Inhomogene Lineare Differentialgleichungen

$$y'(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot y(t) + \underbrace{6 \cdot (1+2t)}_{0} \qquad t > -\frac{1}{2}$$

① homogene Gleichung lösen $\Rightarrow b(t) = 0$

$$y'(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{4}{1+2t} \cdot y(t)$$

$$= \int \frac{1}{y(t)} \cdot dy = \int \frac{4}{1+2t} \cdot d(t)$$

$$= \ln(|y(t)|) = 2 \cdot \int \ln(1+2t) + c \quad | e$$

$$y(t) = (1+2t)^2 \cdot c \qquad (1+2t)^2$$

$\Rightarrow$ Probe:

$$y'(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot (1+2t)^2 \cdot c$$

$$y'(t) = \frac{4}{\cancel{1+2t}} \cdot \cancel{(1+2t)} \cdot (1+2t)$$

$$y'(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot c$$

② $c \Rightarrow c(t)$

$$y(t) = (1+2t)^2 \cdot c(t) \Rightarrow y(t) = (1+2t)^2 \cdot c(t)$$

$$y'(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot y(t) + 6 \cdot (1+2t)$$

③ $y(t)$ ableiten

$$y(t) = (1+2t)^2 \cdot C(t)$$

$$u \cdot v$$

$$y'(t) = (1+2t)^2 \cdot C'(t) + 4 \cdot (1+2t)\, C(t)$$

④ gleichsetzen

$$(1+2t)^2 \cdot C'(t) + 4 \cdot (1+2t)\, C(t) = \frac{4}{1+2t} \cdot (1+2t)^2 \cdot C(t)\; 6 \cdot (1+2t)$$

$$\cancel{(1+2t)^2} \cdot C'(t) + \cancel{4 \cdot (1+2t)\, C(t)} = \frac{\cancel{4}}{1+2t} \cdot \cancel{(1+2t)^2} \cdot \cancel{C(t)}\; 6 \cdot \cancel{(1+2t)}$$

$$C'(t) = \frac{6}{1+2t}$$

$$C'(t) = \frac{6}{1+2t}$$

Stamm-funktion

$$C(t) = 3 \cdot \ln(1+2t)$$

$$y(t) = (1+2t)^2 \cdot C(t)$$

einsetzen in $y(t) \Rightarrow y_p(t) = (1+2t)^2 \cdot 3 \cdot \ln(1+2t)$

p = partikulare Lösung