Лабораторная работа №6 «Регрессия»

Работу выполнила студентка группы 5140201/30301 Фазылова Алика

Задание 1.

Загрузите данные из файла reglab1.txt. Используя функцию lm, постройте регрессию (используйте разные модели). Выберите наиболее подходящую модель, объясните свой выбор.

Решение

Построим три регрессионных модели в зависимости от разных параметров z(x, y), x(y, z) и y(x, z) (рисунки 1-3).

Рисунок 1 – Регрессионная модель 1 z(x, y)

Рисунок 2 – Регрессионная модель 2 x(y, z)

Рисунок 3 – Регрессионная модель 3 у(x, z).

Оценим модели по метрикам RSE и R-squared.

Residual Standard Error (RSE) - представляет собой меру разброса остатков в регрессионной модели. Остатки — это разница между фактическими значениями зависимой переменной и значениями, предсказанными моделью. Более низкое значение RSE указывает на то, что остатки имеют меньший разброс относительно предсказанных значений, что в свою очередь говорит о лучшей адаптации модели к данным.

Самым низким RSE обладает модель 3 у(x,z) 0.06659, далее идет модель 2 x(y,z) 0.0788, и затем модель 1 z(x,y) 0.3376.

R-квадрат (коэффициент детерминации) показывает, насколько условная дисперсия модели отличается от дисперсии реальных значений. Если этот коэффициент близок к 1, то условная дисперсия модели достаточно мала и вероятно, что модель хорошо описывает данные.

Самым большим R-squared обладает модель 1 z(x,y) 0.9686, далее с незначительным отставанием идет модель 3 y(x,z) 0.9505, и затем модель 2 x(y,z) 0.9187.

Таким образом модель 3 y(x,z) является наиболее оптимальной, так как она имеет хорошие показатели по анализируемым метрикам.

Данная модель имеет вид: Y=0.02861+0.12229 Z-0.78821 X

Листинг кода 1 задачи:

```
\label{eq:continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous_continuous
```

Задание 2.

Реализуйте следующий алгоритм ДЛЯ уменьшения количества признаков, используемых для построения регрессии: для каждого $k \in \{0,1,...,d\}$ выбрать подмножество признаков мощности k^1 , минимизирующее остаточную выберите RSS. Используя полученный квадратов алгоритм, CVMMV оптимальное подможество признаков для данных из файла reglab2.txt. Объясните свой выбор. Для генерации всех возможных сочетаний по т элементов из некоторого множества x можно использовать функцию combn(x, m, ...).

Выполним программу получив следующие результаты (рисунок)

Рисунок 4 – Результат работы программы

В результате работы программы минимальной остаточной суммой квадратов RSS равной 0.1928635 обладает регрессионная модель со всем множеством параметром, имеющая следующий вид:

```
Y = -0.00964 + 3.99699X1 + 3.011691X2 + 0.10226X3 + 0.094398X4.
```

Листинг кода 2 задачи:

```
data2 <- read.table("reglab2.txt", header = TRUE)
min RSS <- Inf
d \le ncol(data2) - 1
for (k in 1:d) {
 combination <- combn(data2[, -1], k)
 for (i in 1:nrow(combination)) {
  new data <- data.frame(y = data2[, 1], combination[i, ])
  f \le -lm(y \sim .., new data)
  RSS <- sum((residuals(f))^2)
  if (RSS < min_RSS) {</pre>
   min RSS <- RSS
   optimal model <- f
  }
 }
cat("Минимальная остаточная сумма квадратов (RSS):", min RSS, "\n")
cat("Summary модели:\n")
print(summary(optimal_model))
cat("Коэффициенты модели:\n")
print(optimal model$coefficients)
plot(optimal model)
```

Задание 3.

Загрузите данные из файла cygage.txt. Постройте регрессию, выражающую зависимость возраста исследуемых отложений от глубины залегания, используя веса наблюдений. Оцените качество построенной модели.

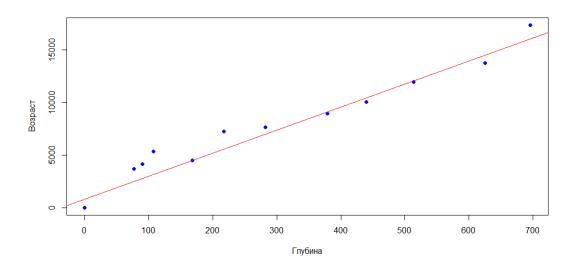


Рисунок 5 — Зависимость возраста исследуемых отложений от глубины залегания

Регрессионная модель имеет вид:

Полученные результаты (рисунок 6)

Рисунок 6 – Результаты анализа

Среднее квадратов разности между фактическими значениями и предсказанными значениями MSE равно 227161.2, что приемлимо для заданных данных. R-squared близок к единице (0.9737), что означает что модель хорошо соответствует данным. Также F-статистика и маленькое p-value 3.141e-09 говорят о статистической значимости модели.

