Анализ алгоритма Флойда

(1) $x_1 \to x_2 \to \dots x_\mu \to y_1 \to y_2 \to \dots y_\lambda \to x_n \to x_{n+1} \dots$

После входа в цикл положения обоих можно рассматривать по модулю λ.

$$t = t+1 \mod \lambda$$
$$h = h+2 \mod \lambda$$

Тогда расстояние между ними:

$$\Delta = h - t \mod \lambda$$

А через 1 шаг:

$$\Delta' = h+2-t-1 = h-t+1 = \Delta+1 \mod \lambda$$

$\Downarrow$

каждый шаг значение увеличивается $\Rightarrow$ в какой-то момент

$$\Delta' = 0 \mod \lambda$$

$\Downarrow$

Они встретятся.

③ К моменту встречи:

Черепаха прошла $-t$

Заяц $-2t$

m - часть пути до цикла.

$2t = t \mod \lambda$ ← длина цикла

$2t - t = 0 \mod \lambda$

$t = 0 \mod \lambda$

$\Downarrow$

$t = \lambda \cdot K$

Значит черепаха прошла по циклу:

$\lambda K - m$ шагов

а ее позиция в цикле на момент встречи $\lambda K - m \mod \lambda$

$x = \lambda K - m \mod \lambda$

$x = -m \mod \lambda$

$x + m = 0 \mod \lambda$

Т.е. если из точки встречи пройти m шагов, то попадешь в начало цикла.

$\Downarrow$

Если теперь поместить черепаху в начало, то до цикла она пройдет m шагов. А заяц пройдет те же m шагов также попадет в начало цикла.

②

1) От начала до встречи:

m шагов у черепахи

$2m$ у зайца

В цикле:

не более λ шагов

$m + \lambda < n \Rightarrow O(n)$

2) Поиск начала цикла:

$m < n \Rightarrow O(n)$

Итого:

$O(n) + O(n) = O(n)$