случае вероятность избежать резонансного захвата (не путать с  $\varphi(\vec{r}, t)$ ) — плотностью потока нейтронов);

Самарийное отравление при переходе с одного на другой уровень мощности также легко может быть получено в результате решения системы уравнений (90) для конкретного вида  $\varphi(\xi)$ . На рис. 1.45 показано изменение уровня мощности и соответствующее изменение концентрации самария.

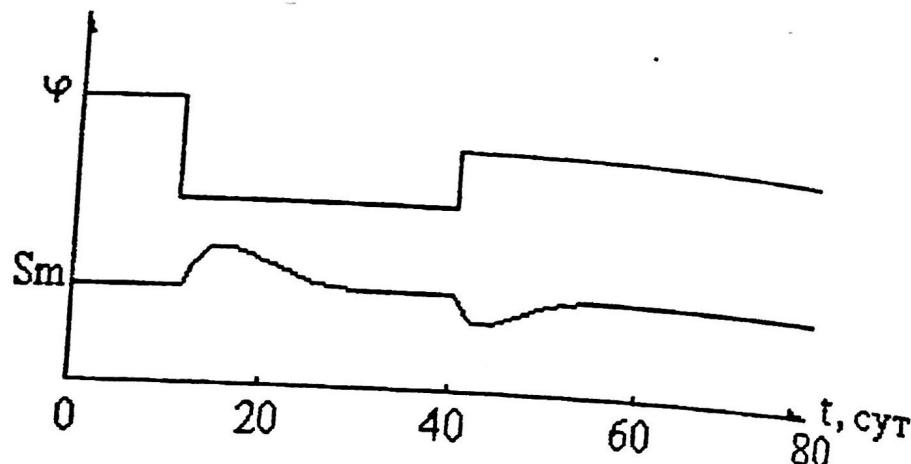


Рис. 1.45. Зависимость концентрации самария от уровня плотности потока нейтронов

### Потеря реактивности на компенсацию самарийового отравления

Появление ядер самария при работе реактора на тепловых нейтронах приводит к снижению коэффициента размножения. Эффективный коэффициент размножения может быть записан в виде:

$$K_{\text{эфф}} = \nu_{\text{эфф}} / \mu \varphi \rho,$$

где  $\rho$  — вероятность избежать утечки за пределы реактора;  
 $\nu_{\text{эфф}}$  — число быстрых нейтронов, возникающих при поглощении теплового нейтрона в топливе;  
 $\mu$  — коэффициент размножения на быстрых нейтронах;  
 $\varphi$  — в нашем случае вероятность избежать резонансного захвата (не путать с  $\varphi(\vec{r}, t)$  — плотностью потока нейтронов);

$\Theta$  — коэффициент использования тепловых нейтронов — отношение скорости поглощения тепловых нейтронов в топливе к скорости поглощения во всех (включая топливо) материалах активной зоны.

Понятно, что появление сильного поглотителя в тепловой области влияет именно на сомножитель  $\Theta$ . (В силу относительно небольшого количества ядер самария в активной зоне его влияние на рассеивающие свойства, а следовательно, и на утечку пренебрежимо мало.) Поэтому выражения для эффективного коэффициента реактивности для отравленного и неотравленного реакторов будут иметь соответственно вид:

$$K_{\text{эф}} = \nu_{\text{эф}} \mu \varphi \theta ; \quad K'_{\text{эф}} = \nu'_{\text{эф}} \mu \varphi \theta' .$$

Если эффективный коэффициент размножения неотравленного реактора равен 1, то потеря реактивности на компенсацию самариевого отравления будет иметь вид:

$$\rho_{sm} = \frac{K'_{\text{эф}} - 1}{K'_{\text{эф}}} = \frac{\theta' - \theta}{\theta} .$$

Явный вид для краэффициента использования тепловых нейтронов в отравленном и неотравленном реакторе есть:

$$\theta' = \frac{\Sigma_a^T}{\Sigma_a^T + \Sigma_a^M + \sigma_{sm} sm} ;$$

$$\theta = \frac{\Sigma_a^T}{\Sigma_a^T + \Sigma_a^M} ,$$

где  $\Sigma_a^T$  — сечение поглощения топлива [ $\text{см}^{-1}$ ];

$\Sigma_a^M$  — сечение поглощения всех остальных материалов кроме топлива [ $\text{см}^{-1}$ ].

После простых преобразований получим:

$$\rho_{sm} = - \frac{\sigma_{sm} sm}{\Sigma_a} \cdot \theta .$$

Таким образом, потеря реактивности на компенсацию самарийового отравления пропорциональна концентрации самария и коэффициенту использования тепловых нейтронов. Понятно, что максимальное значение потери реактивности будет при  $\Theta = 1$ , т.е. когда в активной зоне находится только топливо. В табл.14 показана потеря реактивности в зависимости от обогащения топлива.

Таблица 14

Зависимость потери реактивности на компенсацию самарийового отравления от обогащения топлива

Обогащение, %	$\rho_{sm}$
0.714 (естественный уран)	0.0072
2	0.0094
3	0.0099
100 (чистый $U^{235}$ )	0.0112