Листинг кода 3 задачи:

```
data3 <- read.table("cygage.txt", stringsAsFactors = TRUE, header = TRUE)
model <- lm(calAge ~ Depth, data = data3, weights = Weight)

summary(model)
summary<-summary(model)

# Вычисление MSE
mse <- mean(summary$residuals^2)

cat("Mean Squared Error (MSE):", mse, "\n")

plot(data3$Depth, data3$calAge, pch = 16, col = "blue", xlab = "Глубина", ylab = "Возраст")
abline(model, col = "red")
```

Залание 4.

Загрузите данные Longley (макроэкономические данные). Данные состоят из 7 экономических переменных, наблюдаемых с 1947 по 1962 годы (n=16):

GNP.deflator - дефлятор цен,

GNP - валовой национальный продукт,

Unemployed – число безработных

Armed.Forces – число людей в армии

Population – население, возраст которого старше 14 лет

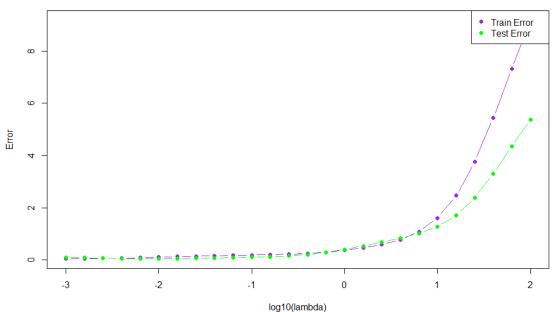
Year - год

Employed – количество занятых

Построить регрессию $lm(Employed \sim .)$.

Исключите из набора данных longley переменную "Population". Разделите данные на тестовую и обучающую выборки равных размеров случайным образом. Постройте гребневую регрессию для значений $\lambda = 10^{-3+0.2 \cdot i}$, $i=0,\ldots,25$, подсчитайте ошибку на тестовой и обучающей выборке для данных значений λ , постройте графики. Объясните полученные результаты.

В результате работы были сформированы следующие графики зависимости среднеквадратичной ошибкой (Mean Squared Error, MSE) от лямбды для тестовой и тренировочной выборки. (рисунок 7).



Гребневая регрессия: Ошибка на обучающей и тестовой выборке от lambda

Рисунок 7 – График MSE от значений λ

Проанализировав график, можно сказать, что с увеличением значений λ начиная от нуля ошибка начинает увеличиваться, при этом ошибка на тестовой выборке меньше, чем на тренировочной.

Листинг кода 4 задачи: data(longley)

```
longley <- subset(longley, select = -c(Population))
       set.seed(123)
       indices <- sample(1:nrow(longley), nrow(longley) / 2)
       train data <- longley[indices, ]
       test data <- longley[-indices, ]
       # Построение гребневой регрессии
       lambda values <-10^{(-3 + 0.2 * (0.25))}
       ridge errors train <- numeric(length(lambda values))
       ridge errors test <- numeric(length(lambda values))
       for (i in seq_along(lambda_values)) {
        lambda <- lambda values[i]
        ridge model <- lm.ridge(Employed ~ ., train data, lambda = lambda)
        ridge coef <- coef(ridge model)
        # Предсказание на обучающей выборке
        train pred <- cbind(1, as.matrix(train data[, -ncol(train data)])) %*% ridge coef
        ridge errors train[i] <- mean((train pred - train data$Employed)^2)
        # Предсказание на тестовой выборке
        test pred <- cbind(1, as.matrix(test data[, -ncol(test data)])) %*% ridge coef
        ridge errors test[i] <- mean((test pred - test data$Employed)^2)
       }
       plot(log10(lambda_values), ridge_errors_train, type = "b",pch = 16, col = "purple", xlab =
"log10(lambda)",
          ylab = "Error", main = "Гребневая регрессия: Ошибка на обучающей и тестовой
выборке от lambda")
       lines(log10(lambda values), ridge errors test, type = "b", pch = 16, col = "green")
       legend("topright", legend = c("Train Error", "Test Error"), col = c("purple", "green"), pch
= 16)
```

model base <- lm(Employed ~ ., longley)

Задание 5.

Загрузите данные EuStockMarkets из пакета « datasets». Данные содержат ежедневные котировки на момент закрытия фондовых бирж: Germany DAX (Ibis), Switzerland SMI, France CAC, и UK FTSE. Постройте на одном графике все кривые изменения котировок во времени. Постройте линейную регрессию для каждой модели в отдельности и для всех моделей вместе. Оцените, какая из бирж имеет наибольшую динамику.

Построим на одном графике все кривые изменения котировок во времени (рисунок 8)

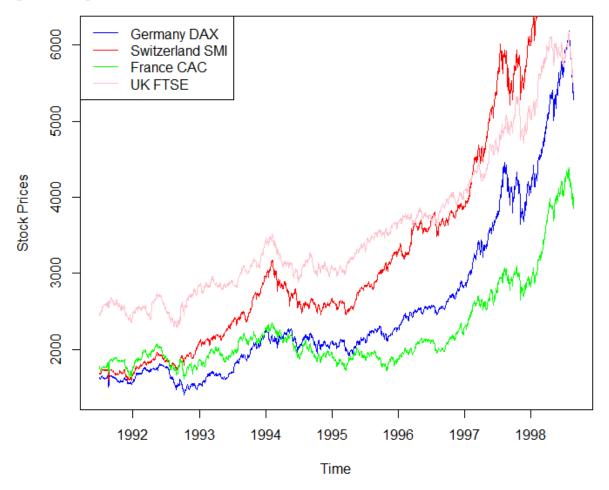


Рисунок 8 – Кривые изменения котировок во времени

Построим линейную регрессию для каждой модели в отдельности (рисунок 9) и для всех вместе (рисунок 10).

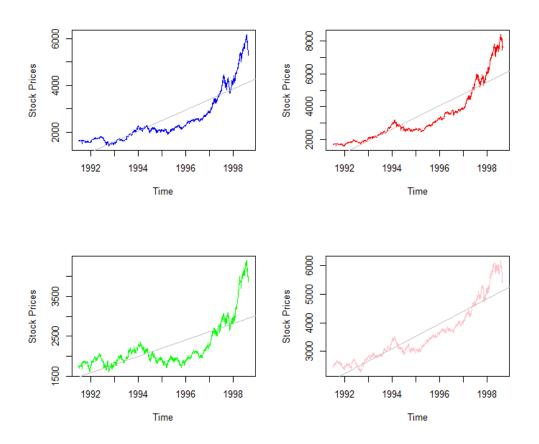


Рисунок 9 – Линейная регрессия для каждой модели

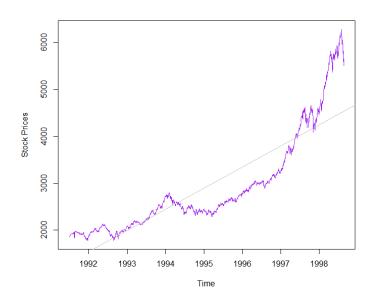


Рисунок 10 – Линейная регрессия для всех моделей

```
Оценим, какая из бирж имеет наибольшую динамику.
```

Модель Germany DAX: -8.946e+05 + 449.7 Time

Модель Switzerland SMI: -1.428e+06 + 717.5 Time

Модель France CAC: -4.059e+05 + 204.6 Time

Модель UK FTSE: -8.652e+05 + 435.5 Time

В модели с биржей Switzerland SMI коэффициент у параметра времени (Time) наибольший, значит эта биржа обладает наибольшей динамикой.

```
Листинг кода 5 задачи:
```

par(mfrow = c(1, 1))

```
data(EuStockMarkets)
       plot(EuStockMarkets[,1], type = "l", col="blue",main = names(EuStockMarkets)[i], xlab
= "Time", ylab = "Stock Prices")
       lines(EuStockMarkets[,2], type = "1", col="red")
       lines(EuStockMarkets[,3], type = "1", col="green")
       lines(EuStockMarkets[,4], type = "l", col="pink")
       legend("topleft", legend = c("Germany DAX", "Switzerland SMI", "France CAC", "UK
FTSE"), col = c("blue", "red", "green", "pink"), lty = 1)
       par(mfrow = c(2, 2))
       models <- list()
       for (i in 1:4) {
        model <- lm(EuStockMarkets[, i] ~ time(EuStockMarkets))
        models[[i]] <- model
        summary(model)
        plot(time(EuStockMarkets), EuStockMarkets[, i], type = "l", col = c("blue", "red",
"green", "pink")[i], main = names(EuStockMarkets)[i], xlab = "Time", ylab = "Stock Prices")
        abline(model, col = "gray")
       }
```

```
# Линейная регрессии для всех моделей overall_model <- lm(rowMeans(EuStockMarkets) ~ time(EuStockMarkets)) plot(time(EuStockMarkets), rowMeans(EuStockMarkets), type = "l", col = "purple", xlab = "Time", ylab = "Stock Prices") abline(overall_model, col = "gray")
```

Задание 6.

Загрузите данные Johnson Johnson из пакета «datasets». Данные содержат поквартальную прибыль компании Johnson & Johnson с 1960 по 1980 гг. Постройте на одном графике все кривые изменения прибыли во времени. Постройте линейную регрессию для каждого квартала в отдельности и для всех кварталов вместе. Оцените, в каком квартале компания имеет наибольшую и наименьшую динамику доходности. Сделайте прогноз по прибыли в 2016 году во всех кварталах и в среднем по году.

Построим на одном графике все кривые изменения прибыли во времени (рисунок 11)

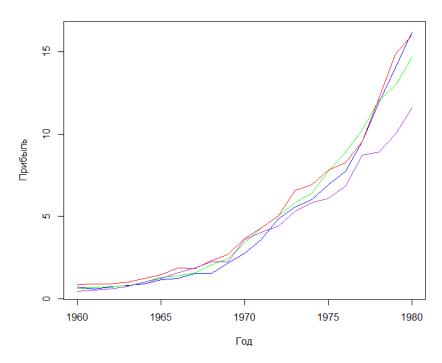


Рисунок 11 – Кривые изменения прибыли во времени

Построим линейную регрессию для каждого квартала в отдельности (рисунок 12)

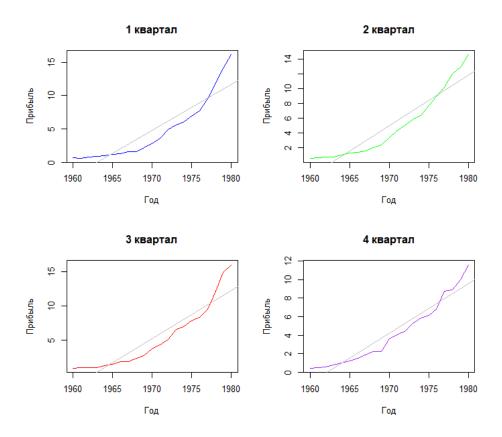


Рисунок 12 – Кривые изменения прибыли во времени

Оценим, какая из моделей имеет наибольшую, а какая наименьшую динамику.

Модель 1-го квартала: -1364.2818+0.695 Time

Модель 2-го квартала: -1345+0.6853 Time

Модель 3-го квартала: -1382+0.7044 Time

Модель 4-го квартала: -1050+0.5349 Time

Модель для всех: -5141.2543+2.6195 Time

В модели квартала 3 коэффициент у параметра времени (Time) наибольший, значит эта модель обладает наибольшей динамикой. Наименьшая динамика наблюдается в 4-ом квартале.

Прогноз по прибыли на 2016 год.

1 квартал: 36.75964

2 квартал: 36.48945

3 квартал: 37.65394

4 квартал: 28.79391

В среднем по году: 34.92424

Листинг кода 6 задачи:

```
library(datasets)
       data(JohnsonJohnson)
       qtr1 < - JohnsonJohnson[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)]
       qtr2 \le JohnsonJohnson[seq(from = 2, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)]
       qtr3 < - JohnsonJohnson[seq(from = 3, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)]
       qtr4 <- JohnsonJohnson[seq(from = 4, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)]
       JohnsonJohnson.qtr1 \leftarrow data.frame(Year = year, Qtr = qtr1)
       JohnsonJohnson.qtr2 <- data.frame(Year = year, Qtr = qtr2)
       JohnsonJohnson.qtr3 \le data.frame(Year = year, Qtr = qtr3)
       JohnsonJohnson.qtr4 \le data.frame(Year = year, Qtr = qtr4)
       JohnsonJohnson.year <- data.frame(Year = year, Qtr1 = qtr1, Qtr2 = qtr2, Qtr3 = qtr3, Qtr4
= qtr4)
       plot(JohnsonJohnson.qtr1, type = "1", col="blue", xlab="Год", ylab="Прибыль")
       lines(JohnsonJohnson.gtr2, col="green")
       lines(JohnsonJohnson.qtr3, col="red")
       lines(JohnsonJohnson.qtr4, col="purple")
       # Функция для вывода графика с регрессией
       plot with regression <- function(data, col, qtr name) {
        model <- lm(Qtr ~ Year, data)
        plot(data$Year, data$Qtr, type = "l", col = col, xlab = "Год", ylab = "Прибыль", main =
qtr name)
        abline(model, col = "gray")
        print(summary(model))
        # Предсказание для 2016 года
        prediction <- predict(model, data.frame(Year = 2016))</pre>
        cat(qtr name, "прогноз на 2016 год:", prediction, "\n\n")
       }
```

```
par(mfrow = c(2, 2))

plot_with_regression(JohnsonJohnson.qtr1, "blue", "1 квартал")

plot_with_regression(JohnsonJohnson.qtr2, "green", "2 квартал")

plot_with_regression(JohnsonJohnson.qtr3, "red", "3 квартал")

plot_with_regression(JohnsonJohnson.qtr4, "purple", "4 квартал")

par(mfrow = c(1, 1))

model <- lm(Qtr1 + Qtr2 + Qtr3 + Qtr4 ~ Year, JohnsonJohnson.year )

summary(model)

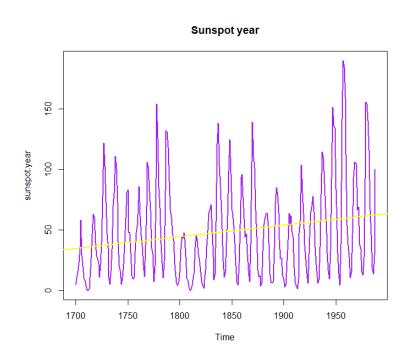
prediction <- predict(model ,data.frame(Year = 2016))/4

prediction
```

Задание 7.

Загрузите данные sunspot.year из пакета «datasets». Данные содержат количество солнечных пятен с 1700 по 1988 гг. Постройте на графике кривую изменения числа солнечных пятен во времени. Постройте линейную регрессию для данных.

Построим график модели (рисунок 13).



Выведем информацию о модели (рисунок 14).

Рисунок 14 – Информация о модели

Листинг кода 7 задачи:

```
\label{eq:constraints} $\operatorname{data}(\operatorname{sunspot.year})$$ model <- \operatorname{lm}(\operatorname{sun} \sim ., \operatorname{data.frame}(\operatorname{time} = \operatorname{time}(\operatorname{sunspot.year}), \operatorname{sun} = \operatorname{sunspot.year}))$$ summary(model) $$ plot(\operatorname{sunspot.year}, \operatorname{main} = "Sunspot year", \operatorname{col} = "purple", \operatorname{lwd} = 2) $$ abline(model, \operatorname{col} = "yellow", \operatorname{lwd} = 2) $$
```

Задание 8.

Загрузите данные из файла пакета «UKgas.scv». Данные содержат объемы ежеквартально потребляемого газа в Великобритании с 1960 по 1986 гг. Постройте линейную регрессию для каждого квартала в отдельности и для всех кварталов вместе. Оцените, в каком квартале потребление газа имеет наибольшую и наименьшую динамику доходности. Сделайте прогноз по потреблению газа в 2016 году во всех кварталах и в среднем по году.

Построим линейную регрессию для каждого квартала в отдельности и для всех кварталов вместе (рисунок 15)

```
(Intercept) data$time[seq(from = 1, to = nrow(data), by = 4)]
-78854.23 40.22
> model2 <- lm(qtr2 \sim data$time[seq(from = 2, to = nrow(data), by = 4)], data) > model2
lm(formula = qtr2 \sim data$time[seq(from = 2, to = nrow(data), by = 4)], data = data)
Coefficients:
                                   (Intercept) data$time[seq(from = 2, to = nrow(data), by = 4)]
    -35297.23
18.04
> model3 <- lm(qtr3 \sim data$time[seq(from = 3, to = nrow(data), by = 4)], data) > model3
Coefficients:
                                  (Intercept) data$time[seq(from = 3, to = nrow(data), by = 4)]
-15403.73
> model4 <- lm(qtr4 \sim data$time[seq(from = 4, to = nrow(data), by = 4)], data) > model4
Coefficients:
                         (Intercept) data$time[seq(from = 4, to = nrow(data), by = 4)]
    -59112.72
> model5 <- lm((qtr1 + qtr2 + qtr3 + qtr4) \sim data$time[seq(from = 1, to = nrow(data), by = 4)], data) > model5
lm(formula = (qtr1 + qtr2 + qtr3 + qtr4) ~ data$time[seq(from = 1,
to = nrow(data), by = 4)], data = data)
Coefficients:
                                     (Intercept) datastime[seq(from = 1, to = nrow(data), by = 4)]
-188636.85 96.29
```

Рисунок 15 – Модели регрессии

Модель 1-го квартала: -78854.23+40.22 Time

Модель 2-го квартала: -35297.23+18.04 Time

Модель 3-го квартала: -15403.73+7.89 Time

Модель 4-го квартала: -59112.72+30.14 Time

Модель для всех: -188636.85+96.29 Time

Оценив полученные результаты, исходя из коэффициента при параметре время, можно сказать, что наибольшая динамика доходности потребления газа у 1-го квартала, а наименьшая у 3-го.

Прогноз для 2016 года для 1 квартала: 2230.936

Прогноз для 2016 года для 2 квартала: 1072.375

Прогноз для 2016 года для 3 квартала: 501.9919

Прогноз для 2016 года для 4 квартала: 1654.785

Прогноз для 2016 года в среднем по году: 1372.787

Листинг кода 8 задачи:

```
data <- read.csv("UKgas.csv", stringsAsFactors = TRUE)
       head(data)
       qtr1 < -data$UKgas[seq(from = 1, to = nrow(data), by = 4)]
       qtr2 < -data UKgas[seq(from = 2, to = nrow(data), by = 4)]
       qtr3 < -data UKgas[seq(from = 3, to = nrow(data), by = 4)]
       qtr4 < -data UKgas[seq(from = 4, to = nrow(data), by = 4)]
       model1 \le lm(qtr1 \sim data\$time[seq(from = 1, to = nrow(data), by = 4)], data)
       model1
       model2 \le lm(qtr2 \sim data time[seq(from = 2, to = nrow(data), by = 4)], data)
       model2
       model3 \le lm(qtr3 \sim data time[seq(from = 3, to = nrow(data), by = 4)], data)
       model3
       model4 \le lm(qtr4 \sim data time[seq(from = 4, to = nrow(data), by = 4)], data)
       model4
       model5 \le lm((qtr1 + qtr2 + qtr3 + qtr4) \sim data\$time[seq(from = 1, to = nrow(data), by = logical seq(from = 1, to = nrow(data))]
4)], data)
       model5
       predict1 = coef(model1)[1] + coef(model1)[2]*2016
       predict2 = coef(model2)[1] + coef(model2)[2]*2016
       predict3 = coef(model3)[1] + coef(model3)[2]*2016
       predict4 = coef(model4)[1] + coef(model4)[2]*2016
       predict5 = (coef(model5)[1] + coef(model5)[2]*2016)/4
       cat("Прогноз для 2016 года для 1 квартала: ", predict1, "\n")
       cat("Прогноз для 2016 года для 2 квартала: ", predict2, "\n")
       cat("Прогноз для 2016 года для 3 квартала: ", predict3, "\n")
       cat("Прогноз для 2016 года для 4 квартала: ", predict4, "\n")
       cat("Прогноз для 2016 года в среднем по году: ", predict5, "\n")
```

Задание 9.

Загрузите данные cars из пакета «datasets». Данные содержат зависимости тормозного пути автомобиля (футы) от его скорости (мили в час). Данные получены в 1920 г. Постройте регрессионную модель и оцените длину тормозного пути при скорости 40 миль в час.

Построим регрессионную модель по данным Cars (рисунок 16)

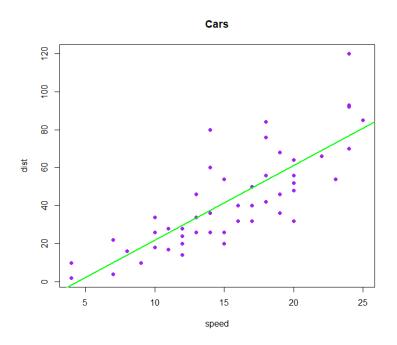


Рисунок 16 – Регрессионная модель

Длина тормозного пути при скорости 40 миль в час равна 139.7173.

Листинг кода 9 задачи:

```
data(cars)
model <- lm(dist ~ ., data = cars)
plot(cars, main = "Cars", pch = 16, col = "purple", lwd = 2)
abline(model, col = "green", lwd = 2)
predict.lm(model, data.frame(speed = 40))
